

(論 文)

수정 Vainshtok 가중함수법에 의한 타원균열의 열충격 응력세기계수의 결정

이강용* · 김종성*

(1994년 8월 30일 접수)

Determination of Thermal Shock Stress Intensity Factor for Elliptical Crack by Modified Vainshtok Weight Function Method

Kang Yong Lee and Jong Sung Kim

Key Words : Thermal Shock Stress Intensity Factors(열충격 응력세기계수), Elliptical Surface Crack(타원 표면균열), Thin Walled Cylinder(얇은 실린더), Thick Walled Cylinder(두꺼운 실린더), Modified Vainshtok Weight Function Method(수정 Vainshtok 가중함수법)

Abstract

Modified Vainshtok weight function method is developed. The thermal shock stress intensity factors for elliptical surface cracks existed in the thin and thick walled cylinders are determined. The present results are compared with previous solutions and shown to be good agreement with them.

1. 서 론

발전소 설비나 압력용기에서는 균열이 관통균열(through crack)보다는 내재된 삼차원 균열(embedded three-dimensional crack) 또는 표면균열(surface crack)의 형상이 일반적이다. 그러한 내재된 삼차원균열 또는 표면균열을 가진 부재나 설비에 대해 선형탄성 파괴역학(linear elastic fracture mechanics: LEFM)적인 잔류수명예측(residual life prediction)과 구조물의 건전성 평가(structure integrity assessment)를 행하기 위해서는 균열윤곽(crack contour)에 대한 응력세기계수(stress intensity factor)를 정확히 평가하여야 한다. 내재된 균열은 타원균열(elliptical crack) 또는 동전형균열

(penny-shaped crack)로 가정하고, 표면균열을 반 타원균열(semi-elliptical crack), 1/4 타원 모퉁이 균열(1/4 elliptical corner crack) 또는 반원균열(semi-circular crack)로 가정하여 복소함수법(complex variable function method)이나 유한요소법(finite element method: FEM), 경계요소법(boundary element method: BEM) 같은 수치해석법, 가중함수법(weight function method)에 의해 응력세기계수를 평가한 연구는 많다. Irwin⁽¹⁾은 균열 인장하중하에 있는 무한체내의 타원균열(elliptical crack)에 대한 응력세기계수의 엄밀해를 구하였고, Kassir 등⁽²⁾은 무한체에 내재된 타원균열의 균열면이 일정온도로 유지하고 있을때 열응력세기계수(thermal stress intensity factor) 엄밀해를 구하였으나 유한체에 내재된 타원균열이나 표면균열에 대한 어떠한 엄밀해도 보고된 바 없다. 유한체에 내재된 타원균열이나 표면균열에 대한 연구를

*정회원, 연세대학교 기계공학과

살펴보면 다음과 같다. Shah^{(3),(4)} 등은 Segedin⁽⁵⁾의 포텐셜 함수를 이용하여 임의의 기계적 하중하에서 두꺼운 판에 내재된 타원균열의 응력세기계수와 균일 인장하중시 반무한체 표면에 접근해 있는 내재된 타원균열의 응력세기계수를 구하였다. McGowan 등⁽⁶⁾과 Heliot 등⁽⁷⁾은 응력구배(stress gradient)가 작용중일 때, 축방향 반타원균열(longitudinal semi-elliptical crack)을 가진 원통실린더에 대해 각각 유한요소법과 경계요소법을 통하여 응력세기계수를 구하였다. Williams⁽⁸⁾은 내압이 작용중인 두꺼운 원통실린더에 위치한 반타원균열의 개략적인 응력세기계수 식을 제시하였다. Newman 등⁽⁹⁻¹¹⁾은 일정 하중하에 있는 반타원균열을 가진 판이나 원통실린더에 대해 폭넓은 범위의 균열비(crack ratio)와 균열깊이(crack depth)를 고려한 유한요소법 결과로부터 응력세기계수의 해석적인 표현을 제시하였다. Isida^(12,13) 등은 반타원 표면균열과 내재된 타원균열을 가진 판에 인장하중 작용시의 응력세기계수를 체적력 방법(body force method)을 통해 각각 구하였다. Tan 등⁽¹⁴⁾은 경계요소법을 이용하여 두꺼운 원통실린더 내벽에 위치한 반타원균열에 대해 내압과 잔류응력(residual stress)이 작용시의 응력세기계수와 내외벽이 일정 온도를 유지시의 열응력세기계수를 구하였다. Mattheck 등⁽¹⁵⁾은 Petroski 등⁽¹⁶⁾이 제안한 이차원 가중함수방법을 삼차원에 개략적으로 적용시켜 열충격을 받는 원통실린더에 대해 반타원균열의 가장 깊은 점에서의 열응력세기계수를 구하였다. Grenbner^(17,18) 등은 내압과 열응력을 받는 파이프의 내벽에 위치한 축방향 반타원균열과 원주방향 반타원균열의 균열윤곽중 가장 깊은 점과 표면에 가장 가까운 점에서의 열응력세기계수를 Mattheck 등⁽¹⁹⁾이 제안한 가중함수법을 통해 구하였다. Xu 등⁽²⁰⁾은 균열면 변위(crack face displacement)의 적합조건(compatibility condition)과 균열면 변위가 가장자리균열(edge crack)과 중앙 균열(center crack)의 특성을 가진다는 가정에 의한 가중함수법을 통해 열충격을 받는 원통실린더 상의 축방향 반타원균열에 대해 연구하였다. Desjardins 등⁽²¹⁾은 수치적인 구적법(numerical quadrature scheme)과 가중함수법을 이용하여 높은 압력이 작용하는 압력 용기상에 위치한 내재된 균열과 표면균열의 응력세기계수를 균열윤곽에 따라서 구하였다. 이러한 연구들중 유한요소법이나 경계요소법과 같은 수치해석 방법

은 요소분할(mesh generation)의 어려움과 계산시간의 비경제성에 문제가 있다. 또한, 기존의 가중함수방법을 통한 유한체 모델의 표면균열과 내재된 균열에 대한 응력세기계수는 표면에서 가장 깊은 점과 가장 가까운 점에 대한 응력세기계수만 구해 놓고 있다. 한편, 표면균열에 대한 가중함수법으로는 크게 Mattheck 등⁽¹⁹⁾의 방법과 Fett^(22,23) 등의 방법, Xu 등⁽²⁰⁾의 방법, Zhao^(24,25) 등의 방법, Nishioka^(26,27) 등의 방법, 그리고 Vainshtok^(28,29) 등의 방법이 있으며, 내재된 균열에 대한 가중함수법으로는 Fett^(30,31) 등의 방법, Nishioka^(26,27) 등의 방법, Vainshtok⁽³²⁾의 방법이 있다. 그러나 Mattheck의 방법과 Xu의 방법은 균열윤곽에 따른 응력세기계수가 구해지지 않는 단점이 있고, Zhao의 방법은 구속력(restrained force)을 해석하여야 하고 가중함수가 에너지 균형식(energy balance equation)을 만족하는지에 대한 의문점이 존재한다. 또한, Nishioka의 방법은 균열형상의 변화를 2자유도(degree of freedom)로 제한한 단점이 있다. 그리고 Fett의 방법은 무한체에 내재하는 균열 문제에 부적당하며 해석 계산 과정이 복잡하다는 단점이 있다. 이에 반하여 Vainshtok의 가중함수법은 작용응력의 비대칭성과 균열성장의 다자유도 변화 가능성을 고려하였고 무한체 또는 유한체에 상관없이 해석 가능하다는 것과 해석과정이 단순하다는 장점이 있다. 그러나, 이러한 연구들은 참조되는 응력세기계수식이 균열면에 균일응력이 작용할때로 제한되어 있다. 따라서 본 논문에서는 참조되는 응력세기계수를 비균일 응력이 균열면에 수직으로 작용할때의 응력세기계수로 하여 균열면에 작용하는 응력이 참조되는 경우와는 다른 임의의 비균일 응력이 균열면에 수직으로 작용할 때의 응력세기계수를 구하는 수정 Vainshtok 가중함수법을 개발한다. 얇은 원통실린더에 임의의 비균일 응력이 반타원 표면균열의 균열면에 수직으로 작용할때의 응력세기계수를 수정 Vainshtok 가중함수법으로 구하고 기존의 결과와 비교한다. 또한, 정적 열하중을 받는 두꺼운 원통실린더에 반타원 표면균열이 존재시의 열응력세기계수를 수정 Vainshtok 가중함수법을 통해 구한후 기존의 결과와 비교하여 수정 Vainshtok 가중함수법의 타당성을 검증한다. 최종적으로 수정 Vainshtok 가중함수법을 이용하여 얇거나 두꺼운 원통실린더에 반타원 표면균열이 존재시의 열충격 응력세기계수를 구하고자 한다.

