

하다마드 분광계측기의 최적 마스크 설계

박진배 · 김현규

=Abstract=

A Design of Optimal Masks in Hadamard Transform Spectrometers

Jin-Bae Park, Hyun-Kyu Kim

The method of increasing signal to noise ratio(SNR) in a Hadamard transform spectrometer(HTS) is multiplexing. The multiplexing is executed by a mask. Conventional masks are mechanical or electro-optical. A mechanical mask has disadvantages of jamming and misalignment. A stationary electro-optical mask has a disadvantage of information losses caused by spacers which partition mask elements. In this paper, a mixed-concept electro-optical mask(MCEOM) is developed by expanding the length of a spacer to that of 1 on-off mask element. An MCEOM is operated by stepping a movable mask. $2N$ measurements are required for N spectrum estimates. The average mean square error (AMSE) using MCEOM is equal to that using a stationary electro-optical mask without spacers for large N . The cost of manufacturing an MCEOM is lower than that of producing a conventional electro-optical mask because an MCEOM needs only $(N+1)/2$ on-off mask elements whereas the conventional electro-optical mask needs N on-off mask elements. There are no information losses in the spectrometers having an MCEOM.

Key words : Mixed-Concept Electro-Optical Mask, Hadamard Transform Spectrometer, T^{-1} Spectrum-Recovery Method, Spacer, Average Mean Square Error

서 론

분광계측기(spectrometer)란 전자기적 방사광선을 서로 다른 주파수로 분리하여 각 주파수에서의 에너지를 측정하는 계측기이다. 이 계측기는 물질의 화학적 성분분석, 영상 추출, X-선을 이용한 인체 내부의 측정 등 화학, 물리, 천문, 의료 및 공업분야에서 다양하게 이용되는 계측 기기이며 이를 응용한 분광 광도계(spectrophotometer)는 의용공학에서 널리 쓰이고 있다.

하다마드 분광계측기(Hadamard transform spectrom-

eter; HTS)¹⁾는 초창기에 사용된 다검파기 분광계측기(multidetector spectrometer)와 단일파장 분광계측기(monochromator)의 신호 대 잡음비가 낮은 단점을 해결하고자 다중송신(multiplexing) 기법을 이용한 분광계측기이다. 하다마드 분광계측기는 그림 1-1과 같은 구성으로 되어 있다. 이 다중송신 기법에서는 광원(source)으로부터 방사된 광선을 여러 주파수 대역으로 분리하여 투과시키는 마스크(mask)가 사용된다.

처음에는 마스크 방식으로서 기계식 이동 마스크(movable mask)¹⁾가 사용되었다. 기계식 이동 마스크는 투과시

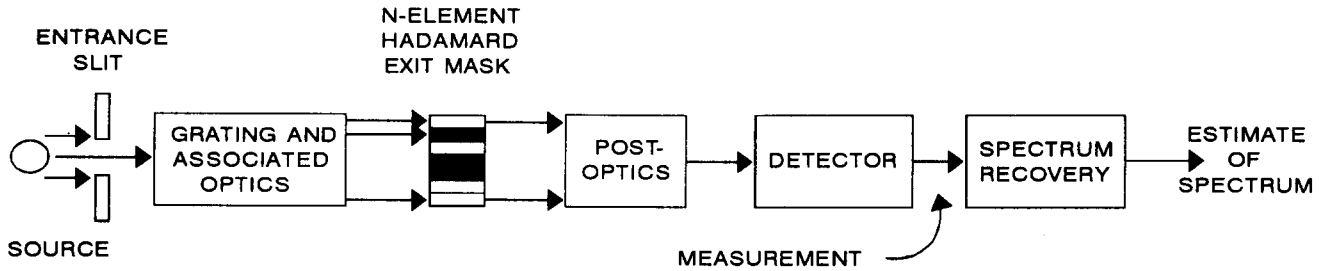


그림 1-1. 하다마드 분광계측기의 개요도
 Fig. 1-1. Schematic of a simple HTS

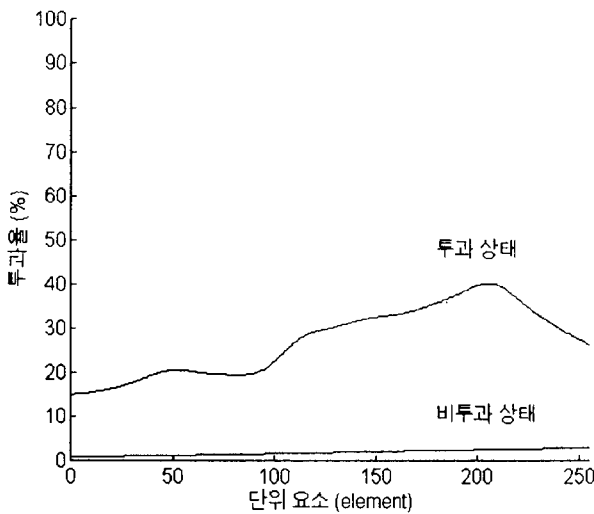


그림 1-2. 전자광학 마스크의 비이상적 투과율 특성
 Fig. 1-2. Nonideal transmittance property of an electro-optical mask

100%의 투과율과 비투과시 0%의 투과율을 갖는 장점이 있으나, 재밍(jamming)과 조정불량(misalignment)의 기계적 문제점을 갖고 있다. 이런 단점을 보완하고자 고정형 전자광학 마스크(stationary electro-optical mask)^{2, 3)}가 소개되었다. 이 마스크는 기계적인 문제점은 없으나 그림 1-2와 같이 투과시 100%의 투과율을 갖지 않고 비투과시 0%의 투과율을 갖지 않는 단점이 있다⁴⁾. 그렇지만 이런 단점을 해결한 분광회복(spectrum recovery) 방법인 T⁻¹ 방법⁵⁾이 제시되었다. 그러나 실제의 고정형 전자광학 마스크는 마스크 단위요소를 분리시키는 절연체인 간격기(spacer)가 있어 이 간격기에 의한 정보의 손실이 유발된다.

