의공학회지 : 제 16권, 제 3호, 1995
J. of KOSOMBE : Vol. 16, No. 3

연 구 논 문
95-16-3-04

초음파 도플러 시스템에서 2차 샘플링을 이용한 공간축상의 평균 방법

백 광 렬*

=Abstract=

A Spatial Average Method Using 2nd Order Sampling in Ultrasonic Doppler System

Kwang Ryul Baek*

Ultrasonic Doppler systems for the purpose of estimating blood flow velocity, blood flow volume, and flow imaging are commonly used due to advantages of non-invasive and real time observation. Specially, the technical developments of color flow mapping(2-D Doppler) systems have made a relatively rapid progress. However, the 2-D Doppler systems have several problems, such as the range ambiguity, low signal to noise ratio, and slow frame rate. The slow frame rate problem is resolved by using the spatial average which is a method to acquire more data samples for mean frequency estimation. In this paper, spatial average method using the 2nd order sampling instead of quadrature sampling is proposed. The experimental results show that the proposed methods have good performance and easy application to the color flow mapping system.

Key words : 2nd order sampling, Doppler system, Mean Frequency.

서 론

초음파 2차원 도플러 시스템은 2차원 영상으로 혈류의 속도 분포를 볼 수 있는 매우 유용한 의료 장비로 널리 사용되고 있다. 2차원 도플러 장치는 1983년 Kasai등[1, 2]에 의해 자기 상관 방식(autocorrelation method)을 이용하여 최초로 발표되었다. 자기 상관 방식이 지금까지 개발된 여러 가지 기법의 도플러 주파수 추정방식중 가장 우수함[3, 4]에도 불구하고 평균 도플러 주파수를 구하기 위한 데이터의 부족이 문제가 되었다. 2차원 도플러 시스템에서 한 점에서의 속도를 계산하는데 필요한 데이터 수는 1/NFT로 제한된다. 여기서 N은 한 프레임(frame)의 스캔선(scan line)의 수, F는 프레임 레이트(frame rate), T는 펄스 반복 주기를 의미한다. 예로서, 30개의 스캔 라인과 200μs의 펄스 주기를 이용하여 30 프레임/초의 도플러 영상을 보려면 5개의 데이터를 샘플링할 수 있다. 혈관 벽에서 발생하는 클러터(clutter)를 제거하기 위한 고역 통과 필터를 사용하기 위하여 2개의 데이터를 이용하면 3개의 신호만으로 도플러 평균 주파수 및 편차를 계산하여야 한다. 그러나 이 양으로는 신호대 잡음 비가 좋지 않은 도플러 신호로서는 정확한 평균 도플러 주파수를 구하기 어렵다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 데이터 양을 증가시키는 방법으로는 프레임 레이트를 낮추거나 관측 범위를 줄여 펄스 반복 주기를 줄이는 방법이 있다. 그러나 프레임 레이트를 낮추면 영상의 연속성이 떨어지고 관측 범위를 줄이면 깊은 곳의 혈류 영상을 측정할 수 없게 된다. 이를 위하여 스캔선의 수를 줄여서 제한된 영역만을 보는 방법이 사용되고 있다.

본 논문에서는 2차 샘플링[5]을 이용하여 도플러 데이터를 단일 채널의 고주파 영역에서 직접 샘플링하여 아나로

* 부산대학교 공과대학 전자공학과
* Dept. of Electronics Engineering, Pusan National University
통신저자: 백광렬, (609-735) 부산시 금정구 장전동 산 30, Tel. (051) 510-2460, Fax. (051) 515-5190

그 신호의 처리부를 간략하게 하였으며 이 방법을 공간축상의 평균 방법에 적용하였다. 제안된 시스템의 성능을 확인하기 위하여 수조에서의 실험과 인체에서의 실험을 하였으며 그 결과로 2차원의 도플러 시스템에 적용할 수 있음을 보였다.

2차 샘플링 방법

기존의 펄스 도플러 시스템은 직각 위상 방법을 이용하여 도플러 평균 주파수 및 방향을 계산하였다. 이 방법은 그림 1-(a)처럼 수신된 신호를 반송파($\cos\omega_0 t$) 와 이를 90° 만큼의 위상을 지연시킨 신호($\sin\omega_0 t$)를 이용하여 정 위상(in phase) 신호와 직각 위상(quadrature phase) 신호를 이용한다. 일반적으로 대역 신호(bandpass signal)를 $r_i(t)$라 하면 이는 다음과 같이 두개의 성분으로 분리된다.

$$\begin{aligned} r_i(t) &= a(t)\cos(w_0 t - \phi(t)) \\ &= v_i(t)\cos(w_0) - v_q(t)\sin(w_0 t) \\ &= v_i(t)\cos(w_0) - v_q(t)\cos(w_0 t + 90^\circ) \end{aligned} \quad (1)$$

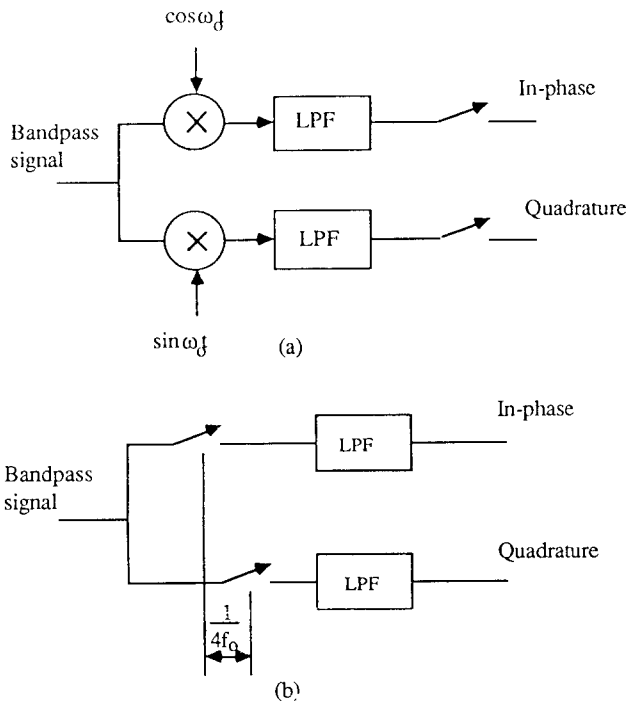

그림 1. **(a)** 직각 샘플링과 **(b)** 2차 샘플링.
Fig. 1. **(a)** Quadrature sampling and **(b)** second order sampling.

