

〈論 文〉

# 여유구동 인체형 로봇 모듈의 성능해석 및 구동장치 최적설계

이상헌\* · 이병주\*\* · 곽윤근\*

(1994년 7월 18일 접수)

## Performance Analysis and Optimal Actuator Sizing for Anthropomorphic Robot Modules with Redundant Actuation

Sang Heon Lee, Byung-Ju Yi and Yoon Keun Kwak

**Key Words :** Performance Analysis(성능분석), Optimal Actuator Sizing(구동장치 최적설계), Anthropomorphic(인체형), Redundant Actuation(여유구동), Robot Module(로봇 모듈)

### Abstract

In this study, we introduce new types of planar 2 degree-of-freedom robot modules resembling the musculoskeletal structure of the human arm with actuation redundancy. First, for the given actuator sizes the performance analysis for the manipulator with redundant actuation and without redundant actuation is performed with respect to maximum load handling capacity, maximum hand velocity, and maximum hand acceleration. Secondly, an algorithm which decides optimal actuator sizes for the given operational performances is introduced, and the optimal actuator sizes for a robot module with four redundant actuation are obtained. The algorithms employed in this paper will be useful to analyze the robot performances and to determine the actuator sizes for general robot manipulators.

### 1. 서 론

인체의 팔과 다리는 하나의 관절을 움직이기 위하여 다수의 근육이 사용된다. 이처럼 로봇 매니플레이터(robot manipulator)의 기구학적 자유도(kinematic degree-of-freedom)보다 많은 수의 구동장치(actuator)로 매니플레이터를 구동하는 것을 여유구동(redundant actuation)이라고 한다.

여유구동 매니플레이터를 구현하기 위해서는 제작비의 증가, 설계인자의 증가로 인한 설계의 어려움, 제어의 복잡성 등의 문제가 있다. 그러나, 여유구동으로 인하여 더욱 큰 힘과 속도를 낼 수 있

으며 일부 구동장치가 손상되더라도 계속해서 작업할 수 있는 장점이 있으므로, 우주공간이나 핵발전소와 같이 고성능, 고신뢰성이 요구되는 특수 환경에서 사용될 로봇 시스템의 경우에 여유구동의 필요성이 크게 대두되고 있다. 여유구동 매니플레이터에 관한 연구는 dual arms, multiple cooperating arms, walking machine, multi-fingered hands 등의 분야에서 여유구동 시스템의 모델링(modeling),<sup>(1~3)</sup> 여유구동 시스템의 힘분배(force distribution),<sup>(4~7)</sup> 시스템의 해석(analysis),<sup>(6,7)</sup> 그리고 기구학적 최적설계(optimal design)<sup>(8,9)</sup> 등이 주로 수행되어 왔다.

본 논문에서는 Thomas 등<sup>(10)</sup>이 제시한 세 가지의 작업성능지수를 사용하여 네 가지 매니플레이터(Fig. 3)에 대하여 비여유구동과 여유구동간의 성

\*정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

\*\*정회원, 한국기술교육대학 제어기계공학과

능을 비교한다. 세 가지 작업성능지수는 말단효과 장치(end-effector)에서의 최대하중용량, 최대속도 및 최대가속도 등이며 구동장치들의 용량이 주어진 상황에서 위의 작업성능을 구한다. 두번째로는 주어진 작업성능하에서 구동장치들의 최적용량을 구한다. 본 연구에서는 여유구동 매니플레이터에도 적용될 수 있도록 Thomas 등<sup>(10)</sup>의 비여유구동 매니플레이터에 대한 알고리즘을 수정하여, 여유구동 매니플레이터에 대한 기구학적/동역학적 해석과 각 구동장치들의 최적 용량을 결정하고자 한다. 일반적으로 인체의 팔은 29개의 근육으로 구동되고,<sup>(11)</sup> 평면에서 동작할 경우에는 Fig. 1(a)의 간단한 근육구조로 모델링할 수 있다.<sup>(12)</sup> Fig. 1(b)의 여유구동 매니플레이터는 이러한 인체 팔의 모델을 본판 새로운 형태의 매니플레이터를 나타낸다. 6개의 미끄럼 관절들은 이두근(biceps), 삼두근(triceps), 완요골근(branchioradialis) 등의 근육과 어깨부위의 근육<sup>(11)</sup>을 모델링한 것에 해당되며, 주링크는 뼈에 해당된다. 기존의 연구에서의 여유구동 매니플레이터는 병렬형(parallel type) 매니플레이터에 구동장치를 추가한 것이 대부분이었는데, 이러한 형태는 작업공간이 매우 한정되어 있어 다양한 작업에 사용하기 힘들다. 그러나, 본 연구에서 제시된 매니플레이터는 인체 구조를 모방하여 작업공간이 크면서 우수한 성능을 지니므로 다양한 작업에서 사용할 수 있다.

매니플레이터의 모델링 방법은 Kang 등<sup>(3)</sup>이 제시한 최소 좌표계집합(minimum coordinate set)으로 모델이 표현되는 constraint-embedding approach를 이용한다. 이 모델링 방법은 페루프 메카니즘을 라그랑지안 좌표계(Lagrangian coordinate)로 표현하고, 기구학적 영향계수를 이용하여 기구학과 동역학을 구하는 알고리즘으로서, 이 알고리즘으로 구한 기구학과 동역학 모델들은 페루프 메카니즘의 해석 및 설계에 매우 용이하게 쓰일 수

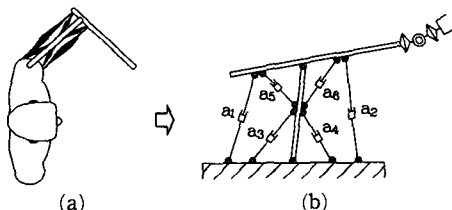


Fig. 1 (a) Musculoskeletal structure of human arm and (b) the anthropomorphic robot module

있다.

기구학적/동역학적 해석은 모의실험(simulation)을 통하여 수행되었으며, 구동장치들의 구동력이 주어진 상태에서 매니플레이터의 작업성능을 구하였다. 그 결과, 여유구동을 이용하면 매니플레이터의 작업성능이 향상됨을 알 수 있었다. 구동장치가 여섯 개인 평면(planar) 2자유도 여유구동 매니플레이터의 최적 구동용량을 모의실험을 통하여 결정하였다.

## 2. 기구학/동역학 모델링

라그랑지안 좌표계로 표현된 일반적인 페루프형 매니플레이터 시스템의 전체 관절은 구동장치로 구동되는 구동관절(actuated joint)과 구동관절의 합수로 나타내어지는 종속관절(dependant joint)로 이루어지는데, 이를 각각  $\phi_a$ ,  $\phi_p$ 로 표기한다. 그리고, 전체 라그랑지안 관절은  $\phi$ 로 표기한다. 페루프 메카니즘이 여유구동된 경우, 시스템을 구동하는데 필요한 수보다 많은 수의 구동관절이 있게 된다. 전체 구동관절 벡터는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\phi = [\phi_a^T, \phi_p^T]^T \quad (1)$$

여기서,  $\phi_a$ 는 최소 구동관절(minimum actuating set)이고 매니플레이터 시스템의 기구학적 자유도와 같으며, 이는 매니플레이터를 구동하는데 기본적으로 필요한 구동장치들의 수이다.  $\phi_p$ 는 전체 구동관절에서  $\phi_a$ 를 제외한 구동관절이다.

