

<論 文>

난류박리 및 재부착 유동의 해석을 위한 저레이놀즈수 4-방정식 난류모형의 개발

이광훈* · 성형진*

(1995년 1월 25일 접수)

A Low-Reynolds-Number 4-Equation Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows

Gwang-Hoon Rhee and Hyung-Jin Sung

Key Words : Low-Reynolds-Number (저레이놀즈수), 4-Equations (4-방정식), Forced Convection (강제대류), Wall Limiting Behavior (벽면임계거동), Non-Equilibrium Effect (비평형효과), Backward-Facing Step (후향계단)

Abstract

The nonlinear low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model of Park and Sung is extended to predict the turbulent heat transports in separated and reattaching flows. The equations of the temperature variance (k_θ) and its dissipation rate (ϵ_θ) are solved, in concert with the equations of the turbulent kinetic energy (k) and its dissipation rate (ϵ). In the present model, the near-wall effect and the non-equilibrium effect are fully taken into consideration. The validation of the model is then applied to the turbulent flow behind a backward-facing step and the flow over a blunt body. The predicted results of the present model are compared and evaluated with the relevant experiments.

— 기 호 설 명 —

C_f	: 벽면마찰계수, $\tau_w / (0.5\rho U_\infty^2)$	P_k	: 난류운동에너지의 생성률
$C_p, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$: 표준 $k-\epsilon$ 난류모형의 모형상수들	P_θ	: 난류온도에너지의 생성률
f_m, f_{i1}, f_{i2}, f_i	: 유동장에서의 모형함수들	R	: 시간척도비, t_θ / t_v
$f_{\theta 1}, f_{\theta 1}, f_{\theta 2}, f_{\theta}$: 온도장에서의 모형함수들	Re_H	: 후향계단의 높이에 의한 레이놀즈수, $U_\infty H / \nu$
$f_{\lambda 1}$: 벽면근접효과를 나타내는 온도장 감쇄함수	Re_τ	: 벽면 마찰속도에 의한 레이놀즈수, $u_\tau \delta / \nu$
$f_{\lambda 2}$: 비평형효과를 나타내는 온도장 감쇄함수	Re_t	: 난류레이놀즈수, $k^2 / \nu \epsilon$
H	: 후향계단의 높이	Re_y	: 무차원 길이척도, $k^{1/2} y / \nu$
k	: 난류운동에너지	S_{ij}	: 변형률텐서, $0.5(U_{i,j} + U_{j,i})$
k_θ	: 난류온도에너지	S^*	: 평균변형률의 수정된 형태, $2.75\sqrt{\nu\epsilon} / (\nu + \nu_i)$
Pr	: 프란틀수, ν / α	St	: 스탠튼수, $h / u_\infty \rho C_p$
Pr_t	: 난류프란틀수, ν_i / α_i	St_{max}	: 최대 스탠튼수

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

- T : 평균온도
- t_v : 유동장의 난류시간척도, k/ε
- t_θ : 온도장의 난류시간척도, $k_\theta/\varepsilon_\theta$
- $-\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력들
- $-\overline{u_i \theta}$: 레이놀즈 열유속들
- U_i : 평균속도
- u_r : 벽면마찰속도, $\sqrt{(\tau_w/\rho)}$
- X_R : 재부착길이
- x : 주 유동방향의 좌표
- y : 주 유동방향의 수직방향좌표
- y^+ : 무차원 길이척도, $u_r y/\nu$

그리스문자

- α, α_i : 열확산계수와 난류 열확산계수
- δ_θ : 온도장의 경계층두께
- δ_{ij} : Kronecker 델타
- ε : 난류 에너지의 소산률, $\nu(\partial u_i/\partial x_j)(\partial u_i/\partial x_j)$
- ε_θ : 난류 온도에너지의 소산률, $\alpha(\partial \theta_i/\partial x_j)(\partial \theta_i/\partial x_j)$
- ν, ν_i : 동점성계수와 와점성계수
- ρ : 밀도
- $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: 유동장에서의 난류확산항의 상수들
- σ_h, σ_θ : 온도장의 난류확산항의 상수들
- τ_w : 벽면전단응력
- ω_{ij} : 와도 텐서, $0.5(U_{i,j} - U_{j,i})$

1. 서 론

많은 공학적 문제에서의 난류유동은 박리되고 재부착되는 현상을 수반하고 있다. 이렇게 박리되고 또 재부착되는 난류유동은 매우 복잡하고 난해한 유동현상을 가지고 있으며, 또한 이에 따른 복잡한 강제대류 열전달 특성을 나타내게 된다. 박리와 재부착을 수반한 유동은 유동의 비정상화, 압력요동, 유동소음 등을 유발시키며, 또한 그로 인하여 열 및 물질전달을 증대시키는 효과를 나타낸다. 이러한 공학적인 요구에도 불구하고 박리 및 재부착 유동에 있어서의 강제대류 열전달해석은 유동장의 정확한 해석이 선행되어야 하는 이유 때문에, 아직까지도 많은 연구가 진행되고 있다. 따라서 박리되고 재부착되는 난류유동에 있어서 정확한 유동구조와 그에 따른 강제대류 열전달에 관한 난류모형 연구

는 중요한 의미를 갖는다.

레이놀즈응력에 대한 난류 모형화와는 달리 강제대류 열유속에 관한 모형화는 아직까지 활발히 연구되지 않고 있다. 즉, 일반적으로 유동장의 경계층과 온도장의 경계층이 상사성을 가진다는 사실로부터 와점성 계수(ν_t)와 난류 열확산계수(α_t)가 비례한다는 가정하에 별도의 방정식을 풀지 않고, 유동방정식만으로 온도장을 해석하는 방법을 사용하는 수준에 머물고 있다. 즉, 일정한 난류프란틀수(Pr_t)를 사용하여 난류 열확산계수(α_t)를 구하고, 그 값을 이용하여 난류 온도장을 해석하는 것이다. 하지만 간단한 유동에 있어서도 Pr_t 는 벽면에서의 거리에 따라서 다른 값을 나타내는 등 일반성이 결여되어 있다.^(3~5) 특히 본 논문에서 목적하고 있는 박리 및 재부착 유동에서는 Pr_t 를 상수로 가정하는 것을 적합하지 못하다. 따라서 이러한 난류 열확산계수를 유동장에서의 와점성계수에서 구하는 대신, 유동장에 있어서 난류운동에너지(k) 방정식과 그의 소멸률(ε) 방정식을 푸는 k - ε 방정식 모형을 이용하여 와점성계수의 길이척도와 속도척도를 구하는 방법과 같이 온도 요동에너지($k_\theta \equiv \overline{\theta^2}/2$) 방정식과 그의 소멸률인 ε_θ 방정식을 푸는 k_θ - ε_θ 방정식 모형을 이용하여 난류 열확산계수를 구하는 것이 더욱 일반적이다. 유동장의 레이놀즈응력에 해당하는 난류 열유속(trubulent heat-flux) 모형방법은 여러 가지 시도가 있었다. 예를 들면, Yoshizawa⁽¹²⁾는 DIA기법을 이용하여 통계적인 모형화를 하였고, Rogers 등⁽¹³⁾은 대수적인 모형을 제안하였다.

