

〈論 文〉

# 섹터해석법을 이용한 타이어의 동특성 해석

이인원\* · 김동옥\*\* · 박정규\*\*\* · 김항우\*\*\*\* · 정상우\*\*\*\*\*

(1995년 3월 7일 접수)

## Dynamic Analysis of the Tire by Sector Method

In-Won Lee, Dong-Ok Kim, Jeung-Gyu Park, Hang-Woo Kim and Sang-Woo Jung

**Key Words:** Rotationally Periodic Structure(환형 반복구조물), Finite Element Method(유한요소법), Tire(타이어), Natural Frequency(고유진동), Normal Mode(고유진동모드), Wave(파동), Standing Wave(정상파), Phase Difference(위상차), Eigen Value Problem(고유치문제), Sector Method(섹터해석법)

### Abstract

This paper presents free vibration analysis method using the characteristics of the rotationally periodic structures and includes the analysis results of a tire as an example. The normal modes of the rotationally periodic structures are the kind of standing waves, so all sectors have the same deflection shapes, and only different phases. This property makes it possible to derive the analysis method called sevtor method. The sector method can give the accurate natural frequencies and the corresponding mode shapes of the rotationally periodic structure with information of only one sector. When the free vibration analysis is performed to find the dynamic characteristics of the rotationally periodic structure by using the sector mothod, the computer memory spaces and the CPU times can be saved. We obtained much economic benefits by using the sector method in the analysis of dynamic characteristics of a tire made of non-linear materials.

### 1. 서 론

차량에서 발생하는 진동 및 소음은 차량의 승차감을 저하시키는 중요한 요인이며 타이어는 자동차에서 발생하는 진동 및 소음의 주요 원인중 하나이다. 그러므로 타이어의 진동특성을 파악하는 것은 새로운 차량과 타이어의 설계시 매우 중요한 과제이다. 타이어의 진동특성은 타이어의 고유진동수와 고유모드벡터를 통해서 파악할 수 있다. 이러한 특

성치들은 일반적으로 실험적인 방법이나 컴퓨터를 이용한 예측계산을 이용하여 구할 수 있다. 그러나 실험을 이용한 방법은 많은 비용과 시간을 요구하므로 컴퓨터를 이용한 방법이 선호되고 있다. 컴퓨터를 이용한 타이어의 해석은 유한요소해석법을 이용하는 것이 일반적이다. 유한요소법을 이용하는 관점에서 볼 때 3차원 모델을 사용한 타이어 전체의 해석은 많은 기억용량과 매우 긴 계산시간을 필요로 한다. 그러므로 보다 적은 기억용량을 사용하여 보다 짧은 시간에 신뢰성있는 결과를 구하는 것은 설계자에게 있어 매우 중요한 과제이다. 본 연구에서는 타이어의 환형 반복적인 특성을 이용하는 섹터해석법을 사용하여 이러한 문제점을 해결하였다.

\*정회원, 한국과학기술원 토목공학과

\*\*한국과학기술원 기계공학과

\*\*\*기아산업(주) 중앙기술연구소

\*\*\*\*금호타이어(주) 기술연구소

본 연구에 사용한 이론은 타이어와 같이 환형 반복적인 특성을 갖는 구조물에 효과적으로 적용할 수 있는 것으로, 기본원리는 Fig. 1과 같은 환형 반복구조물에 효과적으로 적용할 수 있는 것으로, 기본 원리는 Fig. 1과 같은 환형 반복구조물의 고유진동모드는 구조물이 갖는 형태상의 특징으로 인하여 한 섹터의 해석만으로도 구할 수 있다는 것이다. 이 원리를 유한요소해석법에 적용하여 구조물을 모델링하는 것은, 구조물 전체의 지배(정식)를 구하지 않고 한 섹터에 대한 지배방정식을 구성하는 것이므로, 구조해석시 필요한 컴퓨터의 기억용량과 계산시간을 전체모델을 해석하는 방법에 비하여 상당히 절약할 수 있다.