종속관절의 속도벡터(vector)는 식(2)와 같이 최소 구동관절의 속도벡터로 나타내어진다.<sup>(3)</sup>

$$\dot{\phi}_p = [G_p^a] \dot{\phi}_a \quad (2)$$

여기서,  $[G_p^a]$ 는 관절들간의 속도관계를 나타내어주는 1차 기구학적 영향계수(kinematic influence coefficient; KIC)이다. 매니플레이터의 전체 라그랑지안 관절은 구동관절과 종속관절로 이루어지므로 전체 관절의 속도벡터  $\dot{\phi}$ 는 식(3)과 같이 나타내어질 수 있다.

$$\dot{\phi} = [\dot{\phi}_a^T, \dot{\phi}_p^T]^T = \begin{bmatrix} [G_a^a]_{N_a \times N_a} \\ [G_p^a]_{N_p \times N_a} \end{bmatrix} \dot{\phi}_a = [G_a^p] \dot{\phi}_a \quad (3)$$

여기서,  $[G_a^p]$ 는 전체 구동관절과 최소 구동관절의 속도관계를 나타내어주는 1차 KIC이고,  $N_a$ 와  $N_p$ 는 각각 전체 구동관절과 최소 구동관절의 수이며

$N_a$ 는 중속관절의 수이다.  $[G_a^l]$ 는 전체 관절과 최소구동관절의 속도관계를 나타내어주는 1차 KIC이다. 식(3)을 시간에 대하여 미분하면 식(4)와 같이 전체 관절에서의 가속도벡터가 구해진다.

$$\ddot{\phi}_p = [G_a^l] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [H_{aa}^l] \dot{\phi}_a \quad (4)$$

여기서,  $[H_{aa}^l]$ 는  $\ddot{\phi}_p$ 와  $\dot{\phi}_a$ 의 관계를 나타내어주는 2차 KIC이다. 말단효과장치의 속도벡터 ( $\dot{u}$ )는 식(5)와 같이 최소 구동관절의 속도벡터 ( $\dot{\phi}_a$ )로 나타내어진다.<sup>(3)</sup>

$$\dot{u} = [G_u^l] \dot{\phi}_a \quad (5)$$

여기서,  $[G_u^l]$ 는  $\dot{u}$ 와  $\dot{\phi}_a$ 간의 관계를 나타내어주는 1차 KIC이다.

페루프 메카니즘의 동역학은 전체 시스템을 Fig. 2과 같이 개방분지구조(open-tree structure)로 변환시켜 각각의 직렬형 매니플레이터의 동역학 모델을 구한 후, 가상일의 법칙을 이용하여 페루프 메카니즘의 기구학적 구속조건식(kinematic constraints)에 동역학 모델을 적용함으로써 전체 시스템의 동역학 모델을 구한다.<sup>(1)</sup> 최소 구동관절에 대한 동역학식은 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{T}_a = [I_{aa}^*] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [P_{aaa}^*] \dot{\phi}_a \quad (6)$$

여기서,  $\underline{T}_a$ 는 최소 구동관절에서의 관성력을 나타내는 벡터이다.  $[I_{aa}^*]$ 는 관성행렬(inertia matrix)이고,  $[P_{aaa}^*]$ 는 코리올리힘(coriolis force)과 원심력(centrifugal force)의 영향을 의미하는 행렬의 모임(inertia power array)이다.

실제의 로봇 매니플레이터 설계에서는 말단효과장치의 하중용량, 속도 및 가속도와 구동장치의 구동력의 관계를 나타내주는 동역학식을 필요로 하는데, 이것은 KIC의 개념을 이용하는 일반화된 좌표 변환기법<sup>(13)</sup>에 의하여 다음과 같이 구하여진다.

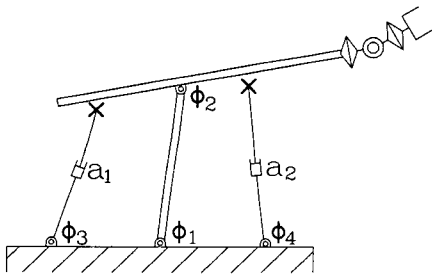


Fig. 2 Open-treestructure of a closed-loop manipulator

$$\underline{T}_u = [I_{uu}^*] \ddot{u} + \dot{u}^T [P_{uuu}^*] \dot{u} \quad (7)$$

여기서,  $[I_{uu}^*]$ 는 말단효과장치의 가속도가 말단효과장치에서의 힘에 미치는 영향을 나타내고,  $[P_{uuu}^*]$ 는 말단효과장치의 속도가 말단효과장치에서의 힘에 미치는 영향을 나타내며 각각 다음과 같이 구해진다.

$$[I_{uu}^*] = [G_u^l]^T [I_{aa}^*] [G_u^l] \quad (8)$$

$$[P_{uuu}^*] = [G_u^l]^T ([G_u^l]^T \circ [P_{aaa}^*]) [G_u^l] + ([G_u^l]^T [I_{aa}^*]) \circ [H_{uu}^l] \quad (9)$$

식(9)에서의 'o'는 generalized dot product를 의미하며, 그 정의는 부록 A에 나타내었다. 그리고,  $[G_u^l]$ 와  $[H_{uu}^l]$ 는 다음과 같은 말단효과장치와 최소구동관절간의 속도, 가속도 관계식에서 얻어지는 KIC이다.

$$\dot{\phi}_a = [G_u^l] \dot{u} + \dot{u}^T [H_{uu}^l] \dot{u} \quad (10)$$

### 3. 기구학/동역학 성능지수에 관한 해석

구동장치의 구동력은 로봇 시스템 전체의 성능을 크게 좌우한다. 본 장에서는 정해진 구동력에 따른 여러가지 작업성능지수(operational performance index)에 대한 분석을 수행한다. 판단기준으로 선택된 성능지수는 말단효과장치(end-effector)에서의 최대 하중용량, 최대속도 및 최대가속도이며, Thomas 등<sup>(10)</sup>이 직렬형 매니플레이터의 최적설계에서 도입한 알고리즘을 사용한다. 이러한 세 가지 성능지수를 이용하여 여유구동에 의한 매니플레이터의 작업성능 향상의 정도를 분석하고자 한다.

