

해설

페트리 넷 이론의 기초

이 동 의 †

❖ 목 차 ❖

- | | |
|------------------|--------------------|
| 1. 서론 | 3. PN의 해석 문제 및 해석법 |
| 2. 페트리 넷 및 확장 모델 | 4. 결론 |

1. 서론

1970년대의 마이크로 프로세서의 출현으로 시작된 정보화의 물결이, 제3차 산업혁명이라 불리는 정보화에 의한 급격한 사회변혁을 가져왔다. 더우기 작금의 소련의 붕괴와 WTO 체제의 발족 등, 국제 정치, 경제상의 역사적 전개를 볼때 정보화 사회의 본질적 측면은 top-down의 집중 관리형 사회구조로부터, 독립개체에 대한 정보의 자유로운 접근(access)이 허용되어, 이에 대한 독립 개체의 판단과 그들간의 협조를 중시하는 분산협조형 사회 구조로의 변화라고 할 수 있다. 정보처리 분야에 있어서도 downsizing 혹은 객체 지향(object-oriented)의 개념등의 출현에서 볼 수 있는 바와 같이 top-down 명령 실행형의 집중관리형 정보처리 형태로부터 분산 협조형 정보 시스템으로의 이행이 제창된지 오래이며 이와 같은 발상전환을 지지(support)하기 위한 정보 처리학에서의 새로운 기초이론을 수립하는 것이 시급한 과제이다.

1962년 Carl A. Petri가 Bonn 대학에 제출한 박사논문 "Communication with Automata"[1]

에서 제안한 이래 30여 년간 시스템 이론의 중요한 분야로써 컴퓨터 H/W 와 S/W, 컴퓨터 네트워크, 통신 시스템 및 생산시스템[2~6] 등의 응용분야에서 그 유용성이 널리 인식되어 있는 페트리 넷은 상기 분산 협조형 정보 시스템에 이론적 기초를 제공한다. 즉 Petri가 구상한 시스템의 개념에는 어떠한 집중관리기구도 공통시간(universal time)도 존재하지 않으며 시스템을 구성하는 각 개체는 서로 대등하게 자신의 판단에 의해서 비동기적, 비결정적으로 동작한다. 그러므로 이와같은 시스템을 고찰하고자 할때에는 개체간의 통신과 그에 의한 협조에 관한 엄밀한 의미에서의 정식화가 가장 중요한 과제가 된다. 종래의 시스템에 있어서는 효율(performance) 및 최적화가 중심적 과제이지만, 여기에서는 시스템의 유지(deadlock freeness)와 perfromability가 중심과제이다. 더우기 공유 자원의 유한성 이외에는 아무런 제약도 없는, 소위 완전 민주적(totally democratic) 세계이며[8, 9], 이러한 시스템에 있어서 효율 및 최적성의 추구는 불가능하거나 2차적 문제가 된다.

당초 페트리 넷은 Automata 이론 혹은 Formal language 이론의 확장으로 간주되어 왔다.

† 통신회원: 광주과학기술원 정보통신공학과

그러나 개체의 자동화를 넘어, 개체 간의 통신과 협조에 의한 집단의 자동화를 추구하는 페트리 넷 이론이 종래 이론의 확장에 그치지 않고, 분산협조(distributed cooperative) 혹은 자율 분산(autonomous decentralized) 시스템의 이론적 기초를 제공하는 새로운 시스템 이론으로 이해되는 것은 바람직하다. 본 해설에서는 이러한 시스템 개념을 염두에 두고 페트리 넷 이론에 대해 간략히 소개한다.

2. 페트리 넷 및 확장 모델

페트리 넷은 병행적(Concurrent), 비동기적(Asynchronous), 분산적(Distributed or Decentralized)으로 사상(event)이 발생하는 시스템을 표현하기 위한 수학적 모델이다. 페트리 넷의 모델화 대상이 되는 시스템은, 상태가 사상의 발생에 의해 변화하는 사상 구동형(event driven) 시스템이다. 또한 사상은 어떤 시점에 있어서 순간적으로 발생하며, (즉 정보전달에 걸리는 시간은 물리 법칙에 따르지 않고 0이라고 가정한다), 다음 사상이 발생할 때까지 상태는 변화하지 않는다고 가정한다.