2. 수정 Vainshtok 가중함수법

Vainshtok의 가중함수법⁽³²⁾은 균열면에 균일 응력 σ_0 가 수직으로 작용할때의 응력세기계수로부터 장축 방향으로의 변형이 없고 단축 방향으로의 임의의 변화를 하는 응력 σ_i 가 균열면에 수직으로 작용할때의 응력세기계수를 구하는 방법이다. 그러나, 장축방향으로는 변형이 없고 단축 방향으로의 임의의 변화를 하는 비균일 응력 σ_w 가 수직으로 작용할때의 참조 응력세기계수 K_{Iw} 로부터 장축 방향으로의 변형이 없고 단축 방향으로의 임의의 변화를 하는 비균일 응력 σ_i (σ_w 와는 다른 비균일 응력)가 균열면에 수직으로 작용할 때의 응력세기계수 K_{Ii} 를 구하고자 할때는 Vainshtok의 가중함수법⁽³²⁾을 수정하여야 한다.

균열면에 비균일 응력 σ_w 가 수직으로 작용할때의 응력세기계수 K_{Iw} 는 다음 식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$K_{Iw}(\eta, a) = \frac{\sigma_v \sqrt{\pi a}}{E(k)} (\sin^2 \eta + a^2 \cos^2 \eta)^{1/4} f(\eta, a) \quad (1)$$

여기서, a 는 타원균열의 단축길이, b 는 타원균열의 장축길이, ($\equiv a/b$)는 균열비(crack ratio), η 는 타원의 변수각도(parametric angle of ellipse), $E(k)$ 는 제2종 완전타원적분(complete elliptical integral of the 2nd kind), $k \equiv 1 - a^2$ 이다. σ_v 는 비균일 응력 σ_w 가 균열면에 수직으로 작용할때의 평균 응력이며 $f(\eta, a)$ 는 응력의 비균일성 영향과 형상변화 영향을 내포하는 함수이다.

유한체 모델의 균열면에 비균일 응력 σ_w 가 균열면에 수직으로 작용할 때 균열면에 수직한 변위 u_w 는 다음과 같다.⁽³²⁾

$$u_w(r, \eta, a, a) = \frac{2\sigma_v a}{E(k)H} \left[f(\eta, a) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} + F(\eta, a) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{3/2} \right] \quad (2)$$

여기서, (r, θ) 는 타원균열의 중심을 원점으로 하는 극좌표계(polar coordinate)의 좌표이며, R 은 타원균열의 중심과 균열 윤곽사이의 거리이며 H 는 일반화된 탄성계수(generalized Young's modulus)이다. 여기서, $F(\eta, a)$ 는 결정되어야 할 함수이다.

Vainshtok 등⁽²⁸⁾은 다음과 같은 에너지 균형식을 제시하였다.

$$\int_S \sigma_w \delta u_w dS = \int_r \frac{K_{Iw}^2}{H} \delta R \cos \varphi d\Gamma \quad (3)$$

여기서

$$\cos \varphi = (\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta) \cdot (\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta)^{-1/2} \quad (4)$$

$$d\Gamma = b \sqrt{\sin^2 \eta + a^2 \cos^2 \eta} d\eta \quad (5)$$

$$dS = \frac{abr}{R^2} dr d\eta \quad (6)$$

$$\sin^2 \eta + a^2 \cos^2 \eta = \frac{\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta} \quad (7)$$

여기서, φ 는 타원균열 윤곽에 수직인 성분과 R 사이의 각도이다. dS 는 균열면의 적분요소이며, $d\Gamma$ 는 균열윤곽의 적분요소이다. δR 은 균열 윤곽 선단의 R 방향 증분이며, δu_w 는 비균일 응력 σ_w 가 균열면에 작용할 때의 균열면에 수직한 균열면 변위의 증분이다.

균열형상의 변화 없이 균열의 크기가 변화할 때, δu_w , δR 는 다음과 같다.⁽²⁸⁾

$$\delta R = \delta a (\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta)^{-1/2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \delta u_w &= \left[\frac{\partial u_w}{\partial a} \delta a + \frac{\partial u_w}{\partial b} \delta b \right]_{a=\cos \epsilon} \\ &= \frac{2\sigma_v}{E(k)H} \left[f(\eta, a) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1/2} + F(\eta, a) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} \left(1 + 2\frac{r^2}{R^2}\right) \right] \delta a \quad (9) \end{aligned}$$

비균일 응력 σ_w 를 최소자승법(least square method)을 통해 4항까지 다음과 같은 다항식 형태로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_w = \sigma_v \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{a}{B}\right)^{j-1} \left(\frac{r}{R}\right)^{j-1} \sin^{j-1} \eta \quad (10)$$

여기서, δ_j 는 최소자승법을 통해 구해진 비균일 응력 σ_w 의 j 번째 계수이며, B 는 유한체 모델의 두께이다.

식(1), (4), (5), (6), (8), (9), (10)을 식(3)에 대입한 후 식(7)을 이용하면 다음과 같은 결과식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\frac{\pi}{2E(k)} \int_0^3 f^2(\eta, a) \sqrt{\sin^2 \eta + a^2 \cos^2 \eta} d\eta \\ &= \int_0^3 \left\{ f(\eta, a) \left[\delta_1 + \frac{\pi}{4} \delta_2 \left(\frac{a}{B}\right) \sin \eta + \frac{2}{3} \delta_3 \left(\frac{a}{B}\right)^2 \sin^2 \eta \right] \right\}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3\pi}{16} \delta_4 \left(\frac{a}{B}\right)^3 \sin^3 \eta \Big] + F(\eta, a) \left[\frac{3}{5} \delta_1 \right. \\
& + \frac{\pi}{8} \delta_2 \left(\frac{a}{B}\right) \sin \eta + \frac{2}{7} \delta_3 \left(\frac{a}{B}\right)^2 \sin^2 \eta \\
& \left. + \frac{9\pi}{128} \delta_4 \left(\frac{a}{B}\right)^3 \sin^3 \eta \right] \Big] d\eta \quad (11)
\end{aligned}$$

여기서, \Im 값은 1/4 타원 모퉁이 균열 경우 $\pi/2$, 반타원 표면균열 경우 π , 내재된 타원균열 경우 2π 이다.

