

<論 文>

유연 구조물의 동적해석시 고전적 선형모델링의 신뢰성

유 흥 희

(1995년 1월 6일 접수)

Reliability of Classical Linear Modeling in Dynamic Analysis of Flexible Structures

Hong-Hee Yoo

Key Words : Flexible Structures(유연 구조물), Dynamic Analysis(동적해석), Classical Linear Modeling(고전적 선형모델링), Rigid Body Motion(강체운동), Stiffness Variation Effect(강성변화효과)

Abstract

For dynamic analysis of flexible structures, classical linear modeling has been widely used due to its several good aspects. However, it was found that the modeling often lost its accuracy. So, it is important to know the valid range of the modeling before it is used. More complicated modelings are needed to obtain reliable results only outside the valid range of the classical linear modeling. In this study, some rigid body motions of flexible structures which lead to the failure of the classical linear modeling are investigated. Hybrid deformation variable modeling, which is proved to be accurate in previous studies, is used to figure out the valid range of the classical linear modeling through numerical examples.

1. 서 론

최근 기계시스템에 사용되는 구조요소들 중에는 설계의 경량화 경향에 따라 유연성을 갖고 있는 것이 많이 있다. 그런데 이러한 구조물들의 유연성은 시스템의 정상적인 작동에 문제를 발생시킬 경우가 흔히 있다. 예를 들어, 1958년에 배치된 Explorer I 인공위성의 경우 본체에 부착된 안테나의 진동에 의해 운동에너지 감소를 야기하여 위성시스템 전체의 불안정성을 초래하였다.⁽¹⁾ 이러한 문제점들은 시스템을 실전배치하기전 실험을 통해 점검하고 보완함으로써 극복되는 것이 보통이나, 앞에 소개된 예와 같이, 동일한 실제 작동환경을 만들어 실험을 수행하기가 매우 어려운 경우가 흔히 있다. 또한 최근 상업적 환경의 변화에 따라 개발기간의 단축을 위해 충분한 성능실험을 할 수 없는 경우도 많이 있다. 이러한 문제를 극복하기 위해, 최근에는 전산 시뮬레이션을 통한 성능해석방법이 기존의 실험적 방법을 전부 또는 일부 대체하고 있다. 이것은 전산 시뮬레이션방법이 앞에 소개한 기존방법의 단점을 극복할 수 있는 장점들을 가지고 있기 때문이다. 그런데 이러한 전산 시뮬레이션을 통한 성능해석방법이 제대로 이루어지기 위해서는 구조물의 동적특성을 정확하고 효율적으로 보여줄 수 있는 모델링의 개발이 필수적이다.

구조물의 동적 모델링으로 현재 가장 널리 사용되고 있는 방법은 1970년대 초에 본격적으로 개발된 고전적 선형모델링이다.⁽²⁻⁵⁾ 이 모델링은 선형탄성학에 기초하는데 재질의 선형성 뿐만 아니라

*정회원, 한양대학교 기계설계학과

스트레인과 변위사이의 관계인 기하학적 선형성도 가정하여 개발되었다. 이 방법은 공식전개가 간결하고, 유한요소법과 접목이 용이하며, 동적해석시 좌표수 축소가⁽⁶⁾ 가능하다는 장점을 가진다. 이러한 장점들 때문에 고전적 선형모델링은 현재까지도 가장 널리 사용되고 있는 것이다.^(7~10) 그러나 이 방법은, 구조물이 특수한 형태로 강제운동을 하는 경우, 부정확한 결과를 제공할 수 있다는 것이 여러 연구자들에 의해 밝혀지게 되었다. 고전적 선형모델링의 부정확성을 해결하기 위해서 자연적으로 여러가지 비선형모델링들이^(11~14) 소개되었다. 이들 연구에서는 고전적 선형모델링의 문제가 기하학적 선형성의 가정으로부터 기인한 것이라 판단하고, 스트레인과 변위사이의 비선형적 관계를 증점적으로 고려하였다. 결국 이들을 통해 고전적 선형모델링이 특수한 강제운동하에서 종종 보이던 부정확성은 극복될 수 있었다. 그러나 이러한 방법들은 모델링의 비선형성으로 말미암아 중요한 문제점을 갖게 되었다. 즉 고전적 선형모델링이 가지고 있는 가장 큰 장점인 좌표수 축소방법을 상실한 것이다. 이 장점이 상실되어서는 동적해석시 엄청난 계산시간의 소요가 불가피해진 것이다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 비선형모델링에도 좌표수를 축소하기 위한 연구들이^(15~17) 이루어져 오고 있으나 현재까지 특수한 경우에만 적용할 수 있는 부분적 성과만을 얻고 있는 실정이다. 또한 비선형모델링은 구조물의 동적반응을 제어하려 할때 난해한 비선형 제어이론의 사용이 불가피해 또 다른 문제점을 가지고 있다. 고전적 선형모델링의 문제점을 극복하기 위해서 개발된 또 다른 모델링방법으로 복합변형변수를 사용하는 방법이 있다. 이 모델링방법은 효율성을 갖는 선형모델링으로서 비선형모델링들과 동등한 정확도를 제공할 수 있다는 것이 선행연구에서^(18~20) 밝혀졌다. 그러나 아직까지 일반형상을 가진 구조물에는 적용이 어렵고 보나 평판과 같이 단순한 구조물들에만 적용되고 있다.