이러한 성질을 가지는 시스템을 통상 이산사상 시스템(Discrete event System, 이하 DES라 기술) 혹은 발생 사상간의 병행성을 강조하기 위해 병행 시스템(Concurrent System, CS)이라 한다. DES로 분류되는 대상으로는 컴퓨터 S/W, H/W, 컴퓨터 네트워크, 생산 시스템, 통신 시스템 등이 있다. 페트리 넷에 의한 모델화에 있어서 특징적인 측면은 상태의 분산성과 사상 발생의 국부성에 있다. 전체 시스템의 상태는 국부적으로 정의되는 상태의 집합으로 표현되며, 사상은 미리 정해진 조건을 만족할때, 혹은 미리 정해진 상태에 있을때 발생가능하다. 따라서 발생 조건을 공유하지 않는 복수의 사상은 상호 독립하여 발생하며, 이 독립성에 의해 병행성과 비동기성의 표현이 가능해진다.

페트리 넷에는 <표 1>에서 보는 바와 같이 목

적에 따라 복수개의 모델(기본 페트리 넷과 그 확장)이 존재한다. 기본 모델은 사상 발생의 논리적 관계만을 표현한 place/transition Nets (PN)이다. PN에는 구조 혹은 동작에 관해 어떤 제한을 가한 부분 클래스가 정의된다. 또한 사상의 발생에 관한 지연을 표현하여, 성능평가 모델로 이용하기 위해 PN에 시간 개념을 도입한 것이 시간 페트리 넷(TPN: Timed Petri Nets) [11, 12] 및 확률 페트리 넷(SPN: Stochastic Petri Nets) [13, 14]이 있다. PN은 단순한(primitive) 모델이기 때문에, 실용적 대상을 모델화하면 넷이 너무 커지거나 복잡하게 되는 결점이 있다.

<표 1> 페트리 넷의 분류

Petri Net	
논리적 관계의 표현	시간 도입
Place/transition net (PN)	Timed Petri net (TPN)
High level Petri net (HPN)	
Colored Petri net (CPN)	Stochastic Petri net (SPN)
Predicate/transition net (PrT)	

이를 극복하기 위해 고안된 모델이 추상 데이터 형(Abstract Data Type) 혹은 First Order Predicate Logic에 의한 상태 천이 규칙의 기술을 도입한 것으로 High Level Petri Nets (HPN)이 있으며, HPN으로 분류되는 모델로서는 Colored 페트리 넷(CPN) 및 Predicate/Transition Nets(PrT net)이 있다. 이하에서는 지면 관계상 PN에 대해 상술하기로 한다

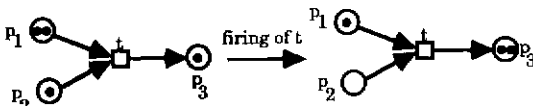
Petri Net의 구조 $N=(P,T;F)$ 는, place의 유한 집합(P), transition의 유한 집합(T)의 2종류의 절점(node)의 집합과, 그들간의 논리적 입력력 관계를 나타내는 $arc(F=\{P \times T \cup T \times P\})$

의 집합으로 정의되는 bipartite 그래프이다. 그래프에서 place는 ○, transition은 □ 으로 나타낸다.

place에 의해 사상 발생에 관한 시스템의 국부적 조건 혹은 상태를 나타내고, transition에 의해 국부적 사상의 발생을 나타낸다. 또한 한개의 place 혹은 transition에 의해 하위 시스템의 복잡한 부분 시스템을 표현할 수 있다. place → transition과 transition → place의 arc는 각각 사상의 발생에 대응하는 전제 조건(precondition)과 사후의 성립조건(post-condition)과의 관계를 명시적으로 표현한다. 시스템의 조건(상태)-사상간의 구조적(structural) 혹은 정적(static)관계는 그래프에 의해 간결하게 표현된다. 또한 각 place에 토큰(token, 로 표시)을 배치하여 place에 대응하는 조건 혹은 상태의 성립을 표현한다. 이에 따라 사상의 발생(transition의 점화(fire))에 의한 토큰 분포의 변화로 시스템의 동작(behavior)을 표현한다.

일반적으로 PN에서는 1개의 place에 대해 복수의 토큰이 허용되며, 각 place상의 토큰 수를 성분으로 하는 자연수(0과 양의 정수의 집합) 벡터 M을 marking이라 하며 M(p)는 marking M에서 place p상에 있는 토큰 수를 표시한다. 여기에서, 구조 N에 marking M을 추가하여 PN = (P, T ; F, M)으로 나타내기로 한다.

PN에서의 marking의 천이에 관한 transition의 점화 규칙(firing rule)은 어떤 marking M에 있어서, transition t의 모든 입력 place에 1개 이상의 토큰이 존재할 때, t는 M에서 점화 가능이라 하고 t의 점화에 의해 M은 다음과 같이 정의되는 M'로 천이한다(그림 1 참조).



