

〈論 文〉

온도상승 및 난류효과를 고려한 대형 틸팅패드  
저널베어링의 동특성 해석

하현천\* · 김경웅\*\*

(1994년 11월 29일 접수)

Dynamic Analysis of a Large Tilting Pad Journal Bearing Including the Effects  
of Temperature Rise and Turbulence

Hyun-Cheon Ha and Kyung-Woong Kim

**Key Words :** Tilting Pad Journal Bearing(틸팅패드 저널베어링), Temperature Rise(온도상승),  
Turbulence(난류), Stiffness and Damping Coefficients(강성 및 감쇠계수)

Abstract

The effects of the temperature rise and the turbulence are very important factors to predict the accurate performance of a large tilting pad journal bearing. In this study, the dynamic characteristics of a large tilting pad journal bearing are analyzed, taking into account the three dimensional variation of lubricant viscosity and turbulence. The effects of the temperature rise and the turbulence on the stiffness and damping coefficients are investigated in comparison with the results from the laminar or isothermal theory. The stiffness and damping coefficients increase due to the turbulence but decrease due to the temperature rise. The results show that the effects of both the temperature rise and turbulence must be considered simultaneously in order to predict the dynamic characteristics of a large tilting pad journal bearing more accurately.

기 호 설 명

|  |   |
|--|---|
| $C_p$ : 베어링 간극, $R_p - R$  | $M_p$ : 피벗모멘트                                       |
| $C_{ij}$ : 베어링의 감쇠계수, $i = X, Y; j = X, Y$<br>( $C_{ij} = \bar{C}_{ij} \mu_s R L (R/C_p)^2 / C_p$ )        | $N$ : 축의 회전수, $rpm$                                 |
| $I_p$ : 피벗에 대한 패드의 관성모멘트<br>( $I_p = \bar{I}_p \mu_s R^2 L (R/C_p)^3 / \omega$ )                           | $P$ : 유막압력 ( $P = \bar{P} \mu_s \omega (R/C_p)^2$ ) |
| $k$ : Heat conductivity<br>( $k_a$ : 공기, $k_o$ : 오일, $k_b$ : 패드)   | $Q$ : 윤활유의 공급유량 ( $Q = \bar{Q} \omega R L C_p$ )    |
| $K_{ij}$ : 베어링의 강성계수, $i = X, Y; j = X, Y$<br>( $K_{ij} = \bar{K}_{ij} \mu_s \omega R L (R/C_p)^2 / C_p$ ) | $r$ : Radial coordinate ( $r = \bar{r} R$ )         |
| $m$ : 예압, $d/C_p$  | $R$ : 저어널의 반경                                       |
| $M$ : 축의 질량  | $Re$ : 레이놀즈수, $U_j h_{op} / \mu_s$                  |
|  | $Re_{c1}$ : 층류에서 와류가 발생하는 임계 레이놀즈수                  |
|  | $Re_{c2}$ : 와류에서 난류가 발생하는 임계 레이놀즈수                  |
|  | $Re_h$ : 국소 레이놀즈수, $U_j h_{op} / \mu$               |
|  | $R_p$ : 패드 내경의 반경                                   |
|  | $t_p$ : 패드의 두께 ( $t_p = \bar{t}_p R$ )              |

\*정회원, 한국중공업(주) 기술연구소

\*\*정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

- $T$  : 유막온도 ( $T = \bar{T}T_s$ )
- $T_m$  : 베어링 메탈의 온도 ( $T_m = \bar{T}_m T_s$ )
- $T_{mix}$  : 혼합온도 ( $T_{mix} = \bar{T}_{mix} T_s$ )
- $T_s$  : 윤활유의 공급온도
- $U_j$  : 저널면의 속도,  $2\pi RN/60$
- $x, y, z$  : 유막의 직교좌표계  
( $\theta = x/R, \eta = y/h, \zeta = z/L$ )
- $X, Y$  : 베어링의 직교좌표계
- $\alpha$  : 윤활유의 온도-점도와의 계수
- $\gamma$  : 패드의 틸팅각 ( $\gamma = \bar{\gamma} C_p/R$ )
- $\epsilon_p$  : 편심률,  $e/C_p$
- $\epsilon_b$  : 편심률,  $\epsilon_p/(1-m)$
- $\theta_s, \theta_r, \theta_E$  : 패드의 입구, 피벗 및 출구의 위치각
- $\theta_r$  : 유막 파단이 일어나는 위치각
- $\mu$  : 윤활유의 점도 ( $\mu = \bar{\mu}\mu_s$ )
- $\mu_s$  : 공급 윤활유의 점도
- $\nu$  : 윤활유의 동점도
- $\nu_H$  : Eddy heat transfer
- $\nu_t$  : 와점성계수
- $\rho$  : 윤활유의 밀도
- $\omega$  : 축의 각속도,  $2\pi N/60$
- $\Omega$  : 교란 주파수 ( $\Omega = \bar{\Omega}\omega$ )
- (-) : ( )의 nondimensional value
- (·) : 시간에 대한 ( )의 1차 미분
- (··) : 시간에 대한 ( )의 2차 미분

### 1. 서 론

베어링의 강성 및 감쇠계수는 회전기계의 위험속도나 불안정현상과 같은 시스템의 고속안정성에 직접 영향을 미치므로, 고속안정성이 우수한 시스템을 설계하기 위해서는 먼저 베어링의 동특성이 정확하게 예측되어야 한다.