여유구동되는 시스템에서 말단효과장치에서의 힘( $\underline{T}_u$ )과 구동관절의 힘( $\underline{T}_a$ )간의 힘평형 관계식은 식(11)과 같이 나타내어진다.

$$\underline{T}_u = [G_u^l]^T \underline{T}_a \quad (11)$$

여기서,  $[G_u^l]$ 는 전체 구동관절  $\dot{\phi}_a$ 와  $\dot{u}$ 간의 1차 KIC로서 다음과 같이 표현되며,

$$[G_u^l] = [G_a^l] [G_u^a] \quad (12)$$

$[G_a^l]$ 는 식(3)에서 정의된  $[G_a^l]$ 의 부분집합이고,  $[G_u^a]$ 는  $[G_a^l]$ 의 역행렬이다. 그리고, 비여유구동 시스템에서의 경우에는 전체 구동관절  $\dot{\phi}_a$ 와 최소구동관절  $\dot{\phi}_a$ 가 일치하므로  $[G_a^l]$ 와  $[G_u^a]$ 는 같은 행렬이 된다.  $\underline{T}_a$ 의 차원이  $\underline{T}_u$ 의 차원보다 크므로  $[G_u^l]$ 는 대칭행렬(symmetric matrix)이 아니며  $\underline{T}_a$

는 무한 개의 해를 가진다.  $T_A$ 의 일반해는

$$T_A = ([G_u^A]^+)^T T_u + ([I] - [G_u^A]^+ [G_u^A]) k \quad (13)$$

이다. 여기서,  $[I]$ 는 단위행렬(identity matrix)이며,  $k$ 는 임의의 벡터이다.  $[G_u^A]^+$ 는  $[G_u^A]$ 의 의사역행렬(pseudo-inverse matrix)로서 식(14)와 같다.<sup>(14)</sup> 의사역행렬의 정의는 부록 B에 나타내었다.

$$[G_u^A]^+ = [G_u^A]^T ([G_u^A]^T [G_u^A])^{-1} [G_u^A]^T \quad (14)$$

본 연구에서는 다음과 같이  $\|T_A\|_2$ 이 최소가 되는  $T_A$ 의 해를 취한다.

$$T_A = ([G_u^A]^+)^T T_u = [G_u^A]^T T_u \quad (15)$$

### 3.1 최대 하중용량

최대 하중용량은 어느 하나의 구동장치도 그 구동한계(actuation limit)를 넘지 않으면서 말단효과장치에서 모든 방향으로 가할 수 있는 힘의 최대 크기로 정의한다.<sup>(10)</sup> 주어진 시스템의 최대 하중용량은 최적화(optimization) 문제를 형성하여 구할 수 있다.

$n$ 번째 구동관절의 제한조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} (T_{An})_{\min} &= -T_{An}^M + T_{An}^C \\ (T_{An})_{\max} &= T_{An}^M + T_{An}^C \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $(T_{An})_{\max}$ 과  $(T_{An})_{\min}$ 은  $n$ 번째 구동장치에서의 최대, 최소 구동력이며,  $T_{An}^M$ 은  $n$ 번째 구동장치에서의 구동한계이고,  $T_{An}^C$ 는  $n$ 번째 구동장치에 걸리는 중력에 의한 하중이다.

말단효과장치에 걸리는 힘( $T_u$ )과  $n$ 번째 구동장치의 구동력( $T_{An}$ )의 관계는 식(17)과 같이 표현된다.

$$T_{An} = [G_u^A]_{,n}^T T_u \quad (17)$$

여기서,  $[G_u^A]_{,n}$ 은  $[G_u^A]$ 의  $n$ 번째 열벡터(column vector)를 의미한다.

이상의 관계식에 근거하여, 최적화 문제는 다음과 같이 형성된다.

주어진 매니플레이터의 자세에서, 구속조건  $T_{An} = (T_{An})_{\text{ext}}$ 을 만족시키며  $\|T_u\|_2$ 을 최소화시키는 말단효과장치에서의 힘  $T_u$ 를 구한다.  $(T_{An})_{\text{ext}}$ 은  $(T_{An})_{\max}$  또는  $(T_{An})_{\min}$ 을 의미한다.  $\|T_u\|_2$ 는 식(18)과 같이 정의된다.

$$\|T_u\|_2 = \{T_u\}^T [W] T_u \quad (18)$$

여기서,  $[W]$ 는 가중치행렬(weighting matrix)이다. 위와 같은 구속조건이 있는 최적화 문제에서의 라그랑지안은 식(19)와 같이 정의된다.

$$L = \|T_u\|_2^2 + 2\kappa \{T_{An} - (T_{An})_{\text{ext}}\} \quad (19)$$

여기서,  $\kappa$ 는 Lagrange multiplier이다. 식(19)를  $T_u$ 에 대하여 미분하면 다음과 같은 관계식이 구해진다.

$$[W] T_u + \kappa [G_u^A]_{,n} = 0 \quad (20)$$

식(20)으로부터 다음과 같이  $T_u$ 가 구하여진다.

$$T_u = -\kappa [W]^{-1} [G_u^A]_{,n} \quad (21)$$

식(21)을 식(17)에 대입하면 식(17)은 다음과 같이 나타내어진다.

$$T_{An} = -\kappa [G_u^A]_{,n}^T [W]^{-1} [G_u^A]_{,n} \quad (22)$$

여기서,  $\kappa$ 를 구하여 식(21)에 대입하면 다음과 같이  $T_u$ 가 구하여진다.

$$T_u = T_{An} ([G_u^A]_{,n}^T [W]^{-1} [G_u^A]_{,n})^{-1} [W]^{-1} [G_u^A]_{,n} \quad (23)$$

이를 식(18)에 대입하고 구속조건을 적용하면 최대 하중용량  $(T_u)_{\max}$ 은 다음과 같이 구하여진다.

$$(T_u)_{\max} = (T_{An})_{\text{ext}} ([G_u^A]_{,n}^T [W]^{-1} [G_u^A]_{,n})^{-\frac{1}{2}} \quad (24)$$

여기서,

$$(T_{An})_{\text{ext}} = \min\{|(T_{An})_{\min}|, |(T_{An})_{\max}|\} \quad (25)$$

이상과 같이  $n$ 번째 구동장치에 의한 최대 하중용량을 구한다.  $N_A$ 개의 모든 구동장치( $n = 1, 2, \dots, N_A$ )에서의 최대 하중용량을 구한 후, 이 값들 중에서 최소값을 그 자세에서의 최대 하중용량으로 한다.

### 3.2 최대가속도

최대가속도는 말단효과장치에서의 속도가 0일 때, 어느 하나의 구동장치도 그 한계를 넘지 않고 말단효과장치에서 어느 방향으로든 낼 수 있는 최대의 가속도로 정의한다.<sup>(10)</sup> 말단효과장치의 최대가속도 또한 다음과 같이 최적화 문제를 형성하여 해를 구한다.

주어진 자세에서  $\|T_A\|_\infty = \text{Constant}$ 의 구속조건을 만족시키며,  $\|\dot{u}\|_2$ 을 최소화하는  $\dot{u}$ 을 구한다.