환형 반복구조물은 일반적인 반복구조물의 특수한 형태이며 해석에 사용되는 이론 역시 일반 반복구조물 해석이론에 특별한 조건을 추가함으로써 확립할 수 있다. 반복구조물과 환형 반복구조물의 해석에 관한 이론의 역사적 배경을 살펴보면 다음과 같다. 고체 물리학자인 Brillouin<sup>(1)</sup>은 비연속 결정 격자를 동일한 선형 스프링의 1차원 배열로 수학적 모델링하여 파동의 거동을 연구하였고, 구조해석분야에서 Cremer<sup>(2)</sup>는 무한 반복보에서의 연성운동을 연구하였으며, Sen Gupta<sup>(3)</sup>는 유한 반복구조보의 고유진동수를 파동의 전파특성을 이용하여 구하였다. 그 뒤 Mead<sup>(4)</sup>는 Rayleigh법을 이용하여, 비균질 반복구조물에서 주파수별 파동의 전파계수의 값을 해석적인 방법이 아닌 근사해법으로 구하였으며 Orris와 Petyt<sup>(5)</sup>는 이 근사해법을 유한요소법을 통하여 구현했다. 그 후 Thomas<sup>(6,7)</sup>는 환형 반복구조물에서 정상파로 표현되는 고유진동모드와 고유진동수를 환형이기 때문에 생기는 기하학적 특수성을 이용하여 해석적으로 구하였다. 그가 제시한 방

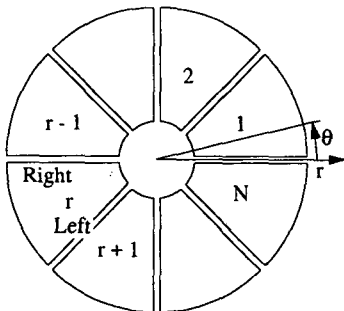


Fig. 1 Rotationally periodic structure

법은 구조물의 동특성 해석뿐만 아니라 동응답해석과 좌굴해석에도 적용할 수 있는 방법이다. Shen<sup>(8)</sup>은 환형 반복구조물의 이러한 해석법을 전달함수의 개념을 이용하여 주파수영역에서도 유도할 수 있음을 보였다. 본 논문은 환형 반복구조물의 동특성해석에 관한 이론과 이를 이용하여 비선형 재질로 제작된 타이어의 고유진동수와 고유진동모드를 구한 결과를 제시한다.

## 2. 환형 반복구조물의 자유진동 해석<sup>(6~9)</sup>

### 2.1 환형 반복구조물의 특징

단일한 형태의 구조물이 반복적으로 결합, 혹은 부착되어 이루어진 전체 구조물을 반복구조물이라 하며 이때 전체 구조물의 형태가 환형을 이룬다면, 이를 환형 반복구조물이라 한다. 환형 반복구조물의 고유진동모드는  $r, \theta, z$ 좌표계에서 아래식과 같은 제한조건을 갖는다. 여기서  $\phi$ 는 환형 반복구조물의 상태를 기술하는데 사용되는 물리량을 뜻한다. 즉 변형량 혹은 속도, 가속도, 힘, 모멘트 등 구조물의 상태를 표시하는 어떠한 값도 될 수 있다.

$$\phi(r, \theta, z)_{\theta=0} = \phi(r, \theta, z)_{\theta=2\pi} \quad (1)$$

위의 특성을 환형 반복구조물의 자유진동해석을 위한 유한요소해석법에 적용하면 일반적인 방법에서 보다 차수가 감소된 지배방정식을 구할 수 있다. 이러한 특성을 이용한 자유진동해석법을 본 논문에서는 섹터해석법이라 한다.

