

<論 文>

환형밀폐용기내 성층화된 유체의 옆면가열에 의한 이중확산대류에 관한 수치해석

강신형* · 전창덕** · 이진호***

(1994년 9월 9일 접수)

Numerical Study of Double Diffusive Convection of a Stratified Fluid in an Annulus Due to Lateral Heating

Shin-Hyung Kang, Chang-Duk Jeon and Jinho Lee

Key Words : Double-Diffusive Convection(이중확산대류), Stratification of Concentration(농도 성층화), Lateral Heating(옆면가열), Multi-Layer Flow Structure(층형구조), Effective Rayleigh Number(유효 Ra_n 수)

Abstract

Finite-difference analysis was conducted to study the natural convection of a stably stratified salt-water solution in an annulus due to lateral heating. The main purpose of this study is to examine in detail the multi-layered flow structure. Calculation was thus made for $Ra_n=2 \times 10^5$ and 6.5×10^5 . Formation of layered flow structure, merging process of layers, the corresponding temperature and concentration distributions, Nusselt number variations with time are examined. Numerical results show that in each layer, the temperature profile looks 'S'-shaped and the concentration profile is uniform due to the convective mixing. The formation of the roll and the layer is governed by natural convection due to the temperature gradient and the merging process of the layer by diffusion of the concentration.

기 호 설 명

Ar : 중형비 = H/L
 C : 농도, {wt%}
 C' : 무차원 농도
 H : 용기높이, {m}
 L : 용기폭, {m}
 Le : Le 수 = α/D
 Nu : Nu 수
 p : 압력
 p' : 무차원 압력

Pr : Pr 수
 r : 반경방향좌표, {m}
 r' : 무차원 반경방향좌표
 r^* : $=(r' - r'_i) / (r'_o - r'_i)$
 Ra_s : 농도 Ra 수
 Ra_T : 열적 Ra 수
 Ra_n : 유효 Ra 수
 T : 온도, {°C}
 T' : 무차원 온도
 t : 시간, {s}
 t' : 무차원 시간
 u : 반경방향속도
 u' : 무차원 반경방향속도

*전양대학교 기계공학과

**연세대학교 대학원 기계공학과

***정회원, 연세대학교 기계공학과

- w : 축방향속도, {m/s}
- w' : 무차원 축방향속도
- z : 축방향좌표, {m}
- z' : 무차원 축방향좌표
- η : 대표길이 = $-\beta \Delta T / \bar{\beta} (dC/dz)_0$, {m}

1. 서 론

확산율이 서로 다른 두 부력인자가 동시에 작용하여 일어나는 대류를 이중확산대류(double-diffusive convection)라 하며, Stommel 등⁽¹⁾에 의해 처음 소개되어진 이후 이의 응용분야가 확대됨에 따라 자연현상 및 공학분야의 전달현상과 광범위하게 관련하여 많은 연구자들의 연구대상이 되어왔다. 최근에는 전자 및 반도체 산업의 눈부신 발전으로 고순도의 결정제조를 위한 기술개발이 필요해짐에 따라 이중확산대류에 대한 연구가 더욱 활발히 진행되고 있다. 결정성장에서 모상은 대부분 유체상태이며 성장된 결정의 질은 용해물의 온도와 농도구배에 의한 유동장의 특성과 깊이 관련되어있다. 결정화과정에서 유체내에는 온도 및 구성물질의 농도차가 존재하기 때문에 이들의 구배로 인한 밀도차로 이중확산유동이 일어나게 되며, 이러한 유동은 유체내의 물질전달을 촉진시켜 확산에 의한 것보다 결정의 성장률을 크게 증가시키지만, 인접면에서 온도와 농도분포가 불균일하게 되어 결정의 질을 상당히 저하시키게 된다. 따라서 결정성장에서 보다 양질의 결정을 얻기 위해서는 무엇보다도 온도구배와 농도구배의 상호작용에 의한 유동형성 과정, 유동현상 및 열적특성에 대한 정확한 이해가 우선되어야 한다. 본 연구에서는 밀폐용기내에서 농도가 안정하게 성층화된 용액에 수평방향으로 온도구배가 가해지는 경우인 옆면가열(lateral heating)의 경우에 대해 연구하고자 한다. 이에 관련된 연구를 살펴보면, Thorpe 등⁽²⁾은 수직평판에서의 유동은 여러 개의 층을 이룬 유동형태로 나타남을 처음 밝혔으며, Chen⁽³⁾은 수치해석으로 셀이 형성되는 임계온도차에 대한 이론적인 해석을 하였다. Chen 등⁽⁴⁾은 가해지는 온도와 농도구배의 상관관계에 따른 대표길이와 이를 특성길이라고 한 Rayleigh수를 제시하였고, Wirtz⁽⁵⁾는 수치해석을 통해 각 층에서의 온도분포는 단일확산자연대류와 같이 평행유동과 비슷하게 분포됨을 밝혔다. Lee

등^(6,7)은 수직벽면에서 삼투막을 이용한 방법을 시도한 실험과 수치해석을 통해 네 가지 흐름영역으로 나누어 연구하였다. Lee 등⁽⁸⁾은 수치해석을 통해 기존의 연구결과와 좋은 일치를 보였으며, 유동의 형성과정을 보다 자세히 설명하였다. 또한 Bergman 등⁽⁹⁾은 인접한 층이 합쳐지는 과정을 자세히 밝혔으며, Jeevaraj 등⁽¹⁰⁾은 벽면에서 발생된 셀의 성장속도에 관한 관계식을 제시하였다. 최근에 강신형 등⁽¹¹⁾은 회전효과를 고려하여 환형밀폐용기내의 성층화된 유체에 대한 이중확산유동 현상을 실험적으로 관찰하였다. 그러나 실험상의 난점 때문에 관련변수에 따른 거시적인 유동형태의 관찰에 국한하였으며 열전달 특성은 조사하지 않았다. 본 연구는 환형밀폐공간 내에서 농도가 중력방향으로 안정하게 성층화된 유체를 옆면에서 가열하는 경우에 발생하는 유동현상에 관하여 수치적으로 연구한 것이다. 온도구배와 농도구배에 관련된 무차원수의 변화에 따른 초기 유동형성과정 과정과 층이 합쳐지는 과정 등을 세밀하게 조사하였으며 열전달 특성, 유동형태 그리고 온도 및 농도분포를 구하여 기존의 연구결과와 비교 고찰하였다.

2. 이 론

2.1 기본방정식

본 연구의 대상이 되는 시스템의 기하학적 형상 및 경계조건은 Fig. 1에 개략적으로 나타나 있다.