식(2)로부터 균열 중심변위를 C_o 로 할때 다음식이 구해진다.

$$F(\eta, a) = \frac{C_o E(k) H}{2\sigma_o a} - f(\eta, a) \quad (12)$$

식(12)를 식(11)에 대입하면 다음과 같은 결과식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
\frac{C_o E(k) H}{2\sigma_o a} &= \frac{\pi}{2E(k) Y_1} \int_0^{\Im} f^2(\eta, a) \sqrt{\sin^2 \eta + a^2 \cos^2 \eta} d\eta \\
& - \frac{1}{Y_1} \int_0^{\Im} f(\eta, a) \left[\frac{2}{5} \delta_1 + \frac{\pi}{8} \delta_2 \left(\frac{a}{B}\right) \sin \eta \right. \\
& \left. + \frac{8}{21} \delta_3 \left(\frac{a}{B}\right)^2 \sin^2 \eta + \frac{15\pi}{128} \delta_4 \left(\frac{a}{B}\right)^3 \sin^3 \eta \right] d\eta \quad (13)
\end{aligned}$$

여기서,

$$Y_1 = \begin{cases} \frac{2\Im}{\pi} \left[\frac{3\pi}{10} \delta_1 + \frac{\pi}{8} \delta_2 \left(\frac{a}{B}\right) + \frac{\pi}{14} \delta_3 \left(\frac{a}{B}\right)^2 + \frac{3\pi}{64} \delta_4 \left(\frac{a}{B}\right)^3 \right] & (\Im = \pi/2, \pi) \\ \frac{6\pi}{5} \delta_1 + \frac{2\pi}{7} \delta_3 \left(\frac{a}{B}\right)^2 & (\Im = 2\pi) \end{cases} \quad (14)$$

식(13)를 식(12)에 대입하면 $F(\eta, a)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
F(\eta, a) &= \frac{\pi}{2E(k) Y_1} \int_0^{\Im} f^2(\eta, a) \sqrt{\sin^2 \eta + a^2 \cos^2 \eta} d\eta \\
& - \frac{1}{Y_1} \int_0^{\Im} f(\eta, a) \left[\frac{2}{5} \delta_1 + \frac{\pi}{8} \delta_2 \left(\frac{a}{B}\right) \sin \eta \right. \\
& + \frac{8}{21} \delta_3 \left(\frac{a}{B}\right)^2 \sin^2 \eta + \frac{15\pi}{128} \delta_4 \left(\frac{a}{B}\right)^3 \\
& \left. \sin^3 \eta \right] d\eta - f(\eta, a) \quad (15)
\end{aligned}$$

유한체의 균열면에 수직으로 응력 σ_i 가 작용하되 장축 방향에 따라서는 변화가 없고 오직 단축방향으로만 임의의 변화를 하고 타원균열의 장축이 인 접표면에 대해 평행할때 균열 윤곽 성장가능성의

자유도 차이로부터 다음과 같이 두가지로 가중함수법을 분리할수 있다.

(1) 2자유도 — 변수 a, b의 변화에 의해 균열 윤곽 변화가 발생

(2) 3자유도 — 변수 a, b와 균열 중심과 인접면사이의 거리인 c의 변화에 의해 균열 윤곽변화가 발생

위 두가지 경우에 대해서 유한체의 균열면에 응력 σ_i 가 작용할 때의 응력세기계수 K_{Ii} 와 참조 응력 σ_w 가 작용할 때의 참조 응력세기계수 K_{Iw} 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\int_r \frac{K_{Iw} K_{Ii}}{H} \delta R \Big|_{sa} \cos \varphi d\Gamma = \int_s \sigma_i \delta u_w \Big|_{sa} dS \quad (16)$$

$$\int_r \frac{K_{Iw} K_{Ii}}{H} \delta R \Big|_{sb} \cos \varphi d\Gamma = \int_s \sigma_i \delta u_w \Big|_{sb} dS \quad (17)$$

$$\int_r \frac{K_{Iw} K_{Ii}}{H} \delta R \Big|_{sc} \cos \varphi d\Gamma = \int_s \sigma_i \delta u_w \Big|_{sc} dS \quad (18)$$

여기서,

$$K_{Ii} \equiv K_{Iw} (A_1^{(i)} + A_2^{(i)} \sin^{i-1} \eta) \quad (2\text{자유도}) \quad (19)$$

$$K_{Ii} \equiv K_{Iw} (A_1^{(i)} + A_2^{(i)} \sin^i \eta + A_3^{(i)} \sin \eta) \quad (3\text{자유도}) \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_i &= \sigma_v \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{x}{B}\right)^{i+j-2} \\
&= \delta_v \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{a}{B}\right)^{i+j-2} \left(\frac{r}{R}\right)^{i+j-2} \sin^{i+j-2} \eta \quad (2\text{자유도}) \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_i &= \sigma_v \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{x}{B}\right)^{i+j-1} \\
&= \sigma_v \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{a}{B}\right)^{i+j-1} \left(\frac{r}{R}\right)^{i+j-1} \sin^{i+j-1} \eta \quad (3\text{자유도}) \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta R \Big|_{sa} &= \frac{\partial R}{\partial a} \delta a \\
&= \sin^2 \theta (\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta)^{-3/2} \delta b \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta R \Big|_{sb} &= \frac{\partial R}{\partial b} \delta b \\
&= a^3 \cos^2 \theta (\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta)^{-3/2} \delta b \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta R \Big|_{sc} &= \left[\frac{\partial R}{\partial c} - \frac{\partial R}{\partial x} \right] \delta c \\
&= \sin \eta (\sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta)^{-1/2} \delta c \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta u_w \Big|_{sa} &= \frac{\partial u_w}{\partial a} \delta a \\
&= \frac{2\sigma_v}{E(k) H} \left[(1-\gamma) f + a \frac{\partial f}{\partial a} \right] \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{1/2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ f \frac{r^2}{R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1/2} \sin^2 \eta \\
 &+ 3F \frac{r^2}{R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} \\
 &\cdot \sin^2 \eta + \left[(1 - \gamma) F + a \frac{\partial F}{\partial a} \right] \\
 &\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{3/2} \delta a \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta u_w |_{sb} &= \frac{\partial u_w}{\partial b} \delta b \\
 &= -\frac{2\sigma_v a}{E(k)H} \left[\left(\gamma f + b \frac{\partial f}{\partial b} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} \right. \\
 &\quad + f \frac{r^2}{R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1/2} \cos^2 \eta \\
 &\quad + 3F \frac{r^2}{R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} \\
 &\quad \left. \cdot \cos^2 \eta + \left(\gamma F + b \frac{\partial F}{\partial b} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{3/2} \right] \delta b \quad (27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta u_w |_{sc} &= \left[\frac{\partial u_w}{\partial c} - \frac{\partial u_w}{\partial x} \right] \delta c \\
 &= -\frac{2\sigma_v a}{E(k)H} \left[\frac{\partial f}{\partial c} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} \right. \\
 &\quad + f \frac{r^2}{R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1/2} \\
 &\quad \sin \eta + a f \frac{r}{R^3} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1/2} \\
 &\quad \cdot \sin \eta + 3F \frac{r^2}{R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} \sin \eta \\
 &\quad + 3aF \frac{r}{R^3} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2} \sin \eta \\
 &\quad \left. + \frac{\partial F}{\partial c} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{3/2} \right] \delta c \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{a^2}{k^2} \left[\frac{K(k)}{EC(k)} - 1 \right] \quad (29)$$

여기서, x 는 균열의 단축 방향 좌표축이고 $K(k)$ 는 제 1종 완전 타원적분(complete elliptical integral of the 1st kind)이다. $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$, $A_3^{(i)}$ 는 식(19), (20)에서 정의되는 계수이다.