수치해석시 정확성을 담보하기 위해서 항상 비선형모델링과 같은 특수한 모델링을 사용한다는 것은 현명한 일이 아니다. 그것은 고전적 선형모델링이 다양한 장점을 가지고 있기 때문이다. 어떤 조건하에서 고전적 선형모델링이 정확성을 지니며 어느 때에 그 정확성이 상실되는가 하는 것을 파악할 수 있다면 복잡한 비선형모델링은 꼭 필요할 경우에만 선택적으로 사용될 수 있을 것이다. 또한 고전적

선형모델링의 문제가 언제 발생되는가 하는 것은 이의 안전한 사용을 위해 필수적으로 알아야 할 사항이다. 이러한 이유에서 선행연구에서는⁽²¹⁾ 복합변형변수 모델링과 고전적 선형모델링의 수학적 차이와 그 물리적 의미들을 일반적으로 다루었다. 본 논문에서는 고전적 선형모델링의 문제가 발생하는 경우가 구조물이 특수한 강제운동을 하는 경우로 알려져 있으므로 고전적 선형모델링을 이용하여 구조물이 여러가지 강제운동을 하는 경우의 수치해석을 수행하여 그 결과들을 이미 정확성이 입증된^(18,19) 복합변형변수 모델링에 의한 결과들과 비교해 봄으로써 고전적 선형모델링의 신뢰성에 영향을 미치는 구체적 강제운동 종류를 규명하는데 연구목표를 두었다.

2. 운동방정식 유도

본 절에서는 대표적 구조물인 보 구조물을 사용하고 다음 가정들을 이용하여 이론을 전개하였다. 보는 균질하고 등방성을 갖는다. 보 단면의 도심과 탄성축은 일치하며 따라서 편심에 의한 효과는 없다. 보는 세장형태를 가지며 따라서 전단이나 단면 관성효과는(rotary inertia effect) 무시한다. 즉, 오일러 보이론을 사용한다. 보의 강제운동은 시간에 따라 주어지는 것으로 하며 시스템에 외력은 주어지지 않는다. 이상의 가정들은, 필요하다면 제거하고 그에 따른 효과를 추가로 고려하여 이론을 전개할 수 있으나, 고전적 선형모델링의 운동방정식 유도과정을 간결히 보이고, 이 모델링의 한계를 발생시키는 강제운동에 의한 동적효과에 초점을 맞추며, 정확성이 입증된 수치해해를 구하여 비교하는 것이 가능케 하기 위해, 본 논문에 사용되었다.

Fig. 1은 변형이 일어나기 전과 후의 직선 보의

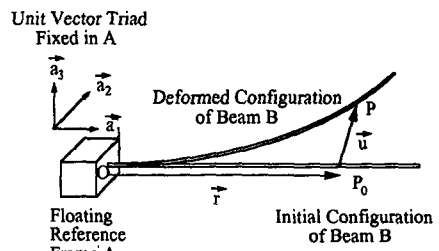


Fig. 1 Configuration of a flexible beam attached to a moving reference frame

모양을 나타내고 있다. 보의 중심축의 탄성변형은 3차원 공간에서 3개의 변수에 의해 표시될 수 있다. 고전적 선형모델링에는 직교변위들이 사용되는 데 종방향변위 u_1 과 두 횡방향변위 u_2 와 u_3 가 그것이다. 이들 세 변수들은 Rayleigh-Ritz방법을 사용하면 다음과 같이 근사화될 수 있다.

$$u_1(x, t) = \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{1j}(x) q_j(t) \quad (1)$$

$$u_2(x, t) = \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{2j}(x) q_j(t) \quad (2)$$

$$u_3(x, t) = \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{3j}(x) q_j(t) \quad (3)$$