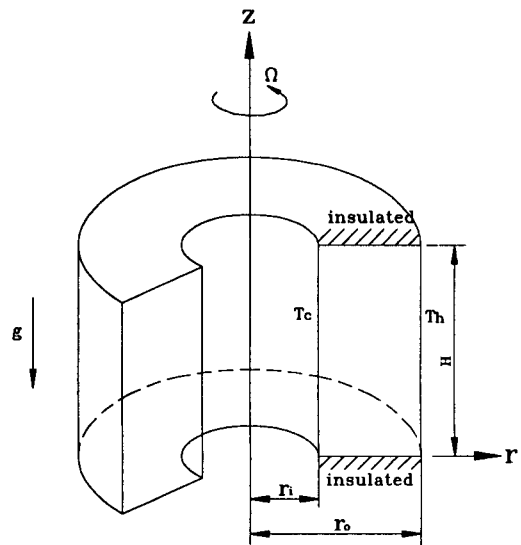


Fig. 1 Schematic diagram of the system

비정상, 축대칭 2차원 이중확산유동의 기본방정식을 무차원화하기 위하여 무차원변수 및 무차원수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{r}{H} \\
 v &= \frac{H}{a} v \\
 t &= \frac{a}{H^2} t \\
 p &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{H}{a} \right)^2 p \\
 T &= \frac{T - T_0}{\Delta T} \\
 C &= \frac{C - C_0}{\Delta C} \\
 \rho &= \frac{\rho}{\rho_r}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 Pr &= \frac{\nu}{a} \\
 Le &= \frac{a}{D} \\
 Ra_r &= \frac{g\beta\Delta TH^3}{\alpha\nu} \\
 Ra_s &= \frac{g\bar{\beta}\Delta CH^3}{\alpha\nu}
 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, $a, \nu, g, \beta, \bar{\beta}, \Delta T, \Delta C$ 등은 각각 열확산계수, 동점성계수, 중력가속도, 열팽창계수, 농도확산계수, 온도차, 농도차를 나타낸다. 위에서 정의한 무차원변수 및 무차원수를 사용하여 기본방정식을 무차원화하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho ru) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru^2) - \frac{\partial}{\partial z} (uw) - \frac{\partial p}{\partial r} \\
 &+ Pr \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} \right)
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruw) - \frac{\partial}{\partial z} (w^2) - \frac{\partial p}{\partial z} \\
 &+ Pr (Ra_r T - Ra_r C) + Pr \nabla^2 w
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruT) - \frac{\partial}{\partial z} (wT) + \nabla^2 T \tag{6}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruC) - \frac{\partial}{\partial z} (wC) + \frac{1}{Le} \nabla^2 C \tag{7}$$

여기서, u, w, r, z 등은 각각 반경방향속도, 축방향속도, 반경방향좌표, 축방향좌표를 나타낸다.

2.3 초기조건 및 경계조건

초기조건으로 전 영역을 통하여 저온벽면과 같은 온도를 갖는 온도분포와 수직방향으로 안정하게 성층화된 농도분포를 갖는다. 모든 벽면에서 점착조건과 농도 불침투조건을 갖는다. 또한 온도경계조건은 상·하벽면은 단열되었고, 내측벽면에서는 고온, 외측벽면에서는 저온을 유지한다. 초기 및 경계조건을 앞에서 정의한 무차원변수를 이용하여 무차원화하면 다음과 같다.

$$\text{초기조건: } T=0, \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\Delta C}{H}, u=w=0 \text{ at } t=0 \tag{8}$$

$$\text{경계조건: } \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial a} = 0, u=w=0 \text{ at } z=0, 1$$

$$T=0, \frac{\partial C}{\partial r} = 0, u=w=0 \text{ at } r=0.375$$

$$T=0, \frac{\partial C}{\partial r} = 0, u=w=0 \text{ at } r=1.375 \tag{9}$$

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 SIMPLER기법을 이용하여 모든 계산을 수행하였으며 해석영역은 $Ar=2.0, Pr=7, Le=100, Ra_r=2 \times 10^5$ 과 6.5×10^5 그리고 $0 \leq x' \leq 0.2$ 로, 시간에 따른 Nu 수, 유동형태, 온도분포, 농도분포 및 속도분포를 조사하였다.

Fig. 2~Fig. 5는 $Ra_r=2 \times 10^5$ 인 경우 시간에 따

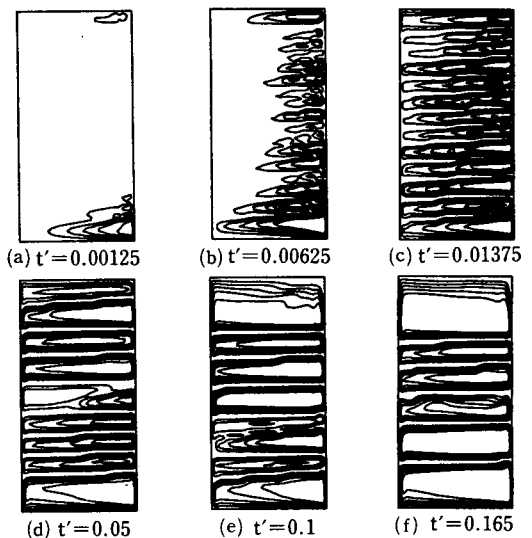


Fig. 2 Evolution of stream functions with time; $Ra_r = 2.0 \times 10^5$. Values for stream functions are, from boundary to interior, 5, 10, 15, 20, 25 (unit of t is sec)

른 유동장, 온도장, 농도장 및 각 벽면에서의 국소 Nu 수를 각각 나타낸 것이다. 먼저 유동장을 살펴 보면(Fig. 2(a)), 초기 $t'=0.00125$ 일 때 고온벽면의 가열에 따라 고온벽면 전체에서 상승하는 유동

이 발생하며, 이에 따라 고온벽면의 상부와 하부에서 연속범칙에 의해 반경방향 유동이 발생하여 고온벽면의 상부와 하부에서 먼저 롤(roll)이 발생하며, 바깥벽면(오른쪽벽면)이 고온이므로 롤은 반시계 방향으로 회전한다. 이 때 층이 형성되는 메카니즘을 살펴보면, 수직벽면이 가열됨에 따라 벽과 접해있는 유체는 전도에 의해 온도가 상승하게 된다. 이에 따라 같은 높이의 내부 유체와의 온도차이에 의한 밀도차로 인해 부력이 발생하여 유체는 위로 상승하게 된다. 유체의 밀도는 주로 농도와 온도에 의해 결정되는데, 소금물 농도의 확산은 온도의 확산보다 평장히 느리므로($Le=100$) 상승한 유체의 농도의 변화는 무시할 수 있을 정도로 작다. 따라서 상승한 유체의 밀도가 주위 유체의 밀도와 같아지는 지점에서 더 이상 상승하지 못하고 용기내부로 선회하여 롤을 형성한다. 시간이 경과함에 따라 롤은 수평방향으로 점점 커져 반대편 등온벽까지 성장하여 셀(cell)형태의 유동층을 형성한다. 이 경우에 해당하는 온도장을 살펴보면(Fig. 3(a)), 롤이 형성되어 성장하는 상부와 하부에서 롤에 의한 대류유동의 영향으로 수평적인 등온선이 나타나, 고온벽면에 인접한 중간부분에서의 등온