2 자유도 경우 식(16), (17)에 식(1), (4)~(6), (19), (21), (23), (24), (26), (27)을 대입하고 식(7)을 이용하여 $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 연립방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 P_{11}^{(i)} A_1^{(i)} + P_{12}^{(i)} A_2^{(i)} &= V_1^{(i)} \\
 P_{21}^{(i)} A_1^{(i)} + P_{22}^{(i)} A_2^{(i)} &= V_2^{(i)} \quad (30)
 \end{aligned}$$

또한, 3자유도 경우 식(16), (17), (18)에 식(1),

(4)~(6), (20), (22), (23)~(28)을 대입하고 식(7)을 이용하여 $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$, $A_3^{(i)}$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 연립방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 P_{11}^{(i)} A_1^{(i)} + P_{12}^{(i)} A_2^{(i)} + P_{13}^{(i)} A_3^{(i)} &= V_1^{(i)} \\
 P_{21}^{(i)} A_1^{(i)} + P_{22}^{(i)} A_2^{(i)} + P_{23}^{(i)} A_3^{(i)} &= V_2^{(i)} \\
 P_{31}^{(i)} A_1^{(i)} + P_{32}^{(i)} A_2^{(i)} + P_{33}^{(i)} A_3^{(i)} &= V_3^{(i)} \quad (31)
 \end{aligned}$$

2자유도의 경우 연립방정식(30)을 연립하여 $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$ 를 구한후 식(19)에 대입하면 균열면에 응력 δ_i 가 작용할 때의 응력세기계수 K_{Ii} 가 구해지고, 3자유도의 경우 연립방정식(31)을 연립하여 $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$, $A_3^{(i)}$ 를 구한후 식(20)에 대입하면 균열면에 응력 σ_i 가 작용할 때 응력세기계수 K_{Ii} 가 구해진다.

3. 열충격을 받는 원통실린더의 축방향 반타원 표면균열

3.1 얇은 두께의 원통실린더

3.1.1 균열면 변위 결정

Fig. 1과 같이 내벽에 축방향 반타원 균열을 가지고 있는 내경이 R_i 이고 외경이 R_o 인 얇은 원통실린더에 균일 내압 p 가 걸릴 때의 응력세기계수 K_{Iw} 는 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$K_{Iw} = \frac{\sigma_v \sqrt{\pi a}}{E(k)} (\sin^2 \eta + a^2 \cos^2 \eta)^{1/4} f\left(a, \frac{a}{B}, \frac{R_i}{B}, \eta\right) \quad (32)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 f\left(a, \frac{a}{B}, \frac{R_i}{B}, \eta\right) \\
 = 0.97 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{a}{B}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{B}\right)^4 \right] g f R a \quad (33)
 \end{aligned}$$

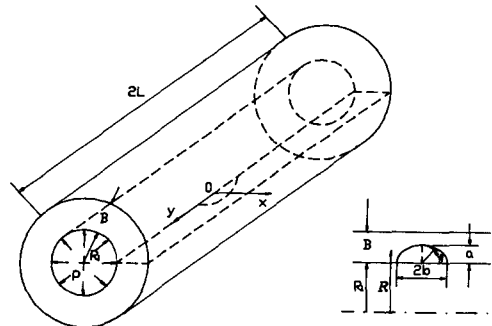


Fig. 1 Longitudinal semi-elliptical surface crack in a thin cylinder

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 1.13 - 0.09\alpha \\
 M_2 &= -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + \alpha} \\
 M_3 &= 0.5 - \frac{1}{0.65 + \alpha} + 14(1 - \alpha)^{24} \\
 g &= 1 + [0.1 + 0.35\left(\frac{a}{B}\right)^2](1 - \sin\eta)^2 \\
 f_1 &= \left[\frac{R_o^2 + R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + 1 - 0.5\sqrt{\frac{a}{B}} \right] \frac{B}{R_i} \\
 R_a &= \sqrt{\frac{2R_i + a}{2R_i + 2a}} \\
 \sigma_v &\equiv \frac{pR_i}{B} \\
 B &\equiv R_o - R_i \\
 k &\equiv 1 - \alpha^2 \\
 \alpha &\leq 1, \quad B/R_i \leq 0.25
 \end{aligned}$$

식(32)는 내압 p 에 의해 균열면에 수직으로 비균일 응력이 작용하는 경우의 참조 응력세기계수식이므로 참조 균열면 변위식(2)의 첫항 계수식 $f(\eta, \alpha)$ 는 식(33)의 $f(\alpha, a/B, R_i/B, \eta)$ 가 된다. 균열면에 작용하는 참조 비균일 응력 σ_w 는 선형 탄성학의 중첩원리로부터 균열이 없는 원통실린더에 내압이 걸리는 경우의 원주방향 작용응력으로 다음과 같다.⁽³³⁾

$$\sigma_w = \sigma_v \frac{R_i(R_o^2 + \mathfrak{R}^2)}{\mathfrak{R}^2(R_o + R_i)} \quad (34)$$

여기서, \mathfrak{R} 은 Fig. 1에서 보는바와 같이 원통실린더 축으로부터의 거리이다. 식(34)은 식(10)과 같이 최소자승법에 의해 다음과 같이 나내어진다.

$$\sigma_w = \frac{pR_i}{B} \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{a}{B}\right)^{j-1} \left(\frac{r}{R}\right)^{j-1} \sin^{j-1}\eta \quad (35)$$

식(15)에 식(33)를 대입하면 $F(\eta, \alpha)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 F(\eta, \alpha) &= \frac{\pi}{2E(k)Y_1} T_1 - \frac{1}{Y_1} \left[\frac{2}{5} \delta_1 \varepsilon_1 + \frac{\pi}{8} \left(\frac{a}{B}\right) \delta_2 \varepsilon_2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{8}{21} \left(\frac{a}{B}\right)^2 \delta_3 \varepsilon_3 + \frac{15\pi}{128} \left(\frac{a}{B}\right)^3 \delta_4 \varepsilon_4 \right] - f(\eta, \alpha) \quad (36)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 T_1 &\equiv aM^2 [q_1(1 + f_2)^2 - 4q_2f_2(1 + f_2) \\
 &\quad + 2q_3f_2(1 + 3f_2) - 4q_4f_2^2 + q_5f_2^2] \\
 M &\equiv 0.97 [M_1 + M_2\left(\frac{a}{B}\right)^2 + M_3\left(\frac{a}{B}\right)^4] f_1 R_a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_2 &\equiv 0.1 + 0.35(a/B)^2 \\
 \varepsilon_i &\equiv M [2^{i-2}(1 + f_2) B_e\left(\frac{i}{2}, \frac{i}{2}\right) \\
 &\quad - 2^i f_2 B_e\left(\frac{i+1}{2}, \frac{i+1}{2}\right) + 2^i f_2 B_e\left(\frac{i+2}{2}, \frac{i+2}{2}\right)] \\
 &\quad (i=1, 2, 3, \dots) \\
 q_i &\equiv \frac{1}{2} B_e\left(\frac{i}{2}, \frac{i}{2}\right) F_k\left(\frac{i}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{i+1}{2}, \kappa\right) \\
 &\quad (i=1, 2, 3, \dots) \\
 \kappa &\equiv 1 - 1/\alpha^2 \quad (37)
 \end{aligned}$$

여기서, $B_e(i, j)$ 는 베타함수(Beta function)이고 $Fh(i, j, l, m)$ 은 Hypergeometric function이다.

3.2 온도분포 결정

균열이 없는 Fig. 1의 모델에서 기계적 하중이 아닌 열충격 하중으로 일정온도 T_o 를 유지하는 원통실린더의 내벽에 갑자기 온도 T_e 가해줄 때 열전도방정식, 경계조건 및 초기조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{R_o - R_i} \frac{\partial^2 \theta(R, \tau)}{\partial R^2} + \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial R} \\
 &= \frac{R_o - R_i}{R_i^2} \frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial \tau} \quad (R=0) \\
 \theta(0, \tau) &= 0 \theta(1, \tau) = 1 \quad (R=1) \\
 \theta(R, 0) &= 1 \quad (0 \leq R \leq 1) \quad (38)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \theta(R, \tau) &\equiv \frac{T(R, \tau) - T_e}{T_o - T_e} \\
 R &\equiv \frac{\mathfrak{R} - R_i}{R_o - R_i} \\
 \tau &\equiv \frac{\kappa t}{R_i^2} \quad (39)
 \end{aligned}$$

여기서, κ 는 열전도계수(heat conduction coefficient), t 는 경과 시간이다. 식(38)의 해는 다음과 같이 주어진다.⁽³⁴⁾

$$\begin{aligned}
 \theta &= -\pi \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{10}(\lambda_m R_o) J_{10}(\lambda_m R_i)}{J_{10}^2(\lambda_m R_i) - J_{10}^2(\lambda_m R_o)} \\
 &\quad N_o(\lambda_m \mathfrak{R}) e^{-\lambda_m^2 R_i^2 \tau} \\
 &\quad + \frac{\ln(\mathfrak{R}/R_i)}{\ln(R_o/R_i)} \quad (40)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 N_o(\lambda_m \mathfrak{R}) &\equiv J_{10}(\lambda_m \mathfrak{R}) J_{e0}(\lambda_m R_o) \\
 &\quad - J_{10}(\lambda_m R_o) J_{e0}(\lambda_m \mathfrak{R}) \quad (41)
 \end{aligned}$$

고유치(eigenvalue) λ_m 은 다음 방정식을 통해 구

해진다.

$$J_{10}(\lambda_m R_o) J_{20}(\lambda_m R_i) - J_{10}(\lambda_m R_i) J_{20}(\lambda_m R_o) = 0 \quad (42)$$

여기서, J_{10} 는 제1종 영차 베셀함수(Bessel function of the first kind of order zero)이고, J_{20} 는 제2종 영차 베셀함수(Bessel function of the second kind of order zero)이다.

