

〈論 文〉

수평원관내 부분적으로 채워진 상변화물질의 용해과정

서정세* · 노승탁**

(1994년 8월 10일 접수)

Experimental Study of Close-Contact Melting of Phase-Change Medium Partially Filled in a Horizontal Cylinder

Jeong-Se Suh and Sung-Tack Ro

Key Words : Horizontal Cylinder (수평원관), Close-Contact Melting (접촉용해), Natural Convection (자연대류), Liquid Film (액막), Volume Expansion (부피팽창)

Abstract

An experiment of close contact melting of phase-change medium partially filled in an isothermally heated horizontal cylinder is performed which involves the volume expansion of liquid induced by the solid-liquid density difference. The solid-liquid interface motion and the free surface behavior of liquid were reported photographically. The experimental results show that the curvature of upper solid-liquid interface varied to flat as melting progresses. In addition to the varying interface shape, the melting rate increases with the lower initial height of solid and the free surface height of liquid increases linearly. The experimental results of molten mass fraction were expressed in a function of dimensionless time $Fo \cdot Ste^{3/4}$ and agreed well with the analytical solutions.

기 호 설 명

Ar : Archimedes수, $(\rho_s - \rho_L) g R^3 / (\rho_s \nu^2)$	T_0 : 고상의 초기온도[°C]
c : 비열[J·kg ⁻¹ ·°C ⁻¹]	T_f : 용해온도[°C]
Fo : Fourier수, $\alpha_L t / R^2$	T_w : 벽면온도[°C]
H : 자유표면의 높이[m]	V : 부피[m ³]
h_{sf} : 잠열[J·kg ⁻¹]	그리스문자
m_f : 용해율, $1 - V_s / V_0$	α_L : 열확산계수[m ² ·s ⁻¹]
Pr : Prandtl수, ν / α_L	δ : 액막두께[m]
R : 원관 반지름[m]	ρ : 밀도[kg/m ³]
s : 고상의 이동거리[m]	ν : 동점성계수[m ² ·s ⁻¹]
Sc : 과냉도, $c_s (T_f - T_0) / h_{sf}$	τ : 무차원 시간, $\tau = Ste \cdot Fo$
Ste : Stefan수, $c_L (T_w - T_f) / h_{sf}$	상첨자
t : 용해시간, $t' - t_i$ [s]	* : 무차원
t' : 전체 실험시간[s]	하첨자
t_i : 초기 자연시간[s]	0 : 초기

*정회원, 경상대학교 기계공학과

**정회원, 서울대학교 기계공학과

0 : 초기

f : 용접

L : 액상
 m : 최대밀도
 S : 고상
 w : 벽면

1. 서 론

용해와 같은 고-액 상변화과정은 공학과 지질학 등의 폭넓은 분야에서 실질적인 관심을 끌고 있다. 본 연구는 잠열축열시스템,⁽¹⁻⁵⁾ 지질학,⁽⁶⁾ 핵기술^(7,8) 등의 응용과 관련하여 이루어졌으며, 제안된 잠열축열시스템의 한 예로 수평원관내 상변화물질이 채워진 셀-튜브형 열교환기를 생각할 수 있다. 특히, 수평원관내 용해의 경우 고상이 고정된 채 이루어지는 고정형과 중력에 의해 하강하면서 이루어지는 침강형이 있으며, 침강형 용해에서는 상변화물질이 벽면과 접촉용해를 하게 된다. 접촉용해는 지질학 분야에서 열원이 중력 또는 부력에 의해 주변의 고상을 용해시키면서 이동하는 현상을 분석하는 과정에서 시작되었으며, 열원이 주위의 고상을 녹이면서 하강하는 용해과정이 상당한 관심거리로 연구되어 왔다.⁽⁷⁻⁹⁾ 수평원관내의 접촉용해는 고상이 중력에 의해 하강(고상의 밀도가 액상보다 큰 경우) 하면서 이루어진다. 액막에서 용해된 액상은 액막을 따라 상승하여 고상이 하강하면서 형성된 상층부 용해영역으로 분출되며, 이때 가열된 벽면에 의해 형성된 용해영역내의 자연대류유동과 분출구 근처에서 만나 서로 상호작용을 하게 된다. 이러한 접촉용해과정에서 이루어지는 열전달특성은 액막과 용해영역의 각기 다른 형상과 유동특성으로 인해 판이하게 다를 수 밖에 없다. 즉, 액막내에서는 좁은 공간사이에 상당한 온도차가 형성되어 전도에 의한 열전달이 주로 이루어지게 되며, 상층부 용해영역에서는 유동이 발달되지 않은 용해초기를 제외하고는 자연대류에 의한 열전달이 주로 이루어지게 된다. 접촉용해에 대해 지금까지 상당히 많은 연구들이 이루어져 왔으며, 밀폐용기내의 접촉용해과정에 대한 대표적인 연구들로는 구형용기에 대해 Moore와 Bayazitoglu⁽²⁾ 그리고 최근에 Roy와 Sengupta,⁽¹⁰⁾ Suh 등⁽¹¹⁾이 있으며, 사각용기내의 경우에는 Yoo와 Ro⁽¹²⁾ 그리고 Hirata 등⁽¹³⁾이 있다. 그러나, 많은 자료를 통해서 살펴보면 수평원관내의 용해과정에 대한 연구가 대부분을 차지함을

알 수 있다. Nicholas와 Bayazitoglu⁽¹⁾는 유한차분방정식을 통해 접촉용해동안의 액상내 전도열전달과정을 해석하였으며, Bareiss와 Beer⁽³⁾는 적분방정식 접근법을 적용하여 그들의 실험결과와 잘 일치하는 해석결과를 얻었다. Sparrow와 Geiger⁽¹⁴⁾는 고상이 고정된 경우와 하강하는 경우를 서로 비교한 연구 결과를 제시하였으며, Prasad와 Sengupta⁽⁵⁾는 액막영역내 전도와 용해영역에서의 자연대류를 고려하여 해석하였다. Webb 등⁽⁴⁾은 수평원관내 열음의 접촉용해과정을 실험적으로 연구하였다.