여기서 $a(t)$는 복소 포락선(complex envelope)을 $\phi(t)$는 위상을 의미한다. 그리고 $v_i(t)$는 동 위상의 신호 성분을 $v_q(t)$는 직각 위상 신호를 뜻하며 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\begin{aligned} v_i(t) &= a(t)\cdot\cos\phi(t) \\ v_q(t) &= a(t)\cdot\sin\phi(t) \end{aligned} \quad (2)$$

위 식에서 $v_q(t)$는 $v_i(t)$와 같은 포락선을 가짐을 알 수 있다. 그러나 $v_q(t)$의 위상은 $v_i(t)$에 비해 90°뒤짐을 알 수 있다. 그러므로 직각 위상 성분은 그림 1-(b)에서 처럼 시간을 $1/4f_0$ 만큼 지연시켜 샘플링함으로서 얻어질 수 있다.

대역 신호에서 이용되는 이러한 샘플링 방식을 2차 샘플링(second order sampling)이라 하며 1986년 Halberg[6]에 의해 펄스 초음파 도플러 시스템에 적용되었다. 이 방식은 $a(t) = a(t+1/4f_0)$라는 가정이 필요하며 협대역(narrow band) 신호의 경우 이 가정을 만족한다. 그는 이 방식을 그림 2처럼 2개의 S/H(sample and hold)를 이용하여 동 위상 성분과 직각 위상 성분을 구하였다. 그러나 이 방법은 2차 샘플링 방법을 이용하였으나 직각 위상 검출 방식과 마찬가지로 2개의 신호 채널을 가지고 있어 두 채널간의 차이가 오차로 발생된다. 본 논문에서는 그림 3과 같이 고속의 ADC를 이용하여 직접 동 위상과 직각 위상 성분의 신호를 샘플링하였다.

공간축상의 평균법

대부분의 도플러 유속계는 움직이는 물체에 일정한 주기로 여러번 반복하여 초음파를 송신하고 그 반사 신호를 수신하여 시간 영역에서 속도를 산출한다. 그러나 적당한 프레임 레이트와 스캔 수를 유지하면서 속도를 산출하려면 그에 필요한 샘플의 수는 제한을 받게 된다. 서론에서의 예와 같이 N=30, T=20μsec, 그리고 F=30일 경우 3~4개의 샘플만이 계산에 사용될 수 있다. 이로는 정확한 속도를 산출하기에는 부족한 수이다. 이 문제를 해결하기

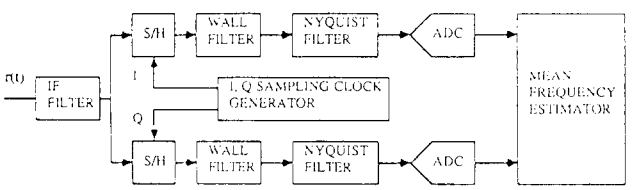

그림 2. 샘플/홀드를 이용한 2차 샘플링시스템의 구성도(HP).
Fig. 2. Block diagram of second order sampling system(HP).

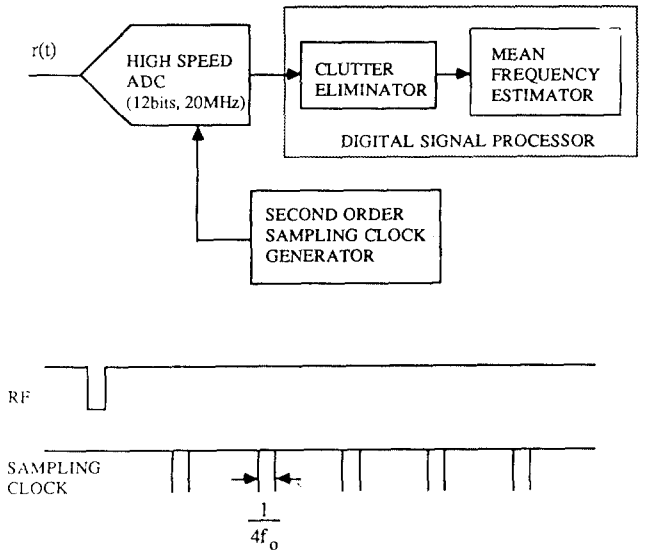

그림 3. 고속의 AD변환기를 이용한 2차 샘플링 시스템의 구성도 및 샘플링 클럭.
Fig. 3. Block diagram and timing clock of second order sampling system using high speed ADC.

위하여 Jin H. Kim에 의하여 공간축상에의 평균 법이 제안되었다. 수식의 간략화를 위하여 단일 목표물로부터 돌아온 신호는 다음처럼 표시된다.

$$z(t)=a(t)\cos[w_o+\phi(t)] \tag{3}$$

여기서 a(t)는 초음파 신호의 포락선이며 ω_o는 중심 주파수 그리고 $\phi(t)$는 위상 응답을 나타낸다. 펄스 반복 주기 T 동안 목표물이 αT만큼 이동했을 경우 n번째 반사 신호는 다음과 같이 주어진다.

$$z_n(t)=a(t-\alpha nT)\cos[w_o(t-\alpha nT)+\phi(t-\alpha nT)] \tag{4}$$

여기서 α는 도플러 비 (Doppler ratio)로서 $\alpha=\omega_d/\omega_o$로 주어지며 ω_d는 도플러 주파수를 의미한다. 직각 위상 방식에 의하여 식 (4)의 복조된 신호를 $e_n(t)$라고 하면 $e_n(t)$는

$$\begin{aligned} e_n(t) &= a(t-\alpha nT)\cdot e^{-jaw_o nT} \\ &= a(t-\alpha nT)\cdot e^{-jw_d nT} \end{aligned} \tag{5}$$

로 되며 $e(t)=a(t)e^{j\phi(t)}$로서 a(t)는 초음파 변환기의 임펄스 응답으로 결정된다. 이 신호로부터 도플러 주파수를 연산하기 위하여 자기 상관 방법[1]을 사용하려면 인접한 수신 신호와 복소 연산을 한다. 즉, e_1^*. e_2, e_2^*. e_3, e_3^*. e_4, ⋯, e_{n-1}^*.