틸팅패드 저널베어링의 운전특성에 대한 관심이 많아지면서 틸팅패드 저널베어링의 동특성에 관한 연구가 많이 수행되어 왔으나, 대부분의 연구들이 등은 또는 층류이론을 사용하여 베어링의 동특성을 예측하여 왔다.<sup>(1~5)</sup> 대형 틸팅패드 저널베어링에서는 유체의 점성마찰력에 의해 유막 내에서 많은 열이 발생되고 난류상태에서 운전되기 때문에 유막의 온도상승 및 난류가 동 베어링의 정적 특성 예측에 매우 중요한 요소로 알려져 있다.<sup>(6~9)</sup> Wilcock and Pinkus<sup>(9)</sup>는 원형 저널베어링에서 베어링의 강

성 및 감쇠계수가 온도상승에 의해서는 감소하고 난류에 의해서는 증대함을 보였는데, 층류영역에서는 강성 및 감쇠계수가 온도상승만에 의해 줄어들지만, 난류영역에서는 온도상승보다 난류의 영향을 더 많이 받아서 강성 및 감쇠계수가 증대함을 보여주었다. 원형 저널베어링에서와 마찬가지로, 틸팅패드 저널베어링에도 유막의 온도상승이나 난류가 베어링의 강성 및 감쇠계수에 많은 영향을 미칠 것으로 예상된다. Knight and Barrett<sup>(6)</sup>는 층류영역에서 운전되는 틸팅패드 저널베어링에서 유막의 온도상승에 의해 베어링의 강성 및 감쇠계수가 감소된다고 발표하였다. 그러나, 대형 틸팅패드 저널베어링에 대해서 온도상승과 난류를 동시에 고려하여 이들이 베어링의 동적 특성 즉, 강성 및 감쇠계수에 미치는 영향을 제시한 연구는 거의 없는 실정이다.

본 연구에서는 대형 틸팅패드 저널베어링에 대해서 유막의 점도변화를 3차원적으로 고려한 난류유효이론을 사용하여 유막의 온도상승 및 난류가 동 베어링의 강성 및 감쇠계수에 미치는 영향을 보다 엄밀하게 제시하고자 한다.

### 2. 지배방정식

#### 2.1 레이놀즈방정식

Fig. 1은 4-패드 틸팅패드 저널베어링의 구조와

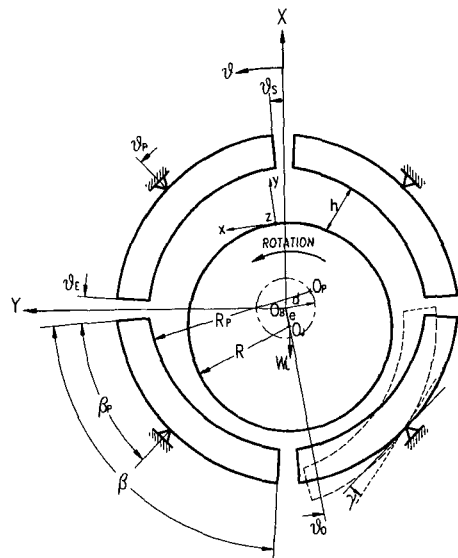


Fig. 1 Coordinate system for a tilting pad journal bearing

좌표계를 나타낸다. 유막의 점도변화 및 난류를 고려하여 유체유회이론으로부터 레이놀즈방정식을 유도하면, <sup>(8)</sup> 다음과 같은 무차원식으로 얻어진다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{G} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \bar{G} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \zeta} \right) = \frac{\partial (\bar{h} \bar{F})}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{h}}{\partial \tau} \quad (1)$$

여기서,

$$\bar{G} = \int_0^1 \left( \frac{f_2(\theta, 1, \zeta)}{f_1(\theta, 1, \zeta)} \right) f_1(\theta, \eta, \zeta) d\eta$$

$$\bar{F} = \frac{f_2(\theta, 1, \zeta)}{f_1(\theta, 1, \zeta)}$$

$$f_1 = (\theta, \eta, \zeta) = \int_0^\eta \frac{d\eta'}{\bar{\mu}(1 + \nu_t/\nu)}$$

$$f_2 = (\theta, \eta, \zeta) = \int_0^\eta \frac{\eta' d\eta'}{\bar{\mu}(1 + \nu_t/\nu)}$$

축과 패드가 정적 평형위치에서 미소 교란을 한다고 가정하면, 미소섭동법(perturbation method)을 이용하여 압력과 유막두께를 다음과 같은 무차원식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \bar{P}_0 + \bar{P}_X \Delta \bar{X} + \bar{P}_Y \Delta \bar{Y} + \bar{P}_r \Delta \bar{r} \\ &+ \bar{P}_X \Delta \bar{X} + \bar{P}_Y \bar{Y} + \bar{P}_r \Delta \bar{r} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\bar{h} = \bar{h}_0 - \Delta \bar{X} \cos \theta - \Delta \bar{Y} \sin \theta + \Delta \bar{r} \sin(\theta_p - \theta) \quad (3)$$

여기서,  $\bar{h}_0$ 는 정적 평형상태의 유막두께

$$\begin{aligned} \bar{h}_0 &= 1 - \varepsilon_p \cos(\theta - \theta_0) - m \cos(\theta - \theta_p) \\ &+ \bar{r} \sin(\theta_p \theta) \end{aligned} \quad (4)$$

이며,  $\bar{P}_0$ 는 정적 평형상태의 무차원압력이고,  $\bar{P}_X, \bar{P}_Y, \bar{P}_r, \bar{P}_Y, \bar{P}_X, \bar{P}_r, \bar{P}_Y$  등은 무차원 교란압력으로 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{P}_X, \bar{P}_Y = (P_X, P_Y) C_p / \mu_s \omega (R/C_p)^2$$

$$\bar{P}_r = P_r / \mu_s \omega (R/C_p)^3$$

$$\bar{P}_X, \bar{P}_Y = (P_X, P_Y) C_p / \mu_s \omega (R/C_p)^2$$

$$\bar{P}_r = P_r / \mu_s \omega (R/C_p)^3$$

식(1)에 식(2)와 식(3)을 대입하여 각각의 성분끼리 변수분리하면, 미소 교란이 일어날 때의 압력에 대한 지배방정식이 얻어진다.

