大韓機械學會論文集 第19卷 第9號, pp. 2237~2248, 1995

〈論 文〉

비압축성유동을 위한 수치적응 격자생성에 관한 연구

이주희* · 이상환** · 윤준용**

(1994년 6월 13일 접수)

A Study on Numerical Adaptive Grid Generation for Incompressible Flow

Juhee Lee, Sang-Hwan Lee and Joon Young Yoon

Key Words: Incompressible Flow(비압축성유동), Smooth and Stable Grids(유연하고 안정된 격자), Multi-Scale(다중 scale), The Amount of Influence(영향도), Vorticity(와도), Stream Function(유동함수), Indicators(표시자)

Abstract

In incompressible flow which has multi-length scale, it has a very important effect which dependent variables are used for adaptive grid generation. Among many length scales in incompressible flow, the dependent variables used for the adaptive grid generation should be able to represent the feature of the concerned system. In this paper, by using vorticity and stream function, in addition to velocity components, the smoother and more stable grid generation is possible and these four flow properties represent each scale. The adaptive grid generation for a lid-driven cavity flow with $N_{Re}=3200$ using four flow properties such as velocity components, vorticity, stream function is performed, and the usefulness of using vorticity and stream function as the indicator for adaptive grid generation is shown.

기호설명

M : 표시함수
I : 표시자
P : 당김함수
Q : 당김함수
P_{init} : 초기격자의 당김함수
Q_{init} : 초기격자의 당김함수
P_a : 격자적응을 위한 당김함수
Q_a : 격자적응을 위한 당김함수
w : 가중함수
u : x방향속도
v : y방향속도
x : 물리영역의 좌표계
y : 물리영역의 좌표계
η : 계산영역의 좌표계
ζ : 계산영역의 좌표계

*한양대학교 대학원 기계공학과
**정회원, 한양대학교 기계설계학과

I. 서 론

편미분방정식을 이용한 수치적인 좌표변환은 최근까지 활발하게 연구되어지고 있다. 이중 Laplace 방정식을 이용한 격자생성법은 1962년 Crowley[1]에 의해 제안되었으며 특히 Thompson[2]의 연구 이후 multi-domain뿐 아니라 Laplace방정식의 우변에 생성항을 추가시킨 Poission방정식을 이용함으로써 격자점의 분포를 경계 혹은 복잡한 유동이 예상되는 곳에 밀집시킬 수 있게 되었다.

대부분의 유체유동은 경계층, 후류, 충격파와 같은 다수의 길이척도(multi-length scale)를 가지는 영역을 포함하고 있다. 이러한 복잡한 유동에서 적절한 수치해를 얻기 위해서는 유동의 변화가 큰 곳에 격자점의 밀도가 높아야 한다. 반면에 그 외의

영역에서는 격자점의 밀도를 낮게 함으로써 계산시간및 전자계산기의 기억용량을 효율적으로 사용할 수 있다. 그러나 문제는 격자의 밀집이 요구되는 영역들의 위치가 미리 정해지지 않는다는 것이며, 격자는 해를 구하면서 적응되어야 한다는 것이다. 이러한 방법을 적응격자생성법(adaptive grid generation)이라 한다. 이러한 격자생성법은 편미방류의 수치적인 해를 최적의 비용으로 얻는데 중요한 요소가 된다.

Lee and Tsuei[3]과 Thompson[4]에 의하면 수치오차는 유동특성(flow property)의 미분과 metric coeffi-cient의 함수로 표시된다고 했으며 metric coefficient는 물리영역과 계산영역이 정해지면 두 영역의 관계로부터 일정한 값을 가지게 되며 수치오차는 해에 따라 변화하게 되는 유동특성의 미분만의 함수가 된다. 여러 유동특성들 중에서 어느 유동특성의 미분값을 전 영역에 걸쳐 일정하게 할 때 수치적 오차가 최소가 되느냐 하는 것은 그 계의 특성에 달려 있다. 일반적으로 유한 차분법을 이용한 전산유체역학에서는 속도, 압력, 밀도, 마하수 등의 각 격자사이의 증분이 크면 수치 오차가 증가하는 것으로 알려져 있다. 이들 유동특성들은 수치오류를 많이 포함하고 있는 부분, 즉 격자의 밀도를 높여야 할 곳을 나타내는 표시자(indicator)라고 볼 수 있다. 압축성유동에서는 압력, 밀도, 마하수가 좋은 표시자이지만 비압축성유동에서는 적절하지 못하다. 본 연구에서는 표시자로 x, y방향의 속도성분 u, v와 유동함수(stream function), 와도(vorticity)를 사용하였으며, 각 물리적특성에 따라 적응된 격자를 보여 주었다. 그리고 속도성분만을 고려한 경우와 속도성분외에 유동함수, 와도까지 함께 고려하여 격자적응을 한 경우를 서로 비교하였다. 속도성분 이외에 유동함수, 와도를 표시자로 사용할 수 있음을 보였다. 좋은 격자라는 것은 격자망 사이의 변화가 유연하고 직교성이 있어야 한다. 이를 위해 Lee와 Tsuei[3]의 주변 가중함수 효과방법을 사용했고, Steger와 Sorenson[5]의 경계부근 격자의 직교방법을 사용하였다.

2. 격자생성을 위한 이론적 접근

2.1 지배방정식

타원형 방정식중 격자점의 분포를 원하는 형태로 제어할 수 있는 Poission방정식을 사용했으며 이를 수학적으로 나타내면 다음과 같다.

$$\nabla^2\zeta=\zeta_{xx}+\zeta_{yy}=P(\zeta,\eta) \tag{1a}$$
$$\nabla^2\eta=\eta_{xx}+\eta_{yy}=Q(\zeta,\eta) \tag{1b}$$

여기서, ζ와 η는 계산영역의 좌표계이며, 식(1)을 수치적으로 풀기 위해서는 물리적 영역에서 계산영역으로의 변환이 필요하다. 식(1)을 계산영역으로 변환하면 다음과 같다.

$$\alpha x_{\zeta\zeta}-2\beta x_{\zeta\eta}+\gamma x_{\eta\eta}=-J^2(Px_\zeta+Qx_\eta) \tag{2a}$$
$$\alpha y_{\zeta\zeta}-2\beta y_{\zeta\eta}+\gamma y_{\eta\eta}=-J^2(Py_\zeta+Qy_\eta) \tag{2b}$$

여기서, J는 계산영역과 물리영역의 미소면적의 비를 나타내는 계수인 Jacobian이다.