3.1.3 열응력분포 결정

열탄성학에서는 원통실린더의 원주방향 무차원 열응력 σ_n 은 다음식으로 주어진다.⁽³⁵⁾

$$\sigma_n = \frac{1}{(1-\nu)\mathfrak{R}^2} \left[\frac{\mathfrak{R}^2 + R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \int_{R_i}^{R_o} \Theta \mathfrak{R} d\mathfrak{R} + \int_{R_i}^{\mathfrak{R}} \Theta \mathfrak{R} d\mathfrak{R} - \Theta \mathfrak{R}^2 \right] \quad (43)$$

여기서,

$$\sigma_n \equiv \overline{E \alpha_i} (\overline{T_o} - \overline{T_e}) \quad (44)$$

여기서, E 는 탄성계수(Young's modulus), α_i 는 열팽창계수(thermal expansion coefficient), ν 는 푸아송비(poission ratio)이며, σ_o 는 원주방향의 열탄성작용 응력이다.

식(40)을 식(43)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 열응력 분포식이 결정되어 진다.

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_s(\mathfrak{R}) - \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_i(\mathfrak{R}) e^{-\lambda_m^2 R_i^2 \tau} \\ \sigma_s(\mathfrak{R}) &= \frac{1}{(1-\nu)2 \ln \rho} \left[-1 + \ln \frac{R_o}{\mathfrak{R}} + \frac{\ln \rho}{1-\rho^2} \left[1 + \left(\frac{R_o}{\mathfrak{R}} \right)^2 \right] \right] \\ \sigma_i(\mathfrak{R}) &= \frac{1}{(1-\nu)} \frac{\pi J_o^2(\lambda_m R_o)}{J_{10}^2(\lambda_m R_o) - J_{10}^2(\lambda_m R_i)} \\ &\quad \left[\frac{1}{\mathfrak{R} \lambda_m} \frac{\mathfrak{R}^2 + R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \frac{R_o}{\mathfrak{R}} [N_1(\lambda_m R_o) - N_1(\lambda_m R_i)] + \frac{1}{\mathfrak{R} \lambda_m} [N_1(\lambda_m \mathfrak{R}) - \frac{R_i}{\mathfrak{R}} N_1(\lambda_m R_i)] - N_o(\lambda_m \mathfrak{R}) \right] \\ \rho &\equiv R_o/R_i \end{aligned} \quad (45)$$

여기서,

$$N_1(\lambda_m \mathfrak{R}) \equiv J_{11}(\lambda_m \mathfrak{R}) J_{20}(\lambda_m R_o) - J_{10}(\lambda_m R_o) J_{21}(\lambda_m \mathfrak{R}) \quad (46)$$

여기서, J_{11} 는 제1종 일차 베셀함수(Bessel function of the first kind of order one)이고, J_{21} 는 제2종 일차 베셀함수(Bessel function of the second kind of order one)이다.

열응력식 (45)를 최소자승법을 통해 다음과 같은 다항식 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^4 a_i \delta_j \left(\frac{a}{B} \right)^{i+j-2} \left(\frac{r}{R} \right)^{i+j-2} \sin^{i+j-2} \eta \\ &= \sum_{i=1}^{15} \sigma_i \end{aligned} \quad (47)$$

여기서, a_i 는 최소자승법을 통해 구해진 열응력식의 i 번째 계수이다.

3.1.4 열충격 응력세기계수 결정

Fig. 1의 모델은 2자유도 문제이고 균열면에 참조 비균일 응력 σ_w 가 작용할 때의 참조 응력세기계수 K_{1w} 로부터 균열면에 참조 비균일 응력 σ_w 와 다른 비균일 응력 σ_i 가 작용할 때의 응력세기계수 K_{1i} 를 구하기 때문에 식(26), (27)에 식(33), (36), (29)를 대입하여 얻은 결과식과 식(32), (4)~(6), (19), (23), (24)와 식(47)의 σ_i 를 식(16), (17)에 대입하고 식(7)를 이용하여 정리하면 식(30)과 같은 다음의 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{11}^{(i)} A_1^{(i)} + P_{12}^{(i)} A_2^{(i)} &= V_1^{(i)} \\ P_{21}^{(i)} A_1^{(i)} + P_{22}^{(i)} A_2^{(i)} &= V_2^{(i)} \quad (i=2, 3, 4, \dots, 15) \end{aligned} \quad (48)$$