$$R\{\bar{P}_0\} = -\frac{\partial(\bar{F}\bar{h}_0)}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} R\{\bar{P}_X\} &= 2 \frac{\cos \theta}{\bar{h}_0} \frac{\partial(\bar{F}\bar{h}_0)}{\partial \theta} \\ &\left( \bar{F}\bar{h}_0 - 3\bar{G}\bar{h}_0^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\bar{h}_0} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} R\{\bar{P}_Y\} &= 2 \frac{\sin \theta}{\bar{h}_0} \frac{\partial(\bar{F}\bar{h}_0)}{\partial \theta} \\ &\left( \bar{F}\bar{h}_0 - 3\bar{G}\bar{h}_0^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\sin \theta}{\bar{h}_0} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} R\{\bar{P}_r\} &= -2 \frac{\sin(\theta_p - \theta)}{\bar{h}_0} \frac{\partial(\bar{F}\bar{h}_0)}{\partial \theta} \\ &- \left( \bar{F}\bar{h}_0 - 3\bar{G}\bar{h}_0^3 \frac{\partial \bar{P}_0}{\partial \theta} \right) \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\sin(\theta_p - \theta)}{\bar{h}_0} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$R\{\bar{P}_X\} = -\cos \theta \quad (9)$$

$$R\{\bar{P}_Y\} = -\sin \theta \quad (10)$$

$$R\{\bar{P}_r\} = -\sin(\theta_p - \theta) \quad (11)$$

여기서,

$$R = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{G}\bar{h}_0^3 \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \bar{G}\bar{h}_0^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} \right)$$

유회유리의 점성계수는 다음 식과 같은 온도만의 함수로 가정한다.

$$\mu = \mu(T) = \mu(x, y, z) = \mu_s e^{-\alpha(T-T_s)} \quad (12)$$

그리고, 난류유회에 의한 와점성계수(eddy viscosity)는 Reichardt가 제시한 벽법칙(wall formula)을 이용하여 구한다.

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \kappa \left( \eta \sqrt{|\tau^*|} - \delta^+ \right) \tanh \left( \frac{\eta \sqrt{|\tau^*|}}{\delta^+} \right) \quad (13)$$

여기서, 상수  $\kappa$ 와  $\delta^+$ 는 각각 0.4와 10.7이다. 그리고,  $|\tau^*|$ 는 무차원 전단응력으로 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$|\tau^*| = Re_h \left( 1 + \frac{\nu_t}{\nu} \right) \left( \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{W}}{\partial \eta} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (14)$$

위의 식(13)에서 와점성계수를 구해 보면, 와점성계수는 유회유리에 관계없이 국소 레이놀즈수(local Reynolds number)에 따라 연속적으로 변화되어 층류영역에서도 와점성이 존재한다. 따라서 본 계산에서는 유회유리에 따라 와점성계수를 보정해 주기 위하여 다음과 같은 보정계수(scaling factor)를 이용한다.

$$\delta(\theta, \eta, \zeta) = \begin{cases} 0 & : Re_{c1} > Re_n \\ 1 - ((Re_{c2} - Re_n) / (Re_{c2} - Re_{c1}))^{1/8} & : Re_{c1} \leq Re_n < Re_{c2} \\ 1 & : Re_{c2} \leq Re_n \end{cases} \quad (15)$$

본 계산에서  $Re_{c1} = 650$ ,  $Re_{c2} = 1200$ 으로 가정하였다.

## 2.2 에너지방정식

저널베어링의 얇은 유막 내에서  $C_p/R \ll 1$ 이고 반경방향으로의 속도는 원주방향으로의 속도에 대해 선형적으로 변화한다고 가정하면, 난류를 고려한 3차원 에너지방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} + \left(\frac{R}{L}\right) \bar{W} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \zeta} \\ &= \frac{1}{Pe h^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \left(1 + \bar{\mu} \frac{Pr}{Pr^+} \frac{\nu_t}{\nu}\right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \eta} \right) \\ &\quad + \Lambda \frac{\bar{\mu}}{h^2} \left( \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \eta}\right)^2 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $Pe$ 는 Peclet 수,  $Pr$ 은 Prandtl 수,  $Pr^+$ 은 난류 Prandtl 수, 그리고  $\Lambda$ 는 dissipation 수이며, 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} Pe &= \rho C_p \omega C_p^2 / k, \quad Pr = \mu_s c_p / k \\ Pr^+ &= \nu_t / \nu_H, \quad \Lambda = \mu_s \omega / \rho c_p T_s (C_p / R)^2 \end{aligned}$$

공동이 발생하는 영역에서는 완전한 유막이 형성되지 않고, 윤활유와 가스가 서로 혼합되어 유막을 형성하고 있다. 따라서 공동영역에서 dissipation 수와 열전도도를 조정하기 위하여 다음과 같이 유막폭비 즉, 유막파단(film rupture)이 일어나는 위치( $\theta_r$ )를 통과하는 유량이 공동영역( $\theta_r \leq \theta \leq \theta_E$ )에서 차지하는 비율로 조정계수(correction coefficient)  $\lambda$ 를 정의한다.

$$\lambda = \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \bar{h} \bar{U} d\eta d\zeta \Big|_{\theta_r} / \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \bar{h} \bar{U} d\eta d\zeta \Big|_{\theta} \quad (17)$$

이 조정계수를 에너지방정식의 dissipation 수에 곱하여  $\Lambda$ 를  $\lambda\Lambda$ 로 치환하고, 유막의 열전도도는 다음과 같이 가정한다.

$$k = k_a - \lambda(k_a - k_o) \quad (18)$$

베어링 메탈 내부의 열전달은 아래의 열전도 방정식에 의해서 일어난다.