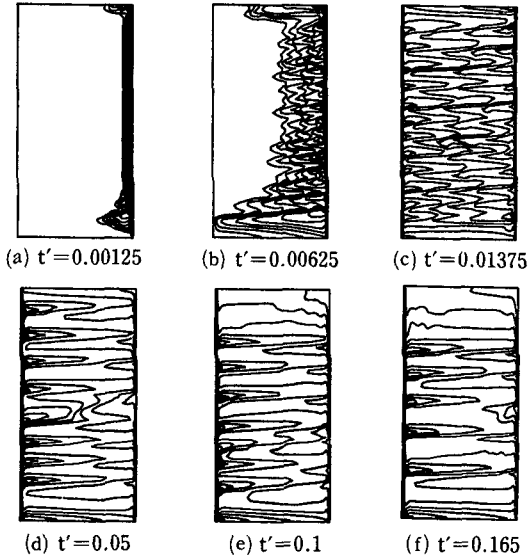


Fig. 3 Evolution of isotherms with time; $Ra_T=2.0 \times 10^5$. Values for isotherms are, from left to right, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 (unit of t is sec)

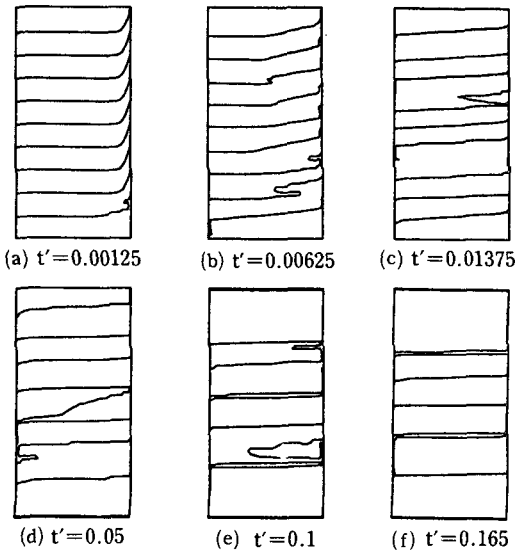


Fig. 4 Evolution of isoconcentration lines with time; $Ra_T=2.0 \times 10^5$. Values for iso-concentration lines are, from top to bottom, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 (unit of t is sec)

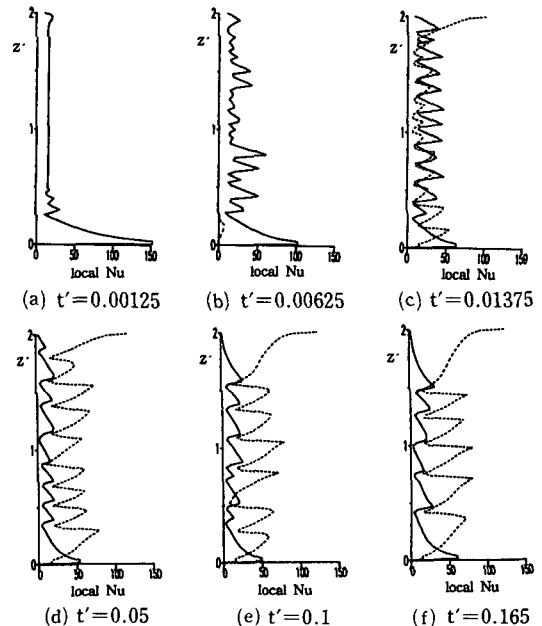


Fig. 5 Vertical distribution of local Nusselt number at cold and hot wall; $Ra_T=2.0 \times 10^5$ (— : hot wall, --- : cold wall) (unit of t is sec)

선은 벽면에 평행하게 나타나므로 아직 물이 발생하지 않고 전도에 의해 열이 전달됨을 알 수 있다. 농도의 경우, 고온벽면 근처의 유체가 벽면으로부터 열을 받아 밀도가 낮아져 고온벽면을 따라 상승하는 유동을 확인할 수 있고, 농도의 확산율은 매우 느리므로 상승한 유체는 상승하기전 위치의 농도를 그대로 유지하게 된다. 따라서 Fig. 4(a)에서와 같이 벽면에서의 농도가 내부영역보다 높은 값을 나타낸다. 또한 용기내부에서는 유동의 발생이 없으므로 초기의 안정하게 생성화된 농도분포를 유지하고 있으며, 농도장에서도 역시 벽면 중간부분에서 아직 물이 발생되지 않았음을 확인할 수 있다. 이와 같은 결과는 강신형 등⁽¹¹⁾의 실험에서 관찰된 결과와 정성적으로 잘 일치한다. 각 수직벽면에서의 국소 Nu 수를 살펴보면(Fig. 5(a)) 초기 고온벽면과 내부 유체사이의 온도차이가 크고 하부에서의 강한 물의 영향으로 바닥부근에서 국소 Nu 수의 최대값이 나오고, 벽의 중간부분에서는 전도에 의해 균일한 국소 Nu 수를 보인다.

시간이 경과하여 $t'=0.00625$ 일 때는 Fig. 2(b)에서와 같이 고온벽면 하부에 있는 물이 수평방향으로 성장하여 저온벽면까지 도달함을 알 수 있고, 벽면 중간부분에서도 상부와 하부에서부터 순차적으로 생긴 물들이 생성되어 고온벽면 전체에서 물이 형성됨을 알 수 있다. 또한 온도장을 살펴보면(Fig. 3(b)) 고온벽면 전체에서 물이 발생함에 따라 벽면근처에서의 등온선은 단일확산 자연대류와 같은 경향을 보인다.⁽¹⁰⁾ 이러한 온도분포는 수평방향으로 성장해 가는 물과 일치한다. 국소 Nu 수는(Fig. 5(b)) 하부의 강한 물이 저온벽면까지 성장하여 저온벽면의 하부에서 열교환이 시작됨에 따라 국소 Nu 수의 변화를 보이며 나머지 저온벽면의 국소 Nu 수는 0이 된다. 고온벽면에서는 물의 형성과 성장에 따라 주기적으로 증가·감소하는 형태를 나타내며, 국소 Nu 수의 최대값이 벽면하부에서 나타나고 있다.