본 연구에서는 박리 및 재부착 난류 유동에서의 온도장의 특성 파악을 위해 4-방정식을 제안하였다. 즉, 유동장에서의 k - ε 방정식과 마찬가지로 온도장에서 k_θ - ε_θ 방정식을 사용하여 난류 유동장의 특성을 파악하고자 한다. 특히, 벽면 근방의 열전달 특성과 재순환 영역에서의 온도장 파악이 본 연구의 주된 목적이라고 할 수 있다. 최근의 Nagano과 Kim,⁽⁸⁾ Youssef 등,⁽⁹⁾ Hattori 등⁽¹⁰⁾도 유동장의 k - ε 방정식 모형과 더불어 $\overline{\theta^2}$ - ε_θ 방정식 모형을 이용하여 강제대류에서의 난류 열확산계수를 구하는 4-방정식 모형을 제안하였다. 하지만 이 논문들은 벽면감쇄함수를 모형화하는 데 있어서 벽면 마찰속도(u_r)를 포함한 변수 $y^+ (=y u_r/\nu)$ 를 사용하였다. 이러한 모형은 경계층유동 등의 박리가 없는 단순한 유동에서의 해석에서는 매우 유용한 도

구로서 사용될 수 있다. 그러나 박리 및 재부착되는 유동에서는 적용이 곤란하다($u_r=0$). 그래서 본 논문에서는 u_r 를 사용하지 않는 무차원 길이척도로서 $R_y(=\sqrt{k}y/\nu)$ 를 제안하여 벽면감쇄 함수에서 사용함으로써 공학적인 관심이 있는 박리 및 재부착 유동에서의 열전달 문제를 해석하였다. 특히 박리 및 재부착 영역내의 재순환 영역에서는 온도 유동에너지의 생성항($P_\theta \equiv -u_j \theta \frac{\partial T}{\partial x_j}$)와 소멸항(ϵ_θ)이 평형을 이루지 못한다. 따라서 벽면 감쇄효과와 더불어 이러한 비평형효과(P_θ/ϵ_θ)를 벽면 감쇄 함수에 고려하는 것이 타당하다. 따라서 본 논문에서는 그 효과를 대수적 모형화기법(algebraic stress/flux model)을 이용하여 벽면감쇄함수에 포함하여 수식화하였다.

요약하면, 4-방정식 모형화는 온도장을 해석하는데 있어서, 생성항과 소멸항의 비평형효과, 적절한 무차원수를 사용한 벽면감쇄함수 등을 이용하여 난류 열확산계수를 구하였다. 즉, 박리 및 재부착 영역에서의 타당한 벽면효과 고려를 위하여 y^+ 대신에 R_y 를 이용한 벽면감쇄함수를 제안하였다. 또한 재순환 영역에서의 생성항 P_θ 와 소멸항 ϵ_θ 의 비평형효과에 의한 P_θ/ϵ_θ 의 영향을 벽면 감쇄 함수에 반영하여 박리 및 재부착되는 유동에서의 유동장 및 온도장 해석에 적합하도록 모형화하였다. 모형화된 모델의 벽면거동의 정확성을 검증하기 위하여 정확한 직접수치해석(DNS) 결과가 있는 경계층유동에서의 특성들 우선 계산 비교하였다.^(14,15) 즉, 두 평판사이의 완전발달된 난류 경계층 유동에 대한 유동장 및 온도장에 대한 비교 해석을 선행하였다. 제안된 모형은 다른 모형들에 비하여 DNS 결과를 잘 예측하고 있음을 보여 주었다. 본 연구의 주 목적인 박리 및 재부착 유동에 있어서의 모형 검증으로는 기존의 실험결과들과 비교하였다. 즉, 2차원 후방계단유동^(21,22)과 2차원 물체(blunt body) 주위의 유동⁽²³⁻²⁵⁾에 대하여 본 모형을 비교 고찰하였으며 만족스러운 결과를 얻었다.

2. 난류유동장 해석을 위한 비선형 저레이놀즈수 k-ε 모형

2.1 운동량방정식의 모형화

난류박리 및 재부착 유동에 있어서 난류 열전달을 정확히 예측하기 위해서는 충분한 정확도를 가진 유동장의 해석이 선행되어야 한다. 서론에서 언

급한 바와 같이 난류박리 및 재부착 유동에 대한 개선된 저레이놀즈수 모형이 Park과 Sung⁽¹¹⁾에 의하여 개발되었다. 본 논문에서는 유동장을 Park과 Sung 모형을 간단히 정리 소개하며, 자세한 모델 모형화는 Park과 Sung을 참고하기 바란다.

비압축 정상유동에 대한 무차원화된 지배방정식은 난류운동에너지 k 와 그의 소멸률 ϵ -방정식과 함께 표현될 수 있다. 이들 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right] \quad (2)$$

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + f_t \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \quad (3)$$

$$U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + f_t \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + P_\epsilon^1 + P_\epsilon^2 + P_\epsilon^3 + P_\epsilon^4 - \gamma \quad (4)$$

여기에서, 미지변수인 레이놀즈응력 $-\overline{u_i u_j}$ 는 와점성계수 ν_t 의 개념을 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} = & 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} + C_{a1} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (S_{im} S_{mj} \\ & - \frac{1}{3} S_{mn} S_{mn} \delta_{ij}) + C_{a2} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} S_{mj} \\ & + \omega_{jm} S_{mi}) + C_{a3} \nu_t \frac{k}{\epsilon} (\omega_{im} \omega_{mj} \\ & - \frac{1}{3} \omega_{mn} \omega_{mn} \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

위의 식 (5), (6)에서, $-\overline{u_i u_j}$ 비선형 $k-\epsilon$ ^(19,20)에서 2차항까지 확장된 형태이다. 여기에서,

$$\begin{aligned} S_{ij} = & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \\ \omega_{ij} = & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

는 각각 평균변형률과 평균와도이다. C_{a1} , C_{a2} , C_{a3} , C_μ , σ_k 과 σ_ϵ 는 모형화상수이며, f_t 는 난류 확산항을 위한 모형화함수이다. f_μ 함수는 벽면에서으로부터의 효과와 자유-난류의 영향을 고려한 모형화 함수이다. 난류운동에너지의 생성항인 P_k 는 $P_k \equiv -\overline{u_i u_j} \partial U_i / \partial x_j$ 와 같이 정의된다. 모형화상수 σ_k 와 σ_ϵ 는 $\sigma_k=1.2$, $\sigma_\epsilon=1.3$ 로 모형화하였고, 난류 확산항을 수정하기 위한 모형화함수 f_t 는 $f_t=$

1+3.5 exp[-(R_t/150)²]와 같이 모형화하였다. 여기에서 R_t≡k²/νε는 난류레이놀즈수이다.

ε-방정식에서, P_ε¹, P_ε², P_ε³, P_ε⁴와 γ는 각각 혼합 생성항, 평균속도구배에 의한 생성항, 난류생성항, 소멸률을 나타낸다. 이 항들은 다음과 같이 모형화된다.

$$P_{\epsilon}^1 + P_{\epsilon}^2 + P_{\epsilon}^3 + P_{\epsilon}^4 - \gamma = C_{\epsilon 1}^* P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} + \left(C_1 \frac{1}{Re} \nu_i S_i^{*2} + C_2 \frac{1}{Re} \frac{k}{\epsilon} k_j S_j^* S_j^* \right) f_{w1} \quad (8)$$

비평형효과는 C_{ε1}^{*}에 C_{ε1}^{*}=C_{ε1}(0.96+0.05P_k/ε)의 형태로써 모형화에 반영된다. S^{*}는 S^{*}=2.75√ν_iε/(ν+ν_{i})과 같이 주어지는 값으로써 수정된 변형률을 표시하는 값이다. 모형화상수 C₁, C₂, C_{ε1}와 C_{ε2}는 C₁=1.0, C₂=0.006, C_{ε1}=1.45 그리고 C_{ε2}=1.9와 같이 모형화되었다.}

모형화함수 f_w는 f_w=f_{w1}f_{w2}와 같이 표현된다. 이렇게 두 함수의 곱으로 표현함으로써 본 논문에서 f_w는 두 가지 중요한 동적거동을 표현하고자 하였다. 즉 f_{w1}은 벽면근방에서의 효과를 나타내는 함수이며 f_{w2}는 벽면과 멀리 떨어진 부분에서의 비평형효과를 고려한 함수이다.⁽¹⁾ 이 함수들의 구체적인 형태는 다음과 같다.

$$f_{w1} = (1 - f_{w1}) (1 + 10f_{w1}/Rt_i^{25})$$

$$f_{w2} = C_{\mu 1} \frac{(C_{\mu 2} + C_{\mu 3} P_k/\epsilon)}{(C_{\mu 2} + \bar{P}_k/\epsilon)^2} \quad (10)$$

f_{w1} 함수에 있어서 벽면감쇄함수 f_{w1}은 벽면의 영향을 고려한 함수로써 f_{w1}=exp[-(R_y/80)²]와 같이 표현된다. 비평형효과를 고려한 f_{w2} 함수에서 모형화 상수들은 C_{μ1}=2.62, C_{μ2}=1.2, C_{μ3}=0.646와 같이 결정하였다. 여기서 주목할 것은 무차원 길이 척도로 y⁺(≡y_wν/ν)가 아닌 R_y(≡k^{1/2}y/ν)를 사용하였다는 점이다. 즉, 박리점 혹은 재부착점에서는 마찰속도 u_τ가 0이 되기 때문에 난류박리 및 재부착 유동의 해석을 위해서는 본 모형과 같이 u_τ를 사용하지 않는 모형이 필요하다.