$$J=x_\zeta y_\eta-x_\eta y_\zeta$$
$$\alpha=x_\eta^2+y_\eta^2$$
$$\beta=x_\zeta y_\eta+x_\eta y_\zeta$$
$$\gamma=x_\zeta^2+y_\zeta^2$$

P와 Q는 비선형 생성항으로 당김함수(attractio function)라고 하며 각 격자점의 위치를 제어하게 된다. 당김함수 P와 Q는 초기격자에서 구해진 당김함수값과 초기격자에서 얻어진 해로부터 구해진 당김함수값의 합으로 나타낸다. 즉,

$$P(\zeta,\eta)=P_{init}+P_a \tag{3a}$$
$$Q(\zeta,\eta)=Q_{init}+Q_a \tag{3b}$$

2.2 초기격자에서의 당김함수

P와 Q를 초기격자의 당김함수 P_{init}, Q_{init}와 격자적응을 위한 당김함수 P_a, Q_a의 합으로 나타내므로 초기격자의 형태를 유지하면서 표시자의 미분의 대소에 따라 격자를 재분포시킬 수 있다.
식(2)의 격자생성 방정식을 바꾸어 쓰면

$$(P_{init}x_\zeta+Q_{init}x_\eta)=J^{-2}A \tag{4a}$$
$$(P_{init}y_\zeta+Q_{init}y_\eta)=J^{-2}B \tag{4b}$$

여기서,

$$A=-(\alpha x_\zeta\zeta-2\beta x_{\zeta\eta}+\gamma x_{\eta\eta})$$
$$B=-(\alpha y_\zeta\zeta-2\beta y_{\zeta\eta}+\gamma y_{\eta\eta})$$

이며, Cramer's rule을 사용하면

$$P_{init}=\frac{\begin{vmatrix} J^{-2}A & x_\eta \\ J^{-2}B & y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_\zeta & x_\eta \\ y_\zeta & x_\eta \end{vmatrix}}=J^{-3}(Ay_\eta-Bx_\eta) \tag{5a}$$

$$Q_{init}=\frac{\begin{vmatrix} x_\xi J^{-2}A \\ y_\xi J^{-2}B \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & x_\eta \end{vmatrix}}=J^{-3}(-Ay_\xi+Bx_\xi) \qquad (5b)$$

와 같이 각 격자점에서 초기 당김함수의 값들을 계산할 수 있다.

3. 격자적응

3.1 격자적응을 위한 당김함수

가중함수 $w(\zeta)$가 전 영역에 걸쳐 일정한 값(equi-distribution)을 가지도록 함으로써 수치오차를 줄일 수 있다. 이것을 수식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\zeta}{\zeta_{\max}}=\frac{\int_1^s wds}{\int_1^{s_{\max}} wds} \qquad (6)$$

s는 ζ좌표를 따르는 arc length이다. 여기서 ζ의 증분이 일정하다면

$$w_i\Delta s_i=constant \qquad (7)$$

가 된다. 이 식의 의미를 살펴보면 w_i가 큰 값을 가지면 Δs_i가 작아지고 w_i가 작아지면 그 반대의 경우가 된다. 즉 w_i가 큰 곳에 격자점이 밀집되게 된다.

초기격자에서 얻어진 유동해에서 구해진 가중함수로부터 격자적응 당김함수(P_a와 Q_a)를 계산해야 한다. ζ가 일정한 경로(path)를 따라 격자생성 방정식을 적용하면

$$\zeta_{xx}=P(\zeta) \qquad (8a)$$

$$x_{\xi\xi}=-(PJ^2)x_\xi$$

$$J=x_\xi \qquad (8b)$$

이 되고, 위의 식 (7)과 (8b)을 조합하면 다음과 같이 격자적응을 위한 당김함수(P_a, Q_a)을 얻을 수 있다.

$$P_a=\frac{1}{J^2}\frac{w_\xi}{w} \qquad (9a)$$

$$Q_a=\frac{1}{J^2}\frac{w_\eta}{w} \qquad (9b)$$

3.2 가중함수

Hedstorm과 Rodrique[6]는 격자점의 밀도를 높여야 할 곳은 유동특성의 구배가 큰 곳이 아니라 truncation error가 큰 곳이 되어야 한다고 했다. 그럼에도 불구하고 많은 실제적인 경우에 유동특성의 구배가 truncation error에 대한 좋은 표시자로 사용된다. 그 이유는 truncation error는 metric coefficient와 유동특성의 함수이며, metric coefficient는 계산영역과 물리영역 사이의 관계에서 결정되어 일정한 값을 가지게 되므로 결국 유동특성의 구배가 큰 곳이 truncation error가 큰 곳임을 의미하게 된다.

초음속유동의 경우에는 압축성의 요소를 잘 표현하는 압력구배 및 밀도 차이 등은 좋은 표시자이지만 비압축성유동에서는 적절하지 못하며 비교적 넓은 지역에 걸쳐 분포하게 된다. 경우에 따라서는 온도, 길이도 좋은 표시자가 될 수 있다. 그러므로 관심있는 부분의 유동특성을 잘 표현할 수 있는 표