(Fig. 1) Firing of a transition in Petri Nets

$$\begin{aligned}
 M'(p) &= M(p) + 1 && \text{if } p_i \in t' \wedge p_i \notin t, \\
 M'(p) &= M(p) - 1 && \text{if } p_i \in t' \wedge p_i \in t, \\
 M'(p) &= M(p) && \text{otherwise.}
 \end{aligned}$$

단, t' 와 t' 는 각각 t의 모든 출력 place 및 입력 place의 집합이다. transition t가 M에서 점화 가능하다는 것은 M[t> 로 나타내고, t가 점화하여 M이 M' 으로 천이하는 것은 M[t>M' 으로 나타낸다. 또한 점화 계열(firing sequence) $\sigma = t_1 t_2 \dots t_n, \sigma \in T^*$, 이 존재하여, M이 M' 으로 천이할 때 M' 은 M으로부터 도달 가능(reachable) 이라 하고 M[σ>M' 으로 표시한다. 즉 M₀=M, M_n=M' 이라 했을때

$$M_{i-1}[t_i > M_i, i=1,2,\dots,n,$$

을 의미하며 각 transition의 점화에 있어서 토큰 수는 자연수의 값을 가진다.

대상 시스템의 초기 상태에 대응하는 초기 marking M₀가 주어져 있다고 하자. 이때 점화규칙에 따라 가능한 모든 marking, 즉 시스템의 전 상태 공간(state space)을 생성하면 시스템의 동작 파악이 가능해진다. 이와 같은 marking의 집합을 M₀의 도달 가능집합 혹은 가도달 집합 (the set of reachable markings) 이라 하고 R(M₀)로 표시한다.

3. PN의 해석 문제 및 해석법

이장에서는 PN에 있어서의 몇가지 기본 문제를 정의하고 그 해석 방법에 대하여 고찰한다.

3.1 해석 문제

유계성 문제(Boundedness) : $\forall M \in R(M_0)$ 에 대해, $M(p_i) \leq k, i=1,2,\dots,n,$ 가 성립하는가를 판정하는 문제이다. 특히, k=1의 유계성이 성립할때 PN은 safe라 한다.

유계성 문제는 대상 시스템의 overflow의 가능성을 PN에 의해 형식화한 것이다.

도달 가능성 문제(Reachability) : 주어진 목표 marking M 과 초기 marking M_0 에 대해, M 이 M_0 로부터 도달 가능한가를 판정하는 문제.

도달 가능성 문제는 시스템의 제어를 생각할때 본질적인 문제이다.

활성 문제(Liveness) : $\forall M \in R(M_0), \forall t \in T$ 에 대하여, $M[t >$ 인 marking $M', M' \in R(M)$, 이 존재할때 PN은 활성(Live)라 한다.

활성 문제는 deadlock-freeness의 PN에 의한 형식화이다.

3.2 해석 방법

3.1절에서 정의한 페트리 넷의 기본 문제를 해결하기 위한 방법으로는, 도달 가능 트리(reachability tree, 이하 RT로 표시), 상태 방정식(state equation), PN의 구조 및 동적 성질의 관련성(structure analysis)에 주목하는 방법이 있다.

RT는 가도달 집합 $R(M_0)$ 의 각 marking을 node로 하여 그 node에 이르는 점화 계열을 arc에 대응시켜 $R(M_0)$ 를 하나의 tree로 구성한 것이다. 어떤 PN에 대해서도 RT는 구성할 수 있으나, 구성에 필요한 계산량(computational complexity)이 주어진 페트리 넷의 규모(size)인 $\text{Max}(n,m)$, 단 $n = |P|, m = |T|$, 에 대하여 $O(2^{\text{max}(n, m)})$ 이기 때문에 실용적으로 적용 가능한 페트리 넷의 크기에 제약이 있다.

한편 PN의 상태 방정식은 다음 식과 같이 정의된다

$$M = M_0 + A \Sigma \tag{1}$$

단, $A = (a_{ij}), a_{ij} = a_{ij}^+ - a_{ij}^-$

$$a_{ij} = 1 \text{ if } p_i \in t_j, \\ 0 \text{ otherwise}$$

$$a_{ij}^- = 1 \text{ if } p_i \in t_j, \\ = 0 \text{ otherwise}$$

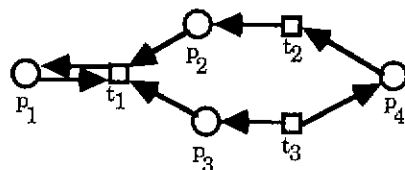
로 정의되는 PN의 접속 행렬(incidence ma-

trix)이다. 정의로 부터 PN의 상태 방정식은 marking의 변화를 대수 방정식으로 표현한 것으로서 페트리 넷의 성질을 연립 방정식의 자연수 해의 존재 문제로 고찰할 수 있으므로 편리하다. 그러나, 이를 이용하여 효율적으로 풀 수 있는 문제는 한정되어 있으며, 이에 관해서는 3.2.2절에서 조금 상세하게 다루기로 한다. 해석 대상을 어떤 부분 클래스(subclass)-어떤 구조적 제한을 부과가 클래스-에 한정하면 강력한 해석 방법이 된다[10].