본 연구에서는 기존의 고정형 전자광학 마스크의 간격기를 줄이는 방법이 아니라 간격기를 마스크 단위요소의

길이 만큼 확장하여, 측정시 단위요소의 길이 만큼만 단 한번 마스크를 이동시키는 방법을 사용한 복합개념 전자광학 마스크(mixed-concept electro-optical mask; MC-EOM)를 제안하고자 한다. 복합개념 전자광학 마스크의 구성과 분광회복 기술을 제안하고 컴퓨터 모의실험을 통해 평균자승오차(average mean square error; AMSE)로 기존의 마스크를 사용한 분광계측기의 성능과 비교하고자 한다.

분광회복 기술

기계식 마스크와 고정형 전자광학 마스크를 사용한 분광계측기의 분광회복시 필요한 가정은 다음과 같다.

- 1) 측정값 m_i 에 연관된 오차 e_i 는 임의변수(random variable)이고 검파기에 입사되는 빛의 양과 무관하다.
- 2) 측정오차의 평균값은 영(zero)이다.
- 3) 서로 다른 측정에서의 오차는 상호 독립적(mutually independent)이다.

$$E\{e_i\} = 0$$

$$E\{e_i e_j\} = 0, i \neq j$$

분광회복을 할 때, 보다 향상된 개산치(estimate)를 얻기 위해 분광 공가산(coaddition)을 사용한다⁶⁾. 공가산은 여러개의 임의변수를 평균하여 감소된 분산(variance)을 얻기 위한 기술이다. 평균값 μ_x 와 분산 σ_x^2 을 갖는 L개의 독립동일분포(independent identically distributed; IID) 임의변수 x_i ($i = 1, \dots, L$)로부터 새로운 임의변수 y 를 공가산을 통하여 얻을 수 있다. 여기에서 y 의 평균은 $\mu_y = \mu_x$ 이고 분산은 $\sigma_y^2 = \sigma_x^2/L$ 이다.

1. 기본 분광회복 기술

다중송신을 위한 코딩(coding)과 마스크의 투과율 특성을 합한 행렬을 N-정방행렬 \tilde{W} 로 표시하고 행렬의 단위요

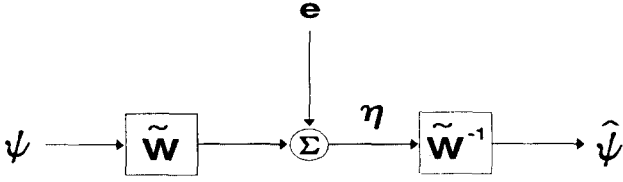


그림 2-1. 하다마드 분광계측기의 기본 분광회복
Fig. 2-1. Basic spectrum recovery of an HTS

소 \tilde{w}_{ij} 는 0에서 1까지의 값을 취한다고 정의하자. 또한 Ψ 는 실제 입력 분광 벡터, η 는 측정값 벡터, e 는 오차 벡터, $\hat{\Psi}$ 은 분광 개산치 벡터라고 정의하자.

측정값 벡터 η 는 다음 식과 같다.

$$\eta = \tilde{W} \Psi + e \quad (2-1)$$

실제분광 Ψ 에 대한 개산치 $\hat{\Psi}$ 는 식 (2-2)와 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{\Psi} = \tilde{W}^{-1} \eta \quad (2-2)$$

그림 2-1은 실제분광 Ψ 로부터 개산치 $\hat{\Psi}$ 를 얻기까지의 분광회복에 대한 블록선도이다.

2. T⁻¹ 분광회복 방법

마스크 투과율 특성 행렬 \tilde{W} 가 비이상적인 투과율 특성을 갖고 단순행렬 (simplex matrix)¹⁾의 코딩을 갖는다고 정의하면 투과율 행렬 \tilde{W} 의 요소인 \tilde{w}_{ij} 는 다음 2가지 요소중 하나의 값을 취한다.

- 1) τ_{0j} , i번째 측정에서 j번째 마스크 요소가 투과 상태일 때
- 2) τ_{ij} , i번째 측정에서 j번째 마스크 요소가 비투과 상태일 때

그러면, 투과율 행렬 \tilde{W} 는 식 (2-3)과 같이 표현된다.

$$\tilde{W} = WT \quad (2-3)$$

여기에서 W 의 요소는 투과 상태일 때 1이고 비투과 상태일 때 0이며, 전달행렬 T 는 마스크의 투과율 특성에 따라 달라진다. 이상적인 마스크에서 T 는 단위행렬 (identity matrix) I 와 같고 비이상적인 투과율 특성을 갖는 전자광학 마스크에서는 T 는 I 와 다른 값을 갖는다.

다음과 같은 행렬과 벡터를 정의해 보자.

$$D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N) \\ = \text{diag}(\tau_{11} - \tau_{01}, \tau_{12} - \tau_{02}, \dots, \tau_{1N} - \tau_{0N}) \quad (2-4)$$

$$1 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \quad (2-5)$$

$$\tau_0 = [\tau_{01} \ \tau_{02} \ \dots \ \tau_{0N}]^T \quad (2-6)$$

그러면 식 (2-3)은 식 (2-7)과 같이 쓸 수 있다.

$$\tilde{W} = WD + 1 \ \tau_0^T = W[D + W^{-1} 1 \ \tau_0^T] \quad (2-7)$$

식 (2-3)과 식 (2-7)을 비교해 보면 전달행렬 T 는 식 (2-8)과 같이 된다.

$$T = D^{-1} - W^{-1} 1 \ \tau_0^T \quad (2-8)$$

Sherman-Morisson 공식⁷⁾을 사용하여 T 의 역행렬인 T^{-1} 를 구하면 다음 식과 같다.

$$T^{-1} = D + q \ D^{-1} 1 \ \tau_0^T \ D^{-1} \quad (2-9)$$

여기서 q 는 식 (2-10)과 같이 표현된다.

$$q = \frac{2}{(N+1) + 2 \sum_{i=1}^N \left(\frac{\tau_{0i}}{d_i} \right)} \quad (2-10)$$

식 (2-2)와 식 (2-3)에서 다음 식과 같은 결과가 나온다.

$$\hat{\Psi} = T^{-1} W^{-1} \eta \quad (2-11)$$

이상적 투과율 행렬 W 를 단순 행렬 S 로 설정하면 식 (2-12)와 식 (2-13)과 같은 순서로 분광 개산치를 얻게 되고, 식 (2-12)의 계산은 고속 하다마드 변환 (fast Hadamard transform; FHT)으로 수행된다^{1), 8)}. 식 (2-11)을 이용한 분광회복 기술은 그림 2-2와 같은 흐름으로 이루어진다.