3. 난류온도장 해석을 위한 저레이놀즈수 k_θ-ε_θ 모형

3.1 지배방정식

비압축성 정상난류유동에 있어서의 온도장에 대한 지배방정식은 다음과 같다.^(2,8-10)

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \right] \quad (11)$$

$$-\overline{u_j \theta} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (12)$$

$$\alpha_t = C_\lambda f_\lambda \frac{k^2}{\epsilon} \quad (13)$$

$$U_j \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} + f_h \frac{\alpha_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} \right] - \overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \epsilon_\theta \quad (14)$$

$$U_j \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} + f_h \frac{\alpha_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} \right] - C_{p1} \frac{\epsilon_\theta}{k_\theta} \overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial x_j} - C_{p2} \frac{\epsilon_\theta}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{D1} f_{D1} \frac{\epsilon_\theta^2}{k_\theta} - C_{D2} f_{D2} \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k_\theta} \quad (15)$$

여기에서, Pr은 프란틀수이다(Pr≡ν/α). 난류 열확산계수 α_t는 ν_t와 비슷한 방법으로 식(13)과 같이 모형화되었다. 여기에서, C_λ와 f_λ는 각각 모형화상수, 모형화함수이다. f_λ 함수는 벽면감쇄 효과(f_{λ1}) 뿐만 아니라 비평형효과(f_{λ2})도 고려하여 모형화한 함수이다. f_λ와 ε_θ방정식에 대한 모형화에 대한 상세한 과정은 k, ε과 함께 난류 요동에너지(k_θ)와 그의 소산율(ε_θ)에 대한 모형화와 함께 3.2절과 3.3절에 나타내었다.

3.2 f_{λ1}, f_{λ2}의 모형화

난류박리 및 재부착 유동에 있어서의 열전달의 정확한 예측을 위해서는 벽면근방에서의 정확한 거동을 나타내는 것이 매우 중요하다. 벽면근방에서는 y→0일때 난류 요동에너지, 온도 요동에너지 등이 정확한 벽면임계거동을 만족하여야 한다. 즉, 벽면근방에서, -√νθ∝y³, ∂T/∂y∝y⁰, α_t∝y³, k∝y², ε=ν(∂u_i/∂x_j)(∂u_i/∂x_j)→ε_w 등의 벽면 임계거동을 만족하여야 한다. 여기에서 일정 열유속 벽면조건에서도 온도의 요동항이 0인 준-일정 열유속(quasi-uniform heat flux) 벽면조건(-√νθ∝y³)을 사용하였다.⁽¹⁴⁾ 이러한 조건을 만족하기 위해서는 식(13)에서의 모형화함수 f_λ는 다음 조건을 만족하여야 한다, f_λ∝y⁻¹.⁽²⁾ 잘 알려진 바와 같이, 비평형효과는 박리 및 재부착 유동에 있어서 중요한 역할을 하게 된다.⁽²⁾ 이러한 비평형 효과를 고려하기 위해서, 본 모형에서는 모형화함수 f_λ를 분리하였다. 즉, f_λ=f_{λ1}f_{λ2}와 같이 두 함수의 곱으로 표시하였다. 이렇게 분리한 중요한 이유는 벽면에 의한

감쇄효과를 f_{11} 로 나타내고, 벽면에서 먼 영역에서의 비평형효과는 f_{12} 로 나타내고자 한다.

우선, f_{11} 의 모형을 고려해 보자. 유동장에 있어서 f_{11} 과 비슷한 방법으로, 다음과 같이 모형화할 수 있다. ^(1,2)

$$f_{11} = (1 - T_{w1}) (1 + 10 T_{w1} / R_t^{1.25}) \quad (16)$$

$$T_{w1} = \exp \left[- \left(\frac{R_y}{80 \sqrt{Pr}} \right)^2 \right] \quad (17)$$

여기서, 벽면의 효과를 고려한 함수 T_{w1} 은 벽면 근방에서 벽면임계거동을 고려한 함수이다. 앞서 지적한 바와 같이 f_{11} 은 $f_{11} \propto y^{-1}$ 의 벽면임계거동을 만족하고 있다.

그 다음으로, 벽면으로부터 멀리 떨어진 곳($f_{11} = 1$)에서의 효과를 고려한 f_{12} 에 대한 모형화이다. 본 논문에서는 난류박리 및 재부착 유동에 대한 열전달 모형에 대한 연구이기 때문에 유동장에 대한 비평형효과(P_k/ϵ)와 온도장에 의한 비평형효과(P_θ/ϵ_θ)를 모형화에 고려해야 한다. 여기에서, P_θ 는 온도 요동의 생성률을 나타낸다. $P_\theta = -2 \overline{u_i \theta} \partial T / \partial x_i$. 비평형 영역에서 f_{12} 를 모형화하기 위해서, 대수적 열유속 모형(algebraic stress/flux model)의 개념을 도입하면, ^(2,17,18)

$$\overline{u_i \theta} = \frac{2 k k_\theta (P_\theta + \phi_{i\theta})}{k_\theta (P_k - \epsilon) + k (P_\theta - \epsilon_\theta)} \quad (18)$$

여기에서, $P_{i\theta}$ 는 $\overline{u_i u_j}$ 와 $\overline{u_i \theta}$ 의 생성률을 나타낸다. 즉 $P_{i\theta} = -\overline{u_i u_j} \partial T / \partial x_j - \overline{u_j \theta} \partial U_i / \partial x_j$ 와 같이 정의된다. $\phi_{i\theta}$ 는 압력-온도구배 상관항이고, $\phi_{i\theta} = \overline{p \partial \theta / \partial x_i}$. ^(17,18)

식(18)에서부터 f_{12} 를 유도하기 위하여, 다음과 같은 2차원 경계층유동을 생각하였다. 즉, 난류 열유속은 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{v \theta} = \frac{2 k k_\theta (P_{2\theta} + \phi_{2\theta})}{k_\theta (P_k - \epsilon) + k (P_\theta - \epsilon_\theta)} \quad (19)$$

식(19)에서, $P_{i\theta}$ 는 $P_{2\theta} = -\overline{v^2} \partial T / \partial y$ 가 되는데, 이 항은 벽면에서 수직인 성분이다. 유동장에서의 벽면 수직 속도항인 $\overline{v^2}$ 은 다음과 같다. ⁽¹⁾

$$\overline{v^2} = \frac{2}{3} k - \frac{2}{3} \frac{(1 - C_2) P_k}{P_k + (C_1 - 1) k} \quad (20)$$

또한, 식(19)의 $\phi_{2\theta}$ 항은 Launder⁽¹⁷⁾에 의하여 모형화되었고, Gibson & Launder⁽¹⁸⁾은 이 항을 자연대류 해석에 사용하였다.

$$\phi_{2\theta} = -C_{1\theta} \frac{k}{\epsilon} \overline{v \theta} \quad (21)$$