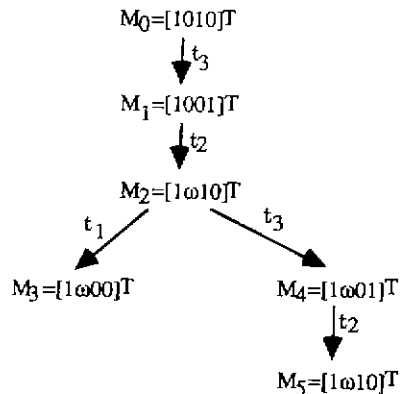
페트리 넷의 구조와 동적 성질의 관련성에 주목한 해석 방법은, 대규모 페트리 넷의 해석방법의 개발에 있어서는 중요하며, 이에 관해서는 현재에도 많은 연구가 계속되고 있다.

3.2.1 Reachability tree(RT)

도달 가능 집합 $R(M_0)$ 는 PN이 유계(bounded)가 아니면 무한 집합(infinite set)이 된다. 그러한 경우, 유한한 RT를 구성하기 위하여 ω 라는 기호를 도입한다. ω 는 자연수 n 에 대해 $\omega > n, \omega + n = \omega, \omega - n = \omega$ 의 성질을 가진다.



(Fig. 2) The Petri Net in Example 1



(Fig. 3) Reachability tree for the Petri net in Fig. 2

RT의 node(marking)에 ω 가 출현하면 그 성분이 무한히 증가하는 것을 의미한다.

[예제 1] (그림 2)의 PN의 초기 marking $M_0 = (1010)^T$ 을 root로 하는 RT를 작성해 보도록 하자. M_0 에서 t_3 가 점화 가능하여, $M_0[t_3]$, t_3 의 점화후 $M_0[t_3]M_1=(1001)^T$ 가 된다. $M_1[t_2 >]$ 이며, $M_1[t_2 >]M_2'=(1110)^T$ 가 된다. 여기에서 $M_2' \geq M_0$ 이며 $M_2'(p_2) > M_0(p_2)$ 이므로 M_2' 에서 다시 점화계열 t_3t_2 의 반복이 가능하여, 이를 반복하면 p_2 상의 토큰수는 무한히 증가하므로 M_2' 은 $M_2=(1\omega 10)^T$ 로 바꾼다. 이때 M_2 에서는 t_1 과 t_3 가 점화 가능하며, 먼저 t_1 을 점화하면 $M_2[t_1 >]M_3=(1\omega 00)^T$ 가 되나 M_3 에서는 점화가능한 transition이 없으므로 M_3 는 RT의 leaf가 한다. 한편, M_2 에서 t_3 을 점화시키면 $M_2[t_3 >]M_4=(1\omega 01)^T$ 가 되어 M_4 에서 t_2 가 점화하여 $M_4[t_2 >]M_5$ 가 되나 $M_5=M_2$ 이다. 즉 이 이상 점화를 계속하여도 새로운 marking이 출현하지 않으므로 (그림 3)과 같은 최종RT를 얻는다.

RT를 구성하는 일반적 알고리즘은 문헌[10]에 있으나, [예제 1]로부터 알 수 있는 바와 같이 임의의 PN의 RT는 항상 유한하며 다음과 같은 성질을 갖는다.

- 1) PN이 유계(bounded) \Leftrightarrow RT 어떤 node도 ω 를 포함하지 않는다.
- 2) PN이 safe \Leftrightarrow RT의 모든 node가 0 혹은 1밖에 포함하지 않는다.
- 3) 어떤 transition t 가 점화되지 않는다 \Leftrightarrow RT의 어떤 arc에도 t 가 출현하지 않는다
- 4) 어떤 marking M 을 피복(cover)하는, $M \leq M' \in R(M_0)$, M' 이 존재한다.
 \Leftrightarrow RT상에 $M \leq M'$ 인 node M' 이 존재한다.

RT의 이러한 성질들로부터 RT를 이용하여 풀 수 있는 문제는 유계성 문제와 피복가능성(coverability)문제이다. 즉, RT를 유한하게 하기 위해 ω 를 도입함으로써 RT에서는 $R(M_0)$ 의 정보가 일부 누락되어 도달 가능성(Reachability)의 문

제와 활성(Liveness)의 문제는 해결되지 않는다. RT는 이를 구성하는데 막대한 계산량을 필요로 하여 일반적으로 풀 수 있는 문제의 규모(size)가 한정되기 때문에, 필연적으로 그 적용 범위가 한정된다. 그러므로 PN에 의해 모델화된 실제 시스템은 대부분 유계이므로 RT를 생성하면 많은 해석 문제(물론 Reachability를 포함)가 해결 가능하나, 계산량의 문제 때문에 적용 가능한 시스템의 규모에 많은 제한이 있다.