$$\text{순서 1 : } \hat{\Psi}' = S^{-1} \eta \quad (2-12)$$

$$\text{순서 2 : } \hat{\Psi} = T^{-1} \hat{\Psi}' \quad (2-13)$$

식 (2-9)와 식 (2-13)에서 식 (2-14)와 같이 된다.

$$\hat{\Psi} = D^{-1} [\hat{\Psi}' - q \ 1 \ \tau_0^T \ D^{-1} \hat{\Psi}'] \quad (2-14)$$

여기서 r 를 다음과 같이 정의하자.

$$r = \tau_0^T \ D^{-1} \hat{\Psi}' \quad (2-15)$$

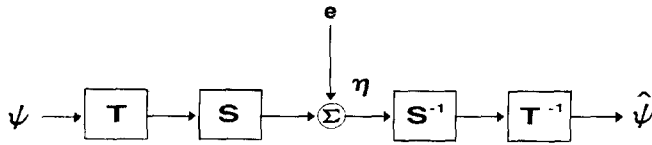


그림 2-2. 고정형 전자광학 마스크 사용시 T⁻¹ 분광회복 기술
Fig. 2-2. T⁻¹ spectrum recovery method using a stationary electro-optical mask

$$= \sum_{i=1}^N \left[\frac{\tau_{oi} \hat{\Psi}'_i}{d_i} \right]$$

식 (2-14)에 식 (2-15)를 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\hat{\Psi} = D^{-1} [\hat{\Psi}' - (qr)] \quad (2-16)$$

식 (2-16)에서 최종적인 개산치는 식 (2-17)과 같다.

$$\hat{\Psi}_i = \left[\frac{\hat{\Psi}'_i - (qr)}{d_i} \right], i=1, \dots, N \quad (2-17)$$

간격기가 없는 구조적으로 이상적인 전자광학 마스크를 사용할 때 평균자승오차 ε는 마스크 요소가 많을 경우 식 (2-18)과 같이 근사화 된다⁹⁾.

$$\epsilon = \frac{4 \sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^2} \quad (2-18)$$

L번의 공가산을 쓸 경우 평균자승오차는 식 (2-19)와 같이 감소한다.

$$\epsilon = \frac{1}{L} \frac{4 \sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^2} \quad (2-19)$$

마스크의 종류 및 설계

하다마드 분광계측기에서 마스크의 역할은 다음과 같이 2가지가 있다.

- 1) 각 주파수별 분광의 투과 및 비투과 상태 설정
- 2) 다중 송신을 위한 주파수별 분광의 선택

1. 기계식 마스크

기계식 마스크의 동작은 그림 3-1과 같이 이동 마스크를 측정시마다 단위요소만큼 왼쪽으로 이동하여 이루어

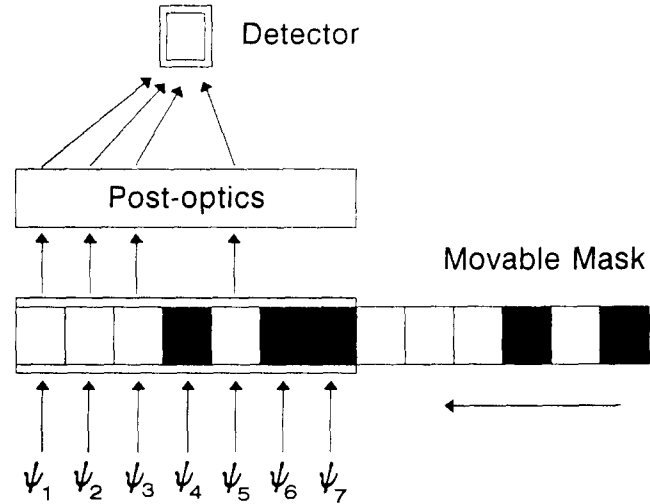


그림 3-1. 기계식 마스크를 사용한 분광계측기의 측정
Fig. 3-1. Measurement of a spectrometer using a mechanical mask

진다. 이상적인 기계식 마스크는 투과시 100%, 비 투과시 0%의 투과율을 갖는다. 그러나 실제 기계식 마스크는 마스크 이동시 재밍과 조정불량이라는 치명적인 단점이 있다. 이 기계적인 단점들은 어떠한 방법으로도 보상이 불가능하다.

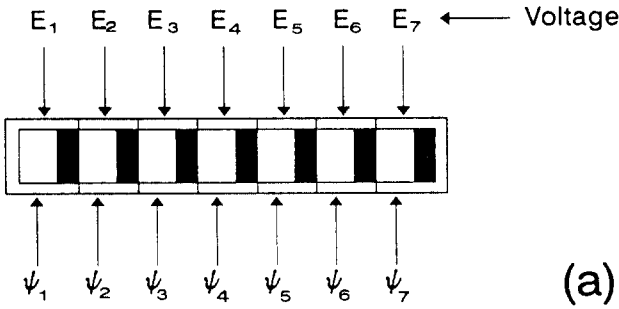
분광회복은 2. 1절의 기본 분광회복 기술로 얻을 수 있으며 마스크의 동작이 이상적인 경우 식 (3-1)과 같이 평균자승오차 ε를 갖는다.

$$\epsilon = \frac{4N \sigma^2}{(N+1)^2} \quad (3-1)$$

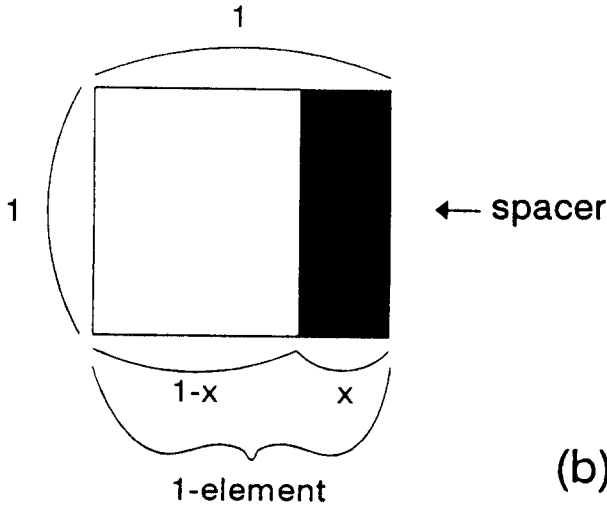
2. 고정형 전자광학 마스크

고정형 전자광학 마스크의 구성은 그림 3-2와 같다. 그림 3-2(a)에서 E₁~E₇은 전압을 표시하며, 코딩 행렬의 1에 해당되는 단위요소에 전압을 가하여 투과상태로 만들고 0에 해당되는 단위요소에 전압을 제거하여 비투과 상태로 만든다. 고정형 전자광학 마스크는 기계적인 재밍이나 조정불량의 단점을 해결하였다.