고-액 밀도차는 용해과정동안 고상의 침강현상 등을 유발할 뿐만 아니라 부피팽창 및 상경계면에서의 분출현상 등도 일으킨다. 그러나, 지금까지의 많은 연구들에서 이들 현상이 무시되어 왔다. 최근 들어 이들의 효과가 용해과정에 상당한 영향을 미치고 있음이 보고되고 있으며, 많은 연구가들의 관심을 끌고 있다. Ho와 Viskanta⁽¹⁵⁾는 사각용기내의 용해과정에서 초기유동이 상경계면에서의 분출속도에 의해 이루어진다고 주장하였으며, Sparrow와 Broadbent⁽¹⁶⁾는 수직원관내의 용해과정에 대한 실험을 통해 유동이 초기에는 부피팽창으로 인해 형성되며, 후기에는 자연대류가 지배적임을 밝혔다. Prusa와 Yao⁽¹⁷⁾는 가열된 수평원관 주위로의 용해과정에 대한 해석에서 밀도차가 온도장과 열전달률에는 거의 영향을 미치지 못하지만, 유동장에는 다소 영향을 미침을 알았다. Yoo와 Ro⁽¹⁸⁾는 사각용기내 용해과정에 대한 수치해석에서 밀도차 효과를 고려하므로써 기존의 실험결과에 보다 잘 일치하는 해석결과를 얻었다. Kim 등⁽¹⁹⁾은 수직원관 주위로의 물의 응고과정에 대한 수치해석에서 부피팽창으로 인해 얼음표면이 오목하게 형성되고, 응고말기에서는 물의 유동이 상경계면에서의 분출속도와 부피팽창에 의해 이루어짐을 밝혔다. Chiang와 Tsai⁽²⁰⁾은 2차원 밀폐공간내 응고과정에 대한 수치해석에서 부피수축으로 인해 발생하는 대류가 응고수축과 응고특성에 상당한 영향을 미치며, 열전달률을 향상시켜 응고완료시간을 단축시킨다고 하였다. 그러나, 밀도차 효과를 고려한 이러한 연구들에도 불구하고, 수평원관내 용해과정에 대해서는 밀도차로 인한 고상의 하강운동만 고려되었을 뿐 부피팽창 효과에 대해서는 어떠한 연구도 보고된 바 없으며, 이것이 본 연구를 착수하게 된 동기가 다.

본 연구에서는 수평원관내 용해과정에서 고-액 밀도차로 인해 고상이 중력방향으로 하강하고 동시에 부피팽창하는 경우를 실험적으로 수행하고자 한다. 고상을 수평방향으로 평평하게 채웠으며, 용해시 수평원관 상층부에 부피팽창으로 인해 증가한 액상이 채워질 수 있도록 빈공간을 두었다. 고상의 초기높이와 벽면온도를 각각 달리하면서 실험을 수행하였다. 실험의 주된 목적은 용해과정시 상경계면의 형상변화와 부피팽창으로 인한 액상자유표면의 증가경향에 대한 결과를 제시하고, 부가적으로 용해율의 변화경향을 제시하는 데 있다. 실험결과는 기존연구⁽⁹⁾의 모델에 기초하여 유도된 해석결과와 비교될 것이다.

2. 실험

2.1 실험장치

본 연구에서 사용된 실험장치의 개략도를 Fig. 1에 나타내었다. 시험부는 길이가 130 mm, 외경이 86 mm 그리고 내경이 74.8 mm인 구리원관으로 구성되어 있으며, 원관의 양단은 두께가 8 mm인 둥근 원관으로 된 Pyrex 유리로 막혀져 있다. 열선을 통해 구리원관으로 전류가 흐르는 것을 방지하기 위해 얇은 운모판으로 원관주위를 감쌌으며, 그 위를 2.9 W/m의 판형 열선을 균일한 벽면온도를 유지할 수 있도록, 일정한 간격으로 10 m 정도의 길이로 감아 주었다. 열선에 의해 발생하는 열이 원관의부로 방출되는 것을 극소화하기 위해 열선주위를 석면 테이프로 감아주었으며, 이것은 열선의

간격을 일정하게 유지시켜줄 뿐만 아니라 열선을 원관벽면에 밀착시켜주는 역할을 하게 된다. 열선은 균일한 전압공급을 위해 110 V의 변압기에 연결된다. 원관의 양단에 설치된 원관형 유리는 용해과정 중에 상경계면의 형상을 외부에서 음영법으로 촬영 또는 관찰할 수 있도록 하기위해 사용하였으며, 동시에 외부로의 열손실을 최소화하기 위한 단열재 역할을 하게 된다. 상변화물질이 용해되면서 누수되는 것을 방지하기 위해 유리면과 원관사이에 O-ring을 사용하였다. 원관 양단의 유리원관은 플렌지를 이용하여 길이방향으로 압착하여 고정시켰다. 상변화물질의 충진을 용이하게 하기 위해 양단의 유리를 분해할 수 있도록 서로의 플렌지는 4개의 나사봉으로 연결하고 너트를 사용하여 고정하였다. 원관의 상단 중심부에 라이저(riser)를 두어 상층부에 있는 공기층이 상승하는 액상의 자유표면에 의해 가압되는 것을 방지하고 액상영역을 항상 대기압 상태로 유지시킬 수 있도록 하였으며, 이것은 역시 액상이 부피팽창을 하여 넘쳐흐를 수 있도록 하는 역할을 한다. 수평원관의 내부 벽면온도를 정확히 측정하기 위해 5개의 T형 열전대를 원관 내부표면으로 깊숙히 설치하였으며, 이 중에서 측면부에 있는 1개의 열전대로 온도를 조절한다. 상경계면 형상을 정확히 측정하기 위해 상변화물질과 접하는 유리면에 가로/세로 각각 5 mm 간격의 격자를 새겨놓았으며, 음영법으로 상경계면의 형상을 뚜렷하게 관찰할 수 있도록 수평원관의 반대편 유리 뒷부분에 60 W의 백열전구를 설치하였다. 실험장치의 배치에 관한 자세한 내용은 참고문헌⁽²¹⁾에

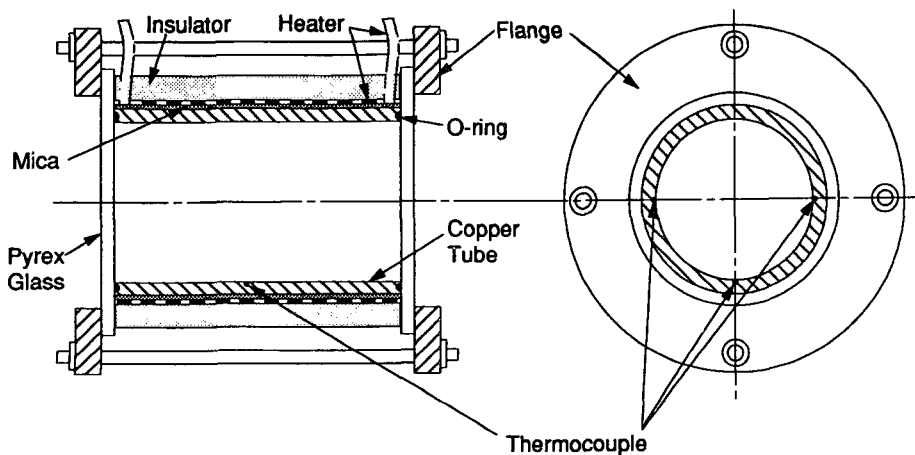


Fig. 1 A schematic diagram of the experimental apparatus

서 찾을 수 있다. 상경계면의 진행 형상을 촬영하기 위해 Nikon사에서 제작한 35 mm F3카메라를 사용하였으며, 셔터 작동시 카메라의 진동을 방지하기 위해 릴리즈를 사용하였다. 상경계면을 근접 촬영하기 위해 접사렌즈를 사용하였으며, 이때 사용된 필름은 Kodak사에서 제작한 Plus-X pan 125이다.

2.2 실험방법

본 연구의 실험에서는 Shinyo사에서 제작한 파라핀($T_f=49.1^\circ\text{C}$, $h_{sf}=154\text{ kJ/kg}$, $Pr=25.0$, $\rho^*=0.90$)을 상변화물질⁽²²⁾로 사용하였으며, 용해점 온도가 잠열축열조의 작동온도와 비슷하여 보다 실질적인 자료를 얻는 데 적합하다. 한편, 용해시 액상의 투명성이 가시광선 영역에서 매우 좋아 음영법을 이용하여 상경계면의 형상을 측정하는 본 연구의 경우에는 매우 적합하며, 무독성이라 실험 과정에서 다루기에 편리하고, 가공성이 매우 우수하다.