이때 계산량의 문제를 해결하기 위해 Divide and Conquer 를 도입하여 문제를 작은 규모로 분할하여 각각에 대해 부분 RT를 생성한 후 이를 취합하여 전체 시스템의 작아진(Reduced) RT의 생성에 의한 해석 방법에 관한 앞으로의 연구가 필요하다.

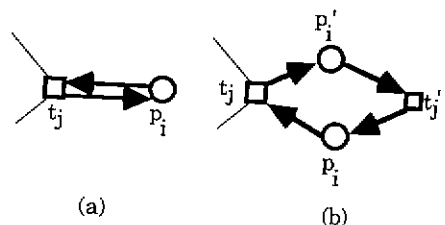
3.2.2 상태 방정식

여기에서는 해석대상이 되는 PN은 (그림 4)와 같은 자기 루프(self loop)를 가지지 않는다고 가정한다. (그림 4 (a))와 같은 자기 루프가 존재하면, $a_{ii}=0$ 이 되어 t_i 와 p_i 의 연결관계에 관한 정보가 누락된다. 이는 (그림 4 (b))와 같이 dummy place와 transition을 추가하여 해결할 수 있으므로 본질적인 제한은 아니다.

(1)식의 상태 방정식은 transition의 점화에 의한 토큰 분포의 변화를 나타내는 방정식이다. $\Delta M = M - M_0$ 라 하면, (1)식은

$$A \Sigma = \Delta M \tag{2}$$

로 쓸 수 있으며, M_0 와 M 에 대해 $M_0[\sigma >] M$ 이 되는 점화 계열 σ 가 존재하기 위해서는, (2)



(Fig. 4) A selfloop

식을 만족하는 자연수 해가 존재해야 한다. 해 Σ 의 존재는 제차 방정식

$$A^T y = 0 \tag{3}$$

의 임의의 해 y 에 대해

$$y^T \Delta M = 0 \tag{4}$$

가 성립하는 것과 등가가 되므로, M 이 M_0 로부터 도달 가능하기 위해서는 (3)식을 만족하는 임의의 해 y 에 대해

$$y^T M_0 = y^T M \tag{5}$$

이 성립해야 한다.

여기에서 $A^T y = 0$ 을 만족하는 정수해 y 를 PN (혹은 N)의 S-invariant라 한다. 1차 독립인 S-invariant는 A^T 최대 정칙(nonsingular) $r \times r$ 부분 행렬을, 단 $r = \text{rank}(A^T)$, A_{12}^T 로 하여

$$A^T = \begin{bmatrix} A_{11}^T & A_{12}^T \\ A_{21}^T & A_{22}^T \end{bmatrix} \tag{6}$$

로 표시하면

$$B_1^T = [I_{m-r} \mid -A_{11} A_{12}^{-1}] \tag{7}$$

의 각 행(row)에 대응시켜 구할 수 있다.

여기에서 A^T 가 유향 그래프(directed graph)의 접속 행렬이라고 하면 (7)의 식

$$B_1^T \Delta M = 0$$

는, $\Delta M = M - M_0$ 를 전압으로 하는 Kirchihoff의 전압 법칙에 해당한다.

PN에 초기 marking M_0 , 목표 marking M 이 주어졌다고 하면 $\Delta M = M - M_0$ 가 임의의 S-invariant y 에 대해 (4)식을 만족한다고 하면 상태 방정식(1)식의 해 Σ 의 존재는 보장되나,

$$Ax = 0 \tag{8}$$

의 제차 방정식의 해가 존재한다고 하면 Σ 와 (8)식의 해의 1차 결합도 역시 (1)의 해가 되므

로 일반적으로는 무한개의 해가 존재한다. 그러므로 상태 방정식을 이용하여 도달 가능성을 판정하고자 하면 각각의 자연수 해에 대해 그 실행 가능성(executability)을 각각의 자연수 해에 대하여 점화 과정 중에 음의 값을 포함하는 marking이 존재하지 않음을 조사해야 한다. 그러나 무한개의 해에 대하여 실행 가능성을 조사하는 것은 불가능하므로, 일반적으로 이와 같은 접근 방법에 의한 도달가능성의 결정은 불가능하다. 그렇지만 PN의 몇개의 중요한 부분 클래스에 대해서는, 실행 가능한 해의 존재가 극소(minimal) 자연수해, 따라서 유한개의 해에 대하여 실행 가능성을 조사하면 판정 가능하다. 이에 대한 상세한 내용은 [10, 11]를 참조하기 바란다.