각 마스크 단위요소마다 정보손실이 0%라고 하면 평균자승오차는 식 (2-19)와 같다. 하지만 고정형 전자광학 마스크는 간격기가 있어 이로 인한 정보손실이 유발된다. 마스크 단위요소 1개의 가로, 세로 길이를 1로 표준화하여 확대해 보면 그림 3-2(b)와 같다. 간격기의 길이는 x이고 실질적으로 0.21 ≤ x ≤ 1의 값을 갖는다. 간격기를 제외한



(a)



(b)

그림 3-2. 전자광학 마스크

(a) 구성도 (b) 단위요소

Fig. 3-2. An electro-optical mask

(a) Schematic (b) 1 element

길이는 $1-x$ 이다. $1-x$ 에 해당되는 면적에서 원광은 투과가 되고 x 에 해당되는 면적에서 원광의 정보는 손실이 되며 최대 100%의 정보가 손실된다.

간격기가 있는 실질적인 고정형 전자광학 마스크를 사용한 분광계측기의 평균자승오차는 다음과 같이 유도된다.

그림 3-2로부터 식 (2-4)와 식 (2-6)은 식 (3-2)과 식 (3-3)으로 수정되고 D 는 D' 으로, τ_0^T 은 $\tau_0'^T$ 으로 대체된다.

$$D' = (1-x)D \quad (3-2)$$

$$\tau_0'^T = (1-x)\tau_0^T \quad (3-3)$$

간격기에 의해 유발된 정보 손실 분광량 벡터를 f 로 정의하자. 그러면 정보 손실에 의한 실제 입력 분광 벡터는 $\Psi - f$ 가 된다. 식 (1-3)에서 투과율 행렬 W 를 단순 행렬 S 로 설정하고 식 (1-1)를 이용하면 다음 식이 얻어진다.

$$\eta = ST(\Psi - f) + e \quad (3-4)$$

식 (3-4)에 의해 분광 개산치 $\hat{\Psi}$ 는 식 (3-5)로 된다.

$$\begin{aligned} \hat{\Psi} &= (ST)^{-1}\eta \\ &= \Psi - f + T^{-1}S^{-1}e \end{aligned} \quad (3-5)$$

여기에서 손실량인 f 와 e 는 서로 독립인 관계에 있기 때문에 중첩(superposition)의 원리를 적용하여 다음과 같이 평균자승오차 ϵ 가 유도된다.

식 (3-5)에서 $e=0$ 일 때,

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E\{(\hat{\Psi}_i - \Psi_i)^2\} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i^2 \end{aligned} \quad (3-6)$$

식 (3-5)에서 $f=0$ 일 때 식 (1-18), 식 (3-2), 식 (3-3)으로부터 N 이 클 경우에 다음 식과 같이 된다.

$$\epsilon_2 = \frac{1}{(1-x)^2} \frac{4\sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^2} \quad (3-7)$$

중첩의 원리에 의해 전체 평균자승오차는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_1 + \epsilon_2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i^2 + \frac{1}{(1-x)^2} \frac{4\sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^2} \end{aligned} \quad (3-8)$$

정보 손실율의 요소인 p_i 를 정의하자.

$$P_i = \frac{f_i}{y_i}, \quad i=1, \dots, N \quad (3-9)$$

식 (3-9)로부터 정보 손실율 행렬 P 를 정의할 수 있다.

$$P = \text{diag}(p_1, p_2, \dots, p_N) \quad (3-10)$$

식 (3-10)을 이용하여 식 (3-4)를 수정하면 다음 식이 된다.

$$\eta = ST(\Psi - P\Psi) + e \quad (3-11)$$

분광 개산치 $\hat{\Psi}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\Psi} = \Psi - P\Psi + T^{-1}S^{-1}e \quad (3-12)$$

식 (3-12)를 이용하여 평균자승오차 ϵ 를 구해 보면 식 (3-13)과 같이 된다.

$$\epsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i^2 \Psi_i^2 + \frac{1}{(1-x)^2} \frac{4\sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N 1 \quad (3-13)$$

여기에서 L번의 공가산을 적용하면 ϵ 은 다음과 같다.

$$\epsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i^2 \Psi_i^2 + \frac{1}{L} \frac{1}{(1-x)^2} \frac{4\sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^2} \quad (3-14)$$

식 (3-14)의 오른쪽 첫번째 식은 공가산으로 줄어들지 않는다. 식 (3-6)의 고유한 정보손실이 있기 때문에 평균자승오차 ϵ 는 고유 정보손실량 이하로 줄어들지 않는다.

3. 복합개념 전자광학 마스크의 설계

1) 복합개념 마스크의 구성요소

복합개념 전자광학 마스크는 고정형 전자광학 마스크의 간격기에 의한 정보손실과 기계식 마스크의 재밍과 조정 불량량의 단점을 없애기 위하여 설계된다.

복합개념 마스크는 다음과 같이 3가지 기본 구성요소로 되어 있고 그림 3-3과 같다.

- 1) 이동 마스크 (movable mask)
- 2) 마스크 차단벽 (mask blocking barrier)
- 3) 빛 차단벽 (light blocking barrier)

이동 마스크는 단위요소 만큼만 왼쪽 또는 오른쪽으로 움직이는 동작을 하며 on-off 마스크의 길이와 간격기의 길이는 동일하다. 마스크 차단벽은 마스크가 움직일 때의 관성을 차단하여 기계적인 오동작과 조정불량을 방지한다. 빛 차단벽은 마스크 단위요소 하나의 길이로 제작되며 원하는 분량의 주파수 대역을 얻기 위해 사용된다.