여기서, $\phi_{ij}(x)$ 는 모드함수이며 흔히 강체운동이 없는 보의 자유진동 모드들이 사용된다. ϕ_{1j} 는 인장방향 모드함수이며, ϕ_{2j} 와 ϕ_{3j} 는 두 굽힘방향 모드함수들을 나타낸다. 또한 q_j 는 일반좌표를 나타내고 μ 는 총 모드좌표수를 나타낸다. 방정식 유도편리를 위해서 각 변수들의 모드함수의 수가 모두 μ 인 것으로 나타나 있으나 사실 이들은 서로 연성되지 않으며 총 모드좌표수가 μ 인 것이다. 예를 들어, u_1, u_2, u_3 를 위한 일반좌표의 수가 각각 μ_1, μ_2, μ_3 라면 (즉, $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$), $i \leq \mu_1$ 일 때만 ϕ_{1i} 는 0이 아닌 값을 갖고, $\mu_1 + 1 \leq i \leq \mu_1 + \mu_2$ 일 때만 ϕ_{2i} 는 0이 아닌 값을 가지며, $i \geq \mu_1 + \mu_2 + 1$ 일 때만 ϕ_{3i} 는 0이 아닌 값을 갖는다.

고전적 선형모델링에 사용되는 탄성에너지는 전단변형을 무시한다는 가정에 근거하면 직교변위들에 대해 다음과 같은 형태로 표시된다.

$$U = U_s + U_{B1} + U_{B2} \quad (4)$$

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^L EA \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 dx \quad (5)$$

$$U_{B1} = \frac{1}{2} \int_0^L EI_{zz} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (6)$$

$$U_{B2} = \frac{1}{2} \int_0^L EI_{yy} \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (7)$$

여기서, U_s 는 보의 인장에 의한 탄성에너지를 나타내며 U_{B1} 과 U_{B2} 는 굽힘에 의한 탄성에너지를 나타낸다. E 는 영률을 나타내고 L 은 보의 길이, A 는 보의 단면적, I_{zz} 와 I_{yy} 는 두 횡방향 단면의 2차면적 모멘트를 각각 나타낸다.

운동방정식을 유도하기 위해서 Kane의 방법⁽²²⁾을 사용하였다. 이 방법은 보나 평판과 같은 연속체의 운동을 지배하는 상미분방정식을 직접적이고 체계적으로 유도하는데 편리한 장점을 갖는다. 외

력은 작용하지 않으며 단면관성효과를 무시한다는 가정하에서 보의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\int_0^L \rho \left(\frac{\partial \bar{v}^P}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \bar{a}^P dx + \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (8)$$

여기서, ρ 는 보의 단위길이당 질량이며, \dot{q}_i 은 일반좌표의 시간에 대한 미분값이고 \bar{v}^P 와 \bar{a}^P 는 보의 중심축 상의 임의점 P 의 속도와 가속도를 나타낸다. 여기서, 속도 \bar{v}^P 는 다음 관계를 이용하여 구할 수 있다.

$$\bar{v}^P = \bar{v}^O + \bar{\omega}_A \times (\bar{r} + \bar{u}) + {}^A \bar{v}^P \quad (9)$$

여기서, O 는 외팔보가 부착된 기준틀 A 위의 기준점이며, \bar{v}^O 는 O 점의 속도, $\bar{\omega}_A$ 는 A 의 각속도, \bar{r} 은 기준점 O 에서 변형전 보의 탄성축 상의 임의점 P_0 까지의 벡터이며, \bar{u} 는 P_0 에서 P 점까지의 탄성변위를 나타내고, ${}^A \bar{v}^P$ 는 기준틀 A 에서 관찰한 P 점의 속도를 나타낸다. 기준틀 A 에 부착된 좌표계에 대해서 이들은 각각 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\bar{r} = x \bar{a}_1 \quad (10)$$

$$\bar{u} = u_1 \bar{a}_1 + u_2 \bar{a}_2 + u_3 \bar{a}_3 \quad (11)$$

$$\bar{v}^O = v_1 \bar{a}_1 + v_2 \bar{a}_2 + v_3 \bar{a}_3 \quad (12)$$

$$\bar{\omega}_A = \omega_1 \bar{a}_1 + \omega_2 \bar{a}_2 + \omega_3 \bar{a}_3 \quad (13)$$

$${}^A \bar{v}^P = \dot{u}_1 \bar{a}_1 + \dot{u}_2 \bar{a}_2 + \dot{u}_3 \bar{a}_3 \quad (14)$$