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{\partial \bar{T}_m}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}_m}{\partial \theta^2} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 \bar{T}_m}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (19)$$

## 2.3 선형 동특성 해석

축과 패드가 미소 교란을 한다고 가정하면, 패드에 작용하는 유막력과 모멘트는 다음과 같이 축중심의 변위 및 속도, 패드의 자세각 및 각속도의 함수로 표현되는 선형화된 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_o + [k] \Delta \mathbf{X} + [c] \Delta \dot{\mathbf{X}} + \{k_{xy}\} \Delta \gamma + \{c_{xy}\} \Delta \dot{\gamma} \quad (20)$$

$$\mathbf{M}_p = [k_{rx}] \Delta \mathbf{X} + [c_{rx}] \Delta \dot{\mathbf{X}} + k_r \Delta \gamma + c_r \Delta \dot{\gamma} \quad (21)$$

여기서,

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix}$$

위 식에서 사용된 변수들은 축중심과 패드의 변위와 속도에 대한 미분치로서 유막력 및 모멘트와 압력과의 관계로부터 얻어지며, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} [\bar{k}] &= \begin{bmatrix} \bar{k}_{xx} & \bar{k}_{xy} \\ \bar{k}_{yx} & \bar{k}_{yy} \end{bmatrix} \\ &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} \begin{bmatrix} \bar{P}_x \cos \theta & \bar{P}_y \cos \theta \\ \bar{P}_x \sin \theta & \bar{P}_y \sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} [\bar{c}] &= \begin{bmatrix} \bar{c}_{xx} & \bar{c}_{xy} \\ \bar{c}_{yx} & \bar{c}_{yy} \end{bmatrix} \\ &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} \begin{bmatrix} \bar{P}_x \cos \theta & \bar{P}_y \cos \theta \\ \bar{P}_x \sin \theta & \bar{P}_y \sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \{\bar{k}_{xy}\} &= \begin{Bmatrix} \bar{k}_{xy} \\ \bar{k}_{yx} \end{Bmatrix} \\ &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} \begin{Bmatrix} \bar{P}_r \cos \theta \\ \bar{P}_r \sin \theta \end{Bmatrix} d\theta d\zeta \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \{\bar{c}_{xy}\} &= \begin{Bmatrix} \bar{c}_{xy} \\ \bar{c}_{yx} \end{Bmatrix} \\ &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} \begin{Bmatrix} \bar{P}_r \cos \theta \\ \bar{P}_r \sin \theta \end{Bmatrix} d\theta d\zeta \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} [\bar{k}_{rx}] &= [\bar{k}_{rx} \bar{k}_{ry}] \\ &= \left( \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} [\bar{P}_x \bar{P}_y] \sin(\theta_p - \theta) (1 + \bar{i}_p) d\theta d\zeta \right) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} [\bar{c}_{rx}] &= [\bar{c}_{rx} \bar{c}_{ry}] \\ &= \left( \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} [\bar{P}_x \bar{P}_y] \sin(\theta_p - \theta) (1 + \bar{i}_p) d\theta d\zeta \right) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\bar{k}_r = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} \bar{P}_r \sin(\theta_p - \theta) (1 + \bar{i}_p) d\theta d\zeta \quad (28)$$

$$\bar{c}_r = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\theta_s}^{\theta_E} \bar{P}_r \sin(\theta_p - \theta) (1 + \bar{i}_p) d\theta d\zeta \quad (29)$$

## 2.4 베어링의 강성 및 감쇠계수

축과 임의의 한 개 패드에 대한 운동방정식을 구해 보면,

$$M \ddot{\mathbf{X}} + [k] \mathbf{X} + [c] \dot{\mathbf{X}} + \{k_{xy}\} \gamma + \{c_{xy}\} \dot{\gamma} = 0 \quad (30)$$

$$I_p \ddot{\gamma} + [k_{rx}] \mathbf{X} + [c_{rx}] \dot{\mathbf{X}} + k_r \gamma + c_r \dot{\gamma} = 0 \quad (31)$$

와 같이 된다. 축과 패드의 교란운동이 동일한 주파수를 가지는 조화진동이라고 가정하면, 위 식을 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(-M\Omega^2[I] + j\Omega[C] + [k]X + (j\Omega\{c_{xy}\} + [k_{xy}])\gamma = 0 \quad (32)$$

$$(-j\Omega^2\{c_{yx}\} + [k_{yx}]X + (-I_p\Omega^2 + j\Omega C_\gamma + k_\gamma)\gamma = 0 \quad (33)$$

여기서,  $[I]$ 는 단위 행렬이고,  $j = \sqrt{-1}$ 이다. 식(33)에서  $\gamma$ 를 구하여 식(32)에 대입하면, 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$(-M\Omega^2[I] + j\Omega[C] + [K])X = 0 \quad (34)$$

여기서,  $[K]$ 와  $[C]$ 는 각각 베어링의 강성 및 감쇠 계수이며, 다음과 같다.