$t'=0.01375$ 일 때는 Fig. 2(c)에서와 같이 모든 물이 완전히 발달하여 용기 전체에서 층을 이룬 구조를 보인다. 초기에 고온벽면에서 발생한 약 18개의 물들은 저온벽면으로 진행하면서 서로 합쳐져 결국 비슷한 두께를 갖는 13개의 층을 이룬 유동형태가 된다. 또한 대표길이 η 에 대한 층의 높이 h 의 비를 살펴보면 $h/\eta=0.64$ 정도로 직각밀폐용기에 대한 Huppert 등⁽¹²⁾이 제시한 $h/\eta=0.62$ 와 비

슷한 값으로 나타난다. 그러나 시간이 경과하면서 인접층이 서로 합쳐지기 때문에 층의 높이가 서로 다르게 나타나고 층의 높이 h 는 시간에 따라 증가하므로, 기존 결과와의 비교는 층이 완전히 발달했을 때 벽면 중간에서의 층들을 기준으로 하였다. 각 층 내부에서의 온도장 및 농도장을 살펴보면, 대류에 의한 유동의 영향으로 각 층 내부의 유체가 섞이게 되어 층 내부의 농도는 균일하게 되며, 각 층 내부에서 등온선이 수평적으로 분포된다. 국소 Nu 수를 살펴보면 Fig. 5(c)에서와 같이 해석영역 전체에서 층이 형성됨에 따라 저온벽면 전체에서도 열전달이 일어나 고온벽면과 비슷한 수평위치에서 국소 Nu 수가 주기적으로 증가·감소함을 알 수 있다. 각 층에서의 최대 국소 Nu 수는 고온벽면의 경우 하부에, 저온벽면의 경우 상부에 나타난다. 이는 층 내부유동이 반시계방향으로 회전하는 단일확산 자연대류유동과 유사하다. 본 연구에서의 기하학적 형상은 환형원통이므로 곡률효과로 인해 저온벽면에서는 반경이 작아 전열면적이 작고 고온벽면에서는 전열면적이 크므로 ($A_i/A_o=0.27$) 저온벽면에서의 국소 Nu 수값이 고온벽면보다 약 3.6배정도 커 각 층에서의 열전달률이 균형을 이룸을 알 수 있다. 또한 층이 완전히 발달한 고온벽면의 밑에서 두 번째 층의 국소 Nu 수값이 다른 층에 비해 현저히 작으므로 이 층이 점점 소멸되어 아랫층과 합쳐질 것으로 예상할 수 있다.

$t'=0.05$ 인 경우, Fig. 2(d)와 같이 시간이 흐르며 층이 합쳐져 10개의 층을 이루고 있고, 이 중 중간의 두 층은 합쳐지고 상부의 두 층은 합쳐지려고 하는 순간을 나타낸다. Fig. 6는 층이 합쳐지는 과정을 자세히 나타내기 위하여 이 과정이 일어나는 시간동안의 유동장을 나타낸 것이다. 그림에서 비교적 두께가 얇은 층들(밑에서 5, 6번째 층)사이의 농도차이는 다른 층들에 비해 작다. 시간이 흐름에 따라, 경계면에서의 농도교환에 의해 두 층사이의 농도차이가 더욱 작아져 고온벽면에서 상승하는 유체는 처음에 도달하던 높이 이상으로 상승하여 농도 경계면을 뚫고 올라가고, 저온벽면에서 하강하는 유체는 더욱 하강하여 농도 경계면을 뚫고 내려간다. 이와 같이 농도 경계면을 뚫고 올라가거나 내려간 유체에 의해 두 층은 벽면 근처에서 부분적으로 섞여 농도차이는 점점 더 작아지게 된다. 두 층이 접하고 있는 벽면중 고온벽면은 상승한 높은 농도의 유체에 의해, 저온벽면은 하강한 낮은

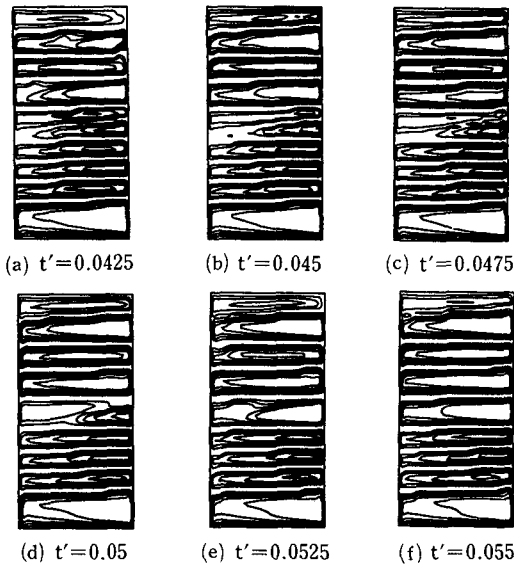


Fig. 6 Merging process of adjacent layers with time ; $Ra_T = 2.0 \times 10^5$. Values of stream functions are, from boundary to interior, 5, 10, 15, 20, 25 (unit of t is sec)

농도의 유체에 의해 점유된다. 상승과 하강하는 유체가 점점 많아짐에 따라 아래층에 있던 고농도의 유체가 위로, 위층에 있던 저농도의 유체가 아래로 부분적으로 역전현상을 일으키며 층이 활발히 섞이게 된다. 이런 과정을 통하여 결국 두 층은 합쳐져서 한 개의 층으로 된다. 이와 같은 현상은 두 층 사이의 경계면에서 합쳐지는 과정을 실험적으로 수행한 Bergman⁽⁹⁾ 및 강신형 등⁽¹¹⁾의 결과와 정성적으로 일치한다. $t' = 0.05$ 인 경우의 온도장을 살펴보면 Fig. 3(d)에 나타난 바와 같이 전역에 걸쳐 각 층에서 등온선은 수평방향으로 성층화되어 있지만 층이 합쳐지는 지점에서는 두 층이 각각 수평방향으로는 위층이 되고 수직방향으로는 확장되어 있음을 알 수 있고, 또한 Fig. 4(d)에서 층이 합쳐지는 면의 등농도선이 고온벽에서 저온벽으로 기울어져 있음을 알 수 있다. 또한 저온벽면 상부에서의 등농도선이 아래쪽으로 약간의 경사가 나타남에 따라 두 층이 합쳐지려고 함을 예상할 수 있다. 각 유동층의 상부는 고온유체가 고온벽면에서 저온벽면으로, 하부는 저온유체가 저온벽면으로부터 고온벽면으로 유동하는 셀형태의 구조를 가지므로 각 층 상부의 고온유체는 이와 접한 층의 저온유체와 접하게 되어 유동 중 열에너지를 잃고 하부의 저온유체는 같은 메카니즘으로 유동중 열에너지를 얻게

된다. 그러나 맨 윗층의 상부와 맨 아랫층의 하부는 단열벽면과 접하게 되므로 맨 윗층의 상부와 맨 아랫층의 하부는 유동 중 열에너지를 잃지 않기 때문에 반대쪽 벽면에 닿을 때의 온도차는 다른 층에 비해 크게 된다. 이에 따라 Fig. 5(d)에서와 같이 저온벽면에서는 맨 윗층에서, 고온벽면에서는 맨 아랫층에서 최대 극소 Nu 수값이 나타난다. 또한 전술한 바와 같이 평균적으로 고온부보다 저온부에서의 극소 Nu 수값 및 평균 Nu 수값은 약 3.6배가 된다.