여기에서, $C_{1\theta}$ 는 모형화상수이다($C_{1\theta} = 3$). 결과적으로 식(21)을 식(19)에 대입하면, $\overline{v \theta}$ 에 대한 모형화가 이루어진다.

$$\begin{aligned} & -\overline{v \theta} \\ &= \frac{4(C_2 P_k / \epsilon + C_1 - 1)}{3 \left\{ 2C_{1\theta} - 1 + P_k / \epsilon + \left(\frac{P_\theta / \epsilon - 1}{R} \right) \right\} (P_k / \epsilon + C_1 - 1)} \frac{k^2 \partial T}{\epsilon \partial y} \\ &= C_{1f_{12}} \frac{k^2 \partial T}{\epsilon \partial y} \end{aligned} \quad (22)$$

R 은 난류온도장과 난류유동장에 대한 특성 감쇄시간비로서, $R = (k_\theta / \epsilon_\theta) / (k / \epsilon)$ 와 같이 정의된다. 식(22)에서부터, 함수 f_{12} 는 모형화할 수 있다. 앞서 언급한 바와 같이 f_{12} 는 비평형효과를 나타내는 P_k/ϵ 와 P_θ/ϵ_θ 등의 함수로서 표현됨을 알 수 있다. 간단화된 함수 f_{12} 는 다음과 같이 표현된다.

$$f_{12} = \frac{C_{11} + C_{12} P_k / \epsilon}{(C_{13} + P_k / \epsilon) (C_{14} + P_k / \epsilon + (P_\theta / \epsilon_\theta - 1) / R)} \quad (23)$$

여기에서 재조정된 모형화상수들의 값은 $C_{11} = 10.71$, $C_{12} = 4.29$, $C_{13} = 1.5$, $C_{14} = 5.0$ 이다.

그런데, 유동장에 대한 모형화⁽¹⁾에서 이미 유동장에서의 비평형효과(P_k/ϵ)를 고려하여 주었다. 따라서 중복된 고려를 피하기 위하여 본 논문에서는 더욱 간단화된 다음과 같은 모형화함수 f_{12} 를 제안한다.

$$f_{12} = \frac{6}{6 + (P_\theta / \epsilon_\theta - 1) / R} \quad (24)$$

식(24)에서 알 수 있듯이, f_{12} 는 식(23)에서 $P_k/\epsilon = 1$ 의 값을 취함으로써 얻을 수 있다.

3.3 온도 요동에너지의 소멸률(ϵ_θ)방정식의 모형화

ϵ_θ -방정식은 다른 문헌⁽⁸⁻¹⁰⁾에서의 비슷한 방법으로 다음과 같이 모형화할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_j \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} + f_h \frac{\alpha_i}{\sigma_\theta} \right) \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} \right] \\ & - C_{p1} \frac{\epsilon_\theta}{k_\theta} \overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial x_j} - C_{p2} \frac{\epsilon_\theta}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ & - C_{D1} f_{D1} \frac{\epsilon_\theta^2}{k_\theta} - C_{D2} f_{D2} \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k_\theta} \end{aligned} \quad (25)$$

위의 식에서, f_h 난류확산항을 수정하기 위한 모형화 함수이다. 이 함수는 벽면근방에서 난류확산항

을 수정하여 주는 역할을 하게 된다. 본 논문에서는 다음과 같은 모형화함수를 제시하였다. $f_b = 1 + 50 \exp\left[-\frac{R_t}{150} \frac{R_t}{25/\sqrt{RPr}}\right]$.^(1,2,16) 모형화상수 C_{D1} 와 C_{D2} 는 ε_θ -방정식에서 생성항에 대한 상수인데, DNS 자료^(14,15)를 이용하여 $C_{D1}=0.9$, $C_{D2}=0.72$ 로 결정하였다. 이 수치는 다른 모형들과 비슷한 값들을 가진다.^(8~10)

난류의 벽면근처의 거동은 벽면근방에서 ε_θ -방정식에서의 각 항들간의 균형을 유지하게 하기 위해 필수적으로 고려하여야 한다. $k \sim y^2$, $k_\theta \sim y^2$ 와 같은 거동을 나타내는 것은 쉽게 유도될 수 있고, 또 잘 알려진 사실이다. 그래서, 이러한 벽면 임계 거동으로 인하여, ε_θ -방정식에서 벽면에 특이점이 생기게 된다. 이러한 특이점을 해소하기 위해서는 모형화함수들이 $f_{D1} \propto y^2$, $f_{D2} \propto y^2$ 와 같은 벽면임계 거동을 나타내어야 한다. 이러한 이유들로 인하여, 모형화함수 f_{D1} 는 $f_{D1} = 1 - \exp(-0.06Ry)$ 와 같이 나타내었는데, 이 함수는 기본적으로 Van-Driest 함수형태를 나타내고 있다. 이 함수에서 사용된 무차원 길이척도는 앞서 언급한 바와 같이 박리 및 재부착 유동에서 사용할 수 있도록 y^+ 대신에 Ry 를 사용하였다.

여기에서 함수 f_{D2} 를 모형화하고, 모형화상수 (C_{D1} , C_{D2})를 결정하기 위하여 본 논문에서는 지배방정식에 등방성 난류에서의 감쇄법칙을 적용하였다.^(2,8) 등방성 감쇄난류에서는 ε_θ -방정식이 다음과 같이 간략화할 수 있다.

$$U \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x} = -C_{D1} f_{D1} \frac{\varepsilon_\theta^2}{k_\theta} - C_{D2} f_{D2} \frac{\varepsilon_\theta \varepsilon_\theta}{k_\theta} \quad (26)$$

그리고 식(3), (14), (15)는 다음과 같이 간략화된다.

$$U \frac{\partial k}{\partial x} = \varepsilon \quad (27)$$

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (28)$$

$$U \frac{\partial k_\theta}{\partial x} = \varepsilon_\theta \quad (29)$$

여기에서, x 는 주 유동방향이다. 특성 시간척도비 R 은 주어진 유동장에서 일정하다고 가정할 수 있으므로, $\varepsilon_\theta = Rk/\varepsilon k_\theta$ 를 식(26)의 좌변에 대입하여 정리하고 그 식에 식(27)~(29)를 대입하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$U \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x} = -\frac{\varepsilon_\theta^2}{k_\theta} - (C_{\varepsilon 2} f_{22} - 1) \frac{\varepsilon \varepsilon_\theta}{k_\theta} \quad (30)$$

여기에서, f_{22} 자유흐름의 효과를 고려한 함수로 $f_{22} = 1 - 0.3 \exp[-(R_t/6.5)^2]$ 와 같이 모형화되었다.⁽¹⁾ 식(26)과 (30)에서부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$C_{D1} f_{D1} = 1 \quad (31)$$

$$C_{D2} f_{D2} = C_{\varepsilon 2} f_{22} - 1 \quad (32)$$

모형화상수의 값을 결정하기 위하여 모든 모형화함수의 값을 $1 (f_{D1} = f_{D2} = f_{22} = 1)$ 로 고정시키면, $C_{D1} = 1$, $C_{D2} = 0.9$ 와 같이 상수값들을 결정할 수 있다.^(2,8) 그리고, 함수 f_{D2} 는 다음과 같이 모형화하였다.

$$f_{D2} = \frac{C_{\varepsilon 2} f_{22} - 1}{C_{D2}} f_{Dw} \quad (33)$$

식(33)에서 f_{D2} 는 두 함수의 곱으로 이루어져 있다. 즉, 첫번째 함수 $(C_{\varepsilon 2} f_{22} - 1)/C_{D2}$ 는 벽면과는 상관없이, 자유흐름의 효과를 표현하고 있다. 또한, f_{Dw} 는 벽면근처에서의 임계거동을 만족시키기 위한 함수인데, f_{Dw} 는 DNS 자료^(14,15)를 바탕으로 하여 벽면근처에서의 거동을 정확히 예측하기 위하여 $f_{Dw} = 1 - \exp(-0.06Ry) [\cos(0.88\sqrt{Ry}) + 0.493\sqrt{Ry} \sin(0.88\sqrt{Ry})]$ 로 모형화되었다. 이 함수는 박리 및 재부착 유동에 있어서, 정확한 열전달 특성 해석을 위하여 사용되었다. 앞서 언급한 바와 같이, f_{D2} 는 $f_{D2} \propto y^2$ 의 조건을 만족하고 있다.