$\dot{u} = 0$ 일 때 전체 구동관절에서의 관성력은 식(7)과 식(13)으로부터 다음과 같이 나타내어진다.

$$T_A = [G_A^*]^T T_u = [G_A^*]^T [I_{uu}^*] \ddot{u} = [I_{Au}^*] \ddot{u} \quad (26)$$

라그랑지안은 식(27)과 같이 정의한다.

$$L = \|\dot{u}\|_2^2 + 2\kappa (\|T_A\|_\infty - \text{constant}) \quad (27)$$

$\|\ddot{u}\|_2$ 는 식(28)과 같이 정의되므로,

$$\|\ddot{u}\|_2 = \ddot{u}^T [W] \ddot{u} \quad (28)$$

$L$ 을  $\ddot{u}$ 에 대하여 미분하면

$$\ddot{u}_n = -\kappa [W]^{-1} [I_{Au}^*]_n^T \quad (29)$$

이며, 여기서  $[I_{Au}^*]_n$ 는  $[I_{Au}^*]$ 의  $n$ 번째 행벡터(row vector)이다.  $\kappa$ 는 식(29)와 구속조건식(30)을 이용하여 구한다.

$$(T_{An})_{\text{ext}} = [I_{Au}^*]_n (\ddot{u}_n)_{\text{max}} \quad (30)$$

$\kappa$ 의 해는 식(31)과 같다.

$$\kappa = -\frac{(T_{An})_{\text{ext}}}{[I_{Au}^*]_n [W]^{-1} [I_{Au}^*]_n^T} \quad (31)$$

$\kappa$ 의 해를 식(29)에 대입하면 다음과 같다.

$$(\ddot{u}_n)_{\text{max}} = \frac{(T_{An})_{\text{ext}}}{[I_{Au}^*]_n [W]^{-1} [I_{Au}^*]_n^T} \quad (32)$$

$\|\dot{u}\|_2$ 의 정의에 의하여 최대가속도  $(\ddot{u}_n)_{\text{max}}$ 은 식(33)과 같이 구하여진다.

$$(\ddot{u}_n)_{\text{max}} = \{ [I_{Au}^*]_n [W]^{-1} [I_{Au}^*]_n^T \}^{-\frac{1}{2}} \min\{ |(T_{An})_{\text{min}}|, |(T_{An})_{\text{max}}| \} \quad (33)$$

3.1절에서와 같이  $N_A$ 개의 전체 구동관절에 대하여  $(\ddot{u}_n)_{\text{max}}$ 을 구한 후 그 중에서 최소값을 택하여 그 자세에서의 최대가속도로 한다.

### 3.3 최대속도

말단효과장치에서의 최대속도는, 말단효과장치에서의 가속도가 0일 때, 어느 하나의 구동장치도 그 한계를 넘지 않고 말단효과장치에서 어느 방향으로든지 낼 수 있는 속도의 최대크기로 정의된다.<sup>(10)</sup> 말단효과장치의 최대속도는 다음과 같은 최적화 문제를 형성하여 구한다.

주어진 자세에서 구속조건  $\|T_A\|_\infty = \text{constant}$ 를 만

족시키고  $\|\dot{u}\|_2$ 을 최소화하는  $\dot{u}$ 를 구한다.

$\dot{u} = 0$ 일 때, 전체 구동관절에서의 관성력은 식(7)과 식(13)으로부터 다음과 같이 나타내어진다.

$$T_A = [G_A^*]^T (\dot{u}^T [P_{uu}^*] \dot{u}) = \dot{u}^T [P_{Au}^*] \dot{u} \quad (34)$$

여기서,

$$[P_{Au}^*] = [G_A^*]_i^T [P_{uu}^*] \quad (35)$$

말단효과장치에서의 속도벡터의 2-노름  $\|\dot{u}\|_2$ 는

$$\|\dot{u}\|_2 = \dot{u} = (\dot{u}^T [W] \dot{u})^{\frac{1}{2}} \quad (36)$$

으로 정의한다. 말단효과장치에서의 속도벡터  $\dot{u}$ 는 식(37)과 같이 방향을 나타내는 단위 벡터  $\underline{e}$ 와 그 절대 크기  $\dot{u}$ 로 나타낼 수 있다.

$$\dot{u} = \dot{u} \cdot \underline{e} \quad (37)$$

이 식을 식(36)에 대입하면

$$\dot{u} = (\dot{u} \underline{e}^T [W] \underline{e} \dot{u})^{\frac{1}{2}} = \dot{u} (\underline{e}^T [W] \underline{e})^{\frac{1}{2}} \quad (38)$$

이 되며, 따라서

$$\underline{e}^T [W] \underline{e} = 1 \quad (39)$$

이 된다.  $n$ 번째 구동관절의 관성력은 식(34)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_{An} = \dot{u}^T [P_{Au}^*]_n; \dot{u} \quad (40)$$

여기서,  $[P_{Au}^*]_n; \dot{u}$ 는  $[P_{Au}^*]$ 의  $n$ 번째 평면(plane)이다. 식(37)과 식(39)을 이용하여 식(40)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{T_{An}}{\dot{u}^2} = \frac{\underline{e}^T [W]^{-1} [P_{Au}^*]_n; \underline{e}}{\underline{e}^T \underline{e}} \quad (41)$$

식(41)의 우변은 Rayleigh quotient의 형이므로 식(42)의 관계가 성립한다.

$$(\lambda_n)_{\text{min}} \leq \frac{\underline{e}^T [W]^{-1} [P_{Au}^*]_n; \underline{e}}{\underline{e}^T \underline{e}} \leq (\lambda_n)_{\text{max}} \quad (42)$$

여기서,  $\lambda_n$ 는 다음 대칭행렬(symmetric matrix)의 고유값(eigenvalue)이다.

$$\frac{1}{2} [W]^{-1} \{ [P_{Au}^*]_n; + [P_{Au}^*]_n^T; \} \quad (43)$$

따라서  $n$ 번째 구동관절의 관성력  $T_{An}$ 은

$$\dot{u}^2 (\lambda_n)_{\text{min}} \leq T_{An} \leq \dot{u}^2 (\lambda_n)_{\text{max}} \quad (44)$$

의 범위에 있게 된다. 식(44)를 정리하면 최대속도  $(\dot{u}_n)_{\text{max}}$ 은 식(45)와 같이 나타내어진다.

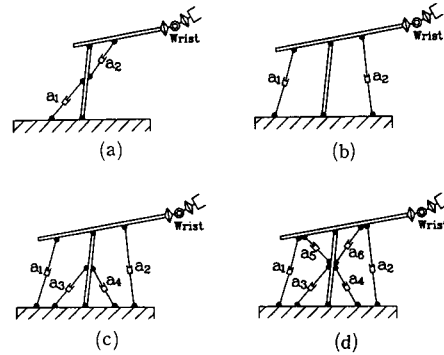
$$(\dot{u}_n)_{\max} = \left\{ \left( \min \left( \frac{(T_{An})_{\min}}{(\lambda_n)_{\min}}, \frac{(T_{An})_{\max}}{(\lambda_n)_{\max}} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right. \quad (45)$$

최대 하중용량의 경우와 마찬가지로 모든 구동관절에 대하여 구한  $(\dot{u}_n)_{\max}$  중에서 최소값이 그 자세에서의 최대속도이다.