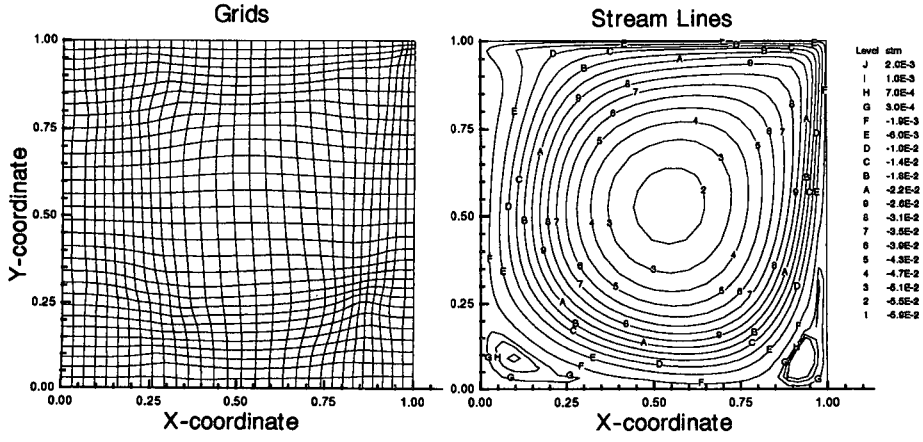

Fig. 1 Adaptive girds only with stream function

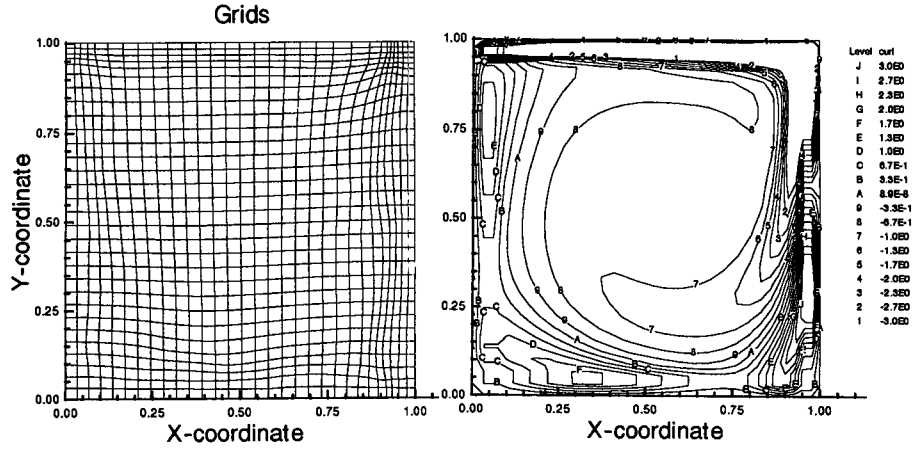

Fig. 2 Adaptive girds only with vorticity

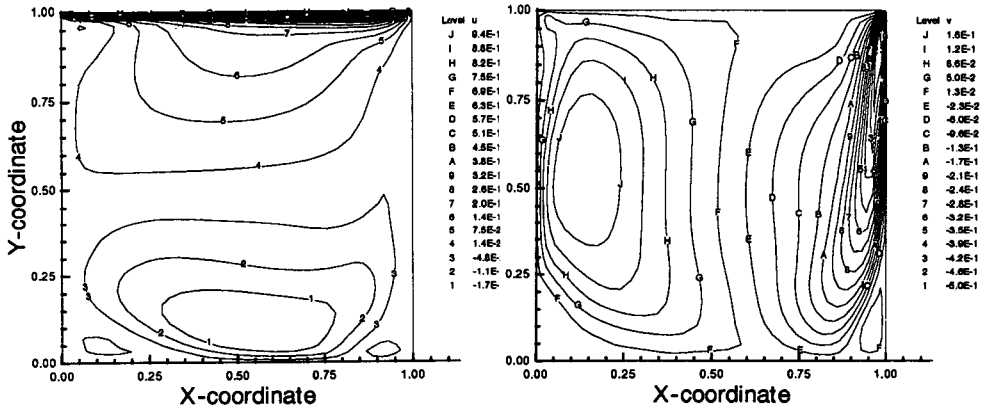

Fig. 3 u and v velocity contour

시자를 가중함수로 사용하여야 한다. 본 논문에서는 표시자로 x방향 속도 u와 y방향속도 v, 와도 그리고 유동함수를 사용하였다. 각각의 효과를 Figs. 1~3, Fig. 5와 같이 나타내었다.

Anderson[7]에 의한 격자적응은 표시자의 변화율이 가장 큰 곳에 격자를 자동으로 밀집시켜 주는 방법을 사용하였다. 그러나 그 효과가 한 곳에 집중되어 복잡한 유동에서는 오히려 해석상에 역효과를 가져온다. 김종태[8]는 표시(marking)함수를 사용하여 이를 개선했다. 이 표시함수는 표시자의 구배가 기준치보다 클 경우 1의 값을 가지는 이진함수이다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

방향가중함수

$$w_1 = 1 + b_1(c_1)_i f_i \qquad (10a)$$

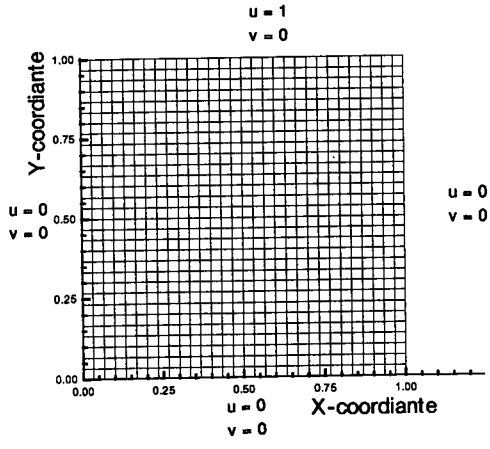

Fig. 4 Uniform initial grid(31×31)

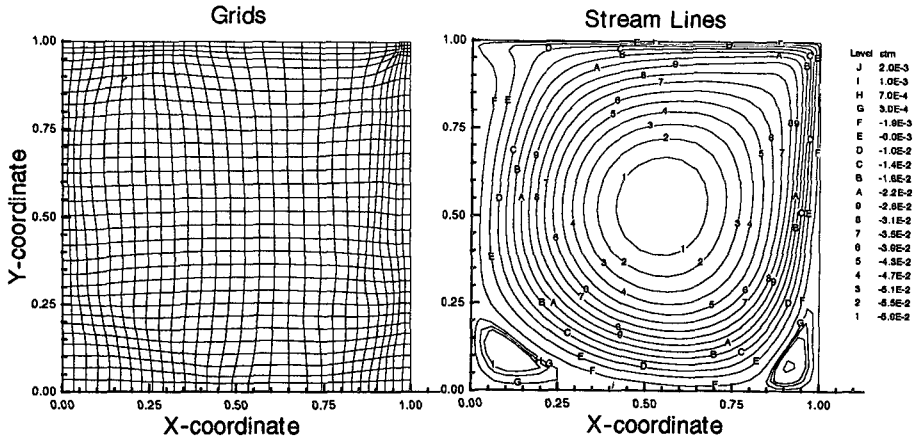

Fig. 5 Mesh and stream line of Case Ⅱ (b=0.7)

방향가중함수

$$w_2=1+b_2(c_2)_i f_\eta$$

$$f_\xi=\sum_{i=1}^{N}(M_\xi)_i$$

$$f_\eta=\sum_{i=1}^{N}(M_\eta)_i \tag{12b}$$

N : 고려한 표시자의 수

$$(M_\xi)_i=1 \text{ if}(I_\xi)_i\geq(I_{\xi cr})_i$$
$$0 \text{ if}(I_\xi)_i<(I_{\xi cr})_i$$
$$(M_\eta)_i=1 \text{ if}(I_\eta)_i\geq(I_{\eta cr})_i$$
$$0 \text{ if}(I_\eta)_i<(I_{\eta cr})_i$$

b_1과 b_2는 각각 ξ와 η방향의 상수값으로 격자가 밀집되는 정도를 조절하며 b_1, $b_2\fallingdotseq1.0$값이 좋다. c_1과 c_2는 다음의 식으로 구하여진다.