### 2.2 섹터해석법

Fig. 1은 섹터해석법을 적용할 수 있는 일반적인 형태의 환형 반복구조물이다. 유한요소법을 이용하여 Fig. 1과 같은 구조물을 모델링하면, 같은 형태를 갖는  $N$ 개의 섹터들로 구성된 환형 반복구조물이 된다. 이 구조물의 전체 지배방정식을 구성하면 식(2)와 같다. 여기서,  $K$ 와  $M$ 은 각각 전체모델의 강성행렬과 질량행렬이며,  $U$ 는 변위벡터이다. 섹터의 수를  $N$ 이라 하고, 한 섹터의 자유도는  $0$ 개의 좌측경계자유도와  $1$ 개의 우측자유도, 그리고  $p$ 개의 내부자유도로 구성된다고 보면 식(2)는  $N(1+p)$ 차의 고유치문제가 된다.

$$[K - \omega^2 M]\{U\} = \{0\} \quad (2)$$

식(2)는 그 차수가 매우 크기 때문에 동특성 해석

에 직접 사용하는 것은 비효율적이다. 위의 지배방정식보다 낮은 차수의 지배방정식을 구성하기 위하여 섹터해석법에서는 전체모델이 아닌 한 섹터의 지배방정식을 이용한다. 환형 반복구조물을 구성하는 섹터중  $r$ 번째 섹터의 지배방정식을 구성하면 식(3)과 같다. 식(3)의 차수는  $(2l+p)$ 이며 여기서 상첨자  $r$ 은  $r$ 번째 섹터를 의미한다.

$$[K^{(r)} - \omega^2 M^{(r)}]\{u\}^{(r)} = \{f\}^{(r)} \quad (3)$$

여기서,  $\{f\}^{(r)}$ 는 이웃한 다른 섹터의 진동으로 인해 발생하는 하중으로 확정할 수 없는 미지의 값이다. 이러한 미지의 값은 아래와 같은 환형 반복구조물에서의 파동전파 특성을 이용하면 소거할 수 있다.

Fig. 1과 같은 구조물에서 어떤 물리량의 파동이  $\theta$ 방향으로 전파된다고 할 때, 물리량  $\phi$ 는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\phi = \bar{\phi} e^{i(\omega t - k\theta)} \quad (4)$$

$$\bar{\phi} = \bar{\phi}(r, z) \quad (5)$$

위 식에서  $\omega$ 는 전파되는 파동의 진동수이며,  $k$ 는 상수이다. 식(4)의 특성을 이용하여, Fig. 1의  $r$ 번째와  $r+1$ 번째 섹터의 변위벡터에 대한 관계식을 구한다. 여기서,  $\mu = k\theta_0$ 이며  $\theta_0$ 는 한 섹터를 이루는 각이다.

$$\{u\}^{(r)} = \{\bar{u}\} e^{i(\omega t - k\theta)} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \{u\}^{(r+1)} &= \{\bar{u}\} e^{i(\omega t - k\theta - k\theta_0)} \\ &= \{u\}^{(r)} e^{-i\mu} \end{aligned} \quad (7)$$

아래 식은 외력벡터와 변위벡터를 분할하여 표현한 것이다.

$$\{u\}^{(r)} = \begin{Bmatrix} u_L \\ u_I \\ u_R \end{Bmatrix}^{(r)} \quad (8)$$

$$\{f\}^{(r)} = \begin{Bmatrix} f_L \\ f_I \\ f_R \end{Bmatrix}^{(r)} \quad (9)$$

여기서, 하첨자  $L, I, R$ 는 각각 좌측경계와 내부 그리고 우측경계 자유도를 뜻한다. 식(8)처럼 분할한 변위행렬에 식(7)을 적용하면 다음의 결과를 구할 수 있다.

$$\{u_L\}^{(r)} = \{u_R\}^{(r+1)} = \{u_R\}^{(r)} e^{-i\mu} \quad (10)$$

외력벡터 역시 자유진동조건과 힘평형조건 그리고

식(7)의 조건을 적용하면 다음과 같은 제한조건을 구할 수 있다.