$t' = 0.165$ 인 경우, Fig. 2(f)에서와 같이 시간이 오래 지남에 따라 층이 합쳐져 6개의 층을 이루고 있다. 등온선은 역시 각 층내부에서 수직방향으로 성층화되고 등농도선은 층내부에서는 일정하나 경계면에서는 급격하게 변화함을 나타낸다. 앞에서 살펴본 바와 같이 층이 합쳐지는 메카니즘은 농도의 확산에 의해 좌우되므로 층이 합쳐지는 시간은 초기 층의 형성 및 성장에 비해 무척 길어지게 된다. 또한 층의 개수가 적을수록 각 층사이의 농도차가 크므로 층이 합쳐지는 시간은 점점 더 지연된다. 본 연구에서는 컴퓨터의 수행시간상 $t' = 0.2$ 까지 수행하여 6개의 층까지 관찰되었으나 더 오랜 시간이 지나면 결국 모든 층이 깨져 용기내부는 단일셀을 이루어 농도분포는 0.5로 되고 유동은 농도차가 없는 단일확산 흐름과 같은 형태로 될 것으로 예상된다. 이러한 결과는 강신형 등⁽¹¹⁾의 실험결과 및 직각밀폐용기에서의 이중확산유동에 관한 Wirtz 등⁽⁵⁾의 연구결과와 정성적으로 일치한다.

Fig. 7, Fig. 8은 시간에 따라 $r^* = 0.25, 0.5, 0.75$ 지점에서의 높이에 따른 온도, 농도, 반경방향 속도분포를 각각 나타낸 그림이다. 초기 아랫면과 윗면에서의 층의 성장으로 인해 $r^* = 0.75$ 지점에서의 온도가 부분적으로 상승해 있음을 알 수 있고, $t' = 0.00625$ 에는 맨 아랫층이 저온벽으로 완전히 성장하여 0.25지점에서도 온도의 상승을 볼 수 있다. $t' = 0.01375$ 에는 층이 완전히 성장하여 모든 지점에서의 온도가 주기적으로 상승·하강함을 알 수 있는데 각 층에서의 최고온도는 각 층의 윗부분에서, 최저온도는 각 층의 아랫부분에서 나타난다. 각 층 내부에서의 농도는 대류유동에 의한 혼합으로 균일한 값을 가지며, 온도분포는 실험결과와 같이 단일확산 자연대류와 같은 역'S'자 형태를 띠고 있으므로 실험결과와 정성적으로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 셀 유동층이 저온벽 하부로 기울어

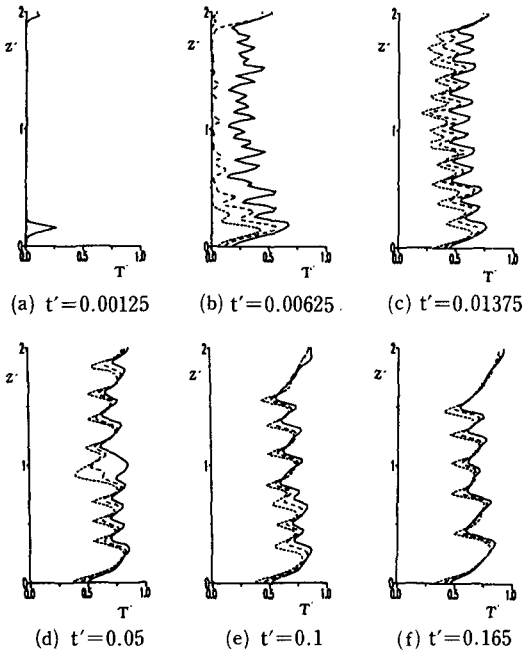


Fig. 7 Vertical distribution of temperature with time; $Ra_\eta = 2.0 \times 10^5$. (---: $r^* = 0.25$,: $r^* = 0.5$, —: $r^* = 0.75$) (unit of t is sec)

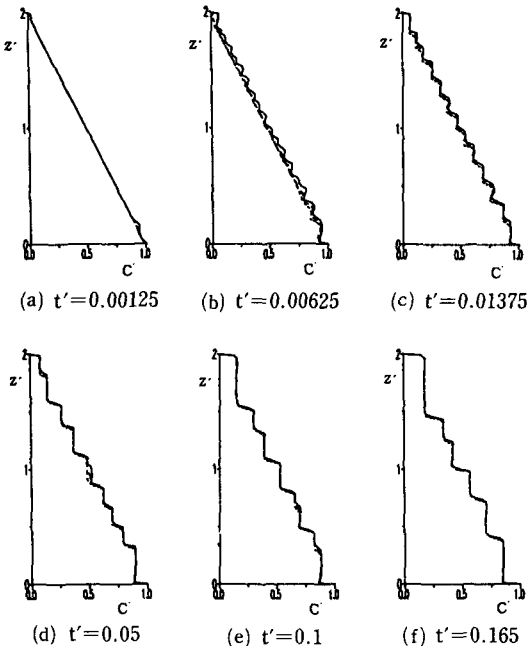


Fig. 8 Vertical distribution of concentration with time; $Ra_\eta = 2.0 \times 10^5$. (---: $r^* = 0.25$,: $r^* = 0.5$, —: $r^* = 0.75$) (unit of t is sec)