### 4. 수치예제

본 장에서는 여유구동에 의한 매니플레이터의 성능향상을 구체적으로 알아보기 위해서 네 가지의 매니플레이터 형태에 대하여 3장에서 소개된 세 가지 성능지수를 전 작업공간에 걸쳐서 구하는 모의 실험을 수행한다. 네 가지의 매니플레이터 형태는 Fig. 3과 같다.

1번 매니플레이터는 T3-776형 매니플레이터, 2번 매니플레이터는 비여유구동 페루프형 매니플레이터, 3번 매니플레이터는 여유구동이 두 개인 페루프형 매니플레이터, 그리고 4번 매니플레이터는 여유구동이 네 개인 페루프형 매니플레이터이다. 여기서, 4번 매니플레이터는 인체 팔의 뼈와 근육 구조를 간단히 모델링한 것이다. 3번 매니플레이터는 4번 매니플레이터에서 2개의 일관절(mono-articular) 구동장치를 생략한 것이다. 즉, 어깨부 위만 여유구동되고 팔꿈치는 여유구동되지 않는 팔 구조로 볼 수 있다. 그리고, 2번 매니플레이터는 이관절(bi-articular) 구동장치로만 구동되는 매니플레이터이다. 즉, 여유구동을 지니지 않고 큰 힘이 지탱가능한 2개의 이관절 근육(bi-articular muscles)으로만 움직이는 팔에 해당된다. 따라서, 4가지 매니플레이터를 비교하는 것은 인체 팔이 여유구동됨으로써 얻을 수 있는 이점을 알 수 있게 해 준다. 또한 이 결과를 근거로 일부 근육이 손상



(a) T<sup>3</sup>-776 type manipulator  
 (b) Closed-loop type manipulator  
 (c) Closed-loop type manipulator with 2 redundant actuators  
 (d) Closed-loop type manipulator with 4 redundant actuators

Fig. 3 Four types of manipulators

되었을 때, 팔의 동작성능에 어느 정도의 장애가 발생할 것인지를 예측할 수 있다.

Thomas 등<sup>(10)</sup>은 본 연구에서 활용한 세 가지 성능지수를 사용하여 T3-776 로봇의 성능을 분석하였다. 그들의 분석 결과 T3-776 로봇의 위치관절(positioning joints)중에서 첫번째 회전관절의 구동장치보다 두번째와 세번째 관절이 큰 용량의 구동장치를 지녀야 함을 제시하였다. 이에 따라, 본 연구에서는 일반적인 6자유도 직립형 매니플레이터의 두번째와 세번째 관절에 해당되는 평면 2자유도 매니플레이터를 대상으로 모의실험을 수행하였다. 모의실험에 사용되는 매니플레이터의 기구학적/동역학적 데이터는 Table 1과 Fig. 4에 나타내었다. 모델링에서는 중력만 고려하고 마찰, 감쇠 등은 무시하였으며, 각 구동장치의 용량은 모두 같으므로 가정하였다. 그리고, 벡터 노옴의 정의에서 가

Table 1 Numerical data of manipulators in Fig. 3

Main Link	Link 1		Link 2	
	Length	1.10 m	Length	1.40 m
Mass	418.46 kg	Mass	361.46 kg	
Moment of inertia	$I_{xx}=I_{yy}$ $=3.4277 \text{ kgm}^2$ $I_{zz}=43.8632 \text{ kgm}^2$	Moment of inertia	$I_{xx}=I_{yy}$ $=2.9640 \text{ kgm}^2$ $I_{zz}=85.5336 \text{ kgm}^2$	
Actuation limit	30000.0 N			

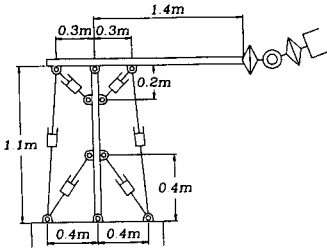


Fig. 4 Kinematic parameters

중치 행렬은 단위행렬로 하였다.

최대 하중용량의 결과는 Fig. 5부터 Fig. 8에 보인다. 1번 매니플레이터에 비하여 3번과 4번 매니플레이터는 작업공간 전체에 걸쳐 큰 하중용량을 나타내고 있다. Fig. 6에서 최대 하중용량이 매우 작은 지점들이 작업공간상에 존재하는데, 이러한 특이점(singular point)들<sup>(15)</sup>은 2번 매니플레이터의 기구학적 구조 때문에 발생하는 것으로서, 이러한 지점들에서는 수평방향으로 가해진 힘을 거의 지지할 수 없다.

최대속도의 경우는 Fig. 9에서 Fig. 12에 보인다. 1번 매니플레이터에 비하여 3번과 4번 매니플레이터는 작업공간 전체에 걸쳐 최대속도가 큰 값이면서 또한 고르게 나타나고 있다. 2번 매니플레이터의 경우, 여전히 특이점 부근에서 최대속도가 0으로 나타난다.

최대가속도의 결과는 Fig. 13에서 Fig. 16에 나타내었다. 역시 여유구동을 통하여 큰 이득을 얻을 수 있음을 보여주고 있다. 1번 매니플레이터의 경우 기저계(base frame)의 중심에 가까운 작업공간에서 큰 가속도를 낼 수 있는 반면 3번과 4번 매니플레이터의 경우에는 기저계의 중심에서 먼 작업공간에서도 큰 가속도를 낼 수 있으며, 작업공간 전체에 걸쳐서 큰 최대가속도를 가진다.

2번 매니플레이터의 구조는 페루프르 인하여 1번 매니플레이터에 비하여 높은 강성을 지닐 것으로 예상할 수 있으나, 이상의 결과와 같이 작업공간상에 특이점이 존재하여 바람직하지 않은 구조임을 알 수 있다. 2번 매니플레이터의 구조에 4절 기구 형태의 페루프르 체인을 추가로 접합시켜 3번, 4번 매니플레이터와 같이 여유구동을 형성시켜준 결과, 2번 매니플레이터의 경우에서 나타난 특이점으로 인한 성능 저하의 단점을 없앨 수 있었고 모든 성능지수의 값들이 증가하는 동시에 성능지수들이 전