4. 결과 및 토의

본 모형의 주 목적은 난류박리 및 재부착 유동에 대한 열전달 특성을 해석하는 것이다. 하지만, 이러한 유동에 대해서는 열전달 특성을 나타낼 수 있는 변수들을 정확히 측정하기 어렵다. 그래서 모형의 정확성을 검증하기 위해서는, 정확한 DNS 자료가 존재하는 박리와 재부착이 일어나지 않는 경계층 유동에서 열전달 특성을 비교 분석하였다. 즉, 온도장에서의 전형적인 두 가지의 경계조건인 일정한 벽면온도와 일정한 벽면열유속인 경우에 대하여 모형의 정확성을 DNS 자료와 비교 검증하였다. 이러한 검증작업을 거친 후, 후향계단유동과 돌출물체유동에서의 온도장을 해석하였는데, 이 두 가지 유동형태는 모형에 대한 평가로 자주 이용되고 있다. 2차원 후향계단에서 밀면에 일정한 열유속이 가하여지는 경우는 Vogel and Eaton^(21,22)의

실험결과와 2차원 물체주위에서 일정한 열유속이 가하여 지는 경우는 Ota and Kon⁽²³⁻²⁵⁾의 실험결과와 비교 분석하였다.

4.1 완전발달된 두 평판사이의 경계층 유동에서의 열전달

수치해법으로 유한체적법을 사용하였다. 그 경계 조건으로는 벽면에서, $U=k=k_0=0$, $\epsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial y^2}$, $\epsilon_0 = \alpha \frac{\partial^2 k_0}{\partial y^2}$ 그리고 평균온도장에 대해서는 $T_w = constant$ 와 $q_w = constant$ 의 두가지 조건에 대해 해석하였다. 중앙의 대칭선에서는 $\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial k_0}{\partial y} = \frac{\partial \epsilon_0}{\partial y} = 0$ 의 경계조건을 사용하였다. 격자의존성을 없애기 위한 검증은 한 결과로, 본 논문에서는 벽면에서 수직한 방향으로 101개의 비균일 격자를 사용하였다.

본 모형을 두 가지 다른 경우의 온도 경계조건을 사용하여 적용하였을 때, 평균온도장 T^+ 는 Fig. 1 과 같은 분포를 나타낸다. 두 가지 레이놀즈수, $Re_\tau = 150, 180$ 는 DNS 결과와 비교하기 위하여 선택되었다. 여기서, 최근에 개발된 Youssef, Nagano and Tagawa⁽⁹⁾ 모형(이후 YNT 모형으로 약칭)이 DNS 자료와 함께 비교되었다. Fig. 1에서 볼 수 있듯이, 일정한 온도 경계일 경우와 일정한 열유속 경계조건일 경우에 대해서 본 모형의 결과가 DNS 자료를 잘 예측하고 있다. 그 반면, YNT 모형은 바깥쪽 경계층($y^+ > 50$)에서 약간 과소 예측하고 있다.

Fig. 2 에서는 일정 온도 경계조건($T_w = constant$)을 가진 Kim and Moin⁽¹⁵⁾의 DNS 자료와 비교된 온도 요동에너지 k_0 의 분포를 보여주고 있다. 본 모형과 YNT 모형이 모두, DNS 자료를

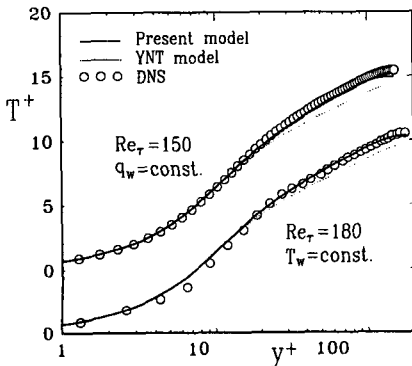


Fig. 1 Comparison of the predicted T with DNS data

근사적으로 예측하고 있다. 두 모형이 $y^+ < 30$ 인 영역에서 과소 예측하고 있는 등, Park and Sung⁽¹¹⁾의 k^+ 분포와 비교하였을 때, k_0^+ 분포는 그 정확성이 떨어진다. 하지만, 본 모형이 YNT 모형에 비하여 DNS자료에 근접함을 알 수 있다. 일정한 벽면열유속($q_w = constant$)인 경우에 대한 ϵ_0^+ 의 벽면근방분포가 Fig. 3에서 Kasagi 등⁽¹⁴⁾의 DNS 자료와 비교되었다. Fig. 3에서와 같이 본 모형이 DNS 자료를 잘 예측하고 있다. 특별히 본 모형은 벽면근방($y^+ < 30$)에서 YNT 모형에 비하여 DNS 자료를 잘 예측하고 있다. 앞서 지적한 바와 같이 난류열유속 $\sqrt{\theta}$ 는 $\sqrt{\theta} \propto y^3$ 의 벽면임계거동조건을 만족하여야 한다. 본 모형은 이러한 조건을 정확히 만족하고 있음이 확인되었다.

4.2 박리 및 재부착 유동에 있어서의 열전달

앞서 언급한 대로, 박리 및 재부착 유동에 대한 모형의 적용성을 알아보기 위하여 두 가지의 전형적인 유동형태인 후향계단유동과 돌출물체유동에 대한 온도장 해석을 수행하였다. 우선, 수치적인 기법에 대해 간단하게 정리해보면 다음과 같다. 지배방정식을 차별화하기 위해서 유한차분법이 사용

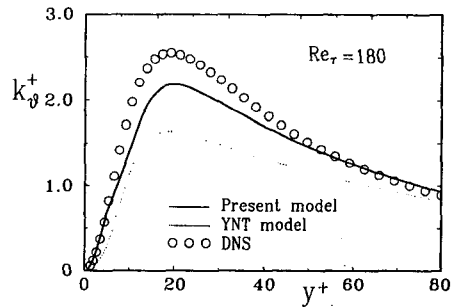


Fig. 2 Comparison of the predicted k_0 with DNS data

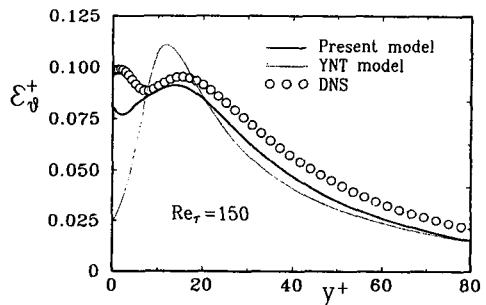


Fig. 3 Comparison of the predicted ϵ_0 with DNS data

되었다. 이 때, 타원형 문제에서 정확도에 가장 큰 영향을 미치는 대류항 처리는 2차 정확성을 가지는 HPLA(hybrid linear and parabolic approximation) 기법을 사용하였다. 격자계는 복잡한 형상에 뛰어난 적용성을 지닌 비엇갈림격자계를 사용하였고, 이러한 격자계를 사용함으로써 생길 수 있는 압력 진동현상은 운동량보간법을 사용하여 없었다. 압력 보간은 SIMPLE 알고리즘을 개선시킨 SIMPLIC 알고리즘을 사용하였다. 최종적으로 얻어진 이산화된 선형 대수방정식은 5대각 행렬해법인 SIP (strongly implicit procedure)을 사용하여 해를 구하였다.⁽²⁷⁾ 수렴판정은 모든 격자점에서의 잔류량을 합하여 입구에서의 유량으로 나눈 값이 10^{-4} 보다 작아질 경우로 택하였다. 격자의 조밀도에 대한 의존도를 알아보고 격자수에 상관없는 해를 얻기 위해 많은 경우에 대해 계산을 행하였고, 그 결과 201×121 의 격자계를 선택하였다. 경계조건은 벽면에서 $U=V=k=k_0=0$, $\varepsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial n^2}$, $\varepsilon_0 = \alpha \frac{\partial^2 k_0}{\partial n^2}$, $\partial P / \partial n = 0$ and $q_w = \text{constant}$ (또는 $T_w = \text{constant}$)이다. 입구에서는 압력의 경우 $\partial P / \partial n = 0$ 이며, 다른 물리량들은 실험 조건과 같이 주어졌다. 출구면에

서의 경계조건은 모든 변수들에 대해서 Neuman 조건으로 주어졌다.