한편 (8)식의 제차 방정식의 해를 T-invariant라 하는데, 이는 S-invariant와 더불어 시스템의 동작 검증에 있어서 중요한 역할을 한다. 먼저 S-invariant의 응용에 대하여 예제를 통하여 간단히 설명한다.

[예제 2] (그림 5)는 FA시스템의 일부로 케도상을 한 방향으로 이동하는 AGV 시스템(Automatic Guided Vehicle)이다. AGV는 contact에서 정지하며, 제어 명령에 따라 다음 section으로 들어가서 다시 contact에서 정지한다. 여기에서 AGV의 충돌을 방지하기 위해 “정지중이든 운전중이든 1 section내에서 항상 1대의 AGV만이 존재할 것”이라는 제어 사양을 설정했다고 하자. 이 AGV 시스템을 (그림 6)의 PN으로 제어한다고 하자.

여기에서 (그림 6)의 각 place와 transition은

- p_1 : 입구 contact에서 대기
- p_2 : AGV가 section안에서 진행중
- p_3 : 출구 contact에서 대기
- p_4 : section이 비어 있음
- t_1 : section으로 들어감
- t_2 : 출구 contact에 도착
- t_3 : section에서 나갈

을 나타낸다.

이 PN에 대하여 S-invariant를 계산하면

$$y_1 = (0111)^T, y_2 = (1100)^T$$

가 된다. 여기에서 $M_0 = (1001)^T$ 이므로 (5)식으로부터

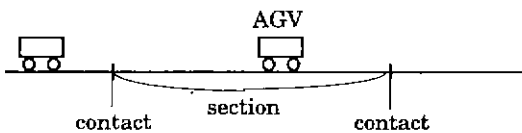
$$M(p_2) + M(p_3) + M(p_4) = 1 \quad (9)$$

$$M(p_1) + M(p_2) = 1 \quad (10)$$

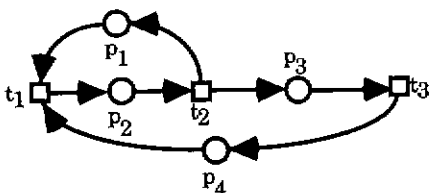
이 된다. (9)와 (10)식으로부터 (그림 6)의 PN은 다음과 같은 성질을 가지는 것을 알 수 있다.

- (1) 제어 사양을 만족한다. ((9)식으로부터 $M(p_2) + M(p_3) = 1$ 가 성립)
- (2) PN은 safe이다. ((9), (10) 식으로부터 $M(p_i) = 1, i=1,2,3,4$)
- (3) deadlock이 발생하지 않는다. ($M(p_2) = 1$ 혹은 0이다. $M(p_2) = 1$ 인 경우에는 t_2 가 점화가능하다. $M(p_2) = 0$ 라고 하면, (9) 식으로부터 $M(p_3) + M(p_4) = 1$ (10)식으로부터 $M(p_1) = 1$ 이다. $M(p_3) = 1$ 이면 $t_3, M(p_4) = 1$ 이면 $M(p_1) = 1$ 이므로 t_1 이 각각 점화 가능하다.

통상 정상 상태(steady state)에 있어서 시스템의 동작은 어떤 초기 상태 M_0 에서 출발하여, 1개 이상의 transition이 발화한 후, 다시 M_0 에 돌아오는 동작을 반복한다.



(Fig. 5) An AGV system



(Fig. 6) A Petri net model for the AGV system in Fig. 5

이러한 주기 동작이 가능할 때 시스템은 consistent하다고 하며, 시스템의 T-invariant 존재 여부에 밀접하게 관련한다. 즉

시스템이 consistent $\Leftrightarrow x > 0$ 인 T-invariant가 존재.

이러한 성질은 통신 프로토콜의 검증 등에 유용하다.

3.2.3 PN의 구조 및 성질

PN에 의한 시스템 해석의 중요한 특징은, 시스템 구조가 시스템의 성질을 규정하는 중요한 정보가 되는 것이다. 예를 들면 어떤 PN이 활성을 가지며 safe이기 위해서는 PN이 strongly connected 이어야 한다.

PN의 구조에 어떤 제약을 부가함으로써 몇개의 특징적인 PN의 부분 클래스를 생각할 수가 있다. 이러한 부분 클래스는 PN보다 모델화 능력은 뒤떨어지나 해석이 용이하게 된다. 부분 클래스에는 Marked Graph(MG), 상태기계(State Machine), 자유 선택 넷(Free Choice Nets)의 3개의 기본적 클래스가 있다. 이들에 관해서는 대단히 많은 해석 결과가 축적되어 있으나 여기에서는 생략하나 상세한 것은 참고 문헌[10]을 참조하기 바란다.