$$\{f_I\}^{(r)} = \{0\} \quad (11)$$

$$\{f_I\}^{(r)} = \{f_R\}^{(r+1)} = \{0\} \quad (12)$$

$$\{f_L\}^{(r)} = \{f_R\}^{(r+1)} = -\{f_R\}^{(r)} e^{-i\mu} \quad (13)$$

식(10)과 식(13)의 제한조건들을 이용하여 변환행렬을 구성한다.

$$\begin{Bmatrix} u_L \\ u_I \\ u_R \end{Bmatrix}^{(r)} = [T_1] \begin{Bmatrix} u_L \\ u_I \end{Bmatrix}^{(r)} \quad (14)$$

$$[T_1] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \\ e^{i\mu} I_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{Bmatrix} f_L \\ f_I \\ f_R \end{Bmatrix}^{(r)} = [T_2] \begin{Bmatrix} f_L \\ f_I \\ f_R \end{Bmatrix}^{(r)} \quad (16)$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \\ -e^{i\mu} I_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

변환행렬을 이용하여 섹터의 지배방정식을 변환시킨다. 즉, 식(14)과 식(16)을 식(3)에 대입하고  $[T_1]$ 의 hermitian matrix인  $[T_1]^H$ 를 식의 앞에 곱하여 다음 결과를 구한다.

$$[K^{(r)}(\mu) - \omega^2 M^{(r)}(\mu)]\{q\}^{(r)} = \{F\}^{(r)} \quad (18)$$

여기에서 각 행렬과 벡터는 다음과 같다.

$$[K^{(r)}(\mu)] = [T_1]^H [K^{(r)}] [T_1] \quad (19)$$

$$[M^{(r)}(\mu)] = [T_1]^H [M^{(r)}] [T_1] \quad (20)$$

$$\{F\}^{(r)} = [T_1]^H [T_2] \begin{Bmatrix} f_L \\ f_I \\ f_R \end{Bmatrix}^{(r)}$$

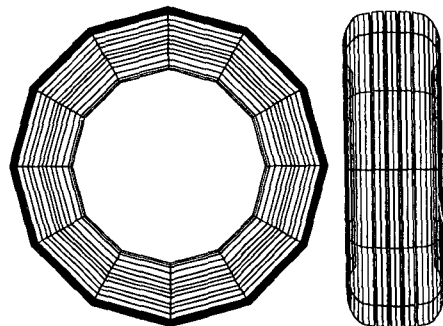


Fig. 2 Tire model

구성하면 다음과 같다.

$$[K_s(\mu) - \omega^2 M_s(\mu)]\{Q_s\} = \{0\} \quad (26)$$

$$[K_s(\mu)] = \begin{bmatrix} K^R - K^I \\ K^I K^R \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[M_s(\mu)] = \begin{bmatrix} M^R - M^I \\ M^I M^R \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\{Q_s\} = \begin{Bmatrix} q^R \\ q^I \end{Bmatrix} \quad (29)$$

식(26)의 강성행렬과 질량행렬은 실수대칭행렬이며  $\mu$ 의 함수이다. 여기서,  $\mu$ 는 환형 반복구조물의 특징을 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{u_L\}^{(N)} &= \{u_R\}^{(N)} e^{-i\mu} = \{u_L\}^{(N-1)} e^{-i\mu} \\ &= \{u_R\}^{(N-1)} e^{-2i\mu} = \{u_L\}^{(N-2)} e^{-2i\mu} \\ &\vdots \\ &= \{u_R\}^{(1)} e^{-N\mu} = \{u_L\}^{(N)} \end{aligned} \quad (30)$$

이것을 정리하면 다음의 결과식을 구할 수 있다.