본 모형을 이러한 수치해법과 경계조건을 사용하여, 박리 및 재부착 유동에 적용하였다. 우선, 후향계단유동에서의 열전달 특성을 살펴보자. 정확한 온도장의 특성을 파악하기 위해서는 유동장의 정확한 해석이 선행되어야 한다. 후향계단에서 유동장의 특성을 단적으로 살펴볼 수 있는 것은 벽면에서의 마찰계수 C_f 이다. 본 모형에 의해 예측된 C_f 의 무차원화된 유동방향좌표인 $X^* = (X - X_R) / X_R$ 에 따른 변화가 Vogel and Eaton^(21,22)의 실험 결과와 함께 비교되어 있다. 여기서, X_R 은 재부착길이를 의미한다. 계단높이를 기준으로 한 레이놀즈수는 $Re_H = 28,000$ 이다. 예측결과가 실험 결과와 거의 일치하며, 특히 재순환 영역에서는 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다. 즉, 예측된 유동장이 만족할만한 정확성을 가졌다고 가정할 수 있다.

본 모형으로 계산되어진 스탠튼수 St 의 X^* 에 따른 분포가 Fig. 5에 도시되어 있다. 난류프란틀수가 $Pr_t = 0.9$ 로써 일정한 경우와 함께 Fig. 5에 표시되어 있다. 전체적으로 볼 때 난류프란틀수가

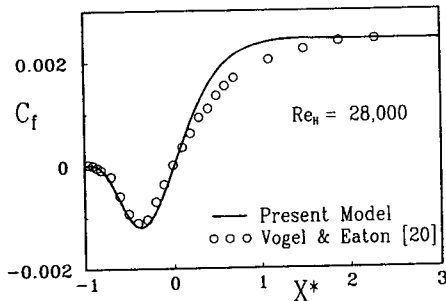


Fig. 4 Comparison of the predicted C_f with experimental data

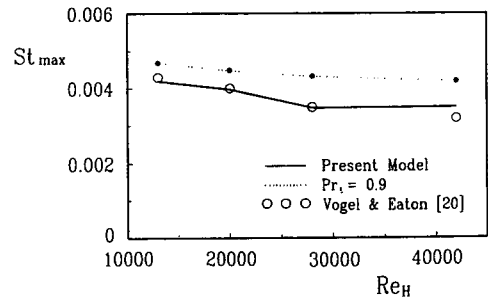


Fig. 6 Comparison of the predicted St_{max} with experimental data

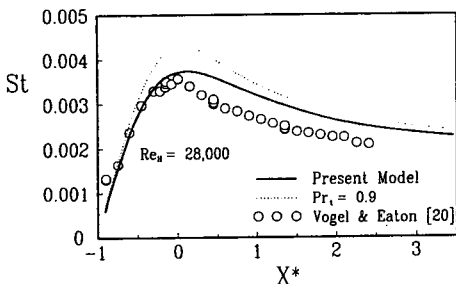


Fig. 5 Comparison of the predicted St with experimental data

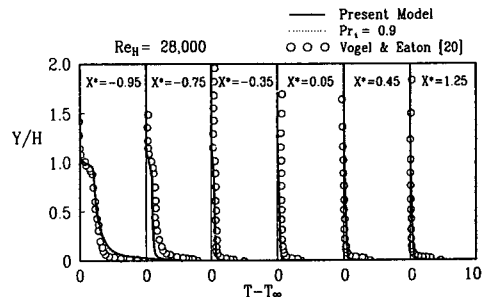


Fig. 7 Comparison of the predicted T with experimental data

일정하다고 가정할 경우에서 과대 예측하는데 비하여, 본 모형은 실험결과와 잘 일치하고 있다. 하지만, 전체적인 경향은 비슷하다. 즉, 두 경우 모두 재부착점 부근에서 최대값을 보이며, 또한, 두 경우 모두 어느 정도 후류 이후에는 Kays와 Crawford⁽²⁶⁾의 평판에서의 분포($StPr^{0.4} = 0.030Re^{-0.2}$)와 같이 레이놀즈수의 -0.2 승의 변화를 나타내고 있다. Vogel과 Eaton^(21,22)의 실험결과와 비슷한 가상원점을 나타내고 있다는 것을 알 수 있다.

Fig. 6에서는 최대 스탠튼수를 실험결과와 비교하고 있다. 레이놀즈수의 변화($13,000 \leq Re_H \leq 42,000$)에 따른 최대 스탠튼수의 분포이다. 이 그림에서는 전체적으로 두 경우 모두 레이놀즈수의 증가에 따라 St_{max} 가 감소하는데, $Pr_t = 0.9$ 의 경우 과대예측하는 것을 볼 수 있으며, 본 모형은 거의 정확히 그 값을 예측하고 있다.

Fig. 7에서는 레이놀즈수가 $Re_H = 28,000$ 인 경우에, 위치($-0.95 \leq X^* \leq 1.25$)에 따른 평균 온도장의 변화를 나타내고 있다. 그 결과 두 경우 모두 비슷하게 예측하고 있으나 벽면근처에서는 약간의 차이를 보이고 있는데, 이는 벽면에서부터 가열된다는 점을 상기할 때 주목할만한 차이로 생각된다. 평균온도장을 살펴보면, 벽면으로부터 멀리 떨어진 곳($Y/H = 1.0$)에서 주목할만큼 큰 구배를 볼 수 있는데 이는 난류열유속을 도시한 Fig. 8에서 비슷한 위치에서 최대값을 가지는 것과 연관지어 분석할 수 있다. 즉, 물리적으로 생각할때, 가열된 유동이 재순환하고 있는 영역과 입구에서부터 차가운 유동이 유입되는 영역의 경계면에서 평균 온도장의

구배가 크며, 또 열전달이 활발히 진행됨을 알 수 있다.

Fig. 8에서는 재순환 영역 부근($-0.7 \leq X^* \leq 0.5$)에서의 난류열유속 $\overline{\nu\theta}^+$ 의 분포를 나타내고 있다. 이 때, 레이놀즈수는 $Re_H = 13,000$ 이며, 입구에서의 경계층두께(δ)와 계단높이(H)의 비는 $\delta/H = 1.1$ 이다. 명백하게 실험치와 예측치는 큰 차이를 보이고 있다. 더구나 벽면 가까이에서는 더욱 그 차이가 크다는 것을 알 수 있다. 이러한 부적합한 예측 결과는 본 모형의 완전하지 못함에서 기인한다고도 볼 수 있다. 반면, Vogel and Eaton도 언급하였듯이⁽²¹⁾ 벽면 가까이 접근하였을 경우의 열유속이 그들의 측정기술의 제한성때문에 실제값보다 작게 측정되었다고 하였다. 즉, 벽면 가까이에서는 평균 온도장의 구배가 크며, 따라서 열유속이 크게 되지만, 실험상의 오차 혹은 실험결과를 처리함에 있어서 오류가 있을 수 있었다고 판단된다. 또한, 앞서 언급한 바와 같이 난류열유속을 평균 온도장의 함수로 모형화함에서 기인한다. 하지만 대체적인 경향은 실험치와 예측치가 비슷함을 알 수 있다. 이러한 경향은 4-방정식의 기본 취지는 평균 온도장의 예측보다는 박리 및 재부착 유동에서의 난류량 및 통계치의 예측에 있다는 점에서 고무적인 일이다. 계단부근($-0.7 \leq X^* \leq 0.3$)의 영역을 살펴보면, 전단층과 벽면부근 영역에서 급격한 증가를 보이는 것은 이 영역에서 난류 열전달이 크다는 것을 보여주고 있다. 재부착점보다 $0.5H$ 후류($X^* = 0.5$)에서는 열유속 $\overline{\nu\theta}^+$ 의 분포가 평판에서의 열유속과 유사한 형태를 보이기 시작한다. 즉, 벽면 가까이에서 최대값을 갖고 벽면에서 멀어질수