실험의 시작은 항상 상변화물질내에 용해되어 있는 산소를 제거하는 일로부터 이루어진다. 시험부에 충분히 채울 수 있는 양의 고체상태 상변화물질을 준비된 용기에 넣고, 이를 이미 가열된 물에 넣어 중탕으로 녹이며, 이때 100°C 를 넘지 않도록 한다. 이러한 과정은 상변화물질에 가열기를 직접 접촉하여 가열하였을 때 부분적으로 상당히 높은 온도로 올라갈 수 있으며, 이로 인해 파라핀의 탄소 고리가 끊어져 열물성치가 변할 우려가 있기 때문에 취해진 것이다. 완전히 녹인 상변화물질로부터 용해된 산소를 제거하기 위해 액체 상태의 상변화물질을 용해점보다 약간 낮은 온도를 유지하면서 진공을 유지할 수 있는 용기에 넣고 관을 진공펌프에 연결하여 2시간 정도 공기를 뽑아내면서 진공을 유지시켜준다. 이 과정동안에 진공용기내의 상변화물질은 서서히 응고하게 된다. 용해된 산소가 완전히 제거된 고체상태의 상변화물질을 다시 용해점보다 약간 높은 온도로 서서히 가열하여 액체상태로 만든다. 액체상태가 된 상변화물질을 시험부 원관과 내경이 같고 수직으로 설치된 다른 원관에 조심스럽게 채운다. 이때 사용된 원관은 용해된 상변화물질이 응고되면서 수축하여 길이가 줄어드는 것을 고려하여 보다 길게 한다. 원관내에는 폭의 넓이가 일정한 얇은 패널을 원관벽면쪽으로 밀착시켜 길이 방향으로 설치하며, 이는 원관내에 응고된 고상을

길이방향 일정한 높이로 용이하게 절단할 수 있도록 하기 위해서 미리 설치한 것이다. 물론 절단높이를 달리할 때는 폭의 넓이가 다른 패널을 사용한다. 상변화물질이 채워진 원관은 밀폐된 용기내에서 10시간에 걸쳐 서서히 응고시킨다. 응고가 완전히 끝난 원관내의 상변화물질을 원관으로부터 분리하기 위해 원관주위를 살짝 가열하여 주변 원관과 접촉된 부위의 상변화물질이 약간 용해되면서 분리된다. 이렇게 분리된 상변화물질을 다시 대기중에 3시간 정도 충분히 오래 두어 상변화물질내의 온도가 대기온도로 균일하게 되도록 한다. 온도가 완전히 균일하게 이루어졌다고 판단되면 원하는 고상층기높이에서 상변화물질을 길이방향으로 절단하여 제거한다. 이때 이미 응고과정에서 설치한 패널을 조심스럽게 제거하면 길이방향 일정높이의 절단이 자연스럽게 이루어진다. 이러한 일련의 공정을 거쳐 완성된 상변화물질을 시험부 원관에 조심스럽게 장착한다. 장착이 끝나면 원관 끝부분 위로 상변화물질의 길이방향 여분이 나오게 되며, 이를 예리한 칼로 원관의 높이와 같도록 정밀하게 절단한다. 시험부원관에 상변화물질을 정확하게 위치시킨 후 원관의 양단에 원관형 유리를 부착한다. 이때 용해시 고상의 하강운동을 자유롭게 하기위해 유리면과의 마찰을 최소로 하여야 하며, 이를 위해 유리면과 상변화물질 양단에 실리콘 오일을 바른다. 이것은 대기로의 열손실을 줄이는 단열재 역할을 하기도 한다. 양단에 유리가 부착된 시험부 원관은 양단의 플랜지와 더불어 조립되며, 완전히 조립이 끝난 시험부는 실험을 하기전에 1시간 정도 대기에 두어 전체 시스템이 대기온도로 균일하게 유지되도록 한다. 실험을 실시하기전에 수준계를 사용하여 시험부의 수평 및 수직상태의 위치를 정확하게 맞추고, 상경계면의 형상을 기록하기 위한 카메라의 위치를 렌즈와 원관의 중심이 직선상에 일치하도록 조정한다. 역시 카메라와 상경계 사이의 빛의 조도가 적당한 상태에서 상경계면의 형상을 뚜렷이 촬영할 수 있도록 원관의 뒷편에 설치된 후광의 위치를 조정하며, 조도를 기준으로 카메라의 조리개 및 셔터속도를 맞춘다. 실험하고자 하는 벽면온도에 온도 조절기를 맞추고, 그때의 상경계면의 위치를 촬영한다. 실험은 전체시스템이 용해점보다 낮은 균일한 대기온도로부터 시작된다. 용해실험의 시작과 동시에 전원의 스위치를 접속하여 벽면을 가열한다. 용해가 시작되면서 하층부에서 용해되는 액상

이 상층부로 분출하며, 예약된 시간에 상경계의 형상을 촬영한다.

2.3 자료처리

촬영된 사진으로부터 Macintosh사의 해상도 300 dpi인 300/GS 스캐너를 이용하여 상경계면에 대한 화상을 얻은 후에 같은 회사에서 제공하는 소프트웨어인 Data Scan을 이용하여 고상의 형상에 대한 좌표값을 얻는다. 얻어진 좌표값으로부터 본 연구에서 개발한 프로그램을 이용하여 고상의 면적을 산출하였으며, 정확도는 면적 1cm²당 0.1% 내에서 일치한다. 액상의 부피팽창량은 고상의 용해량과 밀접한 관련이 있다. 임의의 시간까지 용해된 고상의 질량은 그 때까지 생성된 액상의 질량과 동일하다는 질량보존에 기초하여 수평원관내 자유표면까지 액상과 고상이 차지하는 총부피(V_{tot})를 구하면

$$\begin{aligned} V_{tot} &\equiv V_s + V_L \\ &= V_0 \left\{ 1 + m_f \left(\frac{\rho_s}{\rho_L} - 1 \right) \right\} \\ &= R^2 \cos^{-1}(1 - H/R) + (H - R) \sqrt{H(2R - H)} \end{aligned} \quad (1)$$

이며, 여기서 H 는 대칭축 하층부 원관벽면으로부터 자유표면까지의 거리이고, m_f 와 V_0 는 고상의 용해율 및 고상의 초기부피를 각각 나타낸다. 액상의 부피팽창에 따른 자유표면의 높이는 위의 식 (1)에서 고상의 용해율(m_f)로부터 결정될 수 있다.

