

〈論 文〉

복수로봇 시스템의 동력학적 연구

- 대상물과 닫힌 체인을 형성할 때의 문제 -

유 범 상*

(1994년 9월 23일 접수)

Dynamic Analysis of Multi-Robot Systems Forming Closed Kinematic Chain

Beom-Sahng Ryuh

Key Words : Multi-Robot System(복수로봇 시스템), Closed Kinematic Chain(기구학적으로 닫힌 체인), Dynamics(동력학), Mobility(자유도), Production Automation(생산자동화)

Abstract

The multiple cooperating robot system plays an important role in the research of modern manufacturing system as the emphasis of production automation is more on the side of flexibility than before. While the kinematic and dynamic analysis of a single robot is performed as an open-loop chain, the dynamic formulation of robot in a multiple cooperating robot system differs from that of a single robot when the multiple cooperating robots form a closed kinematic chain holding an object simultaneously. The object may be any type from a rigid body to a multi-joint linkage. The mobility of the system depends on the kinematic configuration of the closed kinematic chain formed by robots and object, which also decides the number of independent input parameters. Since the mobility is not the same as the number of robot joints, proper constraint condition is sought. The constraints may be such that : the number of active robot joints is kept the same as mobility, all robot joints are active and have interrelations between each joint forces/torques, two robots have master-slave relation, or so on. The dynamic formulation of system is obtained. The formulation is based on recursive dual-number screw-calculus Newton-Eulerian approach which has been used for single robot analysis. This new scheme is recursive and compact symbolically and may facilitate the consideration of the object in real time.

1. 서 론

산업현장에서의 로봇 자동화 시스템의 도입목적은 그 비중이 성력화, 생산성과 품질의 향상에서 다품종 소량생산과 짧은 생산 리드타임에 대처하기 위한 유연성의 확보로 넘어가고 있다. 또한, 고가의

자동화 투자가 다음 또 다음의 제품생산에도 투입될 수 있는지의 여부는 항상 투자 결정시의 주요 관심사이다. 이러한 맥락에서 최근 유연생산 시스템(flexible manufacturing system)의 연구에 많은 노력이 기울여졌다.

로봇자동화 시스템은 대개 범용의 로봇과, 대상 제품의 특성을 고려하여 설계, 제작된 positioning device 그리고 용접기 등의 가공공구를 중심으로 구성된다. 대부분의 positioning device(용

*정회원, 전북대학교 정밀기계공학과

접의 경우, 1-4축의 rotary형 포지셔너 ; material handling의 경우 walking beam형의 positioner 등)는 설계시부터 대상 제품이 한정되어 유연생산에는 부적합하다. 또, 시스템이 다종의 제품을 취급해야 할 때는 과다투자를 요구하게 되어 본말이 전도되는 경우가 있다. 이에 최근 부각되어 가는 것이 로봇으로 positioning device를 대체하는 복수로봇 시스템의 연구이다. 이런 시스템은 초기투자는 높으나 광범위한 제품군에 로봇의 유연성을 최대한 살려 end-effector(Gripper 등)등만 교체, 대처가 가능한 장점을 가지고 있다. 국내의 경우, 현재 6축 수직 다관절형 로봇의 가격이 서보모터 동시제어 1~2축형의 positioning device의 약 3~4배 정도이므로, 복수로봇 시스템은 국내 중소기업 기준으로는 아직 높은 투자로 볼 수 있으나 소형물의 용접 등 일부분야를 중심으로 곧 시장에 도입될 것으로 보인다. 실제로, 일본의 경우 전시회에 두 대의 로봇이 각기 용접토치와 대상물을 쥐는 시스템을 수년전에 내놓았고 국내에서도 1993년의 한 전시회에 두 대의 로봇이 자동차 소음기(muffler)를 용접하는 시스템이 처음 출품되었다. 이러한 협업 시스템들은 기술적으로 가반중량의 제약 등 문제는 안고 있으나 소형 제품의 생산이나 혹은 다른 목적의 협업 등으로부터 보급이 되기 시작할 것이다.

복수로봇의 협업시스템은 크게 보아 두 가지로 나눌 수 있는데, 첫째는 각 로봇이 서로 떨어져서 유기적으로 움직이는 경우이고, 둘째는 서로 체인을 형성하고 결합된 경우이다. 전자의 경우에는 상호간섭의 회피가 중요한 이슈로서 국내외에서 장애물 회피(obstacle avoidance)의 한 분야로서 많은 연구가 집중되어 왔다.^(4,7) Alford 등⁽¹⁾과 Freund 등⁽³⁾은 로봇들이 독립적인 시퀀스에 따라 움직일 때의 상호간의 오차를 줄이고 충돌을 회피하는 문제에 관하여 연구를 하였다. 후자의 경우는 기구학적으로 닫힌 체인(closed kinematic chain)을 형성하므로 전자의 경우와는 기구학적으로나 동력학적으로 별도의 경우로 취급되어야 한다. 열린 체인(open chain)으로서 해석되는 단독 로봇과는 구속조건(constraint condition), 기구학, 동력학적 해석 및 이에 따른 구동의 기본개념이 다르므로 단독 로봇의 구동방식을 그대로 적용할 수가 없으며 그럴 경우 치명적인 결과도 초래할 수 있다.