PN의 활성화와 도달 가능성을 검토하는데 본질적인 역할을 하는 구조에 siphon과 trap이 있다. place의 집합의 부분 집합 $D \subseteq P, Q \subseteq P$ 에 대해서 $D \subseteq D', Q \subseteq Q'$ 를 만족하면 D를 Siphon Q의 trap이라 한다. (그림 7 (a), (b),(c)) 참조.

그 정의로부터 알수 있는 바와 같이 siphon은 일단 한번 토큰을 잃어 버리면, 이후 어떠한 점화 과정을 거치더라도 영원히 토큰을 가질 수가 없다. 비슷하게 trap에는 한번 토큰이 들어가면, 적어도 한개의 토큰은 영원히 갖는다. siphon과 trap의 이러한 성질은 자유 선택 넷의 활성화와 도달 가능성의 해석에 본질적으로 작용한다. 간단히 그 결과만을 소개하면 다음과 같다. 상세한 내용은 참고 문헌을 참조하기 바란다.[15, 16]

[활성 정리] [15] 자유 선택 넷이 활성화이기

위한 필요 충분 조건은 모든 siphon이 토큰을 포함하는 trap을 가진다.

[도달 가능성 정리] [16] 활성화이며 유계인 자유 선택 넷이 M_0 에서 M_0 에 도달 가능하기 위한 필요 충분 조건은 M_0 에 있어서 토큰을 가지지 않는 trap의 모든 입력 transition의 값을 0으로 하는 상태 방정식의 해가 존재한다.

4. 결 론

PN에 의한 시스템의 해석에는 아직 해결되지 않는 문제들이 산적해 있고, 아직 시스템 설계를 뒷바침(support)할만한 이론 체계가 완성되어 있지는 않다. 현 단계에서 PN의 가치는 해석의 도구로써 보다는 시스템의 사양 기술 언어로써 유용하다는 것과 시뮬레이션에 의한 동작 검증 및 성능평가 수단을 제공하는 점에 있다고 할 수 있다. 이들 2가지를 고려하면 공장 자동화 시스템 등 DES의 제어 시스템을 구축할 때, 제어사

양 혹은 시스템 사양을 표현하여 PN의 시뮬레이터는 제어기로 유효하게 사용할 수 있을 것이며 현재 이러한 제품이 생산되고 있다.

또한 통신 프로토콜 및 병렬 분산 처리 시스템 등 CS시스템의 사양 기술 및 동작 검증에 관한 연구와 이의 실용화에 관한 연구도 활발히 진행되고 있다.

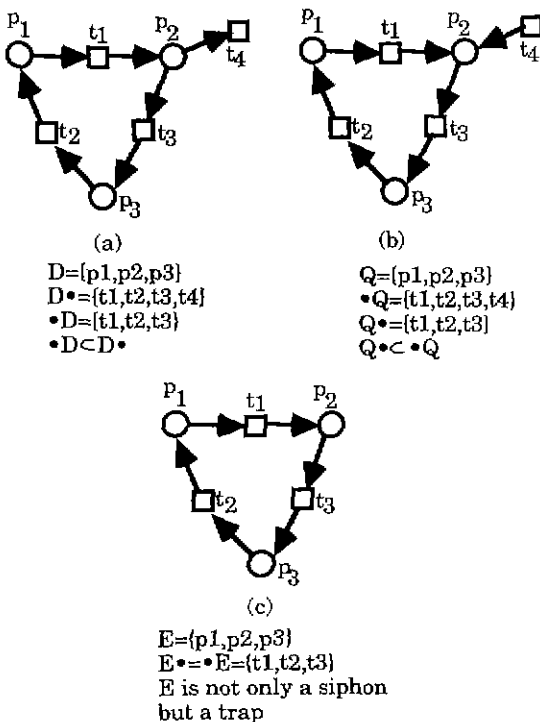
PN이론의 발전과 실제 시스템에의 응용을 기대한다면, 다음의 몇가지 문제점에 대하여 보다 깊이 생각하여야 한다.

먼저 그래프 모델이므로 시각적으로 시스템의 구조를 판단하기 쉽다는 PN의 이점은, 동시에 시스템 규모의 증대에 따른 모델 구축의 곤란성을 가져온다. 이를 해결하기 위해서는 계층적(hierarchical) 모델 구축, 모듈(module)의 부품화 및 그 복합(synthesis)[16, 17]에 의한 시스템 표현 및 HPN에 의한 folding등의 수법을 생각할 수 있다. 또한 PN의 해석 능력을 활용하기 위해서는 이론 연구의 성숙과 응용을 염두에 둔 문제의 정식화 및 문제 해결의 알고리즘의 개발이 불가결하다. 더우기 CSP, CCS등의 process 대수[18, 19]가 가지는 동작 표현의 연산 능력을 PN에 여하히 결합시킬 것인가 하는 것도 장래의 중요한 연구 과제이다.