$$[K] = \begin{bmatrix} \bar{K}_{xx} & \bar{K}_{xy} \\ \bar{K}_{yx} & \bar{K}_{yy} \end{bmatrix} \\ = [\bar{k}] + (\{ \bar{k}_{xy} \} (\{ \bar{k}_{yx} \} (\bar{I}_p \bar{\Omega}^2 - \bar{k}_\gamma) - \bar{\Omega}^2 \{ \bar{c}_{yx} \} \bar{c}_\gamma) - \bar{\Omega}^2 \{ \bar{c}_{xy} \} (\{ \bar{c}_{yx} \} (\bar{I}_p \bar{\Omega}^2 - \bar{k}_\gamma) + [ \bar{k}_{yx} \} \bar{c}_\gamma)) / \bar{A} \quad (35)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \bar{C}_{xx} & \bar{C}_{xy} \\ \bar{C}_{yx} & \bar{C}_{yy} \end{bmatrix} \\ = [\bar{c}] + (\{ \bar{c}_{xy} \} (\{ \bar{k}_{yx} \} (\bar{I}_p \bar{\Omega}^2 - \bar{k}_\gamma) - \bar{\Omega}^2 \{ \bar{c}_{yx} \} \bar{c}_\gamma) + \{ \bar{k}_{xy} \} (\{ \bar{c}_{yx} \} (\bar{I}_p \bar{\Omega}^2 - \bar{k}_\gamma) + [ \bar{k}_{yx} \} \bar{c}_\gamma)) / \bar{A} \quad (36)$$

여기서,

$$\bar{A} = (\bar{I}_p \bar{\Omega}^2 - \bar{k}_\gamma)^2 - (\bar{\Omega} \bar{c}_\gamma)^2$$

틸팅패드 저널베어링이 여러 개의 패드로 구성되어 있으면, 베어링의 강성 및 감쇠계수는 위 식들에서 구해진 각 패드의 강성 및 감쇠계수를 합성하면 얻어진다.

### 3. 경계조건

유막의 압력분포를 구하기 위한 경계조건은 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} &\text{유막 파단이 일어나지 않는 경우} \\ &\bar{P}_o = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = 0 \\ &\text{at } \theta = \theta_s \\ &\bar{P}_o = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = 0 \\ &\text{at } \zeta = \pm 1/2 \\ &\bar{P}_o = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = 0 \\ &\text{at } \theta = \theta_\varepsilon \end{aligned}$$

유막 파단이 일어나는 경우

$$\bar{P}_o = \frac{\partial \bar{P}_o}{\partial \theta} = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = \bar{P}_x = \bar{P}_y = \bar{P}_z = 0 \\ \text{at } \theta = \theta_r$$

그리고, 본 계산에서 예압이 없는 경우의 상부 패드는 항상 저널면과 평행하다고 가정한다.

패드로 유입되는 윤활유의 입구온도는 공급구에서의 혼합온도와 같으며, 패드의 입구 및 출구부에서 주위로의 열전달은 없다고 가정한다. 혼합온도는

$$\bar{T}_{mix}^i = \frac{\chi \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \lambda \bar{h} \bar{U} \bar{T} d\eta d\zeta \Big|_{\theta_\varepsilon}^{i-1} + \bar{Q}_b^i \bar{T}_s}{\chi \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \lambda \bar{h} \bar{U} d\eta d\zeta \Big|_{\theta_\varepsilon}^{i-1} + \bar{Q}_b^i} \quad (37)$$

여기서,  $i$ 는  $i$ -번째의 패드,  $Q_b$ 는 각 패드의 공급구에 공급되는 유량, 그리고  $\chi$ 는 혼합계수를 나타낸다. 본 계산에서 혼합계수는 0.9를 사용하며, 각 공급구에는 똑같은 양의 윤활유가 공급된다고 가정한다.

축표면에서 유막온도는 축표면의 온도와 같으며, 축표면에서는 등온조건이 만족된다고 가정한다. 축표면의 온도는 다음 식으로부터 구한다.

$$T_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_a d\theta \quad (38)$$

여기서,

$$T_a = \int_0^1 T d\eta$$

베어링면에서는 유막온도와 베어링면의 온도가 같고, 경계면의 온도는 다음과 같은 열전달량의 연속으로부터 구해진다.

$$k_o \frac{\partial \bar{T}_m}{\partial \bar{r}} \Big|_{r=1} = k \left( \frac{R}{C_p} \right) \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} \quad (39)$$

그리고, 패드 외부에서는 자연대류만 일어난다고 가정한다.

### 4. 계산순서

본 계산에서 지배방정식의 해는 국소 전단응력, 온도, 압력 등이 동시에 수렴될 때까지 유한차분법에 의한 반복 수치해석으로 구하였다. 지배방정식을 3차원적으로 차분하기 위하여 각 패드에 대해서 원주방향, 반경방향, 폭방향으로 각각 41, 41, 41개의 절점수로 차분하였다. 패드의 자세각은 New-