2) 동작

복합개념 전자광학 마스크를 사용한 분광계측기의 분광 회복에 필요한 가정은 다음과 같다.

- 1) 측정값 η_j 에 연관된 오차 c_{ai} 와 c_{bi} 는 임의의 변수이고 검파기에 입사되는 빛의 양과는 무관하다.
- 2) c_{ai} 와 c_{bi} 각각의 평균값은 영이다.

$$E\{c_{ai}\} = 0, \quad E\{c_{bi}\} = 0$$

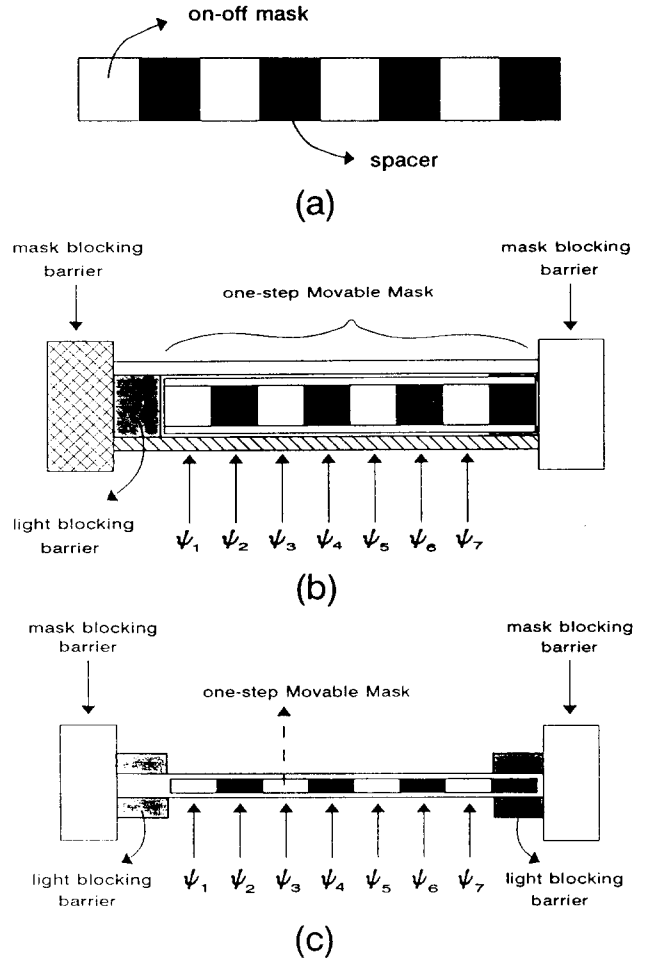


그림 3-3. 복합개념 전자광학 마스크의 구성도

(a) 이동 마스크 (b) 정면도 (c) 평면도

Fig. 3-3. Schematic of an MCEOM

(a) movable mask (b) a front view (c) a plane figure

3) c_{ai} 와 c_{bi} 는 서로 독립이다.

$$E\{c_{ai} c_{aj}\} = 0, \quad i \neq j$$

$$E\{c_{bi} c_{bj}\} = 0, \quad i \neq j$$

$$E\{c_{ai} c_{bj}\} = 0,$$

4) c_{ai} 와 c_{bi} 는 동일한 분산 σ^2 을 갖는다.

$$E\{c_{ai}^2\} = E\{c_{bi}^2\} = \sigma^2$$

복합개념 전자광학 마스크를 사용할 경우 N개의 주파수에 해당하는 분광 개산치를 얻기 위해 2N번의 측정이 필요하다.

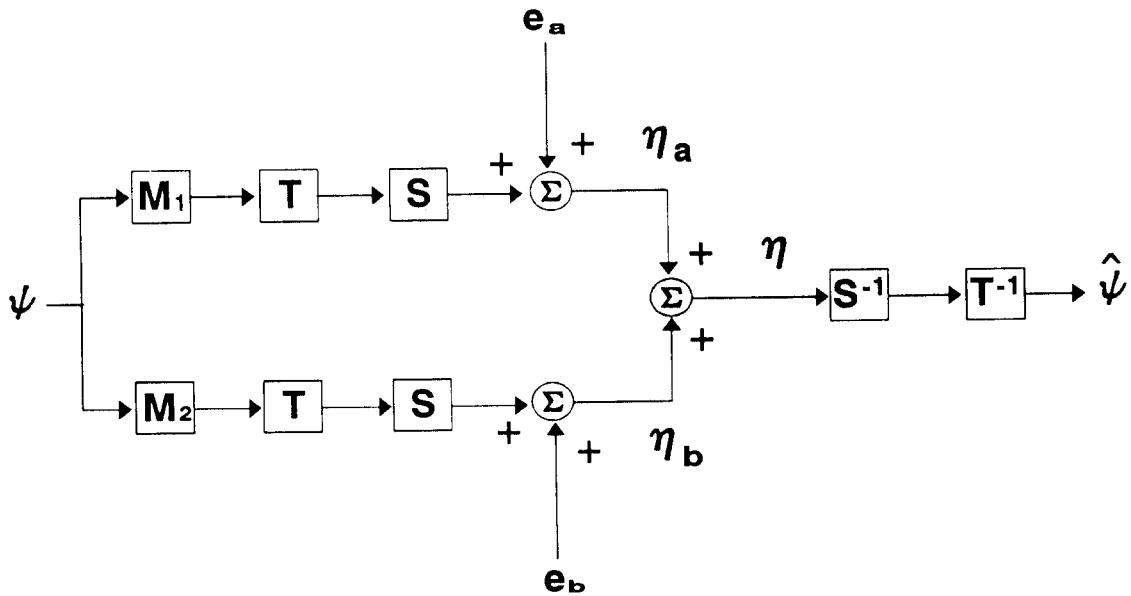


그림 3-4. 복합개념 전자광학 마스크 사용시 T⁻¹ 분광회복 기술
Fig. 3-4. T⁻¹ spectrum recovery method using an MCEOM

N-정방 대각선 행렬 M₁ 과 M₂ 를 정의하자.

$$M_1 = \text{diag}\{1\ 0\ 1\ 0\ \dots\ 0\ 1\} \quad (3-15)$$

$$M_2 = \text{diag}\{0\ 1\ 0\ 1\ \dots\ 1\ 0\} \quad (3-16)$$

식 (3-15)와 식 (3-16)에서 식 (3-17)를 얻을 수 있다.