$$(c_1)_i=\frac{(I_{\xi cr})_i\cdot(I_{eff})_i}{\sum_1^N[(I_{\xi cr})_i\cdot(I_{eff})_i]} \tag{11a}$$

$$(c_2)_i=\frac{(I_{\eta cr})_i\cdot(I_{eff})_i}{\sum_1^N[(I_{\eta cr})_i\cdot(I_{eff})_i]}$$

$$(I_{eff})_i=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{\mathrm{MAX}[|I_{\max}|,|I_{\min}|]} \tag{11b}$$

여기서, $(c_1)_i$와 $(c_2)_i$는 각 표시자의 전체 유동에 대한 중요도를 나타내는 계수이다. 표시자의 최대값과 최소값의 차이가 크고, 다른 표시자와 나머지 조건이 같을 경우 다른 표시자에 비해 전체적으로 구배가 큰 것으로 볼 수 있다. 그러므로 다른 표시자에 비해 큰 가중치를 가지도록 하였다. 또 한 격자점에서 고려한 모든 표시자의 크기가 $(I_{\xi cr})_i$보다 큰 경우 $(c_1)_i$, $(c_2)_i$와 표시자의 구배의 곱이 단위 크기가 되도록 하였다. 이렇게 함으로써 각 표시자의 중요도에 따라 가중된 값을 가지며 가중함수(weight function)의 최대 크기를 단위 크기로 할 수 있다.

$$c_i\cdot f_\xi=c_i\sum_1^N(I_\xi)_i=c_i\cdot N=1 \tag{12}$$

각 표시자의 구배가 어느 정도되어야 격자점의 밀집을 필요로 하는 곳인지를 결정하는 것은 어려운 일이다. 그러나 표시자의 구배가 정규분포를 가진다고 가정하면 통계학적인 방법으로 쉽게 구할 수 있다. 즉, 표시자의 구배의 평균에서 표준편차의 일정치(α) 이상이면 표시자의 구배가 큰 것으로 생각할 수 있다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$I_{\xi cri}=\overline{I_\xi}+\alpha \tag{13}$$

여기서,

평균 ; $\overline{I_\xi}=\frac{\sum I_\xi}{N}$, 표준편차 ; $\sigma=\sqrt{\frac{\sum(I_\xi-\overline{I_\xi})^2}{N-1}}$

이며, Elsevier[9]는 $\alpha=0.4$를 추천하고 있다. $I_{\eta cri}$도 같은 방법으로 구할 수 있다.

3.3 표시자의 정규화

각 표시자를 정규화하지 않으면 서로의 scale이 틀려지게 되고 이로 인해 표시자의 크기 자체가 큰 표시자만을 고려한 격자적응이 된다. 그러므로 고려한 모든 표시자의 크기를 정규화 함으로써 서로 같은 중요도를 가지게 한다. 다음과 같이 각 격자점에서 최대값과 최소값의 차로 나눔으로써 표시자

의 크기가 0과 1 사이의 값을 가지도록 하였다.

x방향속도

$$u=\frac{u-u_{\min}}{u_{\max}-u_{\min}} \tag{14a}$$

y방향속도

$$v=\frac{v-v_{\min}}{v_{\max}-v_{\min}} \tag{14b}$$

와도

$$vort=\frac{vort-vort_{\min}}{vort_{\max}-vort_{\min}} \tag{14c}$$

유동함수

$$stm=\frac{stm-stm_{\min}}{stm_{\max}-stm_{\min}} \tag{14d}$$

3.4 주변 가중함수의 효과

Lee와 Tsuei[3]에 의하면 격자간격의 구배가 현저한 경우 truncation error가 증가하게 되며, 격자생성 Poission방정식의 수렴성도 떨어지게 된다. 그래서 여러 연구에서[10~12] 용수철의 tension과 torsion, grid speed 등의 여러 방법을 사용하여 격자점사이의 급격한 변화를 줄이려고 했다. 그러나 Lee와 Tsuei[3]는 이러한 방법을 사용하지 않고 격자사이의 유연성과 급격한 변화를 효과적으로 줄일 수 있는 방법을 고안했다. 이웃한 격자들 사이의 가중함수를 지수함수로써 연결하여 격자 사이의 급격한 변화를 막을 뿐 아니라 격자 생성을 위한 안정성(stability)을 높일 수 있었다. 그리고 주변의 모든 격자점의 당김함수값이 큰데 반해 중간의 한 값만이 작다든지, 혹은 이와 반대로 주변의 당김함수값이 작은데 비해 중간의 한 점만이 크게 되는 비논리적인 경우를 없애 준다.

$$w_1=1+b_1c_1[f_\xi+\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N}f_\xi\exp(-d_1|i-k|)+\sum_{\substack{l=1\\l\neq j}}^{M}f_\xi\exp(-d_2|j-1|)] \tag{15a}$$

$$w_2=1+b_2c_2[f_\eta+\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N}f_\eta\exp(-d_3|i-k|)+\sum_{\substack{l=1\\l\neq j}}^{M}f_\eta\exp(-d_4|j-1|)] \tag{15b}$$

N와 M는 고려한 이웃격자점의 수

d_1, d_2, d_3, d_4 : 이웃한 가중함수와의 관계정도를 나타내는 계수

3.5 가중함수의 수정

격자생성 방정식의 생성항이 계산되면 식(2)을 유한차분화하여 LSOR(line successive over relaxation)을 이용하여 방정식을 풀게 된다. 매 반복계산마다 격자점의 위치가 변하게 된다. 그러나 실제 물리적영역에서의 유동해는 변하지 않으나 계산영역에서는 격자점의 이동에 의해서 변하게 된다. 그러므로 매 반복계산마다 가중함수의 값을 수정해야 한다.

물리적 공간에서의 가중함수값은 격자점의 위치가 움직여도 변하지 않는다는 조건을 사용하면($w_t=0$),

$$\begin{aligned}&\zeta=\zeta(x,\ y,\ t)\\&\eta=\eta(x,\ y,\ t)\\&\tau=t\\&w_t=w_\tau+w_\xi\zeta_t+w_\eta\eta_t=0\\&w_\tau=-(w_\xi\zeta_t+w_\eta\eta_t)\end{aligned} \tag{16}$$

식(18)를 일차원의 정확도를 가지고 차분화하면,

$$w^{n+1}=w^n-(w_\xi^n\zeta_t+w_\eta^n\eta_t) \tag{17}$$

여기서,

$$\begin{aligned}\zeta_t&=-\left(\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)\\&=-J^{-1}\left(\frac{\partial x}{\partial t}y_\eta-\frac{\partial y}{\partial t}x_\eta\right)\\\eta_t&=-J^{-1}\left(-\frac{\partial x}{\partial t}y_\xi+\frac{\partial y}{\partial t}x_\xi\right)\end{aligned}$$

이 된다.