여기서, \bar{v}^O 와 $\bar{\omega}_A$ 는 가정에 의해 시간의 함수로 주어지는 벡터함수이며 그들의 요소들을 지정함으로써 보의 다양한 강체운동을 만들 수 있다. 식(1~3) 그리고 식(9~14)들을 이용하면 P 점의 편속도 $\frac{\partial \bar{v}^P}{\partial \dot{q}_i}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{v}^P}{\partial \dot{q}_i} = \phi_{1i} \bar{a}_1 + \phi_{2i} \bar{a}_2 + \phi_{3i} \bar{a}_3 \quad (15)$$

또한 P 점의 가속도는 위에서 구한 속도를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{a}^P = \frac{d \bar{v}^P}{dt} + \bar{\omega}_A \times \bar{v}^P \quad (16)$$

여기서, 우변의 첫째항은 기준틀 A 에서 벡터 \bar{v}^P 를 시간에 대해 미분한 것을 의미한다. 앞에서 구한 탄성 에너지들과 편속도 및 가속도들을 식(8)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 운동방정식이 유도되어 진다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu} [M_{ij}^{11} \ddot{q}_j + (2\omega_2 M_{ij}^{13} - 2\omega_3 M_{ij}^{12}) \dot{q}_j \\ & + \{K_{ij}^s - (\omega_2^2 + \omega_3^2) M_{ij}^{11} + (\omega_1 \omega_2 - \dot{\omega}_3) M_{ij}^{22} \\ & + (\omega_1 \omega_3 + \dot{\omega}_2) M_{ij}^{33}\} q_j] = P_i \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu} [M_{ij}^{22} \ddot{q}_j + (2\omega_3 M_{ij}^{21} - 2\omega_1 M_{ij}^{23}) \dot{q}_j \\ & + \{K_{ij}^{B2} - (\omega_1^2 + \omega_3^2) M_{ij}^{22} + (\omega_2 \omega_3 - \dot{\omega}_1) M_{ij}^{33} \\ & + (\omega_1 \omega_2 + \dot{\omega}_3) M_{ij}^{11}\} q_j] = Q_i \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu} [M_{ij}^{33} \ddot{q}_j + (2\omega_1 M_{ij}^{32} - 2\omega_2 M_{ij}^{31}) \dot{q}_j \\ & + \{K_{ij}^{B3} - (\omega_1^2 + \omega_2^2) M_{ij}^{33} + (\omega_2 \omega_3 + \dot{\omega}_1) M_{ij}^{22} \\ & + (\omega_1 \omega_3 - \dot{\omega}_2) M_{ij}^{11}\} q_j] = R_i \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,

$$M_{ij}^{ab} = \int_0^L \rho \phi_{ai} \phi_{bj} dx \quad (20)$$

$$K_{ij}^s = \int_0^L EA \phi_{1i,x} \phi_{1j,x} dx \quad (21)$$

$$K_{ij}^{B2} = \int_0^L EI_{zz} \phi_{2i,xx} \phi_{2j,xx} dx \quad (22)$$

$$K_{ij}^{B3} = \int_0^L EI_{yy} \phi_{3i,xx} \phi_{3j,xx} dx \quad (23)$$

$$\begin{aligned} P_i &= (\omega_2^2 + \omega_3^2) \int_0^L \rho x \phi_{1i} dx \\ &+ (\omega_3 v_2 - \omega_2 v_3 - \dot{v}_1) \int_0^L \rho \phi_{1i} dx \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} Q_i &= -(\omega_1 \omega_2 + \dot{\omega}_3) \int_0^L \rho x \phi_{2i} dx \\ &+ (\omega_1 v_3 - \omega_3 v_1 - \dot{v}_2) \int_0^L \rho \phi_{2i} dx \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} R_i &= -(\omega_1 \omega_2 - \dot{\omega}_2) \int_0^L \rho x \phi_{3i} dx \\ &+ (\omega_2 v_1 - \omega_1 v_2 - \dot{v}_3) \int_0^L \rho \phi_{3i} dx \end{aligned} \quad (26)$$

위에서 K_{ij}^s 는 보의 인장강성을 나타내고, K_{ij}^{B2} 와 K_{ij}^{B3} 는 보의 굽힘강성을 나타내는 항들이다. 이상에서 유도된 운동방정식은 다음 절에서 수치해석을 수행하는데 사용되었다.