닫힌 체인을 형성하는 경우의 복수로봇 시스템의 연구는 이제까지, 두 로봇이 쥐고 있는 대상물의

기구학적 유형에 따른 시스템의 자유도(mobility)분석, 구속조건식의 수립, 이의 역기구학 해석(inverse kinematic solution)에의 적용 등을 중심으로 행하여져 왔다. 이 중에서, 로봇들간의 기구학적인 구속조건의 필요성은 Mason⁽⁹⁾에 의하여 지적되었다. Zheng과 Luh⁽²⁰⁾는 두 대의 로봇들이 대상 물체를 동시에 잡았을 때의 holonomic constraint를 대상물의 기구학적 형상으로부터 구하였고 이로부터 동작 오차를 줄이기 위하여 leader-follower 관계로 된 두 로봇의 각 축의 변위, 속도, 가속도를 구하였다. Orin과 Oh⁽¹⁰⁾는 기구학적으로 닫힌 체인으로 된 특별한 형태의 로봇의 제어를 위하여 구동력의 분포에 관하여 연구하였다. 이러한 연구 활동에 반해 상대적으로 동역학적 해석의 연구는 아직 미진한 실정이다. Tarn 등⁽¹⁶⁾은 3링크 2축으로 된 특정 형태의 대상물을 동시에 쥐는 두 로봇 시스템의 자유도를 분석하고 이를 고려한 구속조건식을 이용하여 Lagrangian approach로서 각 축에서의 generalized force(force/torque)를 구하였다. Ryuh와 Pennock은 Dual-number Screw-Calculus에 의한 Newton-Eulerian approach를 이용하여 두 대의 로봇 시스템의 특별한 경우로서 강체 대상물과 기구학적으로 닫힌 체인을 형성하며, 시스템의 자유도와 구동축의 수가 동일하고 잔여축은 전부 자유축(free joint)으로서 풀려있는 특수한 경우를 해석하는 데에 적용하였다.

두 대 이상의 로봇이 닫힌 기구학적 체인을 형성하는 경우의 동력학은 단독 로봇의 경우와 아주 달라서 처음부터 닫힌 체인으로 해석을 시작하여야 하며 이때 단독 로봇의 해석은 방법론의 극히 일부만 제공할 따름이다. 본 논문에서는 두 대 이상의 로봇이 단순한 강체형이나 다관절 링크형이거나 어떠한 형태의 대상물과 기구학적으로 닫힌 체인을 형성할 때도 적용할 수 있는 포괄적인 동역학적 해석방법을 제시하여 복수로봇 시스템의 제어에 적용될 수 있도록 하고자 한다. 각각의 로봇을 독립 구동시킬 때와의 차이를 분석하고, 여러가지 대상물의 기구학적 유형에 따른 시스템의 자유도를 분석한다. 다음, 동력학 해석을 위한 식의 수립과 이를 위한 해법이 제시된다. 시스템이 닫힌 체인을 형성할 때는 전 구동축 수가 시스템의 자유도보다 많으므로 적절한 구속조건을 찾는 문제가 선행되어야만 한다. 본 연구에서는 적절한 구속조건을 찾는 방법과 이를 해석에 반영하는 방법이 제시된다. 또한,

로봇 시스템이 취급하는 대상물은 가변적이므로 식의 수립에서도 이를 on-line으로 반영할 수 있도록 제안되어 있다.

본 연구에서 이용되는 동력학적 해석방법은 Dual-number Screw Calculus에 의한 Newton-Eulerian approach이다. 로봇의 동력학 해석에는 두 가지의 방법이 주로 쓰여 왔는데 첫째는 Lagrangian approach 이고, 둘째는 Newton-Eulerian approach이다. 이 중 Lagrangian approach가 먼저 사용되기 시작했으나⁽¹²⁾ 이후 Newton-Eulerian approach가 간결성과 연쇄적인(recursive) 속성때문에 on-line computational scheme을 염두에 두고 더 많이 사용되고있다.⁽⁶⁾ Luh 등⁽⁸⁾은 당시 사용되던 전산기종인 PDP 11/45를 이용하여 두 가지 방법을 사용할 때의 계산시간을 비교하고 있다. 이후 Lagrangian approach의 효율을 개선하기 위한 recursive Lagrangian approach가 Hollerbach,⁽⁵⁾ Silver⁽¹⁵⁾ 등에 의하여 논의되었다. 이 두 가지 방법의 장단점에 관한 부분은 본 논문의 주제와 관련이 없으므로 논외로 한다. 본 논문에서는 한 대의 로봇의 경우보다 기하급수적으로 복잡하여지는 복수로봇 경우의 동력학적 해석을 위하여 표기상의 간편성과 연쇄적인 장점을 이용하기 위하여 Dual-number Screw Calculus에 의한 Newton-Eulerian approach를 이용하였다.