4. 결과 및 고찰

4.1 Lid-driven cavity 유동

윗벽면이 무차원화된 속도 1로 움직이는 lid driven cavity 유동에 격자적응을 위한 표시자로 x, y방향속도 u, v와 와도, 유동함수를 사용하여 격자를 적응시켰다. 이렇게 하여 얻어진 해를 x, y 방향의 속도만을 사용하여 얻은 해와 서로 비교했다.

초기격자는 Fig. 4와 같이 높이와 길이가 각각 1이고, 격자의 간격은 $1/(n-1)$로 일정한 균일격자(uniform grid)를 사용하였다. 충분한 시간이 경과한 정상상태로 시간에 관한 항을 고려하지 않았으며 레이놀즈수가 3200의 경우에 대해서 실행했으며, 유동해석을 위해서는 GC2D(generalized coordinates 2-dimensional elliptic program)을 사용했다.

개선된 해를 검증하기 위해 167×167의 양벽면에서 0.25되는 곳까지 격자를 밀집시킨 비균일 격자에서 SIMPLE Algorithm을 사용하여 얻어진 해를 참고 값으로 사용했으며, 이 비균일격자에서 구한 해와 적응 격자에서 구해진 해를 다음의 방법에 의해 31×31의 균일격자에 보간하여 그 값들을 비교했다.

계산된 결과를 다음 3가지의 경우로 구분하여 서로 비교했다.

(1) 격자점이 고정된 균일격자(31×31) (Case Ⅰ)

(2) u, v를 표시자로 고려한 적응격자(31×31) (Case Ⅱ)

(3) u, v, 와도, 유동함수을 고려한 적응격자(31×31) (Case Ⅲ)

4.2 상대오차 비교

167×167의 벽면에서 0.25되는 위치까지 격자를 조밀하게 한 비균일 격자에서 얻어진 x, y방향 속도성분을 비교값으로 하여 Case Ⅰ, Case Ⅱ, Case Ⅲ에서 얻어진 속도를 다음 식으로 상대오차를 구하였다.

$$\vec{V}_{err}=\left|\frac{\vec{V}-\vec{V}_{ref}}{\vec{V}_{ref}}\right| \tag{20}$$

V_{ref} : 167×167의 비균일격자에서의 속도

이렇게 하여 얻어진 상대오차를 등상대오차선을 이어서 Figs. 6, 7, 10, 12에 나타내었다. 이를 보면 격자적응을 사용한 Case Ⅱ와 Case Ⅲ 두 경우 모두 격자적응을 하지 않은 Case Ⅰ에 비해 상대오차가 상당히 감소하였음을 알 수 있다. 그러나 x, y 속

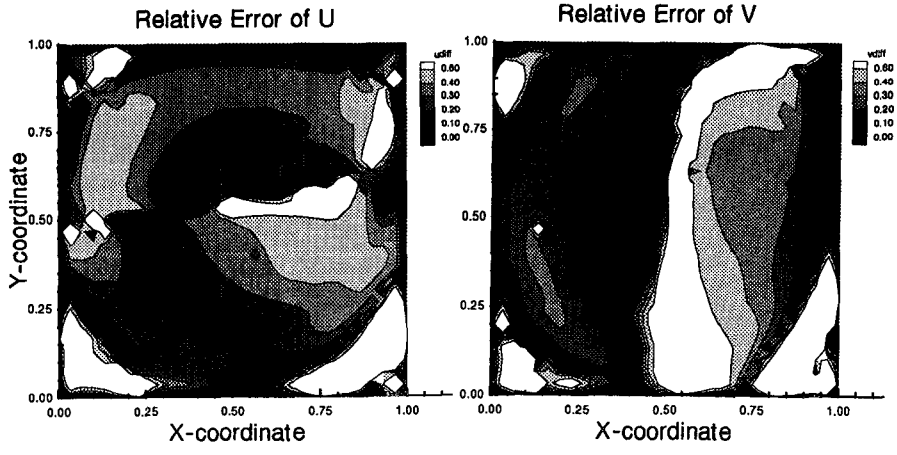

Fig. 6 Relative error contour of Case Ⅱ (b=0.7)

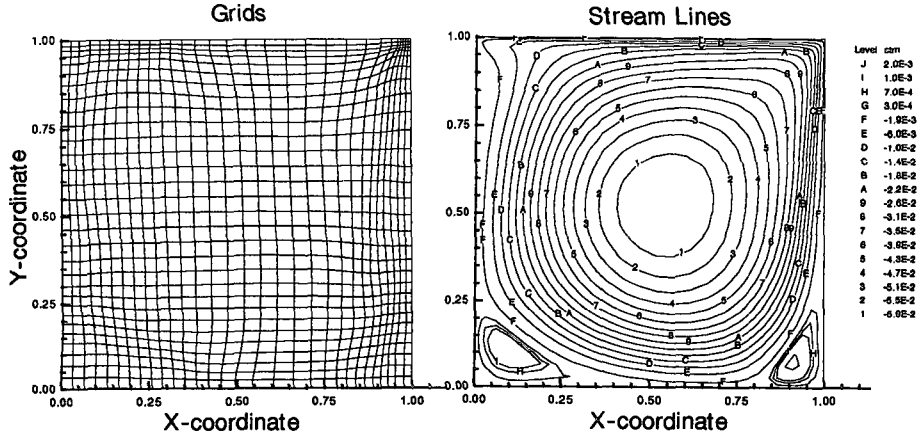

Fig. 7 Mesh and stream line of Case Ⅲ (b=0.9)