$$M_1 + M_2 = I \quad (3-17)$$

측정값 벡터 η_a 와 η_b 를 정의하자.

$$\eta_a = STM_1\Psi + e_a \quad (3-18)$$

$$\eta_b = STM_2\Psi + e_b \quad (3-19)$$

그러면 식 (3-18)과 식 (3-19)에 의해 최종 측정값 벡터 η 를 얻는다.

$$\eta = \eta_a + \eta_b \quad (3-20)$$

식 (3-17)을 이용하면 식 (3-20)로부터 식 (3-21)이 유도 된다.

$$\eta = ST\Psi + (e_a + e_b) \quad (3-21)$$

분광 개산치 벡터 Ψ^h는 식 (3-22)와 같다.

$$\Psi^h = \Psi + T^{-1}S^{-1}(e_a + e_b) \quad (3-22)$$

위의 과정을 도식적으로 표현하면 그림 3-4와 같다. 또한 그림 3-5는 7개의 분광을 측정하는 예를 보여 준다.

식 (3-22)을 이용하여 평균자승오차 ε를 구하면 N이 클 때 다음 식과 같다.

$$\epsilon = 2 \frac{4\sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^2} \quad (3-23)$$

2L번의 공가산을 사용하면 ε은 다음 식과 같다.

$$\epsilon = \frac{1}{L} \frac{4\sigma^2}{(N+1)^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{b_i^2} \quad (3-24)$$

2L번의 공가산을 사용할 경우의 평균자승오차는 간격 기가 없는 이상적인 전자광학 마스크를 사용할 때의 평균자승오차와 같다. 즉, 식 (2-19)와 동일하다. 그러므로 복합개념 전자광학 마스크를 사용할 때 식 (2-19)와 동일한 평균자승오차 ε을 얻기 위해서는 2N번의 측정회수와 2L번의 공가산이 필요하다.

복합개념 전자광학 마스크를 사용할 때 N개의 주파수

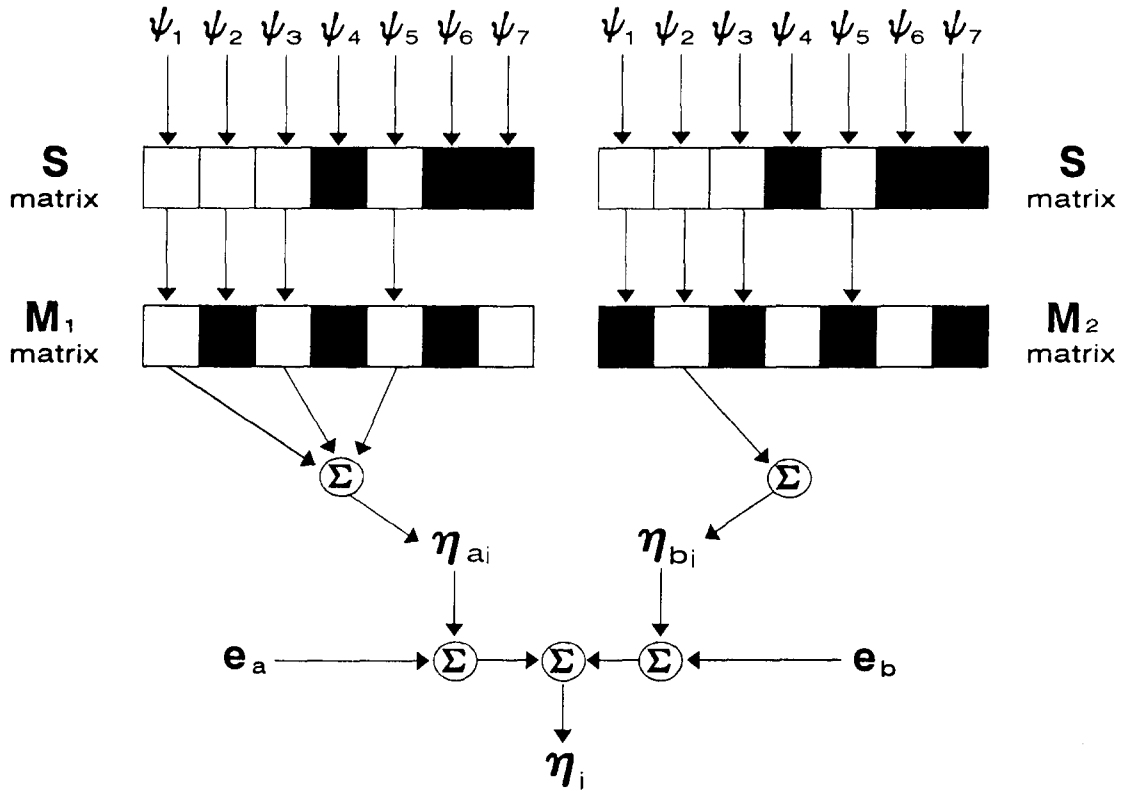


그림 3-5. 복합개념 전자광학 마스크 사용시 7개의 실제분광 측정
 Fig. 3-5. Measurement of 7-element spectrums using an MCEOM

별 분광 개산치를 얻기 위해서는 $(N+1)/2$ 개의 on-off 마스크 단위요소만 필요하다. 그러므로 기존의 전자광학 마스크를 사용할 때보다 비용이 절감된다.

컴퓨터 모의실험 및 결과고찰

컴퓨터 모의실험을 위해 다음과 같은 6가지 기본사항을 가정하였다.

- 1) 입력분광(input spectrum)은 그림 4-1과 같고 마스크 단위요소의 갯수는 255개이다.
- 2) 마스크의 비이상적 투과율 특성은 그림 1-2와 같다.
- 3) 입력분광은 52, 112, 162, 170, 222의 해당 마스크 단위요소에서 1, 0.8, 0.8, 0.8, 0.9의 피크값(peak value)을 취한다.
- 4) 마스크 단위요소 162, 170사이의 분광의 형태는 2중(doublet)형태이다.
- 5) 검파기에 의해 유발되는 잡음은 평균이 영인 백색잡음(white noise)이며 분산이 0.1이고 가우시안 분포

(gaussian distribution)를 갖는다.

- 6) 감소된 분산을 얻기 위해 공가산을 이용하고 공가산 횟수는 L로 정한다.