$$e^{-iN\mu} = 1 \quad (31)$$

$$\mu = 2m\pi \frac{1}{N} \quad (32)$$

여기서,  $m$ 의 범위를 결정할 필요가 있다. 정상파의 경우 같은 크기의  $\mu$ 값에서 양의 방향으로 진행하는 파와 음의 방향으로 진행하는 파는 같은 진동모드를 형성하므로  $m$ 은 일단 0을 포함하는 양수로 한정지을 수 있으며,  $e^{-i\mu}$ 에서 실수부와 허수부의 위상차가 각각  $\pi$ 만큼씩 있는 모드는 같은 형태의 진동모드들이므로 계산과정에서 제외시킬 수 있다. 이러한 점들을 고려하여  $m$ 의 범위를 결정하면 다음과 같다.

$$N \text{이 짝수일 경우 } m=0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$$

$$N \text{이 홀수일 경우 } m=0, 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2}$$

다음은 섹터해석법을 적용하는 과정과 해석결과를 전체 구조물에 적합한 형태로 재구성하는 과정에 대한 설명이다.

먼저 선택된  $\mu$ 를 사용하여 식(26)를 구성한다. 구성된 고유치 문제를 풀어 섹터의 고유진동모드  $\{q\}^{(1)}$ 와 고유진동수  $\omega$ 를 구한다. 한가지 유의할 점은 섹터해석법을 이용하여 구한 고유진동수는 모두가 중근의 형태를 하고 있다는 점이다. 그러나 일반적으로 환형 반복구조물의 실제 고유진동수는 다수의 중근과 소수의 단일근을 갖는다. 그러므로 구

해진 결과에서 실질적인 중근과 단일근을 구분하는 작업이 필요하다. 앞서 언급하였듯이 섹터해석법에 사용하는  $m$ 은 0에서부터  $N/2$  혹은  $(N-1)/2$  사이의 값을 사용하도록 되어 있다. 이 중 특정한  $m$ 은 단일근을 구하는데 사용된다. 각 섹터의 모드가 모두 같은 형태를 갖거나 홀수번째 섹터의 모드가 서로 반대부호인 경우는 단일근을 나타내는 모드이다. 즉, 0과  $N/2$ 이 단일근을 생성하는  $m$ 값이다. 그러므로 이러한 값을 사용하여 구한 고유진동수는 실제 구조물의 고유진동수중 단일근이며 이외의 근은 모두 중근이 된다.

환형 반복구조물 전체의 진동모드는 다음과 같은 방법으로 구한다.

$$\{U\} = \left[ \{q\}^{(1)T} \{q\}^{(2)T} \dots \{q\}^{(N)T} \right]^T \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \{q\}^{(2)} &= \{q\}^{(1)} e^{-i\mu} \\ \{q\}^{(3)} &= \{q\}^{(1)} e^{-2i\mu} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\{q\}^{(N)} = \{q\}^{(1)} e^{-(N-1)i\mu} \quad (34)$$

식(33)는 환형 반복구조물 전체의 진동모드이다. 여기서,  $q$ 는 각 섹터의 진동형태이며 이는 식(34)를 이용하여 구할 수 있다.

### 2.3 섹터해석법의 특징

일반적 방법을 이용하여 환형 반복구조물을 유한요소모델링 할 때,  $N$ 개의 섹터를 사용하면 전체 지배방정식의 차수는 앞서 언급하였듯이  $N(l+p)$ 가 된다. 그러나 섹터해석법을 이용하면,  $2(l+p)$ 의 차수를 갖는 방정식만으로도 전체구조물의 해석이 가능하다. 이러한 차수의 감소는 해석에 필요한 컴퓨터 기억용량의 대폭적인 감소를 의미한다. 또한 고유치문제의 해석에 필요한 연산회수는 행렬차수의 자승 혹은 삼승에 비례하며 구하고자 하는 고유진동수의 수에 비례한다. 그러므로  $2(l+p)$ 차수의 고유치문제를  $N/2$ 번 반복해석하는 섹터해석법은  $N(l+p)$ 차수의 고유치문제를 풀어야 하는 일반해석법에 비하여 월등히 적은 연산회수만으로도 정확한 결과를 구해준다. 섹터해석법의 이러한 장점은 구조물의 섹터수  $N$ 이 증가할수록 더욱 큰 효과를 보인다.