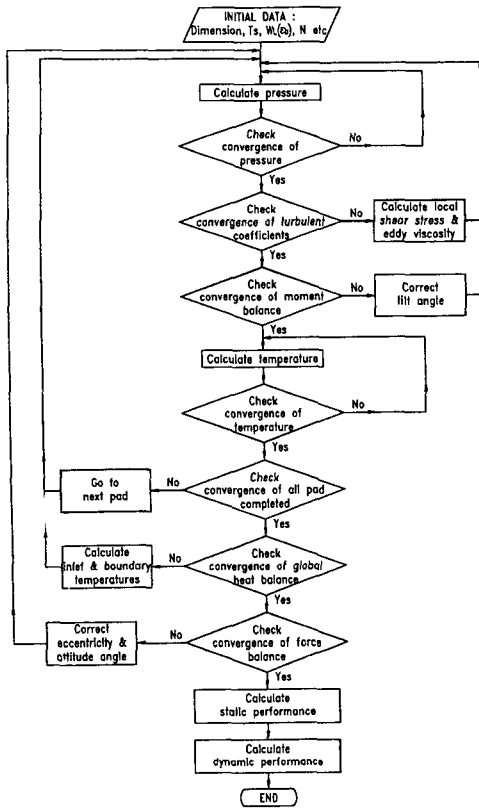


Fig. 2 Flow chart for numerical calculation

Table 1 Parameters for numerical calculation

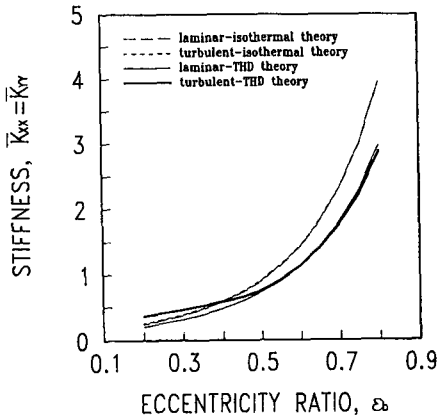
|                                |   |
|--------------------------------|---|
| Diameter                       | D=300.92 mm                             |
| Length                         | L=149.5 mm                              |
| Radial clearance               | C <sub>p</sub> =0.458 mm                |
| Pad thickness                  | t <sub>p</sub> =48 mm                   |
| Pad arc                        | β=80°                                   |
| Pivot position                 | β <sub>p</sub> =β <sub>v</sub> /β=0.5   |
| Lubricant density              | ρ=845 kg/m <sup>3</sup>                 |
| Specific heat of lubricant     | c <sub>p</sub> =1966 J/kg°C             |
| Viscosity of lubricant @40°C   | μ=0.027 kg/msec                         |
| T-μ coefficient of lubricant   | a=0.0332/°C                             |
| Heat conductivity of lubricant | k <sub>o</sub> =0.145 W/m°C             |
| Heat conductivity of air       | k <sub>a</sub> =0.025 W/m°C             |
| Heat conductivity of bearing   | k <sub>b</sub> =120 W/m°C               |
| Convection heat transfer       | h <sub>b</sub> =250 W/m <sup>2</sup> °C |

ton-Raphson 반복계산법을 이용하여 수렴시켰다. 베어링 전체의 열적 평형조건을 만족하기 위한 수렴조건은 입구온도의 변화율이 0.01% 이하일 때로 정하였다. 정적 압력 및 온도가 완전히 수렴된 후에 동적 압력을 구하여 베어링의 강성 및 감쇠계수를 계산하였다. Fig. 2는 이와 같은 계산 과정을 흐름도로 보여주는 그림이며, 본 계산에서 사용된 모든 적분은 Simpson방법을 이용하여 구하였다. 본 수치계산에 사용된 베어링의 제원 및 물성치는 Table 1과 같고, 윤활유의 공급온도는 40°C로 하였다. 그리고, 패드의 관성모멘트는 무시하였으며, 미소 교란주파수는 축의 회전속도와 동기된다고 가정하였다.

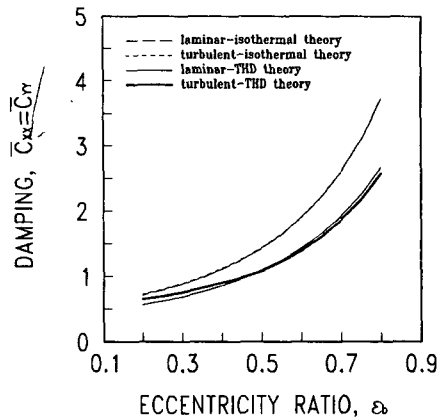
### 5. 결과 및 고찰

온도상승 및 난류가 베어링의 강성 및 감쇠계수에 미치는 영향을 알아보기 위하여 4가지 해석방법 즉, 층류 등온해석(laminar-isothermal theory), 난류 등온해석(turbulent-isothermal theory), 층류열유체해석(laminar-THD theory), 그리고 난류열유체해석(turbulent-THD theory) 등으로 베어링의 강성 및 감쇠계수를 예측하여 비교하였다.

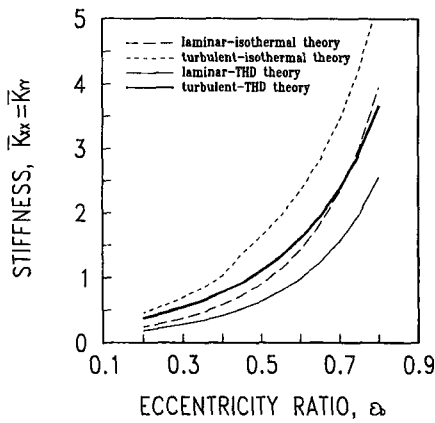
Fig. 3에서는  $\bar{Q}=0.6$ ,  $Re=1000$ , 2000에서 편심율의 변화에 따라 온도상승 및 난류가 베어링의 강성계수에 미치는 영향을 알아보았다. 본 해석에서 사용된 대형 틸팅패드 저널베어링에 대해서 유막의 점도변화와 난류를 고려하여도 X 및 Y-방향으로의 강성계수는 같았으며, cross-couple 항은 발생되지 않았다. 유막의 온도상승을 고려하면 베어링의 강성계수는 등온해석에 비해 줄어드는 반면, 난류를 고려하면, 베어링의 강성계수는 등온해석에 비해 증대함을 알 수 있다. 편심률이 증가하면, 하부 패드의 유막에서 층류영역이 많아지고, 게다가 국부적인 온도상승이 많아지기 때문에 강성계수는 온도상승의 영향으로 인하여 감소한다. 레이놀즈수가 증가하면, 더 많은 온도상승에 의해 층류 열유체해석에서는 강성계수가 점점 더 낮아지는 반면에 난류 등온해석에서는 난류가 더욱 발달하기 때문에 강성계수는 더욱 커지게 되므로, 층류 또는 등온으로 가정된 해석 결과는 난류 열유체해석의 해석 결과와 많은 차이가 존재한다. 다시 말하면,  $Re=2000$ 에서는 난류 등온해석으로 예측된 강성계수가 층류열유체해석의 결과보다 거의 2배나 크게 예측