한편, 실험은 초기에 전체시스템이 과냉각된 온도 T_0 로부터 시작된다. 따라서, 전체실험에 소요되는 실험시간, t' 는 시스템을 구성하고 있는 원관벽의 온도를 설정치 T_w 로 상승시키는 데 소요되는 초기지연시간, t_i 와 상승된 벽면온도로부터 과냉각

상태에 있는 상변화물질이 용해되는 시간, t 의 합으로 나타난다. 본 연구에서는 과냉각 상태에 있는 상변화물질이 시간에 따라 용해되는 과정에 중점을 두고 있으므로 모든 실험결과가 용해시간, t 를 기준으로 제시되어야 한다. 따라서, 용해시간이 전체 실험시간에서 초기지연시간을 감한 시간 즉, $t = t' - t_i$ 로 보정되어야 한다. 여기서 $t' \leq t_i$ 인 경우에는 $t = 0$ 임을 주의해야 한다. t_i 는 원관벽의 열용량, $(\rho V C)_w$ 와 밀접한 관련이 있으며, 원관벽의 설정온도가 높을수록 증가한다. 원관벽을 구리로 제작하였으므로 t_i 의 값을 집중용량법에 기초한 간단한 식(부록에 제시함)으로부터 구할 수 있으며, 실험의 각 경우가 Table 1에 제시되었다.

3. 실험결과 및 토의

본 연구에서 수행한 실험의 조건들을 Table 1에 나타내었으며, 5가지의 실험으로부터 크게 두 경우에 대한 결과를 제시하였다. 즉, 고상의 초기높이를 비슷하게 했을 때 벽면온도를 $T_w = 59.9^\circ\text{C}$, 68.3°C , 74.5°C 로 변화시키면서 얻은 경우와 벽면의 온도를 68°C 근처로 유지한 채 고상의 초기높이를 $H_0 = 1.68R$, $1.52R$, $1.26R$ 로 변화시킨 경우이다. 실험결과는 주로 상경계면의 거동형태, 용해율의 변화, 밀도차로 인한 부피팽창 등을 중심으로 제시하였다.

3.1 상경계면의 거동형태

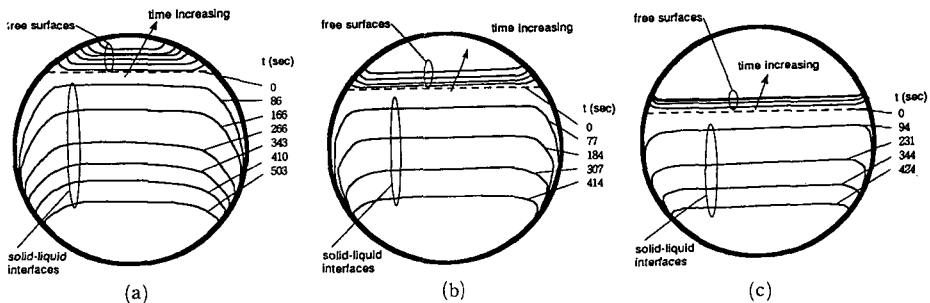
용해의 진행과정을 이해하는 데는 용해과정 동안 시간에 따른 고상의 형상 변화를 살펴보는 것이 도움이 된다. 본 연구에서 다루고 있는 중력에 의한 접촉용해 문제의 경우에 액막을 사이에 두고 원관

Table 1 Parameters of the performed experiments in this work with $Pr = 25.0$ and $\rho^* = 0.90$

Number of test	T_w [°C]	T_0 [°C]	Ste	S_c	Ar	H_0/R	t_i [sec]
EP1	59.9	26.8	0.148	0.316	8.60×10^5	1.65	51
EP2	68.3	27.9	0.263	0.300	1.00×10^6	1.68	67
EP3	74.5	26.9	0.348	0.314	1.02×10^6	1.67	81
EP4	68.0	27.7	0.259	0.303	1.00×10^6	1.52	66
EP5	67.8	27.1	0.256	0.311	1.00×10^6	1.26	66

벽과 접촉하고 있는 하층부 상경계면의 형상이 용해의 전과정에 걸쳐 원관내경과 거의 같은 곡률반경을 가지게 된다. 그러나, 상층부의 형상은 액막에서 분출되는 유동과 용해영역에서 조성되는 자연대류의 영향을 받아 다소 복잡한 형태를 띄면서 진행될 것이 예상된다. 따라서, 본 연구에서는 상층부 상경계면의 진행형태에 대해 주로 알아보고자 한다. 상층부 고상의 형상은 초기에 일정한 높이로 수평하게 채워져 있다가 용해가 시작되면서 고상의 하강과 더불어 벽면으로부터 떨어진 양측면과 원래의 수평면으로 구성된다. 벽면온도가 68°C 근처에서 고상의 초기높이를 $H_0=1.68R, 1.52R, 1.26R$ 로 달리한 경우에 대해 용해가 진행되는 동안 상경계면의 거동형태를 Fig. 2에 나타내었다. 그림에서 상/하의 실선들은 연속으로 촬영한 사진으로부터 직접 얻은 자료에 의해 액상의 자유표면과 상경계면의 형상들을 그린 것이다. 선들은 선택된 몇몇 시간에 대해 나타내었으며, 점선은 고상의 초기높이를 나타낸 것이다. 먼저, Fig. 2(a)를 보면 초기의 수평한 상경계면이 대칭축 부근에서는 용해후반까지도 그대로 유지되고 있다. 그러나 초기에 원관내벽과 같은 곡률을 가지고 있던 양측면의 상경계면은 용해가 진행되면서 점차 수평면에 완만하게 접근하는 곡선으로 변하고 있으며, 액막과 접합하는 부위(즉, 분출구 위치)에서는 원관과 이루는 접각이 점점 크지고 있다. 이러한 상층부 상경계면의 진행과정이 용해영역내에 형성된 유동과 밀접한 관련이 있음이 자명하며, 따라서 예상되는 유동과 관련하여 알아보도록 하자. 여러 문헌^(4,10~12)이 제시한 액상내의 유동구조의 결과로부터 예상되듯이 분

출구를 형성하고 있는 양측면의 상경계면 진행형상은 액막으로부터 벽면을 따라 분출하는 유동과 상층부에 형성된 자연대류가 서로 합류하면서 나타나는 상호작용에 따라 영향을 받을 것이고, 대칭축근처의 수평한 상경계면은 용해영역의 상층부에 형성된 자연대류로부터 대칭축을 따라 하향하는 유동에 지배적으로 영향을 받게 될 것이다. 시간이 지날수록 분출유동에 비해 자연대류가 상대적으로 발달하면서 자연대류의 영향을 지배적으로 받는 양측면의 안쪽부분이 가속적으로 용해되어 수평면에 완만하게 접근하는 형태로 나타나는 것으로 생각된다. 대칭축 근처에서는 수평면을 이루는 상경계면이 비록 자연대류의 영향을 받겠지만 이 지역의 유동이 열적으로 안정되어 성층화를 이루려는 경향 때문에 수평면으로 향하는 하향유동이 거의 정체를 보일 것으로 예상되고, 결국 용해가 잘 이루어지지 않아 용해 후반까지 수평형태를 유지하고 있는 것으로 생각된다. 상경계면의 진행과 관련하여 위에서 언급한 예상유동구조를 명확히 밝히기 위한 추가적인 실험 및 수치해석적 연구가 요망된다. 상경계면의 형상과 관련하여 주지해야 할 사실은 용해가 진행되면서 측면의 형상이 원관곡면과 달라지고 있으며, 따라서 수평원관내 접촉용해과정을 해석한 기존연구⁽⁹⁾에서 용해과정동안 상층부 상경계면의 곡률이 초기와 같이 일정하다고 한 가정을 본 연구에 그대로 적용한다면 매우 부적절한 결과를 가져올 수도 있다는 것이다. 고상의 초기높이를 $H_0=1.52R$ 로 낮춘 경우의 상경계면 진행형상을 Fig. 2(b)에 나타내었다. 상층부 상경계면에서 수평면이 차지하는 비율이 Fig. 2(a)의 경우에 비해 상대적으로