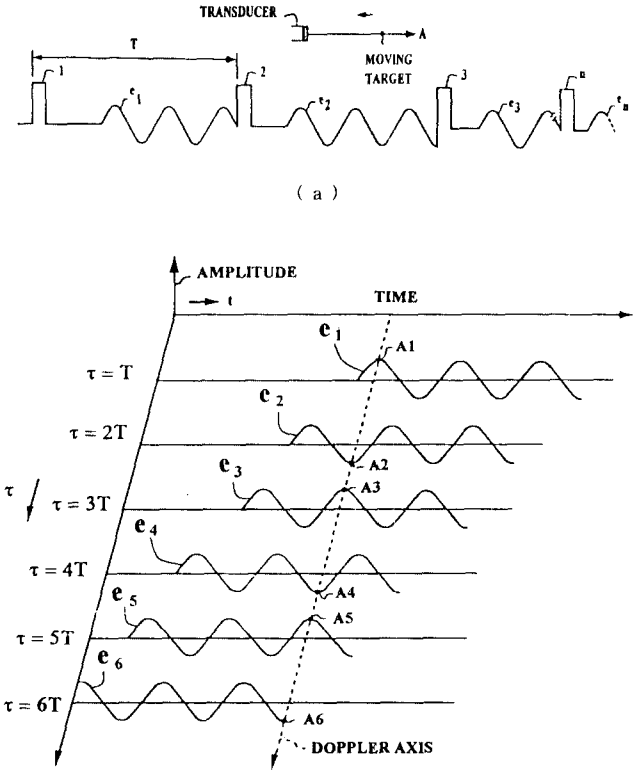

그림 4. 공간축상의 평균 방법의 원리.
Fig. 4. Principle of spatial average method.

e_n 등의 연산이 필요하다. 이 연산의 결과로부터 평균 도플러 주파수를 구한다. 이때 일정한 위치의 속도를 구하는 것이므로 그림 4-(b)의 점선 축으로 평균을 취한다.

그러므로 시간 축으로 도플러 평균 주파수는 다음의 두 과정을 통하여 계산된다.

과정 1 : 도플러 신호쌍을 이용한 벡터 연산

$$P(T;nT,t) = e_n(t) \cdot e^*_{n-1}(t) = a(t-\alpha nT) \cdot a^*[t-\alpha(n-1)T]\, e^{j\omega_0 T} \quad (6)$$

과정 2 : 평균

$$R(T;nT,t) = \sum_{k=n}^{n+N-1} P(T, nT, t) = \sum_{k=n}^{n+N-1} a(t-\alpha kT) \cdot a^*[t-\alpha(k-1)T]\, e^{j\omega_d T} \quad (7)$$

여기서 N은 시간 축으로의 데이터의 갯수이다. 그림 4-(a)와 그림 4-(b)에서 반사 입자가 변환기 방향으로 다가올 때의 파형을 보여주고 있다. 여기서 도플러 주파수를 구하기 위해서는 (A1,A2), (A2,A3), (A3,A4)등의 데이터 쌍으로 부터 자기상관 방법으로 도플러 주파수를 계산하게 된다. 그림 4-(c)에서는 연속된 두개의 수신 데이터로 부터 공간 축으로 간격을 가지고 샘플링하는 것이 시간축에서 샘플링하는 것과 같음을 보이고 있다. 즉 두개의 연속된 신호에서도 (A1,A2), (A2,A3), (A3,A4)등의 데이터 쌍을 구할 수 있다. 차이점은 공간 축 상에서 간격을 두고 샘플링 했다는 것이다. 결국 연속된 2번의 신호만으로 평균 주파수를 구하므로 프레임 레이트를 증가시킬 수 있다. 식 (7)을 샘플링을 고려한 이산 시간(discrete-time) 형태로 표현하면 아래와 같다.

$$R(T;nT,m) = \sum_{k=n}^{n+N-1} a(m\triangle-\alpha kT) \cdot a^*[m\triangle-\alpha(k-1)T]\, e^{j\omega_d T} \quad (8)$$

여기서 △는 공간 축에서의 샘플링간격을 의미한다. 이 식으로부터 공간축상에서의 평균을 취하더라도 시간 축으로와 마찬가지로 평균 도플러 주파수를 구할 수 있음을 의미한다. 여기서 시간 축과 공간 축에 대한 변수는 독립적이므로 두 가지의 변수에 대해 평균을 구할 수 있다.

$$R(T;nT,m) = \sum_{k=n}^{n+N-1} \sum_{l=m}^{m+M-1} a(l\triangle-\alpha kT) \cdot a^*[l\triangle-\alpha(k-1)T]\, e^{j\omega_0 T} \quad (9)$$

여기서 N은 시간 축으로의 평균 횟수를 M은 공간 축으로의 평균 횟수를 의미한다. 물론 두 가지의 평균을 같이하면 계산량은 훨씬 증가하게 된다.

2차 샘플링을 이용한 공간축상의 평균

2차 샘플링은 대역 통과(bandpass)신호에 유용한 샘플링 방법이다. 이 방법은 동 위상 신호에 대한 직각 위상 신호를 동위상에 비해 시간적으로 $1/4f_0$ 만큼 지연시켜 샘플링함으로서 구한다. 그림 5에서 $x_n(1)$이 동위상 신호이면 $x_n(2)$는 직각 위상 신호가 된다. 다음 펄스에 의해 구해진 복소 신호쌍을 $x_{n-1}(1)$, $x_{n-1}(2)$라고 하면 두개의 복소 신호쌍은 다음처럼 얻어진다.

$$\hat{x_n}(t) = x_n(1) + jx_n(2) = r(t-nT) + jr\left(t-nT-\frac{1}{4f_0}\right) \quad (10)$$

$$x_{n-1}(t) = x_{n-1}(1) + jx_{n-1}(2) = r(t-(n-1)T) + jr\left(t-(n-1)T-\frac{1}{4f_0}\right) \quad (11)$$

위의 두신호로 부터 자기 상관 방식을 이용하여 자기 상관 $R(T;t)$를 구할 수 있다.

또한 그림 5에서 알 수 있듯이 $x_n(2)$를 동 위상 신호로 두면 $x_n(3)$은 직각 위상의 신호가 된다. 같은 방법으로 $x_{n-1}(2)$와 $x_{n-1}(3)$으로부터 또다른 하나의 복소 쌍을 구할 수 있다. 그러므로 $R(T;t-1/4f_0)$가 계산된다. 그러므로 2차 샘플링을 이용한 공간축상의 평균 방법은 다음처럼 구해진다.