### 3. 수치해석

본 연구에서는 상용 프로그램인 ADINA-84에

$$= \begin{bmatrix} 00 \\ 0I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_L \\ 0 \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (21)$$

$$\{q\}^{(r)} = \begin{Bmatrix} u_L \\ u_I \end{Bmatrix}^{(r)} \quad (22)$$

$$[K(\mu)] = [K^R] + i[K^I] \quad (23)$$

$$[M(\mu)] = [M^R] + i[M^I] \quad (24)$$

$$\{q\} = \{q^R\} + i\{q^I\} \quad (25)$$

간략한 수식표현을 위하여  $r$ 을 제거하고 실수부와 허수부로 나누어 다시쓰면 다음과 같다. 여기서, 상첨자  $R$ 은 실수부를 상첨자  $I$ 는 허수부를 뜻한다.

위의 관계를 이용하여 식(18)을 실수행렬식으로 재 벡터해석법 기능을 추가하여 TAP(tire analysis program)을 작성하고 이를 이용하여 일련의 해석 과정을 수행하였다.

**Table 1** Frequency analysis of tire

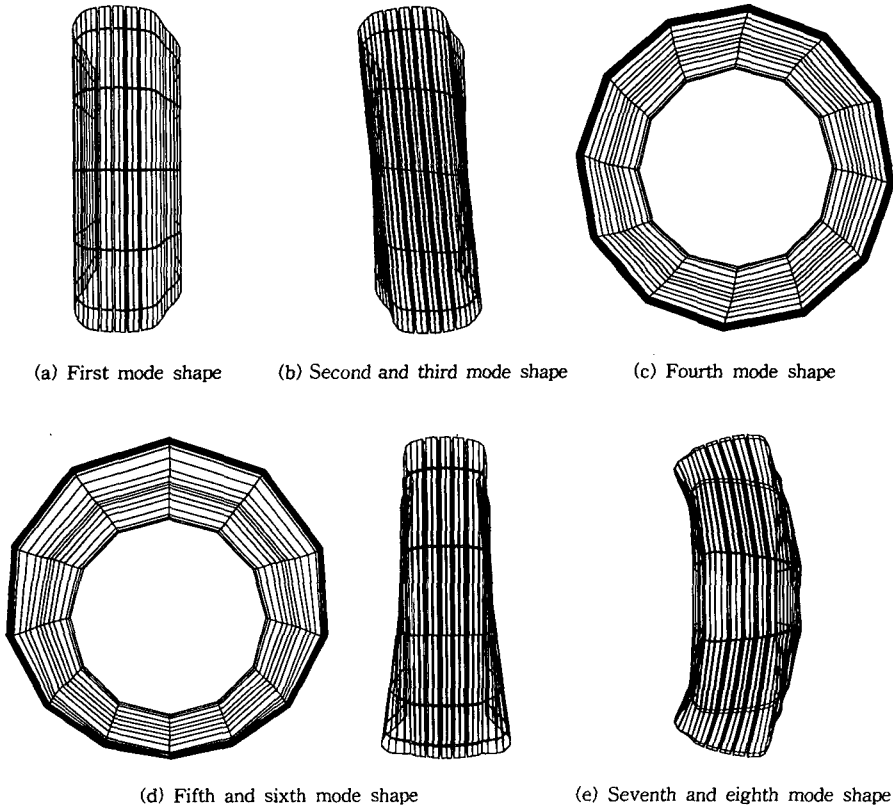
Mode number	Uninflated tire			Inflated tire		
	Frequency (Hz)		Difference (%)	Frequency(Hz)		Difference (%)
	Full model	Sector model		Full model	Sector model	
1	26.78	26.69	0.34	52.54	52.47	0.13
2	43.16	43.11	0.12	67.86	67.83	0.04
3	43.16	43.11	0.12	67.86	67.83	0.04
4	67.80	68.56	-0.12	78.06	78.70	-0.82
5	76.46	76.80	-0.46	96.72	96.99	-0.28
6	76.46	76.81	-0.46	96.72	96.99	-0.28
7	80.73	80.60	0.16	111.5	111.3	0.18
8	80.73	80.60	0.16	111.5	111.3	0.18
9	83.05	83.25	-0.24	112.4	112.6	-0.18
10	83.05	83.25	-0.24	112.4	112.6	-0.18
11	87.22	87.23	-0.01	121.4	121.4	0.00
12	87.22	87.23	-0.01	121.4	121.4	0.00
13	92.25	92.20	0.05	127.3	127.3	0.00
14	92.25	92.20	0.05	127.3	127.3	0.00
15	97.09	97.00	0.09	130.8	130.7	0.08
16	97.09	97.00	0.09	130.8	130.7	0.08
17	98.67	98.57	0.10	131.5	131.4	0.08
18	104.7	104.6	0.10	137.6	137.5	0.07
19	104.7	104.6	0.10	141.3	141.2	0.07
20	106.5	106.3	0.19	141.3	141.2	0.07
21	108.5	108.4	0.09	141.6	141.5	0.07
22	108.5	108.4	0.09	141.6	141.5	0.07
23	110.2	110.1	0.09	146.3	146.3	0.07
24	110.2	110.1	0.09	146.3	146.3	0.07