여기서,

$$\begin{aligned} P_{11}^{(i)} &= \alpha M^2 [q_3(1+f_2)^2 - 4q_4 f_2(1+f_2) + 2q_5 f_2(1+3f_2) - 4q_6 f_2^2 + q_7 f_2^2] \\ P_{21}^{(i)} &= T_1 - P_{11}^{(i)} \\ P_{12}^{(i)} &= \alpha M^2 [q_{i+2}(1+f_2)^2 - 4q_{i+3} f_2(1+f_2) + 2q_{i+4} f_2(1+3f_2) - 4q_{i+5} f_2^2 + q_{i+6} f_2^2] \\ P_{22}^{(i)} &= \alpha M^2 [q_i(1+f_2)^2 - 4q_{i+1} f_2(1+f_2) + 2q_{i+2} f_2(1+3f_2) - 4q_{i+3} f_2^2 + q_{i+4} f_2^2] - P_{12}^{(i)} \\ V_1^{(i)} &= \alpha_i \frac{2E(k)B}{\pi \rho R_i} \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{a}{B} \right)^{i+j-2} \\ &\quad \left[[D_1^{(i,j)} [(1-\gamma) Q_1^{(i,j)} + Q_2^{(i,j)}] + D_2^{(i,j)} Q_1^{(i+2,j)} + D_3^{(i,j)} Q_3^{(i+2,j)} + D_4^{(i,j)} [(1-\gamma) Q_3^{(i,j)} + Q_4^{(i,j)}] \right] \\ V_2^{(i)} &= \alpha_i \frac{2E(k)B}{\pi \rho R_i} \sum_{j=1}^4 \delta_j \left(\frac{a}{B} \right)^{i+j-1} \\ &\quad \left[D_1^{(i,j)} \cdot [\gamma Q_1^{(i,j)} + Q_5^{(i,j)}] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ D_2^{(i,j)}[Q_1^{(i,j)} - Q_1^{(i+2,j)}] + D_3^{(i,j)}[Q_3^{(i,j)} \\
 &- Q_3^{(i+2,j)}] + D_4^{(i,j)}[\gamma Q_3^{(i,j)} + Q_6^{(i,j)}] \\
 D_1^{(h,j)} &= \frac{\sqrt{\pi}\Gamma((i+j)/2)}{4\Gamma((i+j)/2+3/2)} \\
 D_2^{(h,j)} &= \frac{\sqrt{\pi}\Gamma((i+j)/2+1)}{2\Gamma((i+j)/2+3/2)} \\
 D_3^{(h,j)} &= \frac{3\sqrt{\pi}\Gamma((i+j)/2+1)}{4\Gamma((i+j)/2+5/2)} \\
 D_4^{(h,j)} &= \frac{3\sqrt{\pi}\Gamma((i+j)/2)}{8\Gamma((i+j)/2+5/2)} \\
 Q_1^{(i,j)} &= M[2^{i+j-3}(1+f_2) B_e\left(\frac{i+j-1}{2}, \frac{i+j-1}{2}\right) \\
 &- 2^{i+j-1}f_2 B_e\left(\frac{i+j}{2}, \frac{i+j+1}{2}\right) \\
 &+ 2^{i+j-1}f_2 B_e\left(\frac{i+j+1}{2}, \frac{i+j+1}{2}\right)] \\
 Q_2^{(i,j)} &= M_a[2^{i+j-3}(1+f_2) B_e\left(\frac{i+j-1}{2}, \frac{i+j-1}{2}\right) \\
 &- 2^{i+j-1}f_2 B_e\left(\frac{i+j}{2}, \frac{i+j}{2}\right) \\
 &+ 2^{i+j-1}f_2 B_e\left(\frac{i+j+1}{2}, \frac{i+j+1}{2}\right) \\
 &+ M[2^{i+j-1}(1+f_2') B_e\left(\frac{i+j-1}{2}, \frac{i+j-1}{2}\right) \\
 &- 2^{i+j-1}f_2' B_e\left(\frac{i+j}{2}, \frac{i+j}{2}\right) \\
 &+ 2^{i+j-1}f_2' B_e\left(\frac{i+j+1}{2}, \frac{i+j+1}{2}\right)] \\
 Q_3^{(i,j)} &= 2^{i+j-3}Z_1 B_e\left(\frac{i+j-1}{2}, \frac{i+j-1}{2}\right) - Q_1^{(i,j)} \\
 Q_4^{(i,j)} &= 2^{i+j-3}Z_2 B_e\left(\frac{i+j-1}{2}, \frac{i+j-1}{2}\right) - Q_2^{(i,j)} \\
 Q_5^{(i,j)} &= M_b[2^{i+j-3}(1+f_2) B_e\left(\frac{i+j-1}{2}, \frac{i+j-1}{2}\right) \\
 &- 2^{i+j-1}f_2 B_e\left(\frac{i+j}{2}, \frac{i+j}{2}\right) \\
 &+ 2^{i+j-1}f_2\left(\frac{i+j+1}{2}, \frac{i+j+1}{2}\right)] \\
 Q_6^{(i,j)} &= 2^{i+j-3}Z_3 B_e\left(\frac{i+j-1}{2}, \frac{i+j-1}{2}\right) - Q_5^{(i,j)} \\
 M_a &\equiv a \frac{\partial M}{\partial a} \\
 M_b &\equiv b \frac{\partial M}{\partial b} \\
 f_2' &\equiv a \frac{\partial f_2}{\partial a} \\
 Z_1 &\equiv \frac{\pi}{2E(k)Y_1} T_1 - \frac{1}{Y_1} \left[\frac{2}{5} \delta_1 \epsilon_1 + \frac{\pi}{8} \left(\frac{a}{B}\right) \delta_6 \epsilon_2 \right. \\
 &\left. + \frac{8}{21} \left(\frac{a}{B}\right)^2 \delta_3 \epsilon_3 + \frac{15\pi}{128} \left(\frac{a}{B}\right)^3 \delta_4 \epsilon_4 \right]
 \end{aligned}$$

$$Z_2 \equiv a \frac{\partial Z_1}{\partial a}$$

$$Z_3 \equiv b \frac{\partial Z_1}{\partial b}$$

여기서, $\Gamma(i, j)$ 는 감마함수(Gamma function)을 나타낸다.

식(48)을 연립하면 각각의 i 에 대해 $A_1^{(i)}$, $A_2^{(i)}$ 를 구할 수 있다. 최종적으로 응력세기계수는 중첩 원리로부터 각각의 i 에 대한 응력세기계수의 합으로 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$K_I = \sum_{i=1}^{15} K_{Ii} \tag{49}$$

$$\equiv K_{Iw} \frac{\alpha_1}{\sigma_v} + \sum_{i=2}^{15} K_{Iw} (A_1^{(i)} + A_2^{(i)} \sin^{i-1} \eta) \tag{50}$$

무차원 열충격 응력세기계수 식을 다음과 같이 정의한다.

$$K_{In} \equiv \frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} \tag{51}$$

3.2 두꺼운 두개의 원통실린더

3.2.1 열충격 응력세기계수 결정

Fig. 1에서 두꺼운 원통실린더이라면 응력세기계수 식 K_{Iw} 는 다음과 같다.⁽⁸⁾

$$K_{Iw} = \frac{\sigma_v \sqrt{\pi a}}{E(k)} (\sin^2 \eta + \alpha^2 \cos^2 \eta)^{1/4} f\left(\alpha, \frac{b}{R_i}, \eta\right) \tag{52}$$

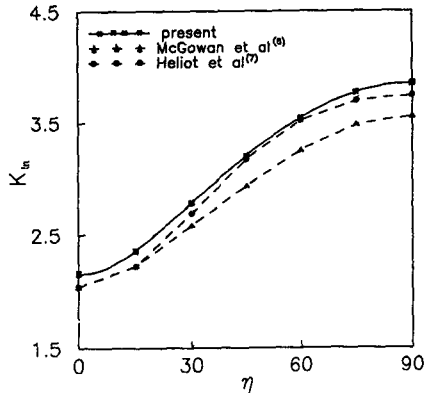
여기서,

$$\begin{aligned}
 f\left(\alpha, \frac{b}{R_i}, \eta\right) &= \frac{2R_o^2}{(R_o + R_i) R_i} \left[\frac{1}{2} \left[\frac{2 - \beta^2}{1 - \beta^2} \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\beta}{(1 - \beta^2)^{3/2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \right] \\
 \beta &= \alpha^{3/2} \frac{b}{R_i} \frac{\sin \eta}{\sqrt{\cos^2 \eta + \alpha^2 \sin^2 \eta}} \\
 \beta < 1, \quad a/B < 0.6
 \end{aligned} \tag{53}$$

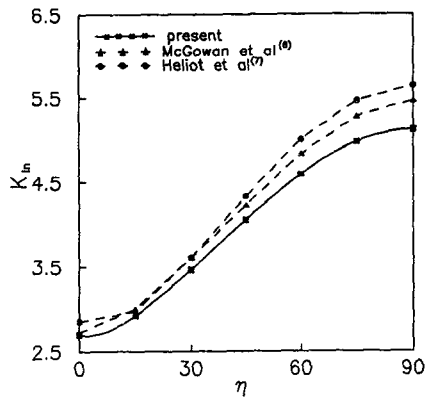
4. 검토 및 고찰

얇은 원통실린더 경우 식(51)의 타당성을 검토하기 위해 균열면상에 작용하는 응력 σ_i 가 $3+4(x/B) + 5(x/B)^2 + 6(x/B)^3$ 인 경우를 생각한다. 식(51)을 유도하는 절차와 같이 $b/a=3$, $B/R_i=0.1$, $b=3$, $a/B=0.25, 0.5, 0.8$ 에 대해 응력세기계수를 구하고 McGowan 등,⁽⁶⁾ Heliot 등⁽⁷⁾의 결

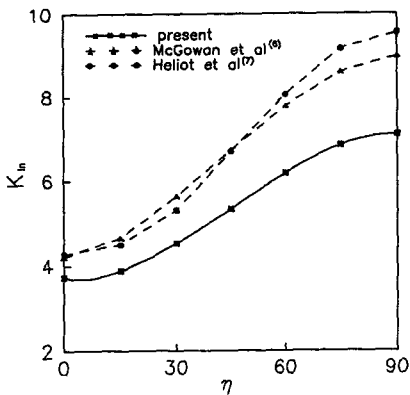
과와 비교하였을 때 Fig.2에서 보는 바와 같이 McGowan 등의 결과와 최대 20.89%의 오차, Heliot 등의 결과와 최대 25.55%의 오차를 보인



(a) $a/B=0.25$



(b) $a/B=0.5$



(c) $a/B=0.8$

Fig. 2 Nondimensional stress intensity factors K_{In} vs. parametric angle of ellipse η under polynomial loading

다. 이러한 오차발생 이유는 현 방법이 균열 윤곽 변환률 이자율도로 가정하였기 때문이다.