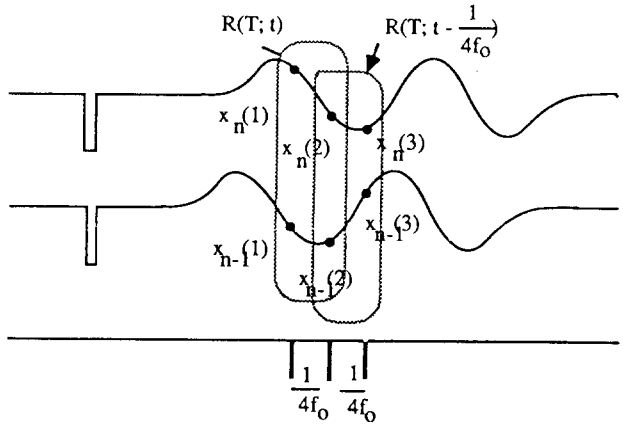

그림 5. 2차 샘플링을 이용한 공간축상의 평균법.
Fig. 5. Spatial average using the second order sampling.

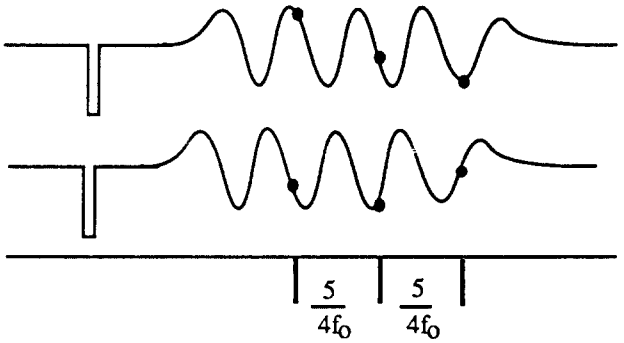

그림 6. 2차 샘플링을 이용한 공간축상의 평균법($5/4f_0$).
Fig. 6. Spatial average using the second order sampling ($5/4f_0$).

$$R(T;nT,m) = \sum_{k=m}^{m+M-1} x_n(t-\frac{k}{4f_0}) \cdot x_{n-1}(t-\frac{k}{4f_0}) \quad (12)$$

본 논문에서 제안된 방법 역시 시간 축으로의 평균도 함께 할 수 있다. 하나의 ADC만을 이용하는 2차 샘플링은 직각 복조시 하나의 채널에서 동위상과 직각 위상의 신호를 동시에 구하므로 직각 위상 방식이나 기존의 2차 샘플링 방식에서 존재하는 채널간의 균형이 자연히 해결되며 시스템의 아나로그 신호 입력단이 간단하게 구성된다. 그러나 이 방법은 자기상관 및 평균을 위하여 많은 연산을 요구하게 된다. 또한 높은 주파수의 초음파 소자를 사용할 경우 샘플링 간격이 좁아지게 되고 계산량은 더욱 증가하게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 샘플링 간격을 넓히는 방법이 있다. 2차 샘플링 방법을 이용하므로 샘플링 신호는 서로 직각인 관계를 유지시켜야 하므로 $3/4f_0$ 혹은 그림 6처럼 $5/4f_0$간격으로 샘플링하여 도플러 주파수를 연산할 수 있다.

실험 및 결과

2차 샘플링을 이용한 공간축상의 평균법을 이용한 실험은 그림 7과 같은 장치로 구성된다. 초음파 변환기는 중심주파수가 3.375MHz인 원판형을 사용하였다. 실험에 사용된 대역 통과 필터는 2차 샘플링의 기본 가정인 협대역을 유지하기 위하여 중심주파수가 3.36MHz이며 대역 폭은 240KHz가 되도록 설계하였다. 8개의 연속된 펄스(burst pulse)를 사용하였으며 이 펄스를 사용한 반사 신호 및 그 신호의 스펙트럼은 그림 8과 같으며 협대역의 신호임 알

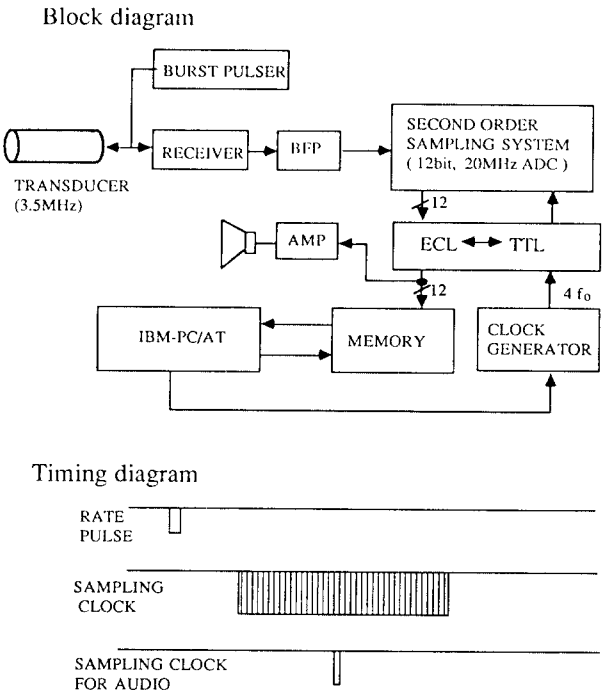

그림 7. 2차 샘플링을 이용한 실험장치의 구성도
Fig. 7. Block diagram of experimental system using the second order sampling.

수 있다. 이 그림에서 세로축은 도플러 스펙트럼의 크기이며 가로축은 주파수를 의미한다. 실험에 사용한 수조는 그림 9과 같으며 초음파를 반사시키는 입자로는 평균 직경이 15 m인 실리콘(SiO)입자를 물과 혼합하여 사용하였으며 고무관의 직경은 약 15mm이다. 입자들의 속도는 속도 제어가 가능한 직류 모터를 이용하여 일정하게 제어된다. 수신된 신호는 2차 샘플링부에서 12 bit의 해상도를 가진 고속 AD 변환기(CAS1220-20, Analog Device)를 이용하여 13.5MHz($4f_0$)의 속도로 샘플링하였다. 초음파 빔 방향으로 512개의 데이터가 샘플링되며 5KHz의 펄스 반복주파수로 32회 반복하여 데이터를 얻었다. 클러터신호의 제거를 위하여 1차의 FIR 디지털 필터를 이용하였으며 획득한 도플러 데이터는 IBM/PC에서 처리된다. 도플러 데이터는 그림 7의 시간도에서와 같이 일정 부분만이 샘플링되며 샘플링 구간의 중간 부분은 별도로 추출하여 실시간으로 소리를 들을수 있도록 하였다. 시간 및 공간축상에서 평균한 결과를 그림 10 및 그림 11에서 보였다. 그림 10 이후의 그림에서 가로축은 초음파 빔 방향으로의 거리이며 z 축으로 표시하였고 단위는 mm이다. 그림 10의 경우 유체의 속도를 낮게 설정하여 평균 도플러 주파