3. 수치해석 예제

Fig. 2는 기준틀에 부착되어 강체운동을 하는 외팔보를 나타내고 있다. 보의 재질특성 및 기하학적 제원들도 그림에 나타나있다. 본 논문에서는 Fig. 2의 제원을 갖는 예제에 여러가지 강체운동을 적용시켜 고전적 선형모델링이 정확성을 유지하는 경우와 상실하는 경우를 조사하려 한다. 강체운동은 회전운동과 병진운동의 두 종류로 크게 분류할 수 있

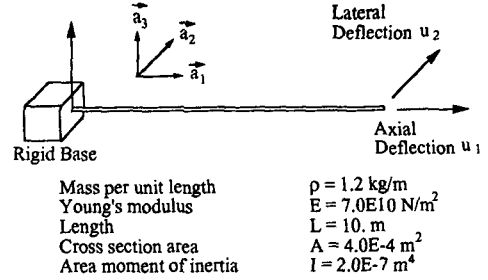


Fig. 2 Flexible beam example undergoing rigid body motions

으며 이들은 다시 작용방향에 따라 보의 축방향과 횡방향 운동으로 나눌 수 있다. 다음에 나타나는 수치해석 예제들은 이러한 기준에 따라 분류된 강체운동을 하는 경우들이다. 본 연구에서는 시간적분을 위해 4-th Order Runge-Kutta 방법을, 그리고 공간적분을 위해서는 Newton-Cote 방법을 사용하였다.

첫번째 수치해석 예제는 보가 자신의 축에 수직인 방향으로 회전운동을 하는 경우로 이러한 운동을 하는 공학적 예제로는 헬리콥터나 터빈블레이드 또는 인공위성의 안테나 등이 있다. 이 예제에서 회전운동은 다음과 같은 시간의 함수로 주어진다.

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \Omega_s \left[\tau - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\tau) \right] \text{ if } 0 \leq \tau \leq 1 \\ \omega_3 &= \Omega_s \text{ if } \tau \geq 1 \end{aligned} \quad (27)$$

즉, 식(12) 및 (13)에서 $v_1 = v_2 = v_3 = \omega_1 = \omega_2 = 0$ 이며, 식(27)에서

$$\tau \equiv \frac{t}{T_s} \quad (28)$$

또한 Ω_s 는 일정 각속도에 도달했을 때의 값이며, T_s 는 그때까지 걸린 시간이다. 이 운동은 spin-up motion이라 불리우며, 부드럽게 각속도를 일정한 값까지 증가시켜 그 일정 각속도 값을 유지시키는 운동으로 각속도가 변하는 부분과 일정한 부분을 모두 가지고 있어 일반적인 운동을 대표하기에 적절하다. 또한 이 운동은 각가속도의 도함수도 불연속점을 가지지 않으므로 수치해석시 문제점을 발생시키지 않는 장점을 가지고 있다. 이 예제에 사용된 T_s 의 값은 240 sec이고 Ω_s 는 6 rad/sec이다. Fig. 3은 외팔보 자유단에서의 횡변위를 구한 해석 결과를 보여주고 있는데, 직선은 복합변형변수 모델링에 의해 구해진 정확한 결과이고 점선은 고전

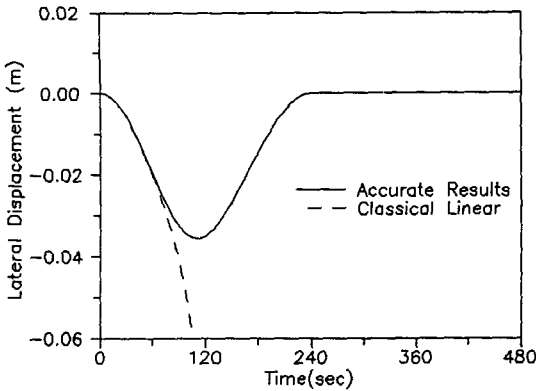


Fig. 3 Comparison of simulation results (C. L vs. accurate) in spin-up rigid body motion

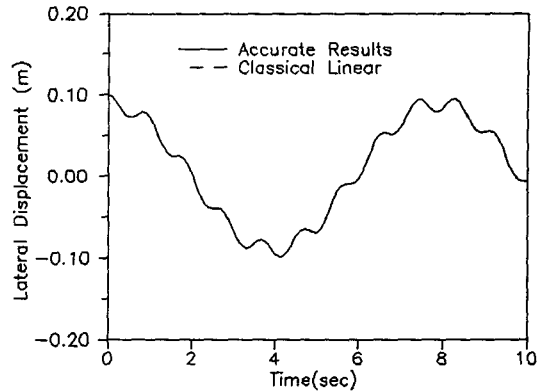


Fig. 4 Comparison of simulation results (C. L vs. accurate) in axial rigid body rotation

적 선형모델링에 의한 결과이다. 이 결과로부터 실제 아주 작은 변위를 일으키는 운동의 경우에도 고전적 선형모델링은 정확한 결과예측에 실패하고 있음을 알 수 있다. 이는 일반적으로 널리 받아들여지고 있는, 탄성변위의 크기가 탄성체의 크기에 비해 작은 경우에는 고전적 선형모델링으로 동적반응을 항상 적절히 예측할 수 있다는 속설이 잘못된 것임을 보여주는 것이다.