(a) $T_0=27.9^\circ\text{C}$, $T_w=68.3^\circ\text{C}$ and $H_0=1.68R$
 (b) $T_0=27.7^\circ\text{C}$, $T_w=68.0^\circ\text{C}$ and $H_0=1.52R$
 (c) $T_0=27.1^\circ\text{C}$, $T_w=67.8^\circ\text{C}$ and $H_0=1.26R$

Fig. 2 Timewise motion of the melting front and free surface

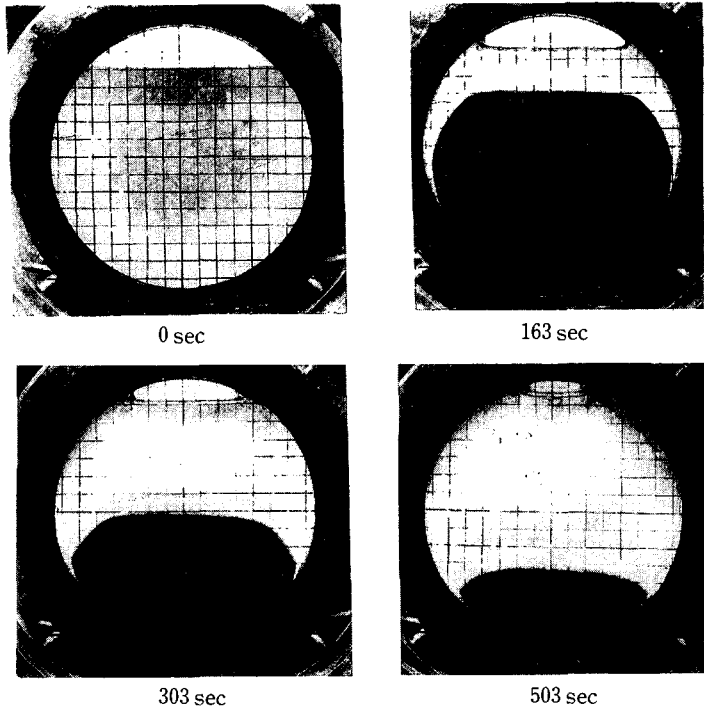


Fig. 3 A sequence of photographs of shape of solid/ liquid interface and free surface for $T_0=27.9^\circ\text{C}$, $T_w=68.3^\circ\text{C}$ and $H_0=1.68R$

로 크고, 양측면의 상경계면이 Fig. 2(a)의 경우와 비슷한 경향으로 진행되고 있으나, 수평면에 접근하는 정도가 다소 빠르게 이루어지고 있다. 이러한 경향이 고상의 초기높이가 낮을수록 가속화되고 있음을 Fig. 2(c)에서 확인할 수 있다. 한편, 초기에 수평면이 차지하는 비율이 용해가 진행되는 동안 거의 비슷하게 유지되고 있음을 Fig. 2에서 알 수 있다. 부피팽창으로 인해 액상의 자유표면 상승과정이 그림에 나타나 있으며, 이것에 관해서는 뒤에서 자세히 언급하기로 한다.

$T_0=27.9^\circ\text{C}$, $T_w=68.3^\circ\text{C}$, $H_0=1.68R$ 인 경우에 대해 용해과정시 선택된 몇몇시간에서 연속적으로 용해형상을 기록한 사진을 Fig. 3에 나타내었다. 액막부분과 관련하여 그림을 자세히 관찰하여 보면 Fig. 2에서 잘 나타나지 않은 하층부 액막부분이 나타나 있으며, 접촉용해의 경우 용해가 액막에서 주로 이루어진다는 사실로 미루어 볼때 매우 중요한 부분으로 생각된다. 이러한 중요성에도 불구하고 지금까지의 많은 연구에서 액막영역이 매우 좁게 형성된다는 이유로 직접적인 기록에 큰 관심을 보이지 않았으며, 액막의 두께를 정성적으로 가늠

하는데 여러가지 어려움이 있었다. Fig. 3에서 용해가 진행되어갈수록 액막의 존재를 육안으로 더욱 뚜렷이 확인할 수 있으며, 원관직경과 비교하여 액막두께의 상대적인 크기를 정성적으로 추정할 수 있을 것이다. 액막형태를 보면 하층부 대칭축으로부터 벽면을 따라 분출구쪽으로 올라오면서 두께가 점점 넓어지고 있으며, 특히 분출구 근처에서 완연히 커지고 있음을 관찰할 수 있다.

3.2 용해율

3.2.1 해석해

용해율에 대해 해석결과와 실험결과를 서로 비교하여 봄으로써 용해특성을 보다 명확히 파악하는데 많은 도움이 될 것이다. 이를 위해 수평원관내 접촉용해과정을 해석한 것 중에서 액막내 윤회이론을 적용한 대표적인 연구인 Bareiss와 Beer⁽³⁾의 해석과 같은 방법으로 초기에 고상이 부분적으로 채워진 경우에 대해 구한 해석해를 아래의 식들로 나타내었다.

$$m_f \equiv 1 - \frac{V_s}{V_0} = 1 - \frac{\Phi(\phi_A)}{f(\phi_s)} \quad (2a)$$

$$\Phi(\phi_A) = \begin{cases} f(\phi_A) & (H_0 \leq R, \text{ or } H_0 > R, \phi_A \leq \pi - \phi_s) \\ 2f(\phi_A) + f(\phi_s) - \pi/2 & (H_0 > R, \pi - \phi_s < \phi_A \leq \pi/2) \end{cases} \quad (2b)$$

$$f(\phi) \equiv (\phi - \cos\phi \sin\phi)/2 \quad (2c)$$

$$\phi_A = \begin{cases} \arccos(1 - H_0/R + 2s^*) & (H_0 \leq R, \text{ or } H_0 > R, s^* \geq H/R - 1) \\ \arccos(s^*) & (H_0 \leq R, s^* < H/R - 1) \end{cases} \quad (2d)$$

$$\phi_s = \arccos(1 - H_0/R) \quad (2e)$$

$$\frac{ds^*}{d\tau} = 0.402 \left\{ \frac{\text{Pr} \cdot \text{Ar}}{\text{Ste} \cdot (1 + \lambda)^3 \cdot \rho^{*3}} \right\}^{1/4} \left\{ \frac{\Phi(\phi_A)}{\sin\phi_A(2/3 + \cos^2\phi_A/3 - \cos^4\phi_A)} \right\}^{1/4} \quad (2f)$$

$$\lambda = \frac{\text{Ste}}{2} + S_c \quad (2g)$$

여기서, $s^* = s/(2R)$, s 는 고상의 이동거리이며, ϕ_A 와 ϕ_s 는 원관중심을 기준으로 하층부 대칭축에 대해 액막의 분출구와 고상의 초기수평면이 원관벽과 접촉하는 점이 이루는 각도를 각각 나타낸다. 위의 식(2g)의 λ 는 액막내의 현열과 고상내 과냉각을 각각 무차원화한 수의 합으로 나타나 있으며, 이들을 모두 무시한다면 $\lambda=0$ 이 되어 식(2f)로부터 Bareiss와 Beer⁽³⁾의 해석해와 비슷한 결과를 얻게 된다. 식(2)는 고상내의 초기 과냉각 효과가 고려되었으나 고상내의 전도열전달이 없다고 가정하고 상층부 용해량을 무시하여 얻은 결과이며, Bareiss와 Beer⁽³⁾의 해석방법과 같이 상층부 상경계의 곡률이 용해의 전과정에 걸쳐 일정하다고 가정하여 상층부의 용해량을 결정한다면, 위의 식(2)로부터 간단히 고려될 수 있을 것이다. 시간에 따른 용해율을 위의 식(2)에서 적절한 시간간격에 대해 Runge-Kuta 방법을 이용하여 구할 수 있다.