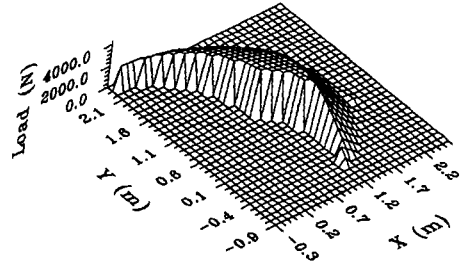


Fig. 5 Max. load handling capacity for T<sup>3</sup>-776 type manipulator

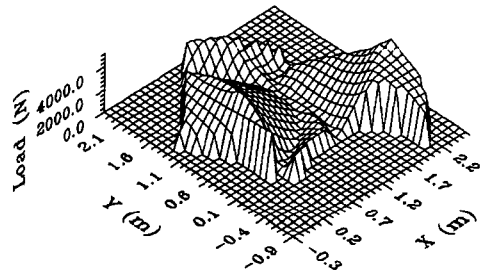


Fig. 6 Max. load handling capacity for nonredundant closed-loop type manipulator

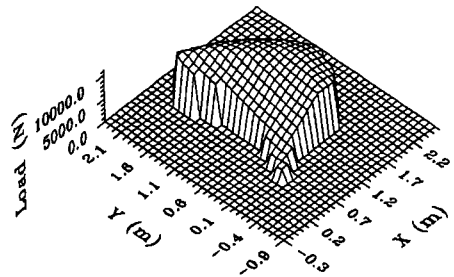


Fig. 7 Max. load handling capacity for closed-loop type manipulator with two redundant actuators

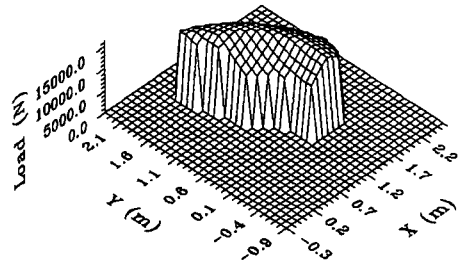


Fig. 8 Max. load handling capacity for closed-loop type manipulator with four redundant actuators

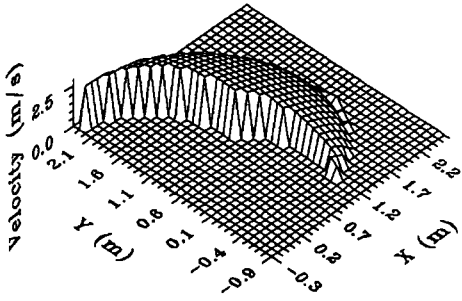


Fig. 9 Max. hand velocity for T³-776 type manipulator

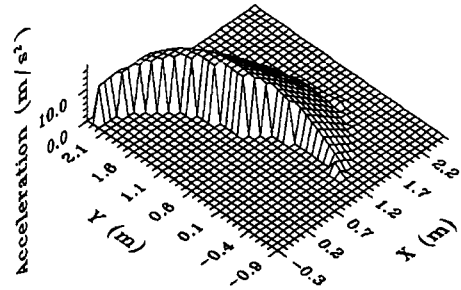


Fig. 13 Max. hand acceleration for T³-776 type manipulator

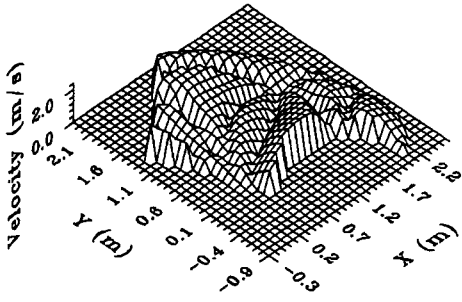


Fig. 10 Max. hand velocity for nonredundant closed-loop type manipulator

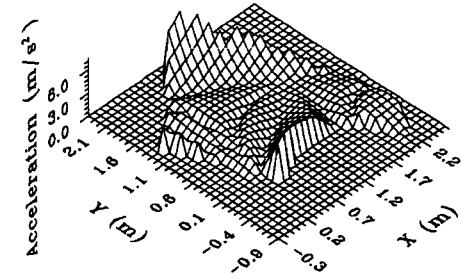


Fig. 14 Max. hand acceleration for nonredundant closed-loop type manipulator

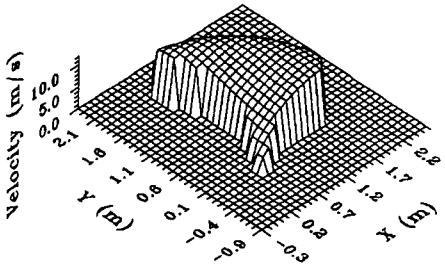


Fig. 11 Max. hand velocity for closed-loop type manipulator with two redundant actuators

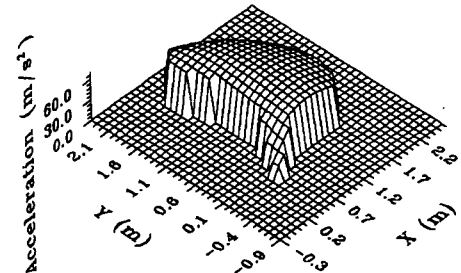


Fig. 15 Max. hand acceleration for closed-loop type manipulator with two redundant actuators

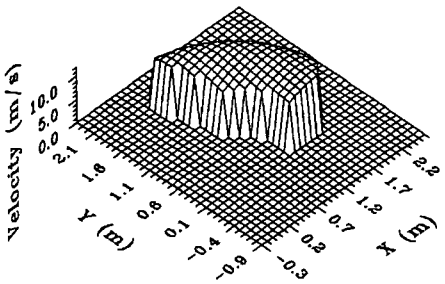


Fig. 12 Max. hand velocity for closed-loop type manipulator with four redundant actuators

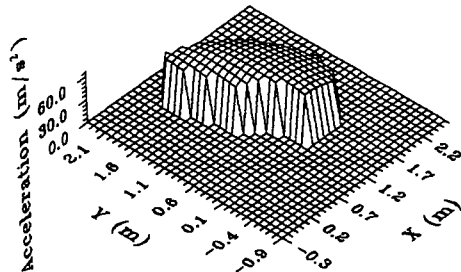


Fig. 16 Max. hand acceleration for closed-loop type manipulator with four redundant actuators



작업공간에 걸쳐 고르게 분포하는 현상을 초래하였다. 그리고, 구동장치가 4개인 3번 매니플레이터와 구동장치가 6개인 4번 매니플레이터를 비교하면 구동장치의 증가로 인하여 작업성능이 더욱 향상되는 것을 알 수 있다.

### 5. 구동장치의 최적 용량 결정

본 장에서는 Fig. 3의 4번 매니플레이터에 해당되는 평면 2자유도 여유구동 매니플레이터를 구동하는 6개의 구동장치의 최적 용량을 결정한다. 이 매니플레이터는 인체의 팔을 본단 형태로써 여러 개의 근육들을 6개의 구동장치로 간단히 모델링한 것이다. 최적의 구동용량은 매니플레이터에 요구되는 작업성능에 의하여 결정된다. 요구되는 작업성능은 말단효과장치치의 최대 하중용량, 최대속도, 최대가속도로 정한다. 구동장치의 최적용량은 각 성능지수에 대하여 구하여질 수 있는데, 그 알고리즘은 3장에서 사용한 알고리즘의 역순으로 이루어진다.