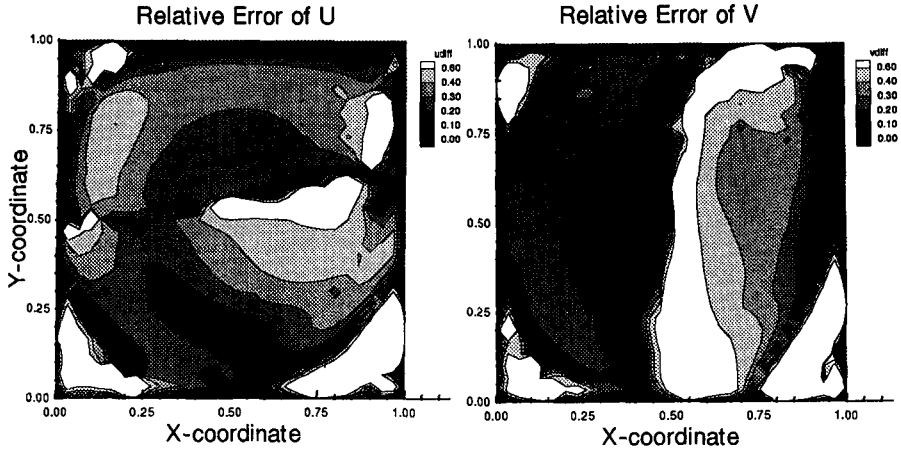

Fig. 8 Relative error contour of Case Ⅲ(b=0.9)

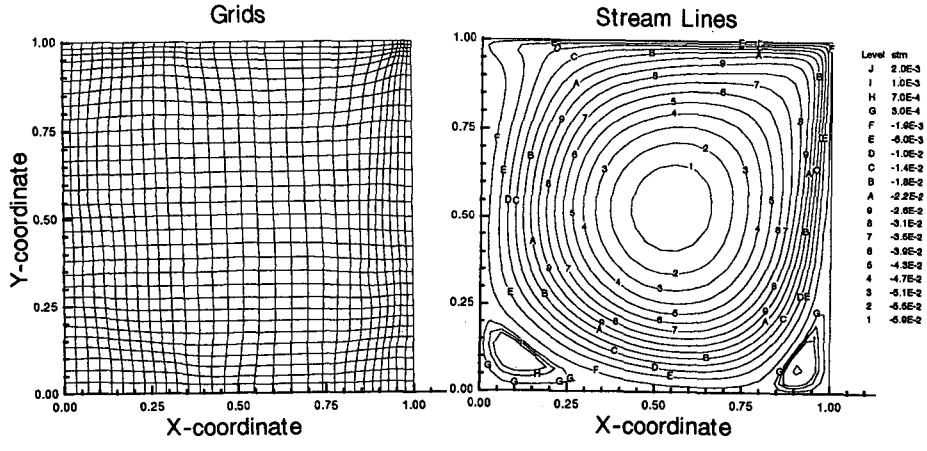

Fig. 9 Mesh and stream line of Case Ⅲ(b=0.7)

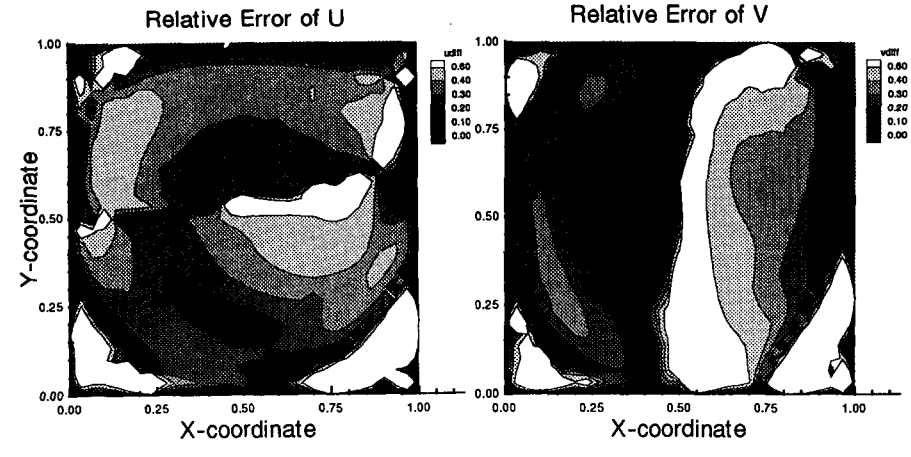

Fig. 10 Relative error contour of Case Ⅲ(b=0.7)

도 성분만을 당김함수를 위한 표시자로 고려한 Case Ⅱ의 경우는 우측상단부(Fig. 5)에 격자점이 과다하게 밀집되어 유연한 격자를 얻지 못했다. 그리고 이로 인해 격자점이 밀집되는 정도를 조절하는 식(10)의 b값은 $b \leq 0.7$ 정도로 선택할 수 있는 범위가 아주 적었다. 반면에 x, y 속도 성분과 와도, 유동함수을 표시자로 고려한 Case Ⅲ은 표시자의 특성에 따라 Figs. 1~3, Fig. 5와 같이 각기 다른 영역에 격자를 밀집시키므로 b값의 선택 범위가 $b \leq 1.0$으로 Case Ⅱ에 비해 넓으며 $b=0.9$에