짐에 따라 층내부에서의 최고점과 최저점은 저온벽으로 갈수록 점점 낮아짐을 알 수 있다. 이 경우 맨 윗층과 맨 아랫층면에서 온도의 최고값과 최저값을 나타내고 있는데 이는 전술한 바와 같이 이 층들이 상부와 하부의 단열벽면과 접하고 있기 때문으로 맨 윗층과 아랫층에서 국소 Nu 수가 최대가 되는 것과 일치한다. Fig. 7(d)는 가운데의 층이 합쳐지고 있는 과정을 나타낸다. 혼합층이 합쳐지는 과정에서 설명한 바와 같이(Fig. 6(d)), 고온벽면쪽은 상승한 높은 농도의 유체에 의해 저온벽면쪽은 하강한 유체에 의해 점유되므로 $r^* = 0.25$ 인 저온벽면에서 가까운 부분에서는 비교적 낮은 온도로 역'S'자 형태가 나타나고 $r^* = 0.75$ 인 고온벽면과 가까운 부분에서는 비교적 높은 온도로 역'S'자 형태가 나타난다. 또한 $r^* = 0.5$ 인 중간지점에서는 아직 완전히 분리되지 않아 두번의 역'S'자 형태가 나타난다. $t' = 0.165$ 인 경우에는 셀이 6개로 되어 실험결과에서와 같이 층내부에서의 온도분포는 거의 대칭적인 역'S'자 형태를 보이고 있다. 층내부에서의 상부와 하부의 온도차이는 층의 두께에 비례하게 된다. 그 이유는 층사이의 경계면에서 열전달이 일어남에 따라 얇은 층에서는 열용량이 적으므로 내부에서의 온도차가 작은 반면, 두꺼운 층에서는 열용량이 보다 크므로 온도차이가 크게 되기 때문이다. 수직 농도분포를 살펴보면(Fig. 8), 초기 $t' = 0.00125$ 일 때 $r^* = 0.75$ 지점에서 물이 성장한 아랫면 근처를 제외한 모든 지점에서는 초기의 안정된 농도 성분화분포를 그대로 유지하고 있으나, $t' = 0.00625$ 에는 Fig. 8(b)에서와 같이 고온벽면에서 가까운 $r^* = 0.75$ 지점에서는 모든 지역에서 계단모양을 나타내고 있고 $r^* = 0.25$ 인 지점에서도 하부와 상부에서만 약간의 계단 모양이 나오므로, 고온 벽면 전역에서 물이 발생했으나 상부와 하부를 제외한 지역에서는 층이 아직 크게 성장하지 못했음을 알 수 있다. 또한 $r^* = 0.75$ 지점에서 18개의 계단 모양이 나오므로 전술한 바와 같이 초기 18개의 물이 발생했음을 확인할 수 있다. $t' = 0.01375$ 일 때는 용기전역에서 층이 형성됨에 따라 모든 지점에서 계단 모양의 농도분포를 보이고 있다. 각 층의 내부에서는 대류유동에 의한 혼합에 의해 농도가 균일해짐에 따라 농도는 수직적인 분포가 나타나고, 수평적인 분포를 보이는 점은 층과 층사이의 경계면으로서 층과 층사이의 농도차이가 경계면을 통해 급격히 변화함을 알 수 있다. 온도분포

와 비교할 때 농도분포가 온도분포보다 급격하게 변하고 있으므로, 층의 특성은 각 층의 농도에 의해 좌우됨을 알 수 있다. 즉, 초기 고온벽에서의 물의 형성은 벽면 근처의 온도차에 의한 부력에 의해 일어나고, 층이 완전히 성장한 후 층이 합쳐지는 과정은 주로 농도의 확산에 의해 좌우됨을 알 수 있다. 또한 층과 층사이의 농도차이를 살펴보면, 아랫면위의 두 층사이의 농도차이가 다른 층보다 작게 나타나므로 하부의 두 층이 먼저 합쳐질 것이라는 것을 예상할 수 있다. Fig. 8(d)에서는 Fig. 7(d)에서의 수직 온도분포에서와 마찬가지로 중간영역에서 층이 합쳐지고 있음을 알 수 있다. $z'=1$ 근처 지점의 농도분포를 살펴보면 $r^*=0.25$ 인 부분에서는 $r^*=0.75$ 인 부분보다 농도가 작게 나오므로 아래에 있던 높은 농도의 유체가 고온벽면쪽을, 위에 있던 낮은 농도의 유체가 저온벽면쪽을 점유하고 있음을 확인할 수 있다. 또한 상부의 두 층사이의 농도차이가 다른 층에 비해 작으므로 상부의 두 층이 합쳐질 것을 예상할 수 있고, Fig. 7(e)에서는 아래에서 첫번째와 두번째층, 그리고 세번째와 네번째 층이 합쳐지고 있음을 알 수 있다. Fig. 7(f)에서는 위에서 두번째와 세번째층의 농도차가 다른 층에 비해 작으므로 이 두 층이 다른 층에 비해 먼저 합쳐질 것을 예상할 수 있다. Fig. 8은 각 지점에서의 반경방향 속도분포를 나타낸 것으로 속도의 변화가 온도나 농도에 비해 빨리 나타나 $t'=0.00125$ 인 경우에 $r^*=0.25$ 에서도 반경방향속도가 발생한다. 그러나 $r^*=0.25$ 인 지점에서의 유동속도는 굉장히 미미하므로 전체적인 유동 형태에는 크게 영향을 미치지 않고 있다. Fig. 9 (b)와 (f)를 비교해보면, 층이 합쳐짐에 관계없이 유동층이 완전히 형성되면 등온벽면의 온도는 변하지 않으므로 유동속도 역시 변하지 않음을 알 수 있다. Fig. 9(d)에서 층이 안정한 상태에 있는 층에서의 반경방향의 속도분포를 살펴보면, $r^*=0.25$ 인 지점의 속도 $u'=380$ 정도, $r^*=0.75$ 인 지점에서는 $u'=600$ 정도가 된다. 이는 곡률효과로 인해 $r^*=0.25$ 인 지점보다 $r^*=0.75$ 인 지점의 단위각당 단면적이 2.1배 더 크므로 저온벽으로 갈수록 단면적이 좁아져 반경방향속도가 증가되는 것으로 판단된다. 이러한 곡률효과에 의한 반경방향이 속도의 증가로 인해 직각밀폐용기보다 물의 성장이 더 빠를 것으로 예상된다.

Fig. 10은 $Ra_7=6.5 \times 10^5$ 인 경우로, Fig. 2~Fig.