두번째 수치해석 예제는 보의 축방향 회전운동이 고전적 선형모델링에 문제를 야기시키지 않는가 하는 것을 알아보기 위한 것이다. 이 경우는 보가 축방향으로 $\omega_1=3 \text{ rad/sec}$ 로 일정 각속도를 가지고 회전운동을 하고 있으며 자유단 끝에서의 초기 변위값은 0.1 m 로 주어진다. Fig. 4는 고전적 선형모델링과 복합변형변수 모델링에 의한 수치해석 결과를 보여주고 있는데 두 결과는 거의 오차없이 서로 일치하고 있다. 따라서 회전운동이라도 축방향운동을 하는 경우에는 고전적 선형모델링으로도 정확한 동적해석이 가능한 것을 알 수 있다. 이러한 운동을 하는 공학적 예제로는 회전체 역학분야에 많이 나타나는 축의 회전운동들이 있다.

보가 회전운동 대신 병진방향으로 강제운동을 하는 경우에 고전적 선형모델링은 과연 정확성을 어느 정도 보장할 수 있는 것인가? 회전운동에 비해 병진운동은 주목을 별로 받아오지 못하여 왔다. 그러나 병진운동을 하는 공학적 예제는 많이 발견될 수 있다. 예를 들어 일정한 가속을 받으며 발사되고 있는 로켓이라든지 병진왕복운동을 하는 고속 재봉기의 바늘 등이 그것이다.

세번째 수치해석 예제는 Fig. 2의 외팔보가 축방

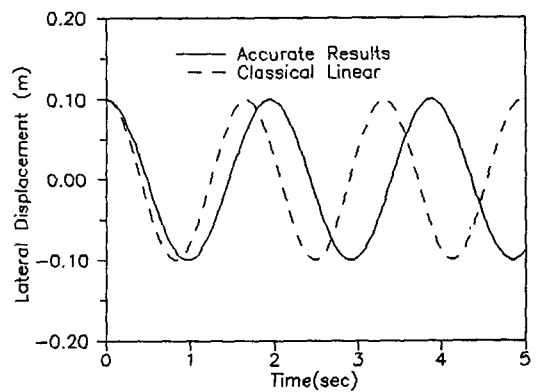


Fig. 5 Comparison of simulation results (C. L vs. accurate) in axial rigid body accelerated motion

향으로 일정한 가속도를($\dot{v}_1=25 \text{ m/sec}^2$) 받으며 병진운동을 하는 경우($v_2=v_3=\omega_1=\omega_2=\omega_3=0$) 자유단에서의 동적변위를 조사한 것이다. 자유단에서의 횡방향 초기값으로 0.1 m 가 주어졌을 때 그의 시간에 따른 변화가 Fig. 5에 나타나고 있다. 고전적 선형모델링과 복합변형변수 모델링에 의해 얻어지는 두 결과는 여기서 뚜렷한 정성적 차이를 보여주고 있다. 따라서 보가 회전운동을 하는 경우뿐만 아니라 병진운동을 하는 경우도 고전적 선형모델링은 정확도에 문제점이 발생할 수 있음을 이 예제를 통하여 확인할 수 있는 것이다.

네번째 예제는 외팔보가 횡방향 평행강체운동을 하는 경우이다. 이 예제에서 v_2 는 시간에 대한 조화함수로 다음과 같이 주어진다. ($v_1=v_3=\omega_1=\omega_2=\omega_3=0$)

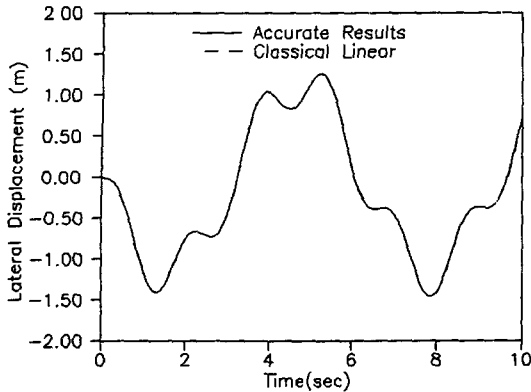


Fig. 6 Comparison of simulation results (C. L. vs. accurate) in lateral rigid body translational motion

$$v_2 = 10(1 - \cos t) \quad (29)$$

Fig. 6은 자유단에서의 횡방향 변위의 두 모델링에 의한 수치해석 결과들을 보여주고 있는데, 그 크기가 상당히 큼에도 불구하고 거의 오차없이 서로 일치하는 것을 보여주고 있다. 따라서 이러한 횡방향 평행강체운동의 경우에는 고전적 선형모델링의 정확성을 신뢰할 수 있을 것이다.