본 컴퓨터 모의 실험에서는 간격기가 있는 고정형 전자광학 마스크와 복합개념 전자광학 마스크가 사용되었다. 간격기에 의한 정보 손실율을 그림 4-2와 같다고 가정할 때 간격기가 있는 고정형 전자광학 마스크를 사용하여 얻은 출력 분광은 그림 4-3과 같다. 또한 복합개념 마스크를 사용하여 얻은 출력분광은 그림 4-4와 같다. 표 4-1은 이러한 2가지 마스크 사용에 따른 평균자승오차를 보여준다.

간격기가 있는 고정형 전자광학 마스크를 사용하여 얻은 출력분광을 보여주는 그림 4-3을 그림 4-1의 입력분광과 비교해 볼 때, 출력분광의 피크값이 현저히 줄어들었을 뿐만 아니라 피크의 모양도 달라졌다. 또한 피크의 상대적 크기에 도 변화가 생겼다. 그림 4-3(b)에서 출력의 피크값은 0.75982, 0.59242, 0.41986, 0.50294, 0.74847으로 입력분광의 피크값 1, 0.8, 0.8, 0.8, 0.9에 비해 차이가 많이 남을 수치적으로 확인할 수 있다. 이와 같이 입력분광의 피크값

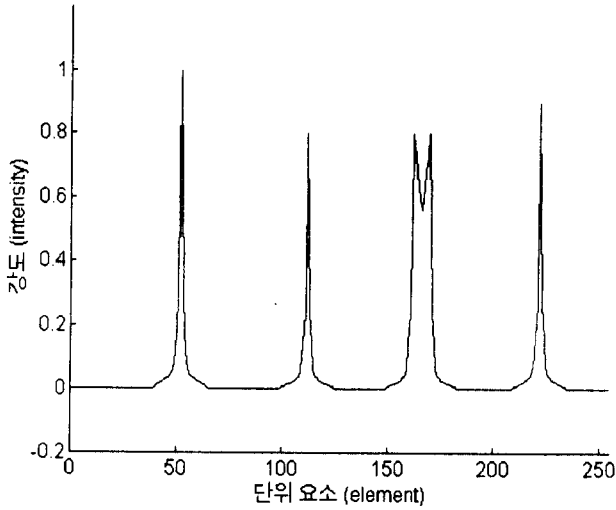


그림 4-1. 입력분광
Fig. 4-1. Input spectrum

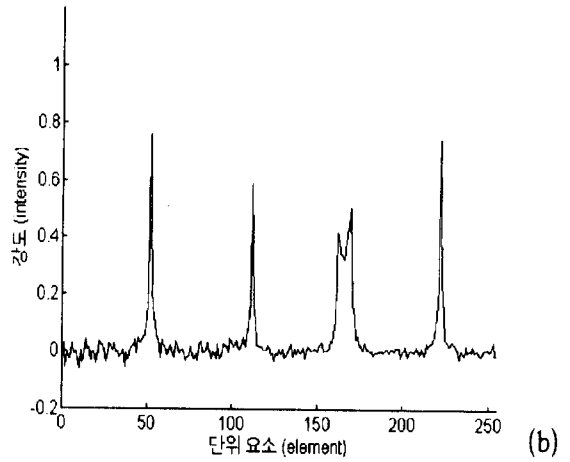
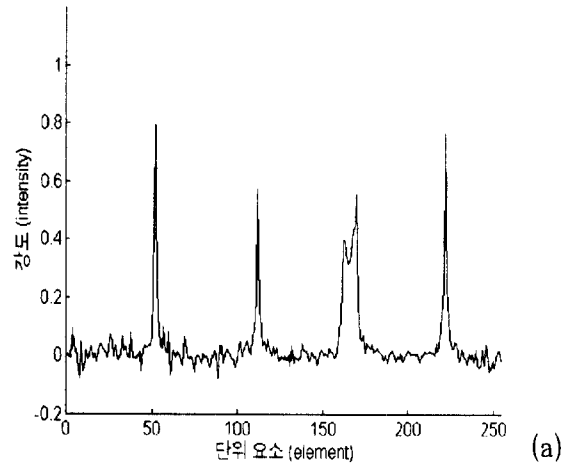


그림 4-3. 간격기에 의한 비균일 손실율을 갖는 고정형 전자광학 마스크 사용시 출력분광
(a) L=50 (b) L=100
Fig. 4-3. Output spectrum using a stationary electro-optical mask with non-constant losses caused by spacers
(a) L=50 (b) L=100

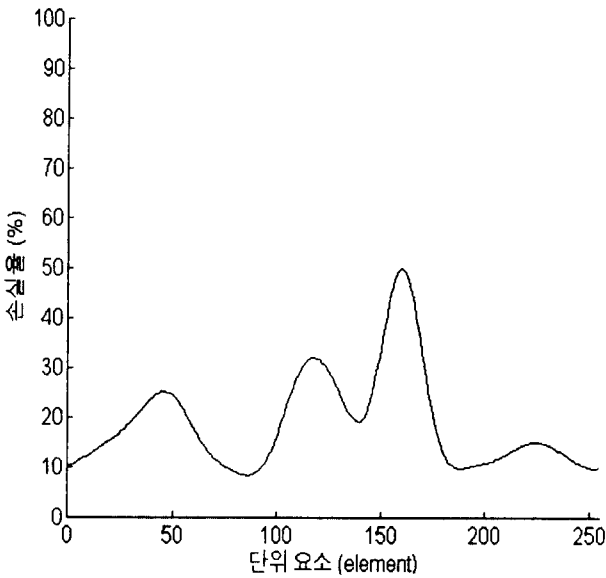


그림 4-2. 간격기에 의한 비균일 정보 손실율
Fig. 4-2. Non-constant information loss ratio caused by spacers

에 대한 오차가 심한 이유는 간격기에 의한 고유정보의 손실 때문이다. 표 4-1에서 공가산 횟수가 50번일 때의 평균자승오차는 0.00436489이고 공가산 횟수가 100번일 때의 평균자승오차는 0.0014054이다. 공가산 횟수를 2배로 하였을 때에도 불구하고 평균자승오차가 0.00022435밖에 줄어들지 않는 이유는 간격기에 의한 고유한 정보 손실이 있기

때문이다.