3.2.2 실험결과와 해석해의 비교

용해율은 실험을 통해 얻은 상경계면의 사진으로부터 고상이 차지하는 면적을 취함으로써 위의 식(2a)의 정의로부터 얻어졌으며, 고상의 초기높이를 거의 비슷하게 하고 벽면온도를 달리한 즉, T_w

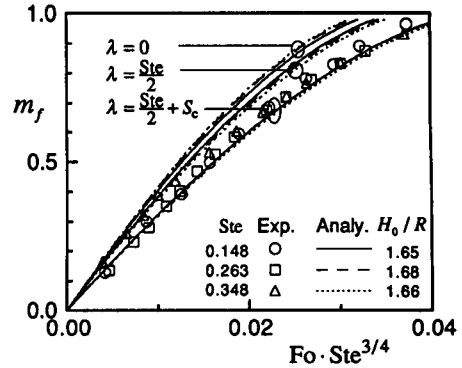


Fig. 4 The molten mass fraction as a function of dimensionless time for various wall temperatures

=59.9°C, 68.3°C, 74.5°C인 경우에 대한 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 그림에서 심볼들은 실험결과이며, 선들은 해석해의 결과이다. 먼저, 실험결과에 대해 알아보면 벽면온도를 증가시킬수록 용해율이 빠르게 이루어지는 것은 자명하며, 시간축을 무차원변수 $Fo \cdot Ste^{3/4}$ 으로 하였을 때 용해율이 거의 하나의 곡선상으로 모아지는 결과를 보이고 있다. 이는 용해율이 $Fo \cdot Ste^{3/4}$ 을 독립변수로 하는 함수의 형태로 표현될 수 있음을 의미한다. 실험결과에서 용해율의 증가 경향을 보면 용해 중반에 가서는 용해율의 증가가 다소 둔화되는 경향을 보이고 있으며, 이는 고상의 전열면적이 줄어들면서 용해량이 감소하는데 기인함은 이미 잘 알려진 사실이다. 한편, 본 연구에서는 실험결과를 위의 식(2)에서 구한 해석해와 비교하여 보았다. 여기서 해석해는 상층부 용해량이 무시된 경우이며, 이는 Fig. 2에서 이미 보았듯이 시간이 지남에 따라 상층부 상경계의 형상이 초기와 상당히 다른 곡률 형태로 변하므로, 상층부 용해량을 Bareiss와 Beer⁽³⁾의 해석과 같은 방법으로 처리한다면 오히려 매우 부적절한 결과를 얻을 수도 있기 때문에, 상층부 용해량을 불명확한 방법으로 처리하기보다는 오히려 무시하므로써 명확한 비교자료를 제시하고자 하는데 있다. 그림에서 액막의 현열과 고상의 초기과냉각이 없는 경우 즉, $\lambda=0$ 와 액막내의 현열만 고려된 $\lambda = Ste/2$ 의 해석결과들은 모두 실험결과와 비교적 큰 차이를 보이고 있다. 이러한 결과로부터 본 연구에서 고상의 초기과냉각이 용해에 상당히 큰 영향을 미치고 있음을 정성적으로 알 수 있다. 한편,

액막내의 현열과 고상내의 과냉각효과가 모두 고려된 해석하는 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 그러나, 실험결과에 비해 해석결과가 다소 낮게 나타나고 있으며, 이는 해석에서 상층부 용해량을 무시한데서 비롯된 것으로 생각된다. 해석해에서 상층부의 용해량을 고려한다면 실험결과와 거의 일치하는 결과를 보일 것으로 여겨지며, 여기에 대한 보다 명확한 결과를 위해 엄밀한 수치해석적 연구가 요구된다. 한편, 벽면온도를 달리한 경우에 실험결과와 마찬가지로 해석결과에서도 무차원 시간 $Fo \cdot Ste^{3/4}$ 에 대해 용해율이 거의 일치하는 결과를 보이고 있다. 결국, 해석과 실험에서 모두 용해율이 $Fo \cdot Ste^{3/4}$ 의 함수로 표현될 수 있다는 일치된 결과를 얻었다. 이러한 결과에 대해 먼저 해석해 측면에서 검토하여 보면 식(2f)에서 용해율이 $Fo \cdot Ste^{3/4}$ 의 함수로 근사될 수 있음을 알 수 있다. 이러한 사실을 액막내 접촉용해와 관련하여 연구한 여러 문헌^(3,9,10,23)에서도 암시적으로 제시하고 있다. 용해율에서 실험결과와 액막내 접촉용해만을 고려한 해석결과가 무차원 시간변수의 함수형태로 일치되게 나타나는 것으로 보아 용해의 변화과정이 하층부 액막내의 용해에 의해 거의 좌우됨을 간접적으로 알 수 있다.

고상의 초기높이가 용해율에 미치는 영향을 알아보기 위해 비슷한 벽면온도에 대해 $H_0=1.68R$, $1.52R$, $1.26R$ 로 달리한 경우의 시간에 따른 용해율 변화를 Fig. 5에 나타내었다. 그림에서 심볼은 실험결과이며, 선들은 식(2)로부터 얻은 해석결과이다. 역시 해석결과에 비해 실험결과가 다소 낮게 나타나고 있으며, 이러한 결과에 대해 이미 Fig. 4에서 언급한 바 있으므로 여기서는 생략하기로 한

다. 해석결과에서 고상의 초기높이가 낮을수록 용해율이 빠르게 증가하고 있으며, 실험결과에서도 비록 증가정도의 차이는 적지만 비슷한 경향을 보이고 있다. 이는 고상의 초기높이가 낮을수록 고상의 단위부피당 액막 접촉면이 상대적으로 커지면서 하층부 용해량이 증가하는데 기인한다.

3.3 밀도차로 인한 부피팽창

본 연구에서 다루고 있는 중요한 문제 중의 하나는 고-액 밀도차로 인한 부피팽창이다. 고상이 용해할 때 부피팽창으로 인한 액상 자유표면의 상승과정과 형상을 몇몇 시간에 대해 Fig. 2에서 보이고 있다. 자유표면의 상승과정을 보면 고상의 초기높이가 높을수록 상승폭이 크다. 이는 원관의 기하학적 형상에서 수평면의 폭이 상대적으로 적어지는데 기인하는 것으로 자명한 결과이다. 자유표면의 모양은 중력에 대해 수평으로 평평하게 놓여있으나 원관벽 근처에서 표면장력으로 인해 벽면을 따라 수면보다 다소 높게 기어 올라가 있다.