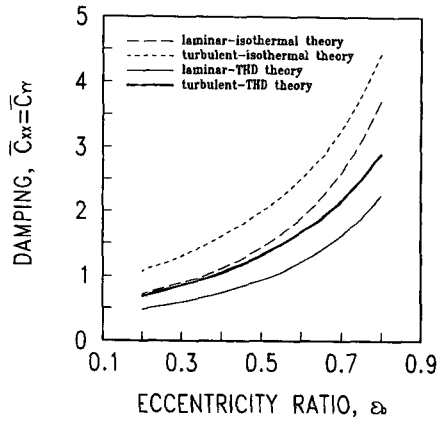
(a)  $Re=1000$



(a)  $Re=1000$



(b)  $Re=2000$



(b)  $Re=2000$

Fig. 3 Stiffness coefficients vs. eccentricity ratio ( $\bar{\theta}=0.6$ )

Fig. 4 Damping coefficients vs. eccentricity ratio ( $\bar{\theta}=0.6$ )

된다. 따라서 층류 또는 등온으로 가정된 해석으로 대형 틸팅패드 저널베어링의 엄밀한 강성계수를 예측하기에는 거의 불가능함을 알 수 있다.

Fig. 4에서는  $\bar{Q}=0.6$ ,  $Re=1000, 2000$ 에서 편심율의 변화에 따라 온도상승 및 난류가 베어링의 감쇠계수에 미치는 영향을 알아보았다. 본 해석에서 사용된 대형 틸팅패드 저널베어링에 대해서 유막의 점도변화와 난류를 고려하여도 X 및 Y-방향으로의 감쇠계수는 같았으며, cross-couple 항은 발생되지 않았다. 베어링의 감쇠계수도 온도상승에 의해서 감소되는 반면, 난류에 의해서는 증대되어진다. 특히,  $Re=2000$ 에서는 난류 등온해석으로 예측된 감쇠계수가 층류 열유체해석의 결과보다 거의 2배나 크게 예측된다. 그런데  $Re=2000$ 에서 편심율이 작은 영역에서 보면, 난류가 많이 발달되어

있는 경우에서도 난류열유체해석의 감쇠계수가 층류 등온해석에 비해 더 작다. 그러나, 이 영역에서 강성계수는 그 반대로 난류 열유체해석의 결과가 층류 등온해석보다 더 크다. 이러한 사실로부터 감쇠계수가 난류의 영향으로 증대되기는 하지만, 레이놀즈수가 증가되어 난류가 발달되는 만큼 유막의 온도상승도 많아지기 때문에 감쇠계수는 난류보다 온도상승의 영향을 더 많이 받고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5와 6에서는 레이놀즈수가 베어링의 강성 및 감쇠계수에 미치는 영향을 알아보았다. 앞에서 고찰한 바와 마찬가지로, 난류영역에서는 레이놀즈수의 증가에 따라 베어링의 강성 및 감쇠계수는 증대한다.  $Re=500$ 과  $1000$ 의 경우를 살펴보면, 편심율이 큰 경우에는  $Re=1000$ 에서 예측된 강성 및

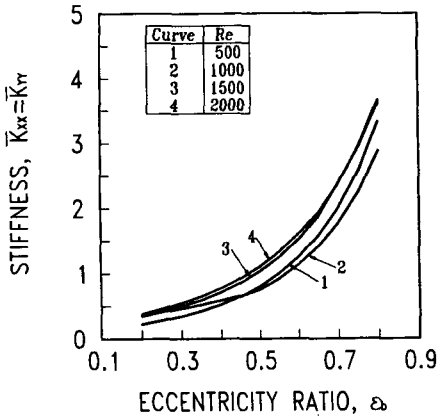


Fig. 5 Effect of Reynolds number on the stiffness coefficients ( $\bar{\theta}=0.6$ )

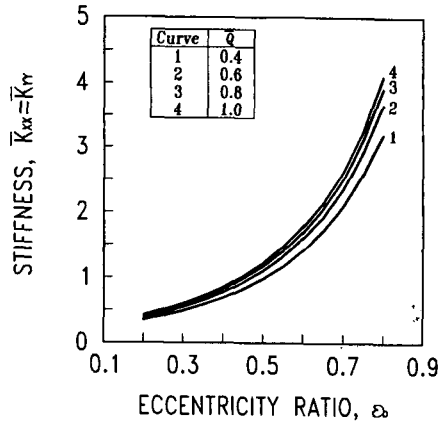


Fig. 7 Effect of flow rate on the stiffness coefficients (Re=2000)

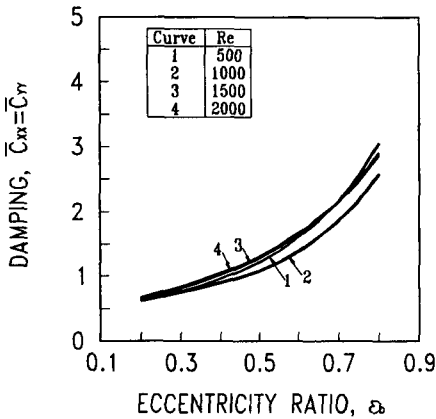


Fig. 6 Effect of Reynolds number on the damping coefficients ( $\bar{\theta}=0.6$ )