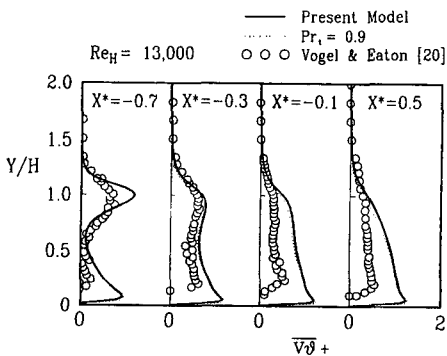


Fig. 8 Comparison of the predicted $-\overline{\nu\theta}$ with experimental data

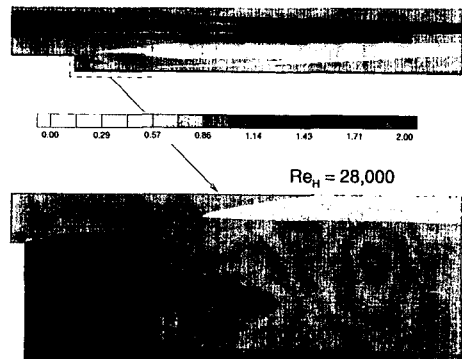


Fig. 9 Distribution of Pr_t in a backward-facing step flow

록 0으로 접근하는 형태를 보이고 있다.

수치해석을 통한 풍부한 자료를 바탕으로 Pr_t ($=\alpha_t/\nu_t$) 선을 그림으로써(Fig. 9), 가시화된 난류 프란틀수의 분포를 확인할 수 있다. 실험으로는 이러한 Pr_t 의 공간상의 분포를 가시화하기가 어렵다는 점에서 수치해석의 유용성을 제고할 수 있다. 이러한 Pr_t 의 분포는 열전달 특성을 이해하는데 아주 중요한 정보를 제공할 수 있다. Fig. 9에서와 같이, 박리 및 재부착을 수반하지 않는 영역에서는 $Pr_t = constant$ 라는 가정은 전혀 타당하지 않은 것은 아니다. 하지만, 확대된 그림에서 알 수 있듯이 재순환 영역에서는 $Pr_t = constant$ 라는 가정이 더 이상 타당성을 갖지 못한다. 아래의 확대된 그림에서 보면 박리점 부근에서는 Pr_t 가 큰 값을 갖는다. 이 영역에서는 유동장의 혼합효과로 인하여 ν_t 와 α_t 가 증가하게 된다. 하지만, α_t 의 경우 입구면에서 유입되는 차가운 유동과 밀면에서 가열된 유동이 온도장에서의 혼합효과로 나타나서 유동장에서의 혼합효과와 더불어 α_t 를 증가시키는 요인이 된다. 따라서 증가요인이 더 많은 α_t 가 더 큰 값을 가지게 되고 그로 인하여 Pr_t 가 증가하게 된다. 다른 측면에서 보면 다음과 같다. 식(13)에서와 같이 α_t 는 ν_t 와 같이 유동장의 k 와 ϵ 에 의해 큰 영향을 받게 된다. 하지만 식(23)에서 알 수 있듯이 α_t 는 유동장의 ν_t 에서는 고려가 되지 않아도 되는 온도장에서의 비평형효과($P\theta/\epsilon\theta$)와 난류시간척도들의 비 R 의 영향이 모형화되어 있다. 따라서 비평형효과가 재순환 영역에서 벗어나 작아지는 부분과 R 이 증가하는 영역이 바로 Pr_t 가 증가하는 영역이 된다. Pr_t 가 1보다 큰 값을 보이는 가열벽면 근처에서는 α_t 와 ν_t 가 이 영역에서는 작은 값을 가진다는 것을 고려하면, 중요하지 않다는 것을 알 수 있다.

Fig. 10는 난류시간척도들의 비($R \equiv \frac{t_\theta}{t_\nu} = \frac{k_\theta/\epsilon_\theta}{k/\epsilon}$)을 나타내고 있다. 우선 유동장에서의 난류시간척도의 분포는 박리점에서 기인되는 전단 영역에서의 활발한 섞임으로 인하여 그 부분에서의 난류시간척도가 매우 작은 값을 가지며 구석 부분에서는 그 값이 상대적으로 크게 된다. 즉 구석부분에서는 유동이 어느 정도 안정되어 난류시간척도가 주위의 다른 값에 비하여 큰 값을 보여주고 있다. 하지만 유동장과는 달리 온도장에서의 난류시간척도가 다른 영향을 보이게 된다. 즉 재순환 영역에서 $-\nu\theta$ 의 절대값이 증가하게 되는 좌측벽면에서

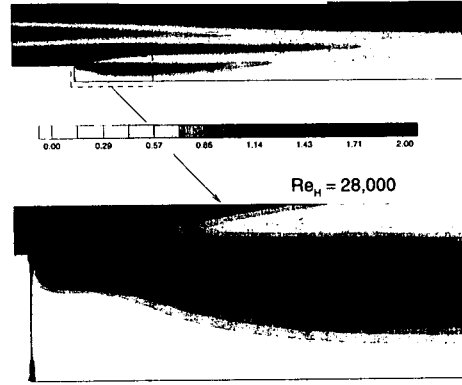


Fig. 10 Distribution of R in a backward-facing step flow

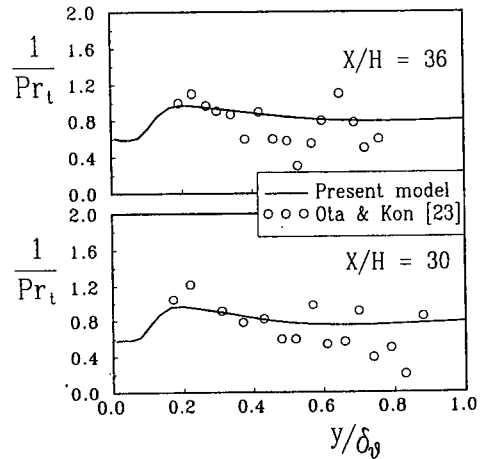


Fig. 11 Comparisons of the predicted Pr_t with experimental data

0.3~0.5H 정도의 영역에서 상대적으로 작은 난류 시간척도를 나타내게 된다. 또한 계단 전방에서 가열되지 않은, 즉 난류시간척도가 상대적으로 길도록 하여 주는 유동이 계단을 통과하면서 박리점 부근에서의 온도장에 영향을 줌으로써 그 부분에서의 시간척도가 다른 부분에 비하여 큰 값을 가지게 됨을 알 수 있다. 이러한 두 시간척도의 비는 물리적으로 유동장과 온도장의 차이를 나타내는 중요한 변수로써, Fig. 10에서 두 난류 시간 척도의 비(R)의 공간상의 분포를 나타내고 있다. 박리점 부근에서는 앞에서 언급한 바와 같이 온도장의 난류 시간척도가 커지는 현상과 유동장에서의 난류 시간척도가 작아지는 현상이 동시에 일어나서 매우 큰 값을 보임을 알 수 있다. 또한 재순환 영역에서 R 의 분포가 풍선(balloon) 형태를 보이는 것은 가열

된 thermal plume이 재순환유동에 섞여서 회전하게 된다. 따라서 수직 벽면근방에서 온도장에서의 난류시간척도가 매우 작아지고 그에 따라 R 이 감소하게 된다. 후방에서의 변화를 보면, 윗 벽면근방에서는 t_0 는 변화가 작은 반면, t_b 는 변화가 심하여 R 이 큰 값을 갖게 된다.