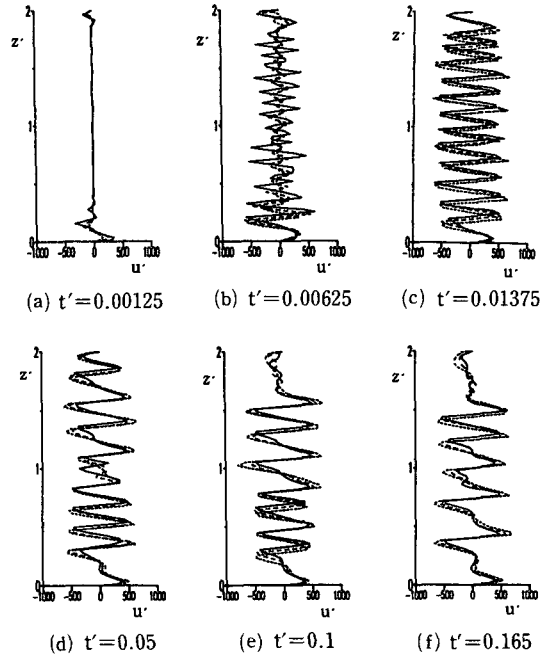


Fig. 9 Vertical distribution of radial velocity with time; $Ra_7=2.0 \times 10^5$. (---: $r^*=0.25$,: $r^*=0.5$, —: $r^*=0.75$) (unit of t is sec)

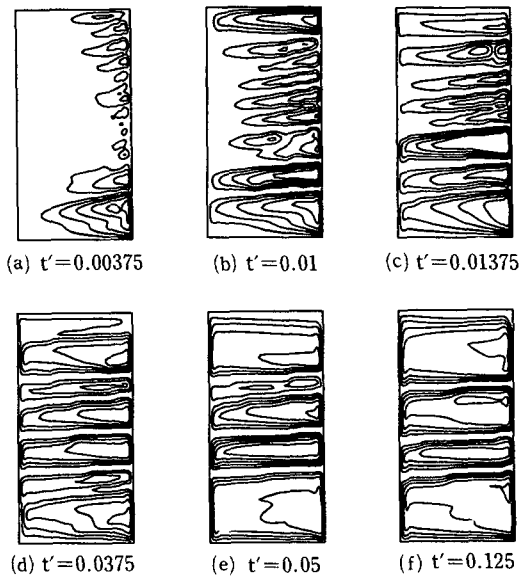
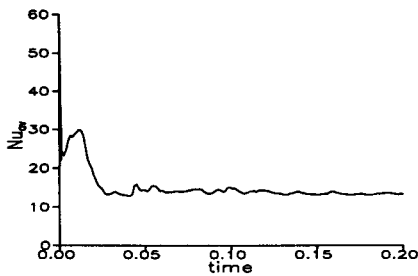


Fig. 10 Evolution of stream functions with time; $Ra_7=6.5 \times 10^5$. Values for stream functions are, from boundary to interior, 7, 14, 21, 28, 35 (unit of t is sec)

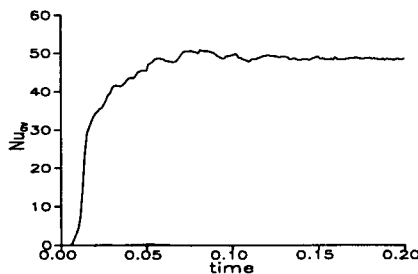
9의 $Ra_\eta=2 \times 10^5$ 보다 고온벽면에서의 온도차에 의한 부력이 더 커졌을 때의 유동장을 나타낸다. 고온벽면에서의 온도구배에 의한 부력이 더 커짐에 따라 초기 롤의 높이는 증가하게 되어 초기에 발생되는 롤의 개수는 감소하여 14개가 된다. 이 경우 대표길이 η 에 대한 실제층의 높이 비는 $h/\eta \approx 0.71$ 로 나타난다. 또한 초기 벽면에서의 온도차이가 크므로 부력에 의한 대류강도 역시 강하게 되므로 층으로의 성장속도가 역시 증가하게 되어 전체적으로 $Ra_\eta=2.1 \times 10^5$ 보다 모든 과정이 일어나는 속도가 증가하여, 같은 시간이 경과했을 때 (Fig. 2(f), Fig. 10(f)), $Ra_\eta=2 \times 10^5$ 일 때는 6개의 층이, $Ra_\eta=6.5 \times 10^5$ 일 때는 4개의 층이 형성됨을 알 수 있다. 이러한 경향은 Ra_η 수가 증가할수록 더욱 강하게 나타난다.

온도차만에 의한 단일확산 자연대류와 마찬가지로 이중확산유동의 경우에도 그 특성을 나타내는 중요한 무차원수중 하나는 Nu 수이다. Fig. 11과 Fig. 12에는 각각 $Ra_\eta=2 \times 10^5$, 6.5×10^5 일 때 고온벽면과 저온벽면에서의 평균 Nu 수의 변화를 무차원시간에 대해 각각 나타내었다. Fig. 11(a)에서와 같이 $Ra_\eta=2 \times 10^5$ 일 때의 고온벽면에서의 평균 Nu 수를 살펴보면, 초기에 밀폐용기내로의 열전달

이 주로 전도에 의해 이루어지므로 평균 Nu 수값이 급격히 감소하게 되며 이는 Lee 등⁽⁶⁾의 연구와 일치한다. 그러나 $t'=0.0025$ 일 때 고온벽면에서 롤이 발생하게 되어 벽면에서 약간 떨어져 있던 찬 유체가 벽면과 접촉함에 따라 벽면에서의 열전달량이 증가해 평균 Nu 수는 증가하게 된다. 시간이 지나며 롤이 성장하게 되어 평균 Nu 수는 점차 증가하다가 층이 고온벽면 전역에서 완전히 형성된 이후부터는 단일확산자연대류와 마찬가지로 벽면에서의 평균 Nu 수는 감소하게 되어 평균 Nu 수의 값이 약 13.4정도 근처에서 약간의 요동을 하며 일정한 값을 유지한다. 이 때 평균 Nu 수의 요동은 주로 층이 합쳐지는 메카니즘에 의해 일어나게 되는데, 유동장과 온도장의 비교, 고찰을 통해 대체로 층이 합쳐지기 시작하는 시점에 평균 Nu 수는 증가하고, 층이 합쳐진 시점에 평균 Nu 수는 감소함을 알 수 있다. Fig. 11(b)에서와 같이 저온벽면의 경우, 초기에 고온벽면에서 발생한 하부의 유동층이 저온벽면에 영향을 미치기 전까지는 저온벽면에서의 열전달은 없다가 유동층이 저온벽면에 도달하는 순간부터 평균 Nu 수는 증가하게 된다. 이러한 증가는 고온벽에서 발생한 유동층이 저온벽면 전역에 영향을 미칠 때까지 증가하여 평균 Nu 수는 약 48.9정도의