다섯번째 예제는 외팔보가 그의 축방향으로 왕복운동을 하는 경우이다. 이 예제에서는 v_1 가 시간에 대한 조화함수로 다음과 같이 주어진다. ($v_2 = v_3 = \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$)

$$v_1 = 10(1 - \cos t) \quad (30)$$

이 운동은 세번째 예제와는 달리 방향이 바뀌는 축방향의 가속을 받으며 자유단에서의 횡방향변위의 초기값은 0.1m이다. Fig. 7은 이러한 강체운동 하에서의 두 모델링에 의한 자유단에서의 동적 변위를 나타내고 있는데 횡방향운동과는 달리 서로 어느 정도의 차이를 나타내고 있다. 이러한 차이는 가속도의 최대크기가 커지면 더욱 증대될 것이다. 그러나 이 경우는 첫번째나 세번째의 예제와는 달리 축방향 가속도의 방향이 일정하게 유지되지 않고 주기적으로 변화하므로 고전적 선형모델링에 의한 오차는 발산하지 않는 것을 관찰할 수 있다.

이상의 예제에서 고전적 선형모델링이 그 정확도를 유지하는 경우와 실패하는 경우에 관련된 구체적 강체운동 조건에서의 수치해석 결과들을 살펴보았다. 이 결과에서 공통적으로 발견할 수 있는 물리적인 의미로는 강체운동에 의한 관성력이 탄성체

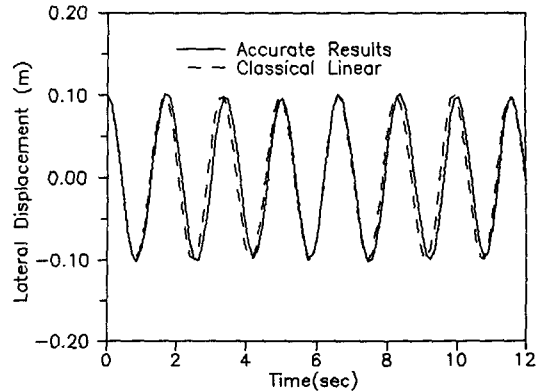


Fig. 7 Comparison of simulation results (C. L. vs. accurate) in axial harmonic translational motion

의 인장방향 변위를 발생시키면 그에 따라 시스템의 강성이 변화하는데 고전적 선형모델링은 이를 제대로 반영하지 못한다는 점이다. 첫번째와 세번째 수치해석 예제의 경우가 대표적인 인장변위를 일으키는 운동이며 이 경우 고전적 선형모델링이 정확한 동적반응 예측에 실패하고 있다. 일정한 값이 아닌 인장변위를 일으키는 다섯번째 수치해석 예제의 경우는 첫번째나 세번째의 경우와는 달리 그 운동크기에 따라 오차가 증가하는 것을 보여주고 있다. 그러나 두번째와 네번째의 수치해석 예제와 같이 인장방향변위가 일어나지 않는 경우에는 고전적 선형모델링이 아무런 문제를 야기시키지 않는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 구조물의 동적모델링으로 널리 쓰이고 있는 고전적 선형모델링의 적절한 사용범위 규명을 위한 연구가 대표적인 구조물인 보를 이용하여 수행되었다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 첫째, 고전적 선형동적모델링은 보가 축방향 외의 방향으로 지속적인 크기를 갖는 회전운동을 하는 경우 부정확한 결과를 발생시킬 수 있다. 이는 그 변위가 실제로 매우 적게 발생하는 경우도 포함된다. 둘째, 고전적 선형모델링은 보가 자신의 축방향으로 지속적인 가속을 받는 병진운동을 할 때도 부정확한 결과를 발생시킬 수 있다. 이상의 두 가지 경우는 모두 보가 축방향 가속을 지속적으로 받는 경우이다. 셋째, 고전적 선형모델링

은, 축방향 왕복운동과 같이 축방향 가속을 간헐적으로 받는 경우, 그 가속의 크기와 관련된 오차를 발생시킨다. 따라서 이러한 경우 적절한 오차의 범위내에서라면 고전적 선형모델링의 이용이 가능할 것이다. 네째, 고전적 선형모델링은 횡방향 평행운동이나 축방향 회전운동과 같이 축방향 가속을 전혀 받지 않는 강제운동을 하는 경우에는 항상 신뢰성을 가지고 사용될 수 있다. 축방향 가속은 원심관성력을 발생시키며 이것이 시스템의 굽힘강성을 증가시키는데 고전적 선형모델링은 이 현상을 제대로 예측하지 못하는 것이다. 이상의 결론들은 고전적 선형모델링을 안전하게 이용하고, 또한 부정확한 결과를 피하기 위해 언제 비선형모델링과 같은 특수한 모델링을 사용할 것인가를 결정하는 지표로서 사용될 수 있을 것이다.