Dual-number Screw Calculus에 의한 Newton-Eulerian approach는 애초 다자유도의 다물체 동력학 해석에 사용되어 왔는데^(11,12,18,19) 3차원 강체 운동 해석에 효율적인 Dual-number Dual-Vector를 이용하여 기존의 일반 벡터 사용방법보다 훨씬 간편하다는 장점을 가지고 있다. 이에 의한 로봇의 동력학적 해석은 Pennock과 Yang⁽¹¹⁾에 의하여 발표되었는데, 본 논문에서는 이를 closed-loop을 이룬 복수로봇의 시스템 해석에 이용하고자 한다.

2. Dual-Number Screw Calculus에 의한 Dual-Euler Equation

2.1 Line Coordinate과 Screw Coordinate

공간상에 위치 \vec{r} 을 가진 단위 벡터 \vec{U} 는 다음과 같이 Plucker coordinate \widehat{U} 로 표시할 수 있다.

$$\widehat{U} = [\vec{U}, \vec{U}^0]^T = [U_x U_y U_z U_x^0 U_y^0 U_z^0]^T \quad (1)$$

여기에서,

$$\vec{U}^0 = \vec{r} \times \vec{U} = [U_x^0 U_y^0 U_z^0]$$

식(1)은 다음과 같이 Screw coordinate, \widehat{U} 로 표시할 수 있다.

$$\widehat{U} = \begin{bmatrix} U_x + \epsilon U_x^0 \\ U_y + \epsilon U_y^0 \\ U_z + \epsilon U_z^0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기에서, ϵ 은 듀얼(dual)성분을 나타내는 듀얼 연산자(dual operator)로서 $\epsilon^2=0$ 의 성질을 가진다. 위치를 가지고 있는 일반 벡터도 식(2)와 동일한 방법으로 나타낼 수 있다.

$$\widehat{B} = \begin{bmatrix} B_x + \epsilon B_x^0 \\ B_y + \epsilon B_y^0 \\ B_z + \epsilon B_z^0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.2 Dual-Euler Equation과 강체의 동력학

로봇의 경우에는 각 링크의 좌표계의 원점을 무게중심이 아닌 각 축의 관절부위에 설정하는 것이 편리하다. 따라서 임의의 위치를 중심으로 하는 해석법이 여타의 무게중심에 관한 해석법보다 편리하다. 강체 위의 임의의 점 A 를 원점으로 하는 좌표계 $\{X\}_A$ 에서 표시된 강체의 순간 움직임은 A 점의 속도벡터 $\vec{V}_A = [V_x V_y V_z]^T$ 와 강체의 각속도 $\vec{\omega} = [\omega_x \omega_y \omega_z]^T$ 로 완전히 표시된다. 이 때, 이 강체의 운동량과 각운동량은 자기

$$\vec{p} = m(\vec{V}_A + \vec{\omega} \times \vec{G}) \quad (4)$$

$$\vec{H}_A = [J]_A \vec{\omega} + m(\vec{G} \times \vec{V}_A) \quad (5)$$

으로 나타난다. 여기에서 m 은 강체의 질량이고, \vec{G} 는 무게중심의 $\{X\}_A$ 에서의 위치이며 $[J]_A$ 는 강체의 $\{X\}_A$ 에서의 mass moment of inertia를 나타내는 행렬식이다. A 점을 중심으로 하는 합력(resultant force)과 모멘트, \vec{F} 와 \vec{M}_A 는 자기

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \omega \times \vec{p} \quad (6)$$

$$\vec{M}_A = \dot{\vec{H}}_A + \vec{\omega} \times \vec{H}_A + \vec{V}_A \times \vec{p} \quad (7)$$

으로 나타난다. 이상과 같은 강체의 운동을 듀얼 벡터(dual vector)로써 나타내면 다음과 같다.