두꺼운 원통실린더 경우도 열충격 경계조건 및 초기조건을 3.1절과 동일하게 하였다. 두꺼운 원통실린더 경우 정적 열하중상태에서의 열응력세기계수를 Tan 등⁽¹⁴⁾의 결과와 비교할 때 Fig.3과 4에서 보는 바와 같이 $\nu=0.3$, $\alpha=0.8$, $\rho=2$, $a/B=0.2$, $b=5$ 인 경우 최대 1.01%의 오차가 있었으며, $\nu=0.3$, $\alpha=0.8$, $\rho=2$, $a/B=0.4$, $b=5$ 인 경우 최대 15.62%의 오차가 발생하였다. 또한, $\nu=0.3$, $\alpha=0.8$, $\rho=2.5$, $a/B=0.2$, $b=5$ 인 경우는 최대 오차는 4.61% 이었으며, $\nu=0.3$, $\alpha=0.8$, $\rho=2.5$, $a/B=0.4$, $b=5$ 인 경우는 최대 오차는

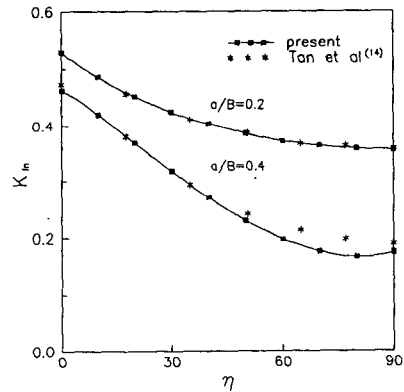


Fig. 3 Nondimensional thermal stress intensity factors K_{In} vs. parametric angle of ellipse η for various nondimensional crack depths (a/B) ($\rho=2$)

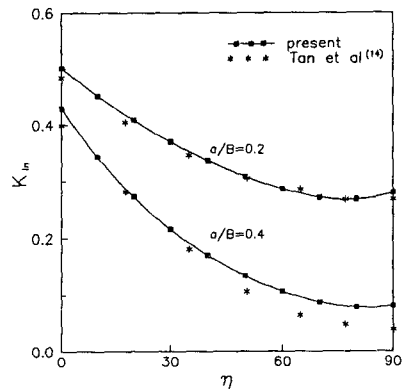


Fig. 4 Nondimensional thermal stress intensity factors K_{In} vs. parametric angle of ellipse η for various nondimensional crack depths (a/B) ($\rho=2.5$)

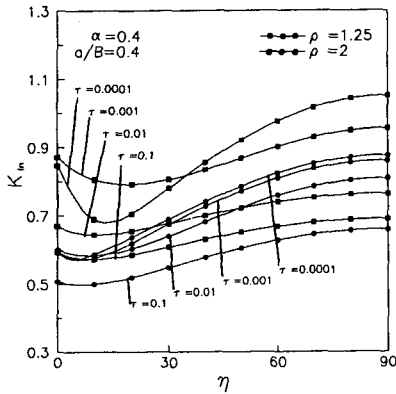


Fig. 5 Transient nondimensional thermal stress intensity factors K_{In} vs. parametric angle of ellipse η for various nondimensional times τ

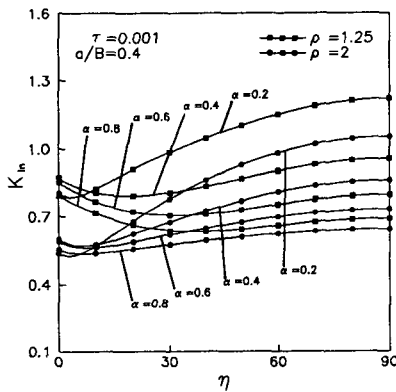


Fig. 6 Transient nondimensional thermal stress intensity factors K_{In} vs. parametric angle of ellipse η for various crack ratios α

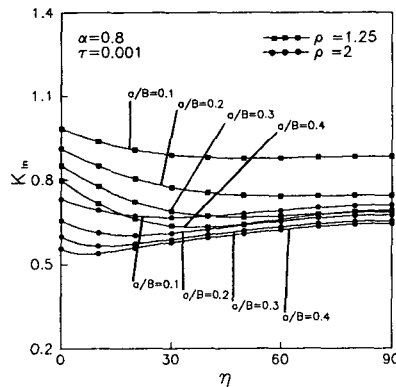


Fig. 7 Transient nondimensional thermal stress intensity factors K_{In} vs. parametric angle of ellipse η for various nondimensional crack depths (a/B)

107.28%이었으나 이는 응력세기계수 값이 0에 근접하기 때문이다.

Fig. 5에서는 $\nu=0.3$, $\alpha=0.4$, $\rho=1.25, 2$, $a/B=0.4$, $b=5$ 일때, 시간의 흐름에 따른 균열윤곽의 열충격응력세기 계수를 나타내고 있다. Fig. 5로부터 ρ 가 1.25인 경우나 2인 경우 모두 시간이 지남에 따라 균열 윤곽의 일부분에 열충격 응력세기계수가 증가하다가 감소함을 보인다. 이는 균열면에 작용하는 응력의 응력구배와 응력값의 변화에 기인한다. 또한 ρ 가 1.25인 경우가 ρ 가 2인 경우보다 항상 큰 응력세기계수값을 가진다.

Fig. 6은 $\nu=0.3$, $\rho=1.25$, $a/B=0.4$, $\tau=0.001$, $b=5$ 일때 균열비 알파에 따른 균열윤곽의 열충격 응력세기계수를 나타내고 있다. α 가 증가할수록 ρ 가 1.25인 경우나 2인 경우 모두 타원 변수 각도 90° 와 0° 인 곳에서 응력세기계수 차이가 줄어들고 있으며 대체로 열충격 응력세기계수 값이 감소하고 있다. 이는 α 가 감소할수록 타원 변수 각도 90° 에서 최대 응력세기계수가 나타나려는 타원균열의 경향때문이다.

Fig. 7은 $\nu=0.3$, $\rho=1.25, 2$, $\tau=0.001$, $b=5$ 일때 a/B 의 변화에 따른 균열윤곽의 열충격 응력세기계수를 나타내고 있다. ρ 가 1.25인 경우나 2인 경우 모두 균열면에 작용하는 응력이 실린더의 두께 내부로 들어가면 압축응력이 작용하므로 균열깊이비가 증가할수록 열충격 응력세기계수는 감소한다.

5. 결 론

원통실린더에 반타원 표면균열이 존재하는 경우에 대해 열충격 응력세기계수를 구하는 연구에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 참조되는 응력세기계수를 비균일 응력이 균열면에 수직으로 작용할 때의 응력세기계수로 하여 균열면에 작용하는 응력이 참조되는 경우와는 다른 임의의 비균일 응력이 균열면에 수직으로 작용할 때의 응력세기계수를 구하는 수정 Vainshtok 가중함수법을 개발한다.

(2) 얇은 원통실린더에 임의의 비균일 응력이 반타원 표면균열의 균열면에 수직으로 작용할 때의 응력세기계수를 수정 Vainshtok 가중함수법으로 구한 후 기존의 결과와 비교시 잘 일치한다.