**Table 2** Uninflated tire analysis

	Total number of d.o.f.	CPU time(sec)
Full model analysis	6768	14508
Sector model analysis	1128	1570
Ratio	0.17	0.11

**Table 3** Inflated tire analysis

	Total number of d.o.f.	CPU time(sec)
Full model analysis	6768	15216
Sector model analysis	1128	1606
Ratio	0.17	0.11



**Fig. 3** Mode shapes of tire

본 절에서는 직경이 13 inch인 휠에 고정된 단면 폭이 175 mm인 70시리즈 래디얼 타이어의 동특성 해석에 관한 내용을 다루고 있다. 해석에 사용한 타이어의 유한요소 모델은 Fig. 2와 같이 12개의

섹터로 구성된 환형 반복구조물 형태이며 8절점 3차원 요소를 사용하여 구성하였다. 모델의 경계조건으로는 휠과 접촉한 부분이 완전고정이라는 가정을 사용하였다. 모델 전체의 절점수는 3240개이며

자유도수는 6768개이다. 섹터해석법에서 사용하는 타이어의 섹터모델은 Fig. 2의 한 섹터에 해당하며 절점수는 540개이고 자유도수는 1128개로 전체모델에 비하여 1/6이다. 해석에는 공기압이 없는 타이어 모델과 24 psi의 공기압이 가해진 타이어에 대하여 비선형 정적변위 해석을 한 후 새로 구해진 모델의 질량행렬과 강성행렬을 사용하였으며 각각의 경우에 대해서 24개의 고유진동수를 전체모델과 섹터모델을 이용하여 구하였다. 각 방법에 있어서 고유진동수를 구하기 위해 최종적으로 구성한 고유치문제는 accelerated subspace iteration 방법을 사용하여 해석하였으며 수렴조건인 convergence tolerance는  $10^{-6}$ 으로 하였다. 해석에 사용한 컴퓨터는 주기억용량 128 MByte, 연산속도 50 MFlops의 CONVES 3210이다.