#### 5.1 최대 하중용량에 근거한 최적 구동용량

말단효과장치에 가하여지는 일정한 힘의 크기에 의하여 각 구동장치에 걸리는 최대의 부하(load)를 그 구동장치의 최적용량으로 정하며, 다음과 같은 최적화 문제를 형성하여 해를 구한다.<sup>(16)</sup>

요구되는 최대 하중용량이  $(T_u)_{max}$ 일 때, 다음 구속조건하에서 각 구동장치에 걸리는 최대 구동력  $T_{An}^M$ 을 구한다.

$$T_u = \|\underline{T}_u\|_2 = (\underline{T}_u^T W \underline{T}_u)^{\frac{1}{2}} \leq (T_u)_{max} \quad (46)$$

$$(\phi_i)_{min} \leq \phi_i \leq (\phi_i)_{max} \quad i=1,2,3,\dots,N_p \quad (47)$$

여기서,  $\phi_i$ 는  $i$ 번째 관절의 변위이고,  $N_p$ 은 전체 관절의 수이다. 말단효과장치에서의 힘이  $(T_u)_{max}$ 일 때,  $n$ 번째 구동관절에 걸리는 하중은 식(24)에 의하여 식(48)과 같이 나타낼 수 있다.

$$(T_{An})_{ext} = (T_u)_{max} ([G_{An}^c]^T W [G_{An}^c])^{\frac{1}{2}} \quad (48)$$

$n$ 번째 구동장치에 걸리는 부하는  $(T_{An})_{ext}$ 과 중력에 의한 부하  $T_{An}^G$ 에 의하여 결정되므로, 최적의 구동용량은 식(49)와 같이 구하여진다.

$$T_{An}^M = \max\{|T_{An}^G + (T_{An})_{ext}|, |T_{An}^G - (T_{An})_{ext}|\} \quad (49)$$

전 작업공간에 대해서  $T_{An}^M$ 의 최대값을 찾으면 이 값이 최대 하중용량에 의한  $n$ 번째 구동장치의 최적 용량이다. 모의실험에서는  $(T_u)_{max}$ 을 100 N으로 하고 Fig. 3의 4번 매니플레이터에 대하여 각 구동장치의 최적 용량을 구하였다. 그 결과는 Table 2에 나타내었다. 구동장치의 번호는 Fig. 3의 (4)와 같다.

#### 5.2 최대가속도에 근거한 최적구동용량

말단효과장치치의 최대가속도에 의한 구동장치치의 최적 용량은 다음과 같은 최적화 문제를 형성하여 결정한다.<sup>(16)</sup>

요구되는 말단효과장치에서의 최대가속도가  $(\ddot{u})_{max}$ 일 때 다음 구속조건하에서 각 구동장치에 걸리는 최대구동력  $T_{An}^M$ 을 구한다.

$$\ddot{u} = \|\ddot{u}\|_2 = (\ddot{u}^T W \ddot{u})^{\frac{1}{2}} \leq (\ddot{u})_{max} \quad (50)$$

$$(\phi_i)_{min} \leq \phi_i \leq (\phi_i)_{max} \quad i=1,2,3,\dots,N_p \quad (51)$$

Table 2 Optimal actuator sizes for the specified operational performances

Actuator number	Performance index	Maximum load handling capacity	Maximum hand velocity	Maximum hand acceleration
		100.0 N	1.0 m/s	2.0 m/s <sup>2</sup>
a <sub>1</sub>		4090.9 N	3919.3 N	4475.5 N
a <sub>2</sub>		4414.4 N	4222.9 N	4829.0 N
a <sub>3</sub>		4769.6 N	3361.7 N	3975.2 N
a <sub>4</sub>		5785.3 N	5885.0 N	6959.1 N
a <sub>5</sub>		3355.1 N	2260.6 N	1961.4 N
a <sub>6</sub>		5116.6 N	3331.9 N	3071.5 N

말단효과장치에서의 가속도가  $(\ddot{u})_{\max}$ 일 때, 구동장치의 구동력은 식(33)에 의하여 식(52)과 같이 구하여진다.

$$(T_{An})_{\text{ext}} = \left\{ [I_{Au}^*]_n; [W]^{-1} [I_{Au}^*]_n \right\}^{\frac{1}{2}} (\ddot{u})_{\max} \quad (52)$$

그리고 전체 구동관절에 걸리는 힘은  $(T_{An})_{\text{ext}}$ 와  $T_{An}^C$ 에 의하여 결정되며, 다음과 같이 구하여진다.

$$T_{An}^M = \max\{|T_{An}^C + (T_{An})_{\text{ext}}|, |T_{An} - (T_{An})_{\text{ext}}|\} \quad (53)$$

전 작업공간에 대해서  $T_{An}^M$ 의 최대값을 찾으려는 값이 말단효과장치의 최대가속도에 의한  $n$ 번째 구동장치의 최적 용량이다. 모의실험에서는 말단효과장치에서의 최대가속도를  $2 \text{ m/s}^2$ 으로 정하고 최적용량을 결정하였다. 그 결과는 Table 2에 나타내었다.

### 5.3 최대속도에 근거한 최적 구동용량

말단효과장치의 최대속도에 의한 구동장치의 최적용량은 다음과 같은 최적화 문제를 형성하여 구한다.<sup>(16)</sup>

요구되는 말단효과장치에서의 최대속도가  $(\dot{u})_{\max}$ 일 때 다음 구속조건하에서 각 구동장치에서의 최대 구동력  $T_{An}^M$ 를 구한다.

$$\dot{u} = \|\dot{u}\|_2 = (\dot{u}^T [W] \dot{u})^{\frac{1}{2}} \leq (\dot{u})_{\max} \quad (54)$$

$$(\phi_i)_{\min} \leq \phi_i \leq (\phi_i)_{\max} \quad i=1, 2, 3, \dots, N_p \quad (55)$$

관성에 의한 구동력  $T_{An}$ 과 말단효과장치의 속도  $\dot{u}$ 와의 관계는 식(44)와 같으므로,  $\dot{u} = (\dot{u})_{\max}$ 일 때 구동관절에 걸리는 하중은 식(56)과 같다.

$$(T_{An})_{\text{ext}} = (\dot{u})_{\max}^2 \cdot \max\{|(\lambda_n)_{\min}|, |(\lambda_n)_{\max}|\} \quad (56)$$

전체 구동관절에 걸리는 힘은  $(T_{An})_{\text{ext}}$ 와  $T_{An}^C$ 에 의하여 다음과 같이 구하여진다.

$$T_{An}^M = \max\{|T_{An}^C + (T_{An})_{\text{ext}}|, |T_{An}^C - (T_{An})_{\text{ext}}|\} \quad (57)$$

전 작업공간에 대해서  $T_{An}^M$ 의 최대값을 찾으려는 값이 말단효과장치에서의 최대속도에 의한  $n$ 번째 구동장치의 최적 용량이다. 모의실험에서는 말단효과장치의 최대속도가  $1 \text{ m/s}$ 일 때의 각 구동장치의 최적 용량을 구하였다. 그 결과는 Table 2에 나타내었다.