지금부터 다시 30년후, 정보화 사회의 모든 국면에서 자율 분산형 시스템이 사회의 주류를 이루었을때, 30여년전 Petri에 의해 제안된 이론이 중요한 이론적 기초를 제공할 것이라는 것에 대해서는 의문의 여지가 없다.

참 고 문 헌

1. C. A. Petri, "Communication with Automata," Griffiss Air Force Base, New York, Tech. Report, RADC-TR-65-377, 1966 (English translation)
2. B. Baumgarten et al., "Building Blocks for Distributed System Design," Protocol Specification, Testing and Verification, V. M. Diaz ed., North Holland, 1986



(Fig. 7) A siphon and a trap

3. Ueda et al. "Service Analysis of Communication Protocol Using T-invariant," Proc. IEICE 2nd Workshop on Net Theory. (in Japanese)
4. Y. Nagao and S. Kumagai, "Application of Petri Nets to FMS Programming Systems : K-NET," IEEE Proc. Int'l Symp. on Circuits and Systems, 1991.
5. C. Beck and B. Krogh, "Models for Simulation and Discrete Control of Manufacturing Systems," IEEE Conf. on Robotics and Automation, 1986.
6. T. Murata, N. Komoda, K. Matsumoto and K. Haruno, "A Petri Nets Based Controller for Flexible and maintainable Sequence Control and Its Applications in Factory Automation," IEEE Trans. Industrial Electronics, IE-33-1, pp362-366, 1986
7. L. Chergosova, V. Kotov and T. Rokicki, "On Net Modelling of Industrial Size Concurrent Systems," Lecture Notes in Computer Science 691, Springer-Verlag, 1993.
8. W. Brauer, "Carl Adam Petri and Informatics," Concurrency and Nets, Edited by K. Voss, H. Genrich and G. Rozenberg, Springer-Verlag, 1987, pp.13-23.
9. S. Kumagai, "Net Theoretical Approach to Discrete Event Systems," Proc. ISICE '93 Spring Workshop, 1993.(in Japanese)
10. T. Murata, "Petri Nets : Properties, Analysis and Applications," The Proc. IEEE, 77-4, 1989.
11. C. Ramchandani, "Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets," Cambridge, Mass, MIT, Project Mac., Technical Report 120, 1974
12. C.V. Ramamoorthy and G. S. Ho, "Performance Evaluation of Asynchronous Concurrent systems Using Petri Nets,"

- IEEE Trans. on Software Eng., Vol. SE-6, No. 5, pp440-449, 1980
13. M. K. Molloy, "Performance Analysis Using Stochastic Petri Nets," IEEE Trans. on Computers, Vol. C-31, No. 9, pp.913-917, 1982
14. M. Ajmone Marsan, G. Balbo and G. Conte, "Performance Models of Multiprocessor Systems," The MIT press Cambridge, MA, 1987.
15. D. I. Lee, S. Kumagai and S. Kodama, "Handles and Reachability Analysis of Free Choice Nets," to appear Lecture Note in Computer Science, Springer-Verlag, Jun., 1995.
16. D.I. Lee, S. Kumagai and S. Kodama, "Complete Structural Characterization of State Machine Allocatable Nets," IEICE Trans. of Fundamentals, Vol. E74, No. 10, pp.3015-3123, 1991.
17. D.I. Lee, S. Kumagai and S. Kodama, "A Basic Theorem for Modular Synthesis of State Machine Allocatable nets," Proc. IEEE Int'l Symp. on Circuits and Systems, pp.1390-1393, 1992
18. C.A.R. Hoare, "Communicating Sequential Process," Prentice Hall, 1985
19. R. Milner, "Concurrency and Calculus," Prentice Hall, 1989



이 동 익

1989년 Osaka Univ. 석사
 1993년 Osaka Univ. 박사
 1990년~95년 Osaka Univ.
 공학부 문부교관
 1993-1994년 Illinois대학 객원
 연구원 (일본 문부성의 파견
 에 의함)
 1995년~현재 광주과학기술원

정보통신공학과 조교수
 관심분야: 페트리 넷 이론 및 이산사상 시스템의 제어 이론, 페트리 넷의 통신 프로토콜 및 생산 자동화 시스템에서의 응용, fault-safe 시스템의 설계.