Table 1은 타이어의 고유진동수에 대한 해석결과로 전체모델을 사용한 결과와 섹터모델을 사용한 결과가 매우 잘 일치함을 보여주고 있다. Table 2와 Table 3은 해석에 사용한 모델의 차수와 해석시간을 비교한 것이다. 섹터해석법을 이용하면 일반해석법을 이용하는 것에 비하여 자유도수는 17% 해석시간은 11% 밖에 되지 않는다. 여기서, 해석시간 비교는 모델의 동특성해석에 관한 것으로 한정하였다. Fig. 3은 섹터해석법을 이용하여 구한 비가압 타이어의 진동모드들을 그린 것이다. 여기서 중간에 해당하는 모드는 대칭축이 다를 뿐 그 변형 형태가 같으므로 그림 하나로 표현하였다.

#### 4. 결 론

섹터해석법을 이용한 예제의 결과를 종합하면 다음과 같다. (1) 섹터해석법을 이용하면 매우 적은 자유도수만으로 전체구조물의 정확한 해석에 가능하다. (2) 전체모델을 이용한 해석의 경우 모델의 섹터수를 증가시키면 총 자유도수 역시 이에 따라 증가한다. 이러한 자유도수의 증가는 해석에 필요한 컴퓨터 기억용량의 기하급수적 증가를 의미한다. 그러나 한 섹터를 구성하는 자유도의 수가 일정하면 전체모델의 섹터수가 증가하더라도 섹터해석법에서 필요로하는 기억용량의 양은 변하지 않는다. (3) 본 논문에서 다룬 섹터해석법을 이용한 타이어의 동특성 해석의 경우 일반적인 해석법을 사용하는 경우에 비하여 11%정도의 해석시간만으로 정확한 해석이 가능하였다. 그러므로 해석법의 효

율비를 해석시간비로만 표현한다면 섹터해석법은 일반해석법의 장점들을 해석하고자 하는 환형 반복구조물의 총 섹터수가 많을 수록 더욱 두드러지게 나타난다.

본 연구에서는 유한요소법을 이용한 환형 반복구조물의 동특성해석에 있어서 섹터해석법을 이용하면 전체 구조물의 한 부분인 섹터에 대한 모델만으로도 전체 구조물의 동특성을 정확히 구할 수 있음을 보였다. 섹터해석법은 환형 반복구조물의 동특성해석에 있어서 매우 적은 기억용량을 사용하여 빠르고 정확하게 해석결과를 구해주는 효율적인 해석방법이다.

#### 후 기

본 연구는 금호타이어(주)와 한국과학기술원의 산학협동 연구과제이며 금호타이어(주)의 연구비 지원으로 수행되었습니다. 이에 관계위께 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Brillouin, L., 1953, *Wave Propagation in Periodic Structures*, Now York Dover Publications.
- (2) Cremer, L., Heckl, M. and Ungar, E. E., 1973, "Structure-Borne Sound," *Berlin Sprigner (Translated from German, Original 1967)*.
- (3) Mead, D. J., 1973, "A General Theory of Harmonic Wave Propagation in Linear Periodic Systems with Multiple Coupling," *J. Sound and Vibration*, Vol. 27, pp. 235~260.
- (4) Gupta, G. S., 1970, "Natural Flexural Waves and the Normal Modes of Periodically-Supported Beams and Plates," *J. Sound and Vibration*, Vol. 13, pp. 89~101.
- (5) Orris, R. M. and Petyt, M., 1974, "A Finite Element Study of Harmonic Waves Propagation in Periodic Structures," *J. Sound and Vibration*, Vol. 33, pp. 223~236.
- (6) Thomas, D. L., 1974, "Standing Waves in Rotationally Periodic Structures," *J. Sound and Vibration*, Vol. 37, pp. 288~290.
- (7) Thomas, D. L., 1979, "Dynamics of Rotationally Periodic Structures," *Int. J. Num. Meth.*

*Engrg.*, Vol. 14, pp. 81~102.

Vol. 172, No. 4, pp. 458~470.

(8) Shen, I. Y., 1994, "Vibration of Rotatory  
Periodic Structures," *J. Sound and Vibration*,

(9) Petyt, M., 1990, *Introduction to Finite Element  
Vibration Analysis*, Cambridge Univ. Press.