다음은 2차원 물체 주위에 일정한 열유속이 가하여지는 유동에 대하여 본 모형을 적용한다. Fig. 11은 Ota와 Kon^(23~25)의 실험과 같은 조건하에서 계산을 수행하였을 경우, 후류에서의 난류프란틀수를 나타낸 그림이다. Fig. 11에서와 같이 벽면에서 근방한 부분($y/\delta_0 \leq 0.4$)과 약간 떨어진 부분($0.4 \leq y/\delta_0 \leq 0.8$)에서의 난류프란틀수의 경향을 대체적으로 예측하고 있다. 하지만 실험에서는 정확한 측정이 불가능하고, 구할 수 있는 난류프란틀수의 오차범위가 너무 넓어서 그 값을 신뢰할 수 없다. 하지만, 유동박리후류에서의 벽면 근처 Pr_t 분포형태는 앞의 후향계단유동에서와 같은 경향을 보여주고 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 박리 및 재부착 유동에서 열전달 특성을 모형하기 위하여 기존의 비선형 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형에 k_0 와 ϵ_0 방정식을 동시에 푸는 4-방정식 모형을 개발 적용하였다. 박리와 재부착 유동에서 벽면효과와 비평형효과(P_0/ϵ_0)를 고려하여 R_t 변수를 사용하여 모형화하였다. 이러한 모형화를 시험하기 위하여, 박리 및 재부착 유동에 적용하여 지금까지 제시되지 않았던 난류시간척도의 비와 난류프란틀수의 분포 등을 $k_0-\epsilon_0$ 방정식 수준에서 연구하여 제시함으로써 박리 및 재부착 유동에서의 온도장의 특성을 파악하였다. 난류프란틀수를 일정한 값으로 가정하고 해석한 결과와 비교하였으며, 기존의 다른 모형과도 비교하여 만족할만한 결과를 얻었다. 모형의 벽면거동의 정확성을 검증하기 위하여 DNS 자료가 존재하는 경계층 유동에 적용하여 비교하였다. 다음은 본 4-방정식 모형을 박리 및 재부착이 존재하는 후향계단과 유동 박리 유동에서의 열전달 특성을 해석하였다. 기존의 실험결과와 대체로 일치하는 결과를 주고 있으며 특히 4-방정식 모형을 해석함으로써 구할 수 있는 Pr_t 분포와 R 의 분포를 보여주었다. 이들로부터 박리 및 재부착 주위의 열전달 특성의 중요한 정보를 얻

을 수 있었다.

참고문헌

- (1) Park, T. S. and Sung, H. J., "A Nonlinear Low-Reynolds-Number $k-\epsilon$ Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows," *Int. J. Heat Mass Transfer*, (in Press).
- (2) Rhee, G. H., 1995, "A Low-Reynolds-Number 4-Equation Heat Transfer Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows," MS Thesis, KAIST.
- (3) Reynolds, A. J., 1975, "The Prediction of Turbulent Prandtl and Schmidt Numbers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1055~1069.
- (4) Cebeci, T., 1973, "A Model for Eddy Conductivity and Turbulent Prandtl Number," *J. Heat Mass Transfer*, Vol. 95, pp. 227~234.
- (5) Antonia, R. A., 1980, "Behavior of the Turbulent Prandtl Number Near the Wall," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, pp. 906~908.
- (6) Chung, M. K. and Sung, H. J., 1984, "Four-Equation Turbulence Model for Prediction of the Turbulence Boundary Layer Affected by Buoyancy Force Over a Flat Plate," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 2387~2395.
- (7) Sung, H. J. and Chung, M. K., 1983, "Development of Four-Equation Turbulence Model for Prediction of Mixed Convective Heat Transfer on a Flat Plate," *KSME*, Vol. 7, pp. 193~203.
- (8) Nagano, Y. and Kim, C., 1988, "A Two-Equation Model for Heat Transport in Wall Turbulent Shear Flows," *Trans. ASME J. Heat Mass Transfer*, Vol. 110, pp. 583~589.
- (9) Youssef, M. S., Nagano, Y. and Tagawa, M., 1992, "A Two-Equation Heat Transfer Model for Predicting Turbulent Thermal Fields Under Arbitrary Wall Thermal Conditions," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 3095~3104.
- (10) Hattori, H., Nagano, Y. and Tagawa, M., 1993, "Analysis of Turbulent Heat Transfer Under Various Thermal Conditions With Two-Equation Models," *Engineering Turbulence Modeling and Experiments*, Vol. 2, pp. 43~52.

- (11) Horiuti, K., 1992, "Assessment of Two-Equation Models of Turbulent Passive-Scalar Diffusion in Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 238, pp. 405~433.
- (12) Yoshizawa, A., 1988, "Statistical Modeling of Passive-Scalar Diffusion in Turbulent Shear Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 195, pp. 541~555.
- (13) Rogers, M. M., Mansour, N. N. and Reynolds, W. C., 1989, "An Algebraic Model for the Turbulent Flux of a Passive Scalar," *J. Fluid Mech.*, Vol. 203, pp. 77~101.
- (14) Kasagi, N., Tomita, Y. and Kuroda, A., 1992, "Direct Numerical Simulation of Passive Scalar Field in a Turbulent Channel Flow," *Trans. ASME J. Heat Mass Transfer*, Vol. 114, pp. 598~606.
- (15) Kim, J. and Moin, P., 1987, "Transport of Passive Scalars in a Turbulent Channel Flow," *Proc. 6th Symp. on Turbulent Shear Flows*, Toulouse, France, September 7~9, pp. 5-2-1~5-2-6.
- (16) Nagano, N. and Shimada, M., 1993, "Modeling the Dissipation-Rate Equation for Two-Equation Turbulence Model," *Proceedings of 9th Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 23.2.1~23.2.6.
- (17) Launder, B. E., 1975, "On the Effects of a Gravitational Field on the Turbulent Transport of Heat and Momentum," *J. Fluid Mech.*, Vol. 67, pp. 569~581.
- (18) Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, pp. 491~511.
- (19) Rubinstein, R. and Barton, J. M., 1990, "Non-linear Reynolds Stress Models and the Renormalization Group," *Phys. Fluid A*, Vol. 2, pp. 1472~1476.
- (20) Speziale, C. G., 1991, "Analytical Methods for the Development of Reynolds-Stress Closures in Turbulence," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 23, pp. 107~157.
- (21) Vogel, J. C. and Eaton, J. K., 1984, "Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step," Report MD-44, Stanford University.
- (22) Vogel, J. C. and Eaton, J. K., 1985, "Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step," *Trans. ASME J. Heat Mass Transfer*, Vol. 107, pp. 922~929.
- (23) Ota, T. and Kon, N., 1974, "Heat Transfer in the Separated and Reattached Flow on a Blunt Flat Plate," *J. Heat Transfer*, Vol. 96, pp. 459~462.
- (24) Ota, T. and Kon, N., 1974, "Heat Transfer in the Separated and Reattached Flow Over a Blunt Flat Plates—Effects of Nose Shape," *Int. J. Heat Transfer*, Vol. 22, pp. 197~206.
- (25) Ota, T. and Kon, N., 1974, "Turbulent Transfer of Momentum and Heat in the Separated and Reattached Flow Over a Blunt Flat Plate," *J. Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 749~754.
- (26) Kays, W. M. and Crawford, M. E., 1980, *Convective Heat and Mass Transfer*, 2nd Ed., McGraw-Hill Book Co.
- (27) Majumdar, S., 1986, "Development of a Finite-Volume Procedure for Prediction of Fluid Flow Problems with Complex Irregular Boundaries," Rep. SFB 210/T/29, University of Karlsruhe.