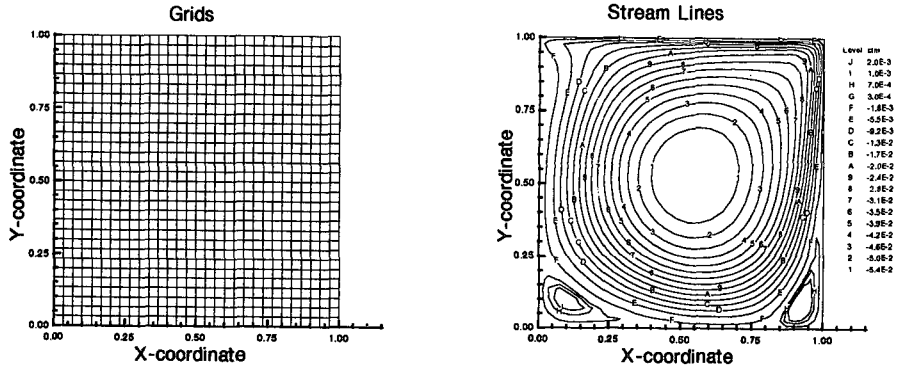

Fig. 11 Mesh and stream line of Case Ⅰ

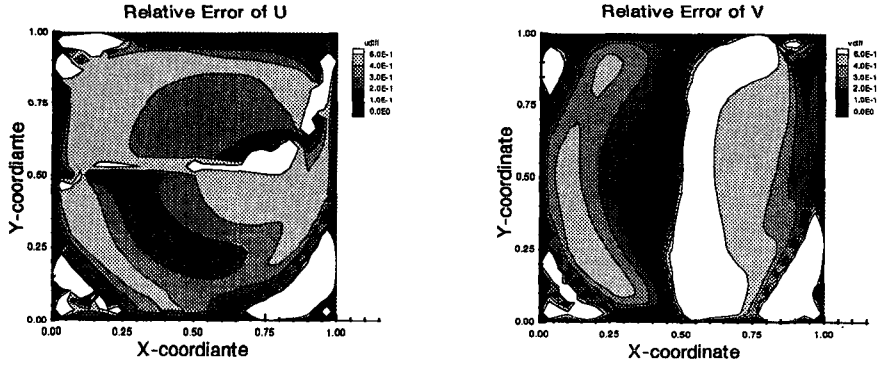

Fig. 12 Relative error contour of Case Ⅰ

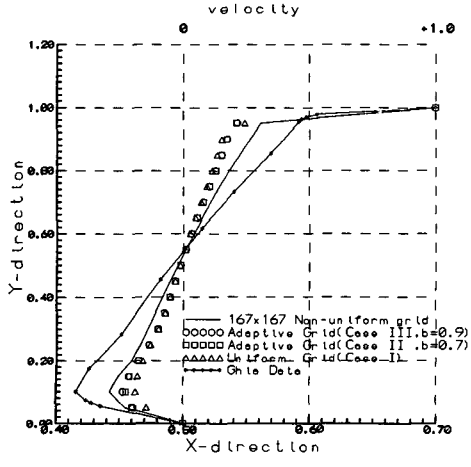

Fig. 13 u-velocity profile at x=0.5

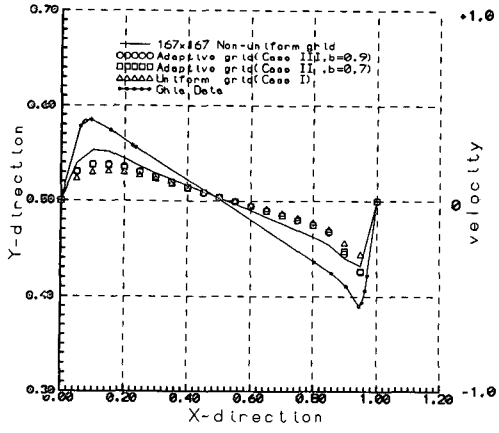

Fig. 14 v-velocity profile at y=0.5

서 최적의 값을 가졌고 그 결과는 Figs. 9, 10에 나타나 있다.

4.3 속도분포비교

Fig. 13~Fig. 18은 x, y좌표가 0.05에서 0.25까지 0.75에서 0.95까지 각 0.05씩 되는 단면에서 그리고 x, y좌표 값이 각각 0.5되는 단면에서 속도 u, v를 내삽하여, 167×167의 비균일격자에서 구한 값 및 Ghia의 실험자료와 비교하였다. Fig. 13, 14에서 Case Ⅱ와 Case Ⅲ이 Case Ⅰ보다 Ghia 실험자료에 더 근접한 결과를 보여 주고 있으며, Case Ⅱ보다는 Case Ⅲ이 전체적으로 나음을 알 수 있다. 벽면의 가까운 부분에서 Case Ⅰ과 차이를 많이 보이는 것은 표시자의 구배가 다른 곳에 비해 상대적으로 크기 때문에 격자가 밀집되었고, 반면에 그외 부분에서는 격자의 밀도가 낮아져 균일격자와 비슷한 결과를 보이는 것으로 생각된다.

Fig. 15~Fig. 18에서는 Case Ⅱ와 Case Ⅲ가 비슷한 결과를 보이고 있으며, 이는 모서리부분에서는 속도성분 u, v가 지배적으로 작용하기 때문이다.

4.4 반복회수 비교

Lid-driven cavity유동의 수렴조건으로 각 격자점의 생성항 중 최대값 s_{max}가 $s_{max} \leqq 5.0\times10^{-9}$이 되면 반복계산을 멈추도록 하였다. 초기격자로부터