$$\widehat{V}_A = \begin{bmatrix} \vec{V}_x \\ \vec{V}_y \\ \vec{V}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x + \epsilon V_x \\ \omega_y + \epsilon V_y \\ \omega_z + \epsilon V_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\widehat{H}_A = \begin{bmatrix} \vec{H}_x \\ \vec{H}_y \\ \vec{H}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x + \epsilon H_x \\ p_y + \epsilon H_y \\ p_z + \epsilon H_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\hat{F}_A = \begin{bmatrix} \hat{F}_x \\ \hat{F}_y \\ \hat{F}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x + \varepsilon M_x \\ F_y + \varepsilon M_y \\ F_z + \varepsilon M_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

위의 식(8), (9), (10)은 각기 각속도와 속도(필요시엔 각가속도와 가속도도), 운동량과 각 운동량, 힘과 모멘트를 간편하게 함축 표현할 수 있다. 또한 각각을 별도로 계산하여야 하는 일반 벡터 방법의 경우와는 달리 Dual-number Screw Calculus에 의하여 동시에 계산이 가능하다. 다음 절에서는 실제 로봇의 경우에 적용하여 본다.

3. 6축 수직 다관절 로봇의 동력학

Fig. 1은 일반 수직 다관절 로봇의 좌표계를 보여주고 있다. 이 좌표축의 설정은 일반 관례에 따른다. j 링크에 부착된 좌표계를 $\{X_j\}$ 로 부르는데, 이는 관절축 \bar{Z}_j 와 \bar{Z}_j 와 \bar{Z}_{j+1} 에 공통 수직인 \bar{X}_j 로써 정의된다. j 링크의 형상은 인접하는 두 관절축 \bar{Z}_j 와 \bar{Z}_{j+1} 사이의 상수 듀얼각(dual angle)인 $\bar{a}_j = a_j + \varepsilon l_j$ 로써 나타낸다. 링크 j 의 링크 $j-1$ 에 대한 상대위치는 관절축 \bar{Z}_j 를 중심으로 \bar{X}_{j-1} 과 \bar{X}_j 간의 듀얼 각 $\hat{\theta}_j = \theta_j + \varepsilon d_j$ 로 표시된다.

첫째, 링크의 듀얼속도와 가속도는 $\{X_j\}$ 좌표계

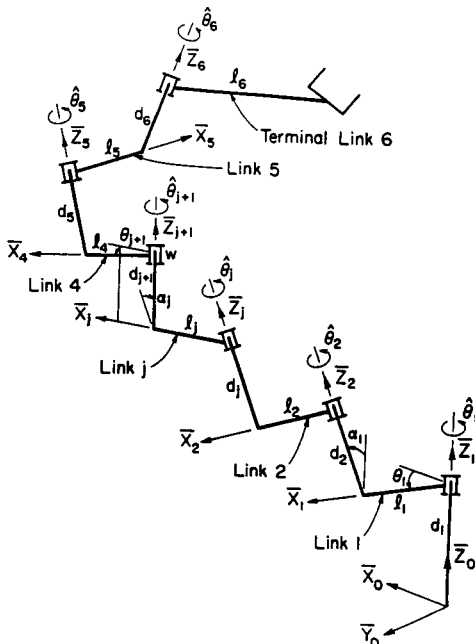


Fig. 1 A Schematic diagram of a six-axis robot

에서 각각

$$\hat{V}_1 = [0 \ 0 \ \hat{\theta}_1]^T \text{ and } \hat{A}_1 = [0 \ 0 \ \hat{\theta}_1 + \varepsilon G] \quad (11)$$

으로 표시되는데, 여기서, G 는 중력가속도로서 각 링크의 중량을 고려하고 있다. j 링크의 듀얼속도와 가속도는 $\{X_j\}$ 좌표계에서 각각

$$\begin{aligned} \hat{V}_j &= [\hat{B}]_j \hat{V}_{j-1} + \hat{\theta}_j \text{ and} \\ \hat{A}_j &= [\hat{B}]_j \hat{A}_{j-1} + [\hat{B}]_j V_{j-1} + \hat{\theta}_j; \quad (j=2, 3, \dots, 6) \end{aligned} \quad (12)$$

으로 표시되는데, 여기서 $\hat{\theta}_j = [0 \ 0 \ \hat{\theta}_j]^T$ 와 $\hat{\theta}_j = [0 \ 0 \ \hat{\theta}_j]^T$ 는 각각 j 링크의 $j-1$ 링크에 대한 상대 듀얼속도와 가속도이다. 그리고

$$\begin{aligned} [\hat{B}]_j &= \begin{bmatrix} C\hat{\theta}_j S\hat{\theta}_j C\bar{a}_{j-1} S\hat{\theta}_j S\bar{a}_{j-1} \\ -S\hat{\theta}_j C\hat{\theta}_j C\bar{a}_{j-1} C\hat{\theta}_j S