(3) 정적 열하중을 받는 두꺼운 원통실린더에 반

타원 표면균열의 균열면에 수직으로 작용할 때의 응력세기계수를 수정 Vainshtok 가중합수법으로 구한 후 기존의 결과와 비교시 잘 일치한다.

(3) 정적 열하중을 받는 두꺼운 원통실린더에 반 타원 표면균열이 존재시의 열응력세기계수를 수정 Vainshtok 가중합수법을 통해 구한후 기존의 결과와 비교시 잘 일치한다.

(4) 얇거나 두꺼운 원통실린더 경우 모두 시간이 지남에 따라 균열 윤곽의 일부분에서 열충격응력세기계수가 증가하다가 감소함을 보이며, 균열비가 증가함에 따라, 균열깊이비가 증가 함에 따라 열충격 응력세기계수는 감소한다.

참고문헌

- (1) Irwin, G.R., 1962, "Crack-Extension Force for a Part-Through Crack in a Plate," *J. of Appl. Mech.*, Vol.29, pp.651~654.
- (2) Kassir, M.K. and Sih, G.C., 1967, "Three-Dimensional Thermo-Elastic Problems of Planes of Discontinuities or Cracks in Solids," *Devel. in Theor. & Appl. Mech.*, Pergamon Press, Vol.3., pp.117~136.
- (3) Shah, R.C. and Kobayashi, A.S., 1971, "Stress Intensity Factor for Elliptical Crack under Arbitrary Normal Loading," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.3, pp.71~96.
- (4) Shah, R.C. and Kobayashi, A.S., 1973, "Stress Intensity Factor for an Elliptical Crack Approaching the Surface of a Semi-Infinite Solid," *Int. J. of Frac.*, Vol.9., No.2, pp.133~145.
- (5) Segedin, C.M., 1967, Some *Three-Dimensional Mixed Boundary Value Problems in Elasticity*, No.67-3, Univ. of Wash.
- (6) McGowan, J.J. and Raymund, M., 1979, "Stress Intensity Factor Solutions for Internal Longitudinal Semi-Elliptical Surface Flaws in a Cylinder under Arbitrary Loadings," *ASTM STP 677*, pp. 365~380.
- (7) Heliot, J., Labbens, R.C. and Pellissier-Tanon, A., 1979, "Semi Elliptical Cracks in a Cylinder Subjected to Stress Gradients," *ASTM STP 677*, pp.341~364.
- (8) Williams, J.G., 1980, "An Approximate Solution for Elliptical Crack in a Thick wall-End Cylinder," *Int. J. of Frac.*, Vol.16. pp. R127-R132.
- (9) Newman, J.C., Jr. and Raju, I.S., 1980, "Stress-Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels," *J. of Pres. Ves. Tech.*, Vol.102, pp. 342~346.
- (10) Newman, J.C., Jr. and Raju, I. S., 1981, "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.15, No.1-2, pp.185~192.
- (11) Newman, J.C., Jr. and Raju, I.S., 1981, "Stress Intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies," *NASA Technical Memorandum 83200*, pp.1~49.
- (12) Isida, M., Noguchi, H. and Yoshida, T., 1984, "Tension and Bending of Finite Thickness Plates with a Semi-Elliptical Surface Crack," *Int. J. of Frac.*, Vol.26, pp.157~188.
- (13) Isida, M. and Noguchi, H., 1984, "Tension of a Plate Containing an Embedded Elliptical Crack," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.20, No.3, pp.387~408.
- (14) Tan, C.L. and Shim, M.L., 1986, "Stress Intensity Factor Influence Coefficients for Internal Surface Cracks in Thick-Walled Cylinders," *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vol. 24, pp.49~72.
- (15) Mattheck, C., Munz, D. and Stamm, H., 1983, "Stress Intensity Factor for Semi Elliptical Surface Cracks Loaded by Stress Gradients," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.18, No.3, pp.633~641.
- (16) Petroski, H.J. and Achenbach, J.D., 1978, "Computation of the Weight Function from a Stress Intensity Factor," *Eng. Frac. Mech.*, Vol. 10, pp.257~266.
- (17) Grebner, H. and Strathmeier, U., 1985, "Stress Intensity Factors for Longitudinal Semi-Elliptical Surface Cracks in a Pipe under Thermal Loading," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.21, No.2, pp.383~389.
- (18) Grebner, H. and Strathmeier, U., 1985, "Stress Intensity Factors for Circumferential Semi-Elliptical Surface Cracks in a Pipe under Thermal Loading," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.22, No.1, pp.383~389.

- (19) Mattheck, C., Morawietz, P. and Munz, D., 1983, "Stress Intensity Factor at the Surface and at the Deepest Point of Semi-Elliptical Surface Crack in Plates under Stress Gradients," *Int. J. of Frac.*, Vol.23, pp.201~212.
- (20) Xu, R.X. and Wu, X.R., 1989, "A Weight Function Approach to Stress Intensity Factors for Half-Elliptical Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels Subjected to Thermal Shock," *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vol.39, pp.375~391.
- (21) Desjardins, J.L., Burns, D.J. and Thompson, J. C., 1991, "A Weight Function Technique for Estimating Stress Intensity Factors for Cracks in High Pressure Vessels," *J. of Pres. Ves. Tech.*, Vol.113, pp.10~21.
- (22) Fett, T., 1988, "The Crack Opening Displacement Field of Semi-Elliptical Surface Cracks in Tension for Weight Functions Applications," *Int. J. of Frac.*, Vol.36, pp.55~69.
- (23) Fett, T., 1989, "An Estimation of Local Stress Intensity Factors for Semi Elliptical Surface Cracks," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.34, No.4, pp.883~890.
- (24) Zhao, W., Wu, X.R. and Yan, M.G., 1989, "Weight Function Method for Three Dimensional Crack Problems - I. Basic Formulation and Application to an Embedded Elliptical Crack in Finite Plates," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.34, No.3, pp.593~607.
- (25) Zhao, W., Wu, X.R. and Yan, M.G., 1989, "Weight Function Method for Three Dimensional Crack problems - II. Application to Surface Cracks at a Hole in Finite Thickness Plates under Stress Gradients," *Eng. Frac. Mech.*, Vol. 34, No.3, pp.609~624.
- (26) 西岡俊久, 1990, "三次元だ圓き裂重み関數法に關する研究," 日本機械學會論文集(A編), 56卷, 524號, pp.824~830.
- (27) Nishioka, T. and Atluri, S.N., 1990, "The First-Order Variation of the Displacement Field due to Geometrical Changes in an Elliptical Crack," *J. of App. Mech.*, Vol.57, pp.639~645.
- (28) Vainshtok, V.A. and Varfolomeyev, I.V., 1987, "Application of the Weight Function Method for Determining Stress Intensity Factors of Semi-Elliptical Cracks," *Int. J. of Frac.*, Vol. 35, pp.175~186.
- (29) Vainshtok, V.A. and Varfolomeyev, I.V., 1988, "A Complete System of Equations of the Weight Function Method for Three-Dimensional Crack Problems," *Int. J. of Frac.*, Vol. 38, R71-R74.
- (30) Fett, T., 1989, "An Approximative Crack Opening Displacement Field for Embedded Cracks," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.32, No.8, pp.731~737.
- (31) Fett, T., Mattheck, C. and Munz, D., 1990, "Averaged Stress Intensity Factors for Embedded Elliptical Cracks," *Eng. Frac. Mech.*, Vol.35, No.6, pp.987~996.
- (32) Vainshtok, V.A., 1991, "Application of the Weight Function Method to Solving Multiparametric Three-Dimensional Fracture Mechanics Problems," *Int. J. of Frac.*, Vol.47, pp.201~212.
- (33) Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., 1970, *Theory of Elasticity*, 3rd edition, McGraw-Hill Kogakusha. LTD.
- (34) Carslaw, H.S., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford Press, London.
- (35) Boley, B.A. and Weiner, J.H., 1960, *Theory of Thermal Stresses*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1960.