복합개념 전자광학 마스크를 사용했을 때, 출력분광은 입력분광과 거의 동일하다. 그림 4-4(b)에서 출력 분광의 최대값은 1.00570, 0.82433, 0.79219, 0.79354, 0.89195으로서 입력 분광의 피크값과 거의 같다. 또한 피크의 모양과 상대적 크기도 회복되었다. 표 4-1에서 공가산 횟수가 100번일 때의 평균자승오차는 0.00061641이고 공가산 횟수가 200일 때의 평균자승오차는 0.00028843이다. 공가산 횟수를 2배로 증가하자 평균자승오차는 약 1/2로 감소하였다. 이는 간격기에 의한 정보의 손실이 없음을 보여주는 것이다. 또한 간격기가 있는 고정형 전자광학 마스크를 사용한 것보다 현저히 작은 평균자승오차를 갖는다.

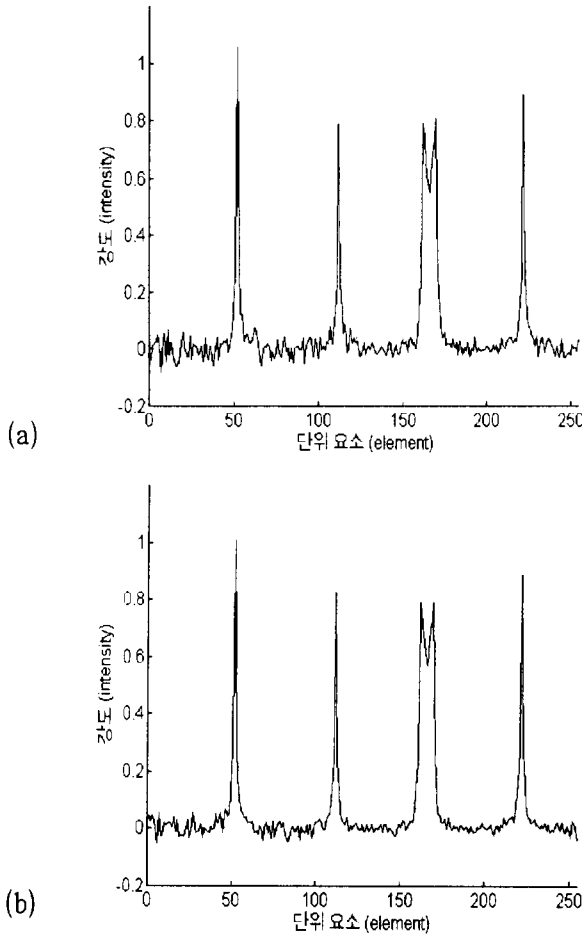


그림 4-4. 복합개념 전자광학 마스크 사용시 출력분광
 (a) L=100 (b) L=200
 Fig. 4-4. Output spectrum using an MCEOM
 (a) L=100 (b) L=200

결 론

간격기의 길이를 마스크의 단위요소의 길이만큼 확장하여 복합개념 전자광학 마스크를 설계하고 기존의 고정형 전자광학 마스크와의 성능을 컴퓨터 모의실험을 통해 비교해 본 후 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 기존의 고정형 전자광학 마스크는 간격기에 의한 정보 손실을 유발하지만 복합개념 전자광학 마스크를 사용한 분광계측기에서는 간격기에 의한 정보손실이 없다.
- 2) N개의 주파수별 분광을 측정하고자 할 때, (N+1)/2 개의 on-off 마스크 단위요소만이 필요하기 때문에 N 개가 필요한 기존의 고정형 전자광학 마스크에 비해 마스크 제작 비용을 줄일 수 있고 마스크 제어가 간단

표 4-1. 2가지 종류의 마스크 사용시 평균자승오차

Table 4-1. Average mean square error using 2 types of masks

마스크 종류	정보손실	공가산 횟수 (L)	평균자승오차 (AMSE)
간격기가 있는 전자광학 마스크	P-행렬에 의존한 비균일 손실	50	0.00436489
		100	0.00414054
복합개념 전자광학 마스크	없음	100	0.00061641
		200	0.00029843

하다.

- 3) N개의 주파수별 분광을 측정하고자 할 때, 2N번의 측정이 필요하기 때문에 N번의 측정이 필요한 기존의 고정형 전자광학 마스크에 비해 측정속도가 느린 단점이 있다.

참 고 문 헌

1. M. Harwit and N. J. A. Sloane, *Hadamard Transform Optics*, Academic Press, 1979.
2. R. M. Hammaker, J. A. Graham, D. C. Tilotta and W. G. Fateley, *Vibrational Spectra and Structure*, Elsevier Science Publishing Company, vol. 15, pp. 401~485, 1986.
3. D. C. Tilotta, R. M. Hammaker and W. G. Fateley, "A Visible Near-Infrared Hadamard Transform Spectrometer Based on a Liquid Crystal Spatial Light Modulator Array: A New Approach in Spectrometry," *Applied Spectroscopy*, vol. 41, no. 5, pp. 727~734, 1987.
4. S. A. Dyer and J. B. Park, "The Effect of a Single Defective Mask Element on the Multiplex Advantage in Hadamard Transform Spectroscopy," *Applied Spectroscopy*, vol. 43, no. 2, pp. 278~282, 1989.
5. T. W. Johnson, J. B. Park, S. A. Dyer, B. K. Harms and R. A. Dyer, "An Efficient Method for Recovering the Optimal Unbiased Linear Spectrum-Estimate from Hadamard Transform Spectrometers Having Nonideal Masks," *Applied Spectroscopy*, vol. 43, no. 5, pp. 746~750, 1989.
6. Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, Wiley, chap. 4, 1987.
7. G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press, p. 3, 1979.
8. B. K. Harms, J. B. Park, and S. A. Dyer, "On the Use of Fast Hadamard Transforms for Spectrum Recovery in Hadamard Transform Spectroscopy," *Applied Spectroscopy*, vol. 46, no. 9, pp. 1358~1361, 1992.
9. J. B. Park, T. W. Johnson, S. A. Dyer, B. K. Harms, and R. A. Dyer, "On the Mean-square Error of Various Spectrum-Recovery Techniques in Hadamard Transform Spectrometry," *Applied Spectroscopy*, vol. 44, no. 2, pp. 219~228, 1990.