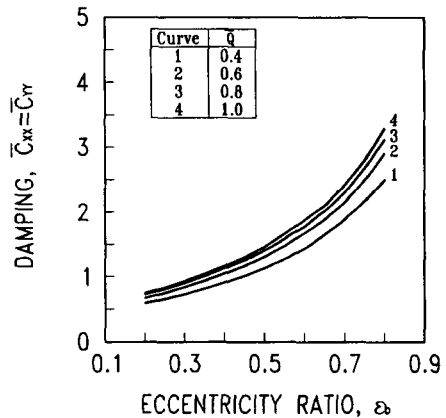


Fig. 8 Effect of flow rate on the damping coefficients (Re=2000)

감쇠계수가  $Re=500$ 에서 예측된 것보다 더 낮다. 이같은 원인은, 편심률이 큰 경우에서는 부하를 지지하고 있는 하부 패드의 유체흐름이  $Re=500$ 이나  $Re=1000$ 에서 모두 층류가 발달된 경우로 레이놀즈수가 큰 경우에서 온도상승이 더욱 많기 때문에 강성 및 감쇠계수가 낮게 예측된다. 감쇠계수는 강성계수보다 이러한 현상이 더욱 뚜렷하게 나타나므로, 감쇠계수가 난류보다 온도상승의 영향을 더 많이 받고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7과 8에서는  $Re=2000$ 에서 윤활유의 공급유량이 베어링의 강성 및 감쇠계수에 미치는 영향을 알아보았다. 윤활유의 공급유량이 많아지면, 혼합온도가 낮아지게 되어 결국, 전체적으로 베어링의 온도상승량이 줄어든다. 따라서 베어링의 강성

및 감쇠계수는 윤활유의 공급유량이 많아짐에 따라 온도상승의 영향이 줄어들기 때문에 점점 증대되어 짐을 알 수 있다.

## 6. 결 론

대형 틸팅패드 저널베어링에 대한 3차원 난류열 유체해석을 수행하여 온도상승 및 난류가 베어링의 동특성에 미치는 영향을 조사하였다. 베어링의 강성 및 감쇠계수는 온도상승에 의해서는 줄어들고, 난류에 의해서는 증가하는데, 감쇠계수가 강성계수에 비해 난류보다는 온도상승의 영향을 더 많이 받는 것으로 예측되었다. 레이놀즈수가 증가할 수록 온도상승보다 난류효과가 더욱 커지고, 편심률이



커질수록 난류효과는 점점 감소하고 온도상승 효과가 더 뚜렷하게 나타났다. 특히 난류가 충분히 발달된 영역( $Re=2000$ )에서는 난류 등온해석으로 예측된 강성 및 감쇠계수가 층류 열유체해석의 결과보다 거의 2배나 크게 예측되므로 온도상승 및 난류가 매우 중요함을 알 수 있다. 그리고, 윤활유의 공급유량이 많아지면, 베어링의 강성 및 감쇠계수는 증대되었다. 따라서 대형 틸팅패드 저널베어링에서 유막의 온도상승과 난류가 베어링의 동특성에 많은 영향을 미치므로 동 베어링의 엄밀한 동특성을 예측하기 위해서는 반드시 이들을 동시에 고려해야 함을 밝혔다.

### 참고문헌

- (1) Lund, J. W., 1964, "Spring and Damping Coefficients for the Tilting Pad Journal Bearing," *ASLE Trans.*, Vol. 7, pp. 342~352.
- (2) Nicholas, J. C., Gunter, E. J. and Allaire, P. E., 1979, "Stiffness and Damping Coefficients for the Five-Pad Tilting-Pad Bearing," *ASLE Trans.*, Vol. 22, pp. 113~121.
- (3) Ettles, C. M. M., 1980, "The Analysis and Performance of Pivoted Pad Journal Bearings Considering Thermal and Elastic Effects," *ASME Trans, J. of Lub. Tech.*, Vol. 102, pp. 182~192.
- (4) Parsell, J. K., Allaire, P. E. and Barrett, L. E., 1983, "Frequency Effects in Tilting-Pad Journal Bearing Dynamic Coefficients," *ASLE Trans.*, Vol. 26, pp. 222~227.
- (5) Knight, J. D. and Barrett, L. E., 1988, "Analysis of Tilting Pad Journal Bearings With Heat Transfer Effects," *ASME Trans., J. of Tribol.*, Vol. 110, pp. 128~133.
- (6) Hopf, G. and Schuler, D., 1989, "Investigations on Large Turbine Bearings Working Under Transitional Conditions Between Laminar and Turbulent Flow," *ASME Trans., J. of Tribol.*, Vol. 111, pp. 628~634.
- (7) Taniguchi, S., Makino, T., Takeshita, K. and Ichimura, T., 1990, "A Thermohydrodynamic Analysis of Large Tilting Pad Journal Bearing in Laminar and Turbulent Flow Regimes with Mixing," *ASME Trans., J. of Tribol.*, Vol. 112, pp. 542~550.
- (8) Ha, H. C. and Kim, K. W., 1993, "A Study on the Effects of Temperature Rise and Turbulence on the Performance of Large Tilting Pad Journal Bearings," *J. of KSLE*, Vol. 9, pp. 22~31.
- (9) Wilcock, D. F. and Pinkus, O., 1985, "Effects of Turbulence and Viscosity Variation on the Dynamic Coefficients of Fluid Film Journal Bearing," *ASME Trans., J. of Tribol.*, Vol. 107, pp. 256~262.