후 기

본 논문의 연구는 1994년도 교육부 학술연구 조성비(ME94-D-13)에 의해 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자께 감사함을 드립니다.

참고문헌

(1) Likins, P. and Bouvier, H., 1971, "Attitude Control of Non-Rigid Spacecraft," *Astronautics and Aeronautics*, 9(5), pp. 64~71.

(2) Bodley, C., Devers, A., Park, A. and Frisch, H., 1978, "A Digital Computer Program for the Dynamic Interaction Simulation of Controls and Structure(DISCOS)," *NASA TP-1219*, Vols. 1 & 2.

(3) Frisch, H., 1975, "A Vector-Dyadic Development of the Equations of Motion for N-Coupled Flexible Bodies and Point Masses," *NASA TN D-8047*.

(4) Ho, J., 1977, "Direct Path Method for Flexible Multibody Spacecraft Dynamics," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, pp. 102~110.

(5) Singh, R., Vander Voort, R. and Likins, P., 1984, "Dynamics of Flexible Bodies in Tree Topology-A Computer Oriented Approach," *25th Structures, Structural Dynamics and Material Conf.*, Palm Springs, California, May.

(6) Hurty, W., Collins, J. and Hart, G., 1971, "Dynamic Analysis of Large Structures by Modal Synthesis Techniques," *Computers and Structures*, 1, pp. 535~563.

(7) Fraser, A. and Daniel, R., 1991, *Perturbation Techniques for Flexible Manipulators*, Kluger Academic Publishers, Boston.

(8) Thomas, H. and Schmit, Jr., L., 1991, "Control-Augmented Structural Synthesis with Dynamic Stability Constraints," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 4, pp. 619~626.

(9) Bailey, T. and Hubbard, Jr., J., 1985, "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 5, pp. 605~611.

(10) Bodden, D. and Junkins, J., 1985, "Eigenvalue Optimization Algorithms for Structure/Controller Design Iterations," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 6, pp. 697~706.

(11) Simo, J. and Vu-Quoc, L., 1986, "On the Dynamics of Flexible Beams Under Large Overall Motions-the Plane Case: Part I and Part II," *Journal of Applied Mechanics*, 53, pp. 849~863.

(12) Christensen, E. and Lee, S., 1986, "Nonlinear Finite Element Modeling of the Dynamics of Unrestrained Flexible Structures," *Computers and Structures*, 23, pp. 819~829.

(13) Belytschko, T. and Hsieh, B., 1973, "Nonlinear Transient Finite Element Analysis With Convected Coordinates," *Int. J. Numerical Methods Eng.*, vol 7, pp. 255~271.

(14) Wu, S. and Haug, E., 1988, "Geometric Nonlinear Substructuring for Dynamics of Flexible Mechanical Systems," *Int. J. Numerical Methods Eng.*, Vol. 26, pp. 2211~2226.

(15) Noor, A. K. and Peters, J. M., 1989, "A Partitioning Strategy for Efficient Nonlinear Finite Element Dynamic Analysis on Multiprocessor Computers," *Computers and Structures*, Vol. 31, No. 5, pp. 795~810.

(16) Knight, Jr. and Norman, F., 1983, "Nonlinear Structural Dynamic Analysis Using a Modified

- Modal Method," *Paper No. 83-0824, AIAA/ASME/ASCE/AHS 24th Structures, Structural Dynamics and Material Conference, Lake Tahoe, Nevada, May.*
- (17) 유흥회, 1993, "전체운동을 하는 단순지지 유 연구구조물의 동적해석," 1993년도 대한기계학회 추계학술대회논문집, pp. 134~137.
- (18) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 10, pp. 139~151.
- (19) 유흥회, 1991, "회전 구조물의 Hybrid 변형 변수를 이용한 선형 동적모델링," 한국항공우주 학회지, 제19권, 제3호, pp. 32~39.
- (20) 유흥회, 1992, "강체운동을 하는 탄성평판의 선형 동적모델링," 한국항공우주학회지, 제20권, 제4호, pp. 62~70.
- (21) 유흥회, 1994, "고전적 선형 동적 모델링의 신뢰성 범주 연구," 대한기계학회 동역학 및 제어부분 학술대회, pp. 11~16.
- (22) Kane, T. and Levinson, D., 1985, *Dynamics : Theory and Applications*, McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y.