5, 6번 구동장치는 기저부에 부착될 수 없고 링크에 부착되므로, 가벼울수록 매니플레이터의 링크 질량도 가벼워지는 효과를 얻는다. 구동장치의 최적용량을 결정하는데 있어서 각 구동장치에 가중치를 줌으로써 상대적 크기의 조정이 가능한데, 이러한 방법으로써 5, 6번 구동장치의 용량을 임의로 줄일 수도 있다.

## 6. 결 론

본 연구는 비여유구동 매니플레이터와 여유구동 매니플레이터를 대상으로 기구학적/동역학적 해석을 수행하여 여유구동 매니플레이터의 우수성을 입증하였고, 구동장치가 6개인 평면 2자유도 여유구동 매니플레이터에 대하여 각 구동장치의 최적 용량을 결정하였다. 그 결과는 다음과 같이 요약될 수 있다.

- (1) 비여유구동 매니플레이터와 여유구동 매니플레이터에 경우에 대하여 말단효과장치에서의 최대 하중용량, 최대속도, 최대가속도를 비교한 결과, 여유구동에 의하여 작업성능이 향상되었다.
- (2) 구동장치의 수를 4개에서 6개로 증가시킨 결과, 매니플레이터의 전체적인 작업성능을 향상시킬 수 있었다.
- (3) 여유구동 매니플레이터에 대하여 요구되는 작업성능에 부합되는 최적의 구동장치의 용량을 결정하였는데, 여기서 사용한 알고리즘은 구동장치의 수와 무관하게 적용가능하다.

## 참고문헌

- (1) Nakamura, Y. and Ghodoussi, M., 1989, "Dynamic Computation of Closed-Link Robot Mechanisms with Nonredundant and Redundant Actuators," *IEEE J. Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 3, pp. 294~302.
- (2) Ropponen, T. and Nakamura, Y., 1990, "Singularity-Free Parameterization and Performance Analysis of Actuator Redundancy," *IEEE Proc. on Robotics and Automation Conf.*, pp. 806~811.
- (3) Kang, H. J., Yi, B.-J., Cho, W. and Freeman, R. A., "Constraint-Embedding Approaches for General Closed-Chain System Dynamics in Terms of

A Minimum Coordinate Set," *The 1990 ASME Biennial Mechanism Conf.*, Chicago, IL, DE-Vol. 24, pp. 125~132.

(4) Nahon, M. A. and Angeles, J., 1989, "Force Optimization in Redundantly-Actuated Closed Kinematic Chains," *IEEE Proc. on Robotics and Automation Conf.*, pp. 951~956.

(5) Kumar, V. J. and Gardner, J., 1990, "Kinematic of Redundantly Actuated Closed Chain," *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 2, pp. 269~273.

(6) Yi, B-J. and Freeman, R.A, 1992, "Synthesis of Actively Adjustable Springs by Antagonistic Redundant Actuation," *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 114, pp. 454~461.

(7) Yi, B-J. and Freeman, R. A., 1993, "Geometric Analysis of Antagonistic Stiffness in Redundantly Actuated Parallel Mechanisms," *Special Issues on Parallel Closed-Chain Mechanism, J. Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 581~603.

(8) 이병주, 김희국, 1994, "On the Optimal Design of a Redundantly Actuated 4-Legged 6 Degree of Freedom Manipulator," 94년도 대한 기계학회 춘계학술대회 논문집(I), pp. 767~772.

(9) Kurz, R. and Hayward, W., 1992, "Multiple-Goal Kinematic Optimization of a Parallel Spherical Mechanism with Actuator Redundancy," *IEEE J. Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 5, pp. 644~651.

(10) Thomas, M., Yuan-Chou, H.C., and Tesar, D., 1985, "Optimal Actuator Sizing for Robotic Manipulators Based on Local Dynamic Criteria," *ASME J. Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 107, pp. 163~169.

(11) Spence, P. A., 1986, *Basic Human Anatomy*, The Benjamin/Cummings Publishing Co. Inc., 2nd Ed.

(12) Hogan, N., 1985, "The Mechanics of Multi-joint Posture and Movement Control", *Biological Cybernetics*, Vol. 52, pp. 315~331.

(13) Freeman, R. A. and Tesar, D., 1988, "Dynamic Modeling of Serial and Parallel Mechanisms/Robotic Systems, Part I-Methodology, Part II-

Applications," *Proc. 20th ASME Biennial Mechanisms Conf. Orlando, FL, Trends and Development in Mechanisms, Machines, and Robotics*, DE-Vol. 15~3, pp. 7~27.

(14) Yoshikawa, T., 1990, *Foundation of Robotics : Analysis and Control*, The MIT Press, pp. 263~267.

(15) Gosselin, C. and Angeles, J., 1990, "Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains," *IEEE J. Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 3, pp. 281~290.

(16) Yuan-Chou, B. C., 1985, "Computer-Aided Optimization in the Dynamic Analysis and Parametric Design of Robotic Manipulators," Dissertation of Ph. D., the University of Texas at Austin.

(17) Strang, G., 1980, *Linear Algebra and Its Applications*, Academic Press, Inc., pp. 137~140.

부록 A Generalized Dot Product의 정의

Generalized dot product는 'o'로 표시하고, 수학적 정의는 다음과 같다. 임의의 식

$$[A] \circ [B] = [C] \tag{A.1}$$

에서 각 행렬의 차원이

$$[A] : P \times Q, [B] : Q \times R \times S, [C] : P \times R \times S \tag{A.2}$$

일 때 generalized dot product의 결과인 [C]의 각 요소는 다음과 같이 정의된다.

$$[C]_{ijk} = \sum_{n=1}^Q [A]_{in} [B]_{njk} \tag{A.3}$$

식(A.1)의 수학적 의미는 [B]의 각 면벡터를 [A]의 행벡터에 투영시켜서 [C]의 한 면을 만드는 것으로서 Fig. 17과 같이 나타낼 수 있다.

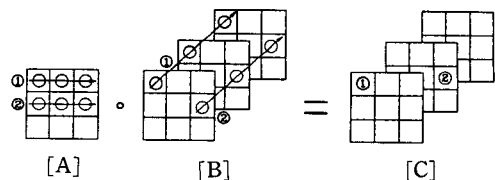


Fig. 17 Generalized dot product

## 부록 B 의사역행렬의 정의

행렬  $A \in R^{m \times n}$ 에 대하여 다음의 4가지 조건을 만족하는 의사역행렬  $A^+ \in R^{n \times m}$ 는 유일하게 존재한다. <sup>(17)</sup>

$$AA^+A = A \quad (\text{A.4})$$

$$A^+AA^+ = A^+ \quad (\text{A.5})$$

$$(AA^+)^T = AA^+ \quad (\text{A.6})$$

$$(A^+A)^T = A^+A \quad (\text{A.7})$$

행렬  $A \in R^{m \times n}$ 에서,  $m < n$ 이고  $\text{rank } A = m$ 이면,  $A^+$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$A^+ = A^T(AA^T)^{-1} \quad (\text{A.8})$$

$m > n$ 이고  $\text{rank } A = n$ 이면,  $A^+$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$A^+ = (A^T A)^{-1} A^T \quad (\text{A.9})$$