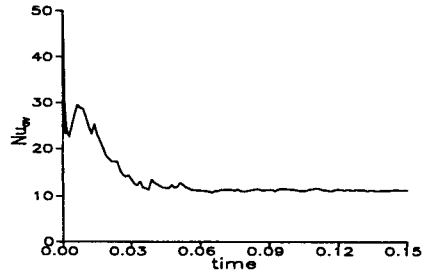


(a) Hot wall

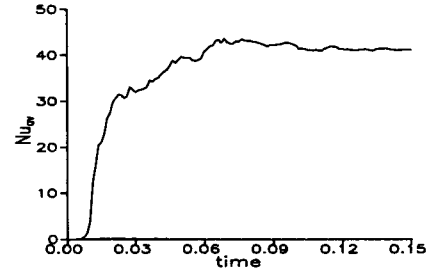


(b) Cold wall

Fig. 11 Average Nusselt number with time for $Ra_\eta=2.0 \times 10^5$



(a) Hot wall



(b) Cold wall

Fig. 12 Average Nusselt number with time for $Ra_\eta=6.5 \times 10^5$

값을 유지하게 된다. 고온벽면과 저온벽면에서의 평균 Nu 수가 일정하게 될 때의 값은 앞에서도 설명한 바와 같이 고온벽면의 경우 약 13.4정도이고, 저온벽면의 경우 약 48.9정도가 된다. 본 연구에서의 해석영역은 환형밀폐용기이므로 저온벽면과 고온벽면의 단위각도에 대한 면적비(A_i/A_0)는 0.27정도가 되고, 각 벽면에서의 평균 Nu 수의 비(Nu_i/Nu_0)의 값은 약 3.65정도이므로 용기 안으로 들어오는 열량과 열량이 평형을 이루고 있음을 알 수 있다. Fig. 12는 $Ra_7=6.5 \times 10^5$ 에서의 고온벽면과 저온벽면에서의 평균 Nu 수를 나타낸 그래프로, 고온벽면에서의 평균 Nu 수를 살펴보면 $Ra_7=2 \times 10^6$ 의 경우와 마찬가지로 초기에 밀폐용기내로의 열전달이 주로 전도에 의해 이루어지므로 평균 Nu 수는 급격히 감소하게 되며 고온벽면 전체에서 물이 발생하게됨에 따라 평균 Nu 수는 증가하게 된다. 또한 시간이 지나며 평균 Nu 수는 점차 증가하다가 층이 고온벽면 전역에서 완전히 형성된 이후부터는 벽면에서의 평균 Nu 수는 감소하게 되어 평균 Nu 수의 값이 약 11.2정도 근처에서 약간의 요동을 하며 일정한 값을 유지한다. 저온벽면의 경우, 초기에 저온벽면에서의 열전달은 없다가 유동층이 저온벽면에 도달하는 순간부터 평균 Nu 수는 증가하여 약 41.4정도의 값을 유지하게 된다. 각 벽면에서의 평균 Nu 수 비의 값은 약 3.69 이므로 용기 안으로 들어오는 열량과 나가는 열량이 역시 평형을 이루고 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 환형밀폐용기 내에서 농도가 중력방향으로 안정하게 성층화된 유체에 옆면가열에 의해 수평방향으로 온도구배가 가해지는 경우 발생하는 이중확산유동에 대한 수치적 연구로, 온도와 온도구배 관련된 무차원변수 Ra_7 수의 변화에 따른 시간에 따른 Nu 수, 밀폐용기내의 유동형태, 유동형성과정 그리고 그에 따른 온도분포, 농도분포, 속도분포의 특성을 조사한 것이다. 본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

초기 물의 형성과 층으로의 성장은 주로 온도차에 의한 자연대류에 의해 주도되고, 층이 합쳐지는 과정은 주로 매우 느린 속도의 농도확산에 의해 주도된다. 셀형태의 유동층내부의 온도는 역'S'자 형태로 안정된 성층화 분포를 나타내며, 농도는 일정

하게 된다. 또한 인접한 층사이의 경계면에서 온도는 완만하게 변화하지만 농도는 급격한 변화를 나타낸다. 저온벽면에서는 맨 윗층에서, 고온벽면에서는 맨 아랫층에서 최대 국소 Nu 수값이 나타나며, 기하학적 형상이 환형원통이므로 곡률효과로 인해 저온벽면에서는 전열면적이 작고 고온벽면에서는 전열면적이 크므로($A_i/A_0=0.27$) 평균적으로 고온부보다 저온부에서의 국소 Nu 수값 및 평균 Nu 수값은 약 3.6배가 된다. 또한 층이 합쳐지기 시작하는 시점에 평균 Nu 수는 증가하고, 층이 합쳐진 시점에 평균 Nu 수는 감소한다.

참고문헌

- (1) Stommel, H., Arons, A. B. and Blanchard, D., 1956, "An Oceanographical Curiosity: The Perpetual Salt Foundation," *Deep-Sea Research*, Vol. 3, pp. 152~153.
- (2) Thorpe, S. A., Hutt, P. K. and Soulsby, R., 1969, "The Effect of Horizontal Gradients on Thermohaline Convection," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 38, pp. 375~400.
- (3) Chen, C. F., 1974, "Onset of Cellular Convection in a Salinity Gradient due to a Lateral Temperature Gradient," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 63, pp. 563~579.
- (4) Chen, C. F., Briggs, D. G. and Wirtz, R. A., 1971, "Stability of Thermal Convection in a Salinity Gradient due to Lateral Heating," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 57~65.
- (5) Wirtz, R. A., 1977, "The Effect of Solute Layering on Lateral Heat Transfer in an Enclosure," *International Heat and Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 841~846.
- (6) Lee, J., Hyun, M. T. and Moh, J. H., 1990, "Numerical Experiments on Natural Convection in a Stably Stratified Fluid Due to Side-Wall Heating," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 18, pp. 343~355.
- (7) Lee, J., Hyun, M. T. and Kang, Y. S., 1990, "Confined Natural Convection due to Lateral Heating in a Stably Stratified Solution," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.

- 33, No. 5, pp. 869~875.
- (8) Lee, J. W. and Hyun, J. M., 1991, "Time-dependent Double Diffusion in a Stably Stratified Fluid under Lateral Heating," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, No. 9, pp. 2409~2421.
- (9) Bergman, T. L. and Ungan, A., 1988, "A Note on Lateral Heating in a Double-Diffusive System," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 194, pp. 175~186.
- (10) Charles, G. Jeevaraj and Jorg Imberger, 1991, "Experimental Study of Double-Diffusive Instability in Sidewall Heating," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 222, pp. 565~586.
- (11) 강신형, 전창덕, 이태홍, 이진호, "환형용기 내의 성층화된 유체의 회전효과에 이중확산대류에 관한 실험적 연구," 대한기계학회논문집, 제 19권, 제7호, pp. 1709~1719
- (12) Huppert, H. E. and Josberger, E. G., 1980, "The Melting of Ice in Cold Stratified Water," *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 10, pp. 953~960.