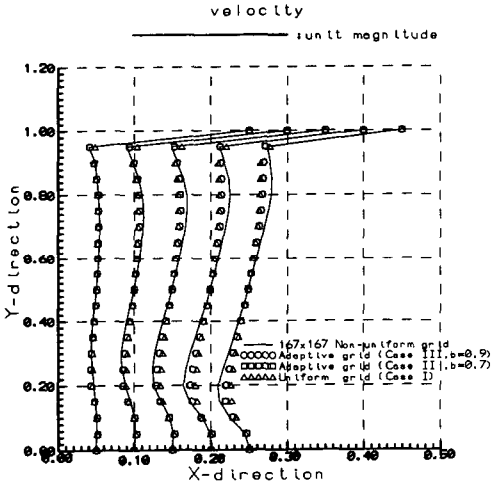

Fig. 15 u-velocity profiles from x=0.05 to x=0.25

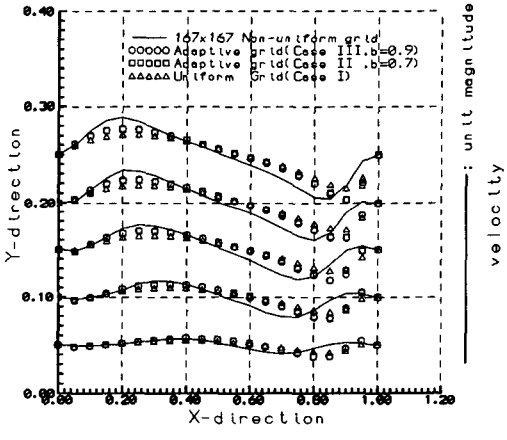

Fig. 17 v-velocity profiles from y=0.05 to y=0.25

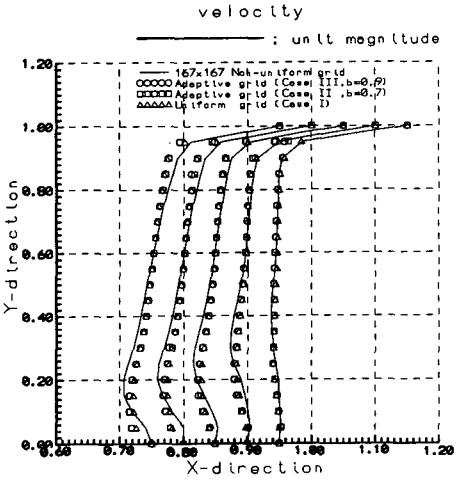

Fig. 16 u-velocity profiles from x=0.75 to x=0.95

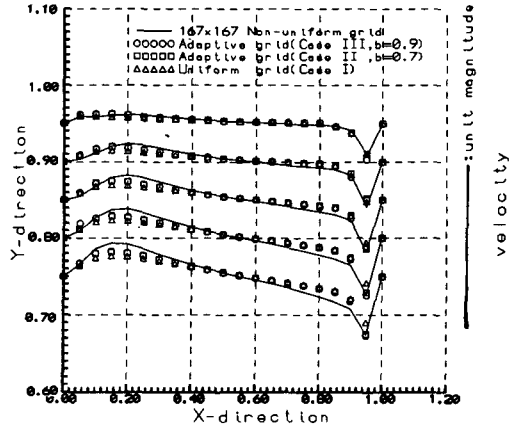

Fig. 18 u-velocity profiles from y=0.75 to y=0.95

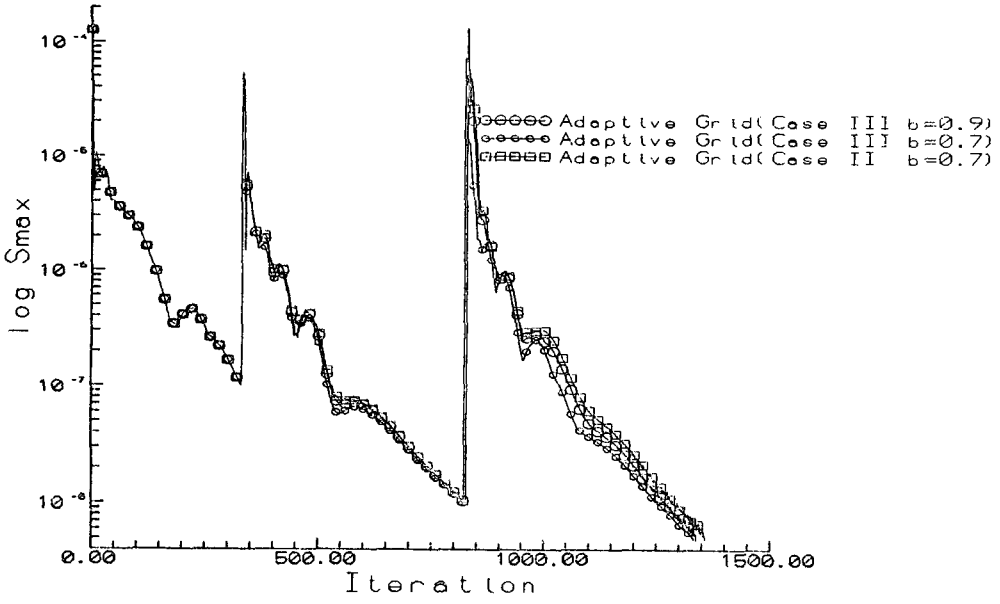

Fig. 19 The comparison of adaptive grid methods by iteration number

Table 1 Iteration numbers for Case Ⅱ and Case Ⅲ

No.	b	Case	Iter.	
①	0.7	Ⅱ	1377	
②	0.7	Ⅲ	1332	3.3% ↓
③	0.9	Ⅲ	1338	2.8% ↓

얻어진 해에 따라서 적응된 격자를 생성하는 것은 $s_{max} \leqq 5.0 \times 10^{-7}$가 되면 행하여지고 다음은 s_{max}가 최초로 적응격자를 생성한 s_{max}의 $\frac{1}{10}$이 되면 다시 한번 격자를 생성했다. 이렇게 총 2회의 적응격자를 생성한 두 경우 Case Ⅱ와 Case Ⅲ에 대하여 반복회수를 비교하면(Fig. 19) Case Ⅲ이 Case Ⅱ에 비해 반복회수가 적음을 알 수 있다. 이것을 세부적으로 보면 Table 1과 같다.

5. 결 론

격자적응을 위한 표시자로 x, y방향 속도성분과 와도(vorticity), 유동함수(stream function)를 사용하여 $N_{re}=3200$의 lid-driven cavity유동에 적용하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 비압축성유동에서 x, y방향 성분 속도 u, v를 사용한 Case Ⅱ와 속도성분 u, v와 와도(vorticity), 유동함수(stream function)를 사용한 Case Ⅲ이 격자 적응을 하지 않은 Case Ⅰ에 비해 전체적으로 개선된 해를 얻었음을 알 수 있다.

(2) Case Ⅱ에 비해서 Case Ⅲ이 반복회수 및 상대 오차비교에서 보듯이 약간 우세함을 알 수 있었다.

(3) 두 속도성분 u, v, 와도, 유동함수들은 각각 서로 다른 유동특성을 가지고 있기 때문에 서로 상이한 곳에 격자를 밀집시키므로 한 곳에 강하게 밀집되어 격자생성방정식의 수치해를 얻지 못하는 것을 방지하였다.

참고문헌

(1) Crowley, W. P., 1962, *Memorandum*, Lawrence Livermore Natural Laboratory.

(2) Thompson, J. F., Thomas, F. C. and Mastin, C. W., 1974, "Automatic Numerical Generation of Bodyfitted Ourvilinear Coordinate System for Fields Containing any Number of Arbitary Two-Dimensional Bodies," *J. Comput Phys 15*, Vol. 15, pp. 299.

(3) Lee, D. and Tsuei, Y. M., 1992, "A Modified Adaptive Grid Method For Recirculating Flows," *Int' Journal For Numerical Methods* in

Fluids, Vol. 14, pp. 775~791.

(4) Thompson, J. F., 1985, *Numerical Grid Generation Fundations and Applications*, North-Holland.

(5) Steger, J. L. and Sorenson, R. L., 1979, "Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differntial Equations," *J. of Computational Physics*, Vol. 33, pp. 405~410.

(6) Hedstorm, G. W. and Rodrique, G. H., 1982, "Adaptive Grid Methods for Time-Dependent Partial Differntial Equation in Multigrid Method," *Lecture Noets in Mathematics 960*, Springer, Berlin, pp. 474~484.

(7) Anderson, D. A., 1987, "Equidistribution Schemes, Poission Generators and Adaptive Grids," *Appl. Mat. and Comp.*, Vol. 24, pp. 211~227.

(8) 김종태, 1991, "푸아송방정식을 이용한 격자 적응법," 석사학위논문, 한양대학교.

(9) Elsevier, 1990, "Computational Methods in Viscous Aerodynamics," *Computational Mechanics Publications*, pp. 171~177.

(10) Rai, M. M. and Anderson, D. A., 1980, " Grid Evolution in Time Asymtotic Problems," *Numerical Grid Generation Techniques, NASA Conf. Publ.* 2166, pp. 409~430.

(11) Rai, M. M. and Anderson, D. A., 1982, "Application of Adaptive Grids to Fluid-Flow Problems with Asympotic Solutions," *AIAA J.*, Vol. 20, pp. 496~502.

(12) Nakahashi, K. and Deiwert, G. S., 1986, "Three Diemensional Adaptive Grid Method," *AIAA J.*, Vol. 24, pp. 948~954.