벽면의 온도가 68°C 근처로 비슷하게 같을 때 고상의 초기높이가 $H_0=1.68R$, $1.52R$, $1.26R$ 로 달라지는 경우에 시간에 따른 자유표면의 높이변화를 Fig. 6에 나타내었다. 그림을 보면 Fig. 2의 시간에 따른 자유표면의 변화에서 이미 확인된 바와 같이 고상의 초기높이가 높을수록 자유표면의 증가가 빠르게 이루어지고 있다. 자유표면의 상승은 고상의 용해량과 밀접한 관련이 있으며, 고상과 액상의 밀도가 온도에 따라 각각 일정하고 자유표면에서 표면장력이 없는 경우라면 앞에서 제시된 식(1)의 관계에 있다. 고상의 용해량이 시간에 따라 일정하게 증가하는 경우에는 원관의 기하학적 형상으로 보아

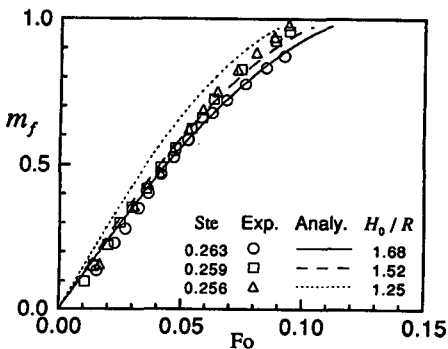


Fig. 5 The molten mass fraction vs. dimensionless time for various initial heights of the solid

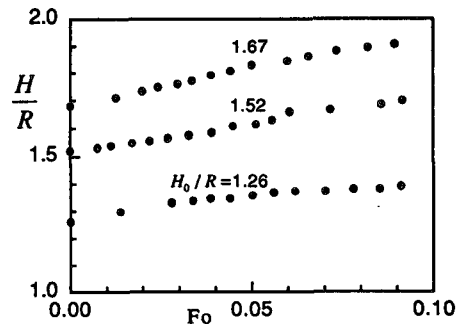


Fig. 6 The experimental results for the timewise variation of the height of free surface in various initial heights of the solid

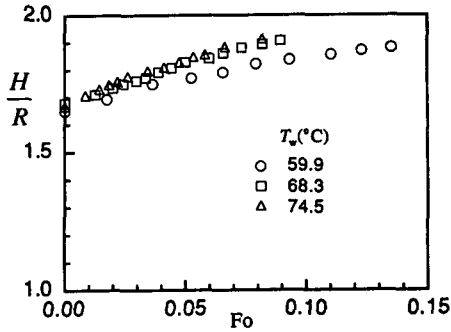


Fig. 7 The experimental results for the timewise variation of the height of free surface in various wall temperature

자유표면의 상승이 점점 빨라질 것은 자명하다. 그러나, Fig. 5에서와 같이 시간이 경과함에 따라 용해율의 증가폭이 둔화됨으로 인해 결국 서로가 상쇄되어 Fig. 6에서와 같이 자유표면의 상승경향이 거의 선형적으로 이루어지고 있다. 이러한 경향을 벽면의 온도를 $T_w=59.9^\circ\text{C}$, 68.3°C , 74.5°C 로 달리한 경우에 대해 시간에 따른 자유표면의 높이변화를 나타낸 Fig. 7과 용해율의 변화를 나타낸 Fig. 4를 서로 연관시켜 살펴보면 쉽게 이해할 수 있을 것이다. 그림에서 벽면의 온도가 높을수록 빠르게 상승하고 있으며, 이는 벽면의 온도가 높을수록 용해가 빠르게 진행되어 액상의 부피가 빠르게 팽창하기 때문이다.

4. 결 론

본 연구에서는 수평원관내에 고상을 부분적으로 채움으로써 용해시 부피팽창을 고려한 경우에 대한 실험을 수행하였다. 실험결과를 고상의 초기과냉각 효과를 고려하여 유도한 해석해와 비교하여 봄으로써 용해특성을 명확히 밝히고자 하였다. 연구는 고상의 초기높이를 달리한 경우와 벽면의 온도를 달리한 경우에 대해 이루어졌으며, 결과로부터 얻은 결론을 요약하여 정리하면 다음과 같다.

(1) 상층부 고-액상경계면의 진행형상은 본 연구의 범위에 대해 대칭축 근처에서 초기의 수평면을 그대로 유지하고 있었으며, 분출구와 접하는 양측면에서는 수평면으로 접근하는 모양으로 변하고 있었다. 이러한 경향이 고상의 초기높이가 낮을수록 더욱 뚜렷하게 가속화되어 나타나고 있었다. 이러

한 결과는 상층부 상경계면의 곡면이 초기와 같은 형태를 이룬다고 가정 한 기존연구⁽³⁾의 해석이 본 연구에서는 매우 부적절한 해석결과를 가져올 수도 있음을 의미한다.

(2) 시간에 따른 용해율의 변화가 벽면의 온도를 달리한 즉, Ste수를 변화시킨 경우에 무차원 시간 변수 $Fo \cdot Ste^{3/4}$ 의 함수로 나타날 수 있음을 실험결과에서 알았으며, 본 연구에서 유도한 해석해의 결과를 통해 이러한 사실을 확인하였다. 본 연구의 실험범위에서 고상의 초기높이가 낮을수록 용해율이 다소 빠르게 증가하였으며, 역시 해석결과에서 이러한 사실을 확인하였다.

(3) 액상의 자유표면 형상이 중력에 대해 수평면을 이루고 있으나 원관벽 근처에서 표면장력으로 인해 벽면을 따라 다소 상승하여 나타났다. 시간에 따른 자유표면의 상승폭은 고상의 초기높이가 높을수록 컸으며, 이는 원관의 기하학적 모양으로 보아 자명한 결과임을 확인하였다. 자유표면의 상승경향은 시간에 따라 거의 선형적으로 이루어졌으며, 이는 상승할수록 폭이 좁아지는 원관의 기하학적 형상과 시간이 경과할수록 용해량의 증가폭이 감소하는 용해특성이 서로 상쇄되어 나타나는 결과임을 확인하였다.

본 연구는 캡슐내의 상변화물질이 용해되는 과정에서 고-액 밀도차로 인한 부피변화를 고려하므로써 실질적인 응용결과를 제시하였다.