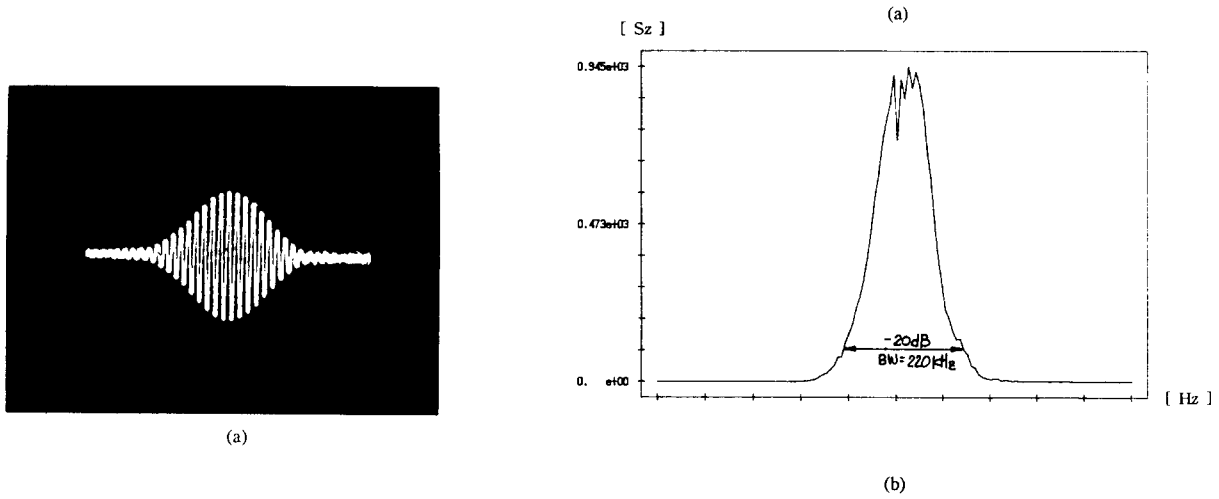

그림 8. **(a)** 초음파 수신 신호와 **(b)** 스팩트럼(f_0=3.36MHz, BW=220KHz).
Fig. 8. **(a)** Point reflection echo signal and **(b)** its magnitude spectrum.

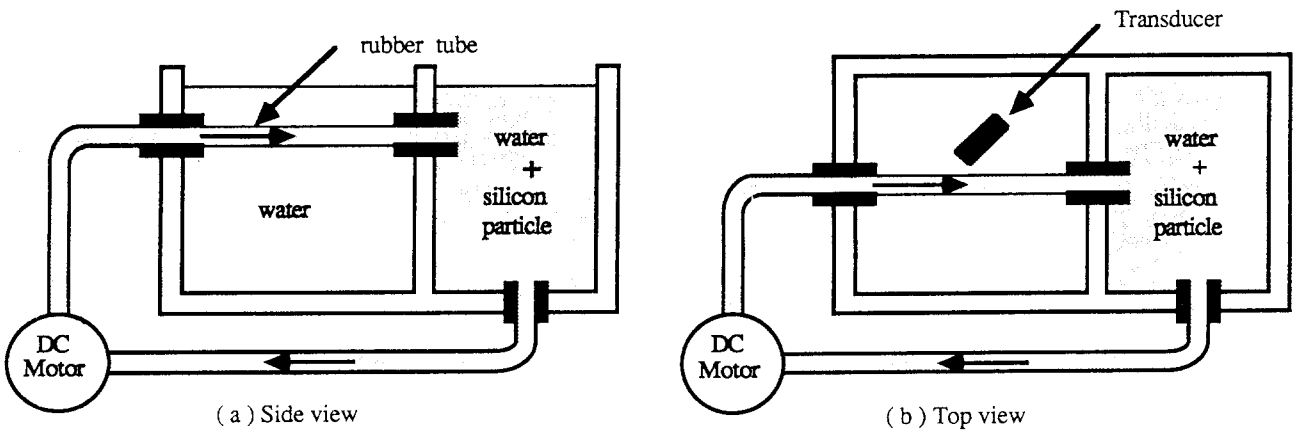

그림 9. 도플러 실험을 위한 수조의 구조.
Fig. 9. Schematic diagram of Doppler phantom.

수가 PRF/2보다 작도록 하였다. 그림 10-(a)는 단지 하나의 복소 데이터 쌍을 이용하여 구한 도플러 주파수로 유체의 속도 분포를 정확하게 구별하기 어렵다. 그림 10-(b)는 기존의 평균 방법인 시간 축으로 16번의 평균을 구한 도플러 주파수로 고무관내를 흐르는 유체의 속도 분포를 구별할 수 있다. 그러나 이 경우는 프레임 레이트가 문제가 된다. 그림 10-(c)는 공간 축으로 16회 평균을 취한 것으로 역시 유체의 속도 분포가 구분된다. 그림 10-(d)는 시간축 및 공간축으로 각각 8회의 평균을 취한 결과이다. 그림 11은 유체의 속도를 증가하여 도플러 주파수가 PRF/2를 고무관의 중간 부분에서 넘도록 설정하였다. 그림 10과 11에서 실선은 계산에 의한 도플러 주파수로 높은 속도에서는 aliasing이 발생하여 반대 방향으로 흐르는 것처럼 보인다. 이 오차를 공간축상의 연속성[7]을 이용하여 aliasing을 제거하고 구한 도플러 주파수이다. 같은 실험 장치를 이용하여 인체에서 도플러 신호를 획득하여 처리하였다. 신호의 획득은 초음파 변환기를 경동맥으로 향하고 도플러 소리를 들으면서 가장 신호가 좋을 때 샘플링하였다. 그림 12는 인체에서 얻은 데이터를 처리하여 구한 도플러 평균 주파수이며 그림 13은 샘플링 간격을 변

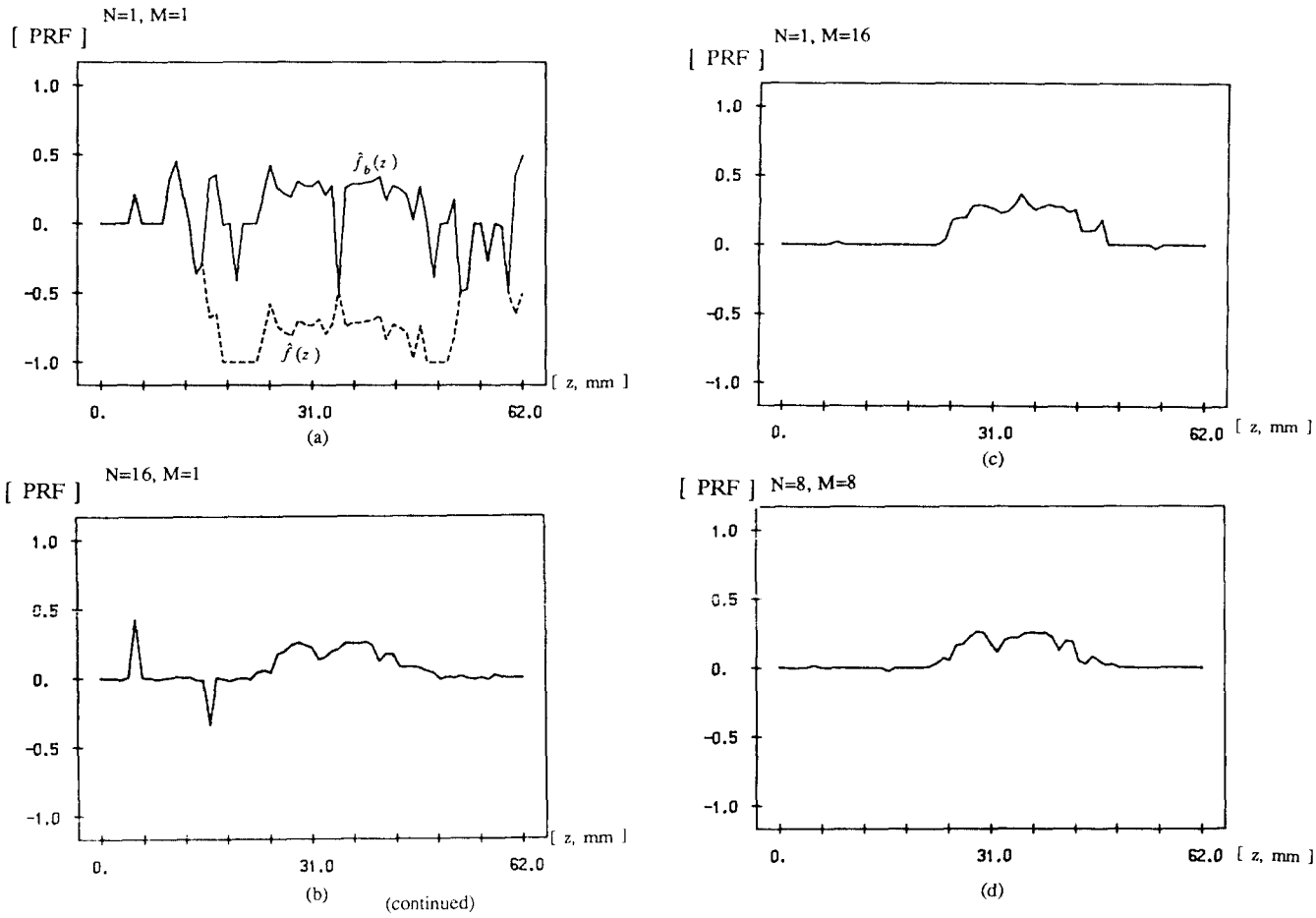

그림 10. **(a)** 평균을 취하지 않은 낮은 속도에서의 평균 주파수 분포. **(b)** 시간축으로만 평균을 취한 평균 주파수 분포. **(c)** 공간축으로만 평균을 취한 평균 주파수 분포. **(d)** 시간축 및 공간축으로 평균을 취한 평균 주파수 분포.

Fig. 10. **(a)** mean frequency profile without average at low velocity. **(b)** mean frequency profile with temporal average. **(c)** mean frequency profile with spatial average. **(d)** mean frequency profile with temporal and spatial average.

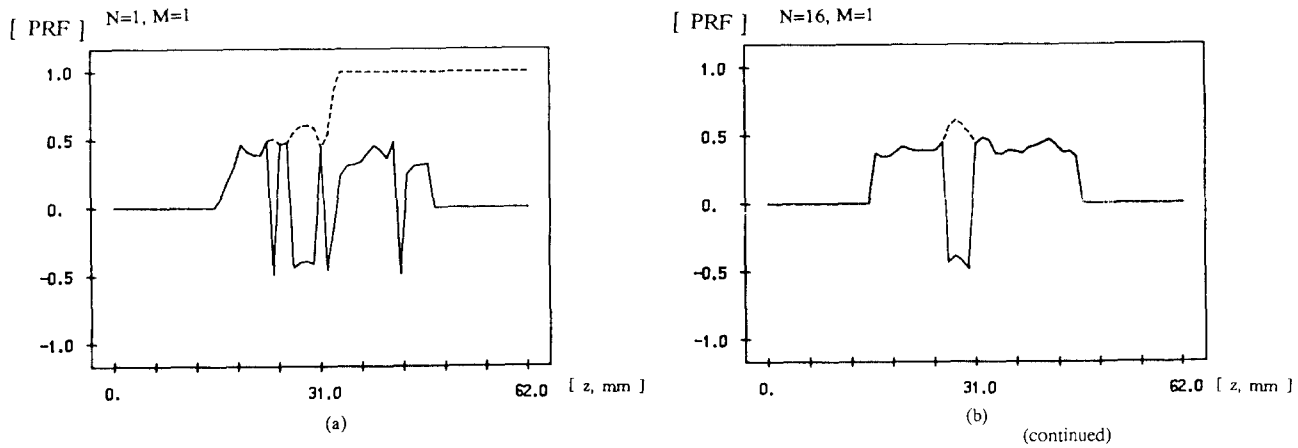

그림 11. **(a)** 평균을 취하지 않은 높은 속도에서의 평균 주파수 분포. **(b)** 시간축으로만 평균을 취한 평균 주파수 분포.

Fig. 11. **(a)** mean frequency profile without average at high velocity. **(b)** mean frequency profile with temporal average.

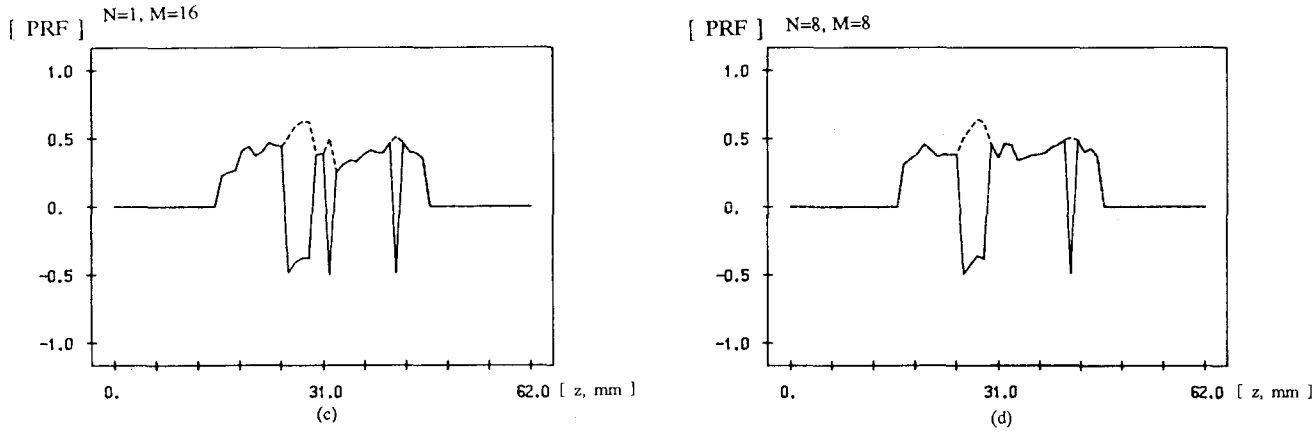

그림 11. **(c)** 공간축으로만 평균을 취한 평균 주파수 분포. **(d)** 시간축 및 공간축으로 평균을 취한 평균 주파수 분포.
Fig. 11. **(c)** mean frequency profile with spatial average. **(d)** mean frequency profile with temporal and spatial average.

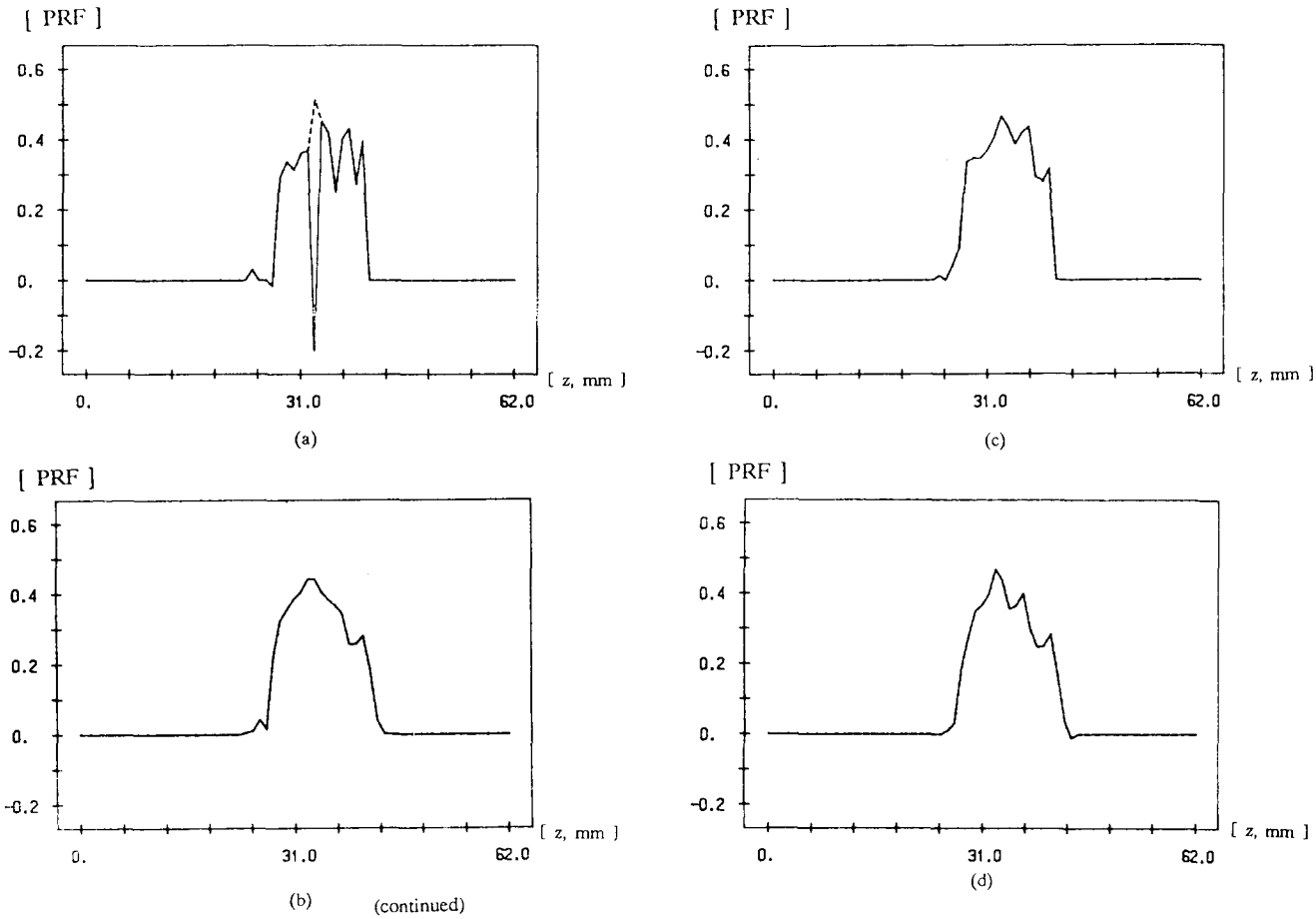

그림 12. 인체실험에서 구한 평균 주파수 분포.
(a) 평균을 취하지 않은 평균 주파수 분포(N=1,M=1). **(b)** 시간축으로만 평균을 취한 평균 주파수 분포(N=16,M=1).
(c) 공간축으로만 평균을 취한 평균 주파수 분포(N=1,M=16). **(d)** 시간축 및 공간축으로 평균을 취한 평균 주파수 분포(N=8,M=8).
Fig. 12. The mean frequency profile at the aorta.
(a) mean frequency profile without average(N=1,M=1). **(b)** mean frequency profile with temporal average(N=16,M=1).
(c) mean frequency profile with spatial average(N=1,M=16). **(d)** mean frequency profile with temporal and spatial average(N=8,M=8).

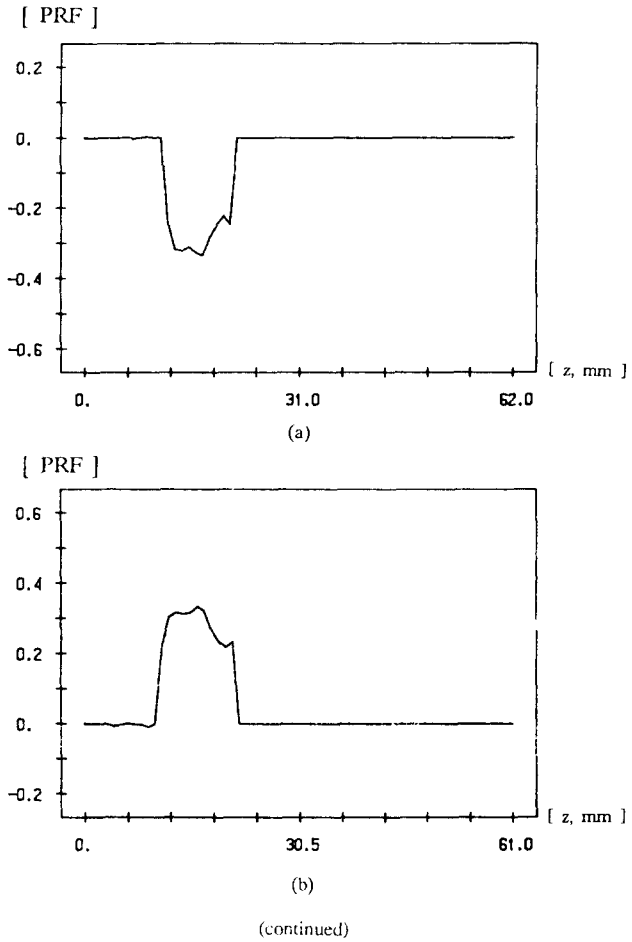

그림 13. 샘플링 간격을 **(a)** $1/4f_o$, **(b)** $3/4f_o$ 및 **(c)** $5/4f_o$로 한 경우의 평균 주파수 분포.

Fig. 13. The mean frequency profiles with **(a)** $1/4f_o$, **(b)** $3/4f_o$, and **(c)** 5/4fo sampling.

화시켜 구한 평균 주파수이다. 혈관 바깥 부분의 도플러 신호가 미약한 부분에서는 상대적으로 잡음이 강하여 잘못된 결과가 나올 수 있으므로 도플러 신호의 파워를 이용하여 일정 이상의 파워를 가지는 신호만 도플러 신호로 하는 방법을 이용하였다[8]. 그림 13-(b)의 경우는 (a)와 (c)와는 달리 방향이 반대로 나타나며 이는 샘플링 간격이 $3/4f_o$ 으로 $-1/4f_o$ 와 같은 결과를 가져온다. 그러므로 직각 위상 신호가 동 위상 신호보다 먼저 샘플링 되어 서로 바뀌었기 때문이다.

결 론

2차원 도플러 시스템은 순환기 계통의 진료에 널리 사용되고 있다. 본 논문에서는 2차 샘플링을 이용하여 채널간의 균형 문제를 자연스럽게 해결하면서 공간축상으로의 평균을 많이 취할 수 있도록 하는 방법을 제안하고 이를 수조 및 인체의 실험을 통하여 그 사용 가능성을 보였다. 그 결과로 2 차원 도플러 시스템의 여러가지 문제중 하나인 낮은 프레임 율을 개선할 수 있음을 보였다. 실험 결과 공간축만의 평균으로도 속도분포를 구할 수 있으며 이를 이용하면 적절한 프레임 레이트를 유지할 수 있다. 그러나 프레임 레이트을 증가시키기 위해서는 많은 계산량을 요구하게 된다. 이러한 문제는 고속의 신호처리기 등을 사용함으로써 해결할 수 있다. 또한 보다 높은 주파수의 초음파를 사용하여 혈류의 흐름을 검출할 경우 2차 샘플링의 샘플링간격을 $3/4f_o$ 나 $5/4f_o$를 사용하여 계산량의 감소를 기대할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. Kasai, C., Namekawa, K., Koyano, A. and Omoto, R., "*Real-time two-dimensional blood flow imaging using an autocorrelation Technique*", IEEE trans. on Sonics and Ultrasonics, Vol. SU-32, pp. 458-464, 1985.
2. Omoto, R. and Kasai, C., "*Basic principles of Doppler color*

flow imaging", ECHOCARDIOGRAPHY, Vol. 3, No. 6, pp. 463-473, 1986.

3. van Leeuwen, G. H., Hoeks, A. P. G., and Reneman, R. S., "*Simulation of real-time frequency estimators for pulsed Doppler systems*", Ultrasonic Imaging, Vol. 8, pp. 252-271, 1986.
4. 임춘성, 이용곤, 박세현, 김영길, "2차 샘플링을 이용한 2-D 도플러 시스템의 시뮬레이션과 시스템구현에 관한연구",의공학회지, VOL. 11, NO. 1, pp. 147-156, 1990.
5. Papoulis, A., "*Generalizes sampling Expansion*", IEEE trans. Circuit and System., Vol. CAS-24, No. 1, pp. 652-654, 1977.
6. Halberg, L. I., and Thiele, K. E., "*Extraction of blood flow information using Doppler shifted Ultrasound*", Hewlett-Packard J. 6, pp. 35-40, 1986.
7. 백광렬, "초음파 도플러 시스템에서 새로운 평균 주파수 확장 방법", 의공학회지, VOL. 16, NO. 2, pp. 183-189,1995.
8. Newhouse, V. L. and Amir, I., "*Time dilation and inversion properties and the output spectrum of pulsed flowmeters*", IEEE Trans. on Sonics and Ultrason., Vol. SU-30, pp. 174-179, 1983.