참고문헌

- (1) Nicholas, D. and Bayazitoglu, Y., 1980, "Heat Transfer and Melting Front Within a Horizontal Cylinder," *J. Solar Energy Engng*, Vol. 102, pp. 299~232.
- (2) Moore, F. E. and Bayazitoglu, Y., 1982, "Melting Within a Spherical Enclosure," *J. Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 19~23.
- (3) Bareiss, M. and Beer, H., 1984, "An Analytical Solution of the Heat Transfer Process During Melting of an Unfixed Solid Phase Change Material Inside a Horizontal Enclosure," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 739~746.
- (4) Webb, B. W., Moallemi, M. K. and Viskanta, R., 1987, "Experiments on Melting of Unfixed Ice in a Horizontal Cylindrical Capsule," *J. Heat*

- Transfer*, Vol. 109, pp. 454~459.
- (5) Prasad, A. and Sengupta, S., 1987, "Numerical Investigation of Melting inside a Horizontal Cylinder Including the Effects of Natural Convection," *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 803~806.
- (6) Marsh, B. D., 1978, "On the Cooling of Ascending Andesitic Magma," *Phil. Trans. Roy. Soc.*, Vol. A288, pp. 611~625.
- (7) Cohen, J. J., Schwartz, L. L. and Tewes, H. A., 1974, "Economic and Environment Evaluation of Nuclear Waste Disposal by Underground in Situ Melting," *Am. Nucl. Soc. Trans.*, Vol. 18, pp. 194~195.
- (8) Emerman, S. H. and Turcotte, D. L., 1980, "Stokes' Problem with Melting," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 1625~1630.
- (9) Moallemi, M. K. and Viskanta, R., 1985, "Melting Heat Transfer around a Migrating Heat Source," *J. Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 451~458.
- (10) Roy, S. K. and Sengupta S., 1990, "Gravity-Assisted Melting in a Spherical Enclosure: Effect of Natural Convection," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 1135~1147.
- (11) Suh, J.-S., Kim, C.-J., Lee, J. S. and Ro, S. T., 1993, "A Full-Equation-Based Analysis of Gravity-Assisted Melting of Subcooled Phase-Change Medium inside a Spherical Capsule," *in Phase Change Heat Transfer, ASME HTD*, Vol. 262, pp. 85~91.
- (12) Yoo, H. and Ro, S. T., 1990, "Melting Process with the Solid Bulk Motion in a Rectangular Cavity," *Proc. 9th Int. Heat Transfer Conf.*, Jerusalem, pp. 283~288.
- (13) Hirata, T., Makino, Y. and Kaneko, Y., 1991, "Analysis of Close-Contact Melting for Octadecane and Ice Inside Isothermally Heated Horizontal Rectangular Capsule," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 3097~3106.
- (14) Sparrow, E. M. and Geiger, G. T., 1986, "Melting in a Horizontal Tube with the Solid either Constrained or Free to Fall under Gravity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, pp. 1007~1019.
- (15) Ho, C.-J. and Viskanta, R., 1982, "Experimental Study of Melting in a Rectangular Cavity. in *Heat Transfer-1982(Edited by U. Grigull et al.)*," *Hemisphere*, Washington, D. C., Vol. 2, pp. 369~374.
- (16) Sparrow, E. M. and Broadbent, J. A., 1982, "Inward Melting in a Vertical Tube Which Allows Free Expansion of the Phase-Change Medium," *J. Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 309~315.
- (17) Prusa, J. and Yao, L. S., 1984, "Effect of Density Change and Subcooling on the Melting of a Solid Around a Horizontal Heated Cylinder," *ASME Paper No. 84-HT-3*.
- (18) Yoo, H. and Ro, S. T., 1991, "Melting Process with Solid-Liquid Density Change and Natural Convection in a Rectangular Cavity," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 12, pp. 365~374.
- (19) Kim, C. - J., Ro, S. T., Lee, J. S. and Kim, M. G., 1993, "Two-Dimensional Freezing of Water Filled Between Vertical Concentric Tubes Involving Density Anomaly and Volume Expansion," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 10, pp. 2647~2656.
- (20) Chiang, K. C. and Tsai, H. L., 1992, "Shrinkage-Induced Fluid Flow and Domain Change in Two-Dimensional Alloy Solidification," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 1763~1770.
- (21) 서정세, 1994, "수평원통형용기 및 구형용기 내에서 상변화물질의 용해과정," 박사학위논문, 서울대학교, 서울.
- (22) 홍창식, 1990, "파라핀을 채운 수평원관내에서의 축열 및 방열특성에 관한 연구," 박사학위논문 서울대학교 서울.
- (23) Hong, H. and Saito, A., 1993, "Numerical Method for Direct Contact Melting in Transient Process," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2093~2103.

부 록

실험초기에 T_0 인 원관벽이 벽의 외부표면을 감싸고 일정한 열유속으로 발열하는 열선에 의해 온도가 상승하다가 용해온도 T_f 로 되면서, 일부 열이 원관벽 내면에 접촉하고 있는 상변화물질을 용

해시키는데로 빠져나간다. 그러나, 원관벽의 온도가 T_w 로 된 이후에는 일정한 벽면온도의 유지를 위해 열선이 자동개폐된다. 초기에 T_0 인 원관벽이 설정온도 T_w 로 되는 데 소요되는 초기지연시간 t_i 는 원관벽이 초기온도 T_0 에서 T_f 로 되는 데 소요되는 시간 t_f 와 T_f 에서 T_w 로 증가하는 데 소요되는 시간의 합으로 나타난다. 한편, 원관은 구리로 제작되었으므로 상변화물질에 비해 열전도를 및 열확산계수가 상대적으로 매우 크다. 따라서, 집중용량법에 기초하여 간단하게 해석할 수 있으며, 각 시간대에 따른 원관벽에서의 에너지보존방정식을 정리하면

$$\begin{aligned}(\rho Vc)_w \frac{dT}{dt} &= \dot{Q} \quad (0 < t \leq t_f) \\ (\rho Vc)_w \frac{dT}{dt} &= \dot{Q} - A_c \frac{k_L(T - T_f)}{\delta} \quad (t_f < t \leq t_i)\end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

이다. 위의 식 (A.1)으로부터 구한 초기지연시간, t_i 는

$$t_f = \frac{(\rho Vc)_w (T_f - T_0)}{\dot{Q}}$$

$$t_i = t_f + \frac{\delta}{k_L} \frac{(\rho Vc)_w \ln \frac{1}{1 - (T_w - T_f) A_c k_L / (\dot{Q} \delta)}}{A_c} \quad (\text{A.2})$$

이며, 여기서 \dot{Q} 는 일정한 열유속, A_c 상변화물질의 접촉면적, δ 는 평균액막두께를 각각 나타낸다. 이들은 본문에 제시한 실험장치 및 실험조건 등의 자료로부터 계산될 수 있다. 특히, 초기의 평균액막두께, δ 는 Bareiss와 Beer⁽³⁾가 제시한 관계식 $\delta(\phi) = \delta_0 / \cos \phi$ 로부터

$$\delta = \frac{\delta_0}{\phi_A} \int_0^{\phi_A} \frac{d\phi}{\cos \phi} \quad (\text{A.3})$$

이며, δ_0 는 대칭면에서의 액막두께로서 $\delta_0 = R\{\rho^*/(2+2\lambda)\}(d\tau/ds^*)$ 의 관계식으로부터 본문의 식 (2-f)를 이용하여 구할 수 있다. 여기서 항상 $\phi_A < 90^\circ$ 임에 주의하여야 한다. δ_0 가 초기 지연시간동안 0.1% 내에서 변하며, 영향을 거의 주지 못한다. 한편, 초기지연시간동안 고상의 용해율이 0.5% 이내에서 머물렀으며, 용해가 거의 이루어지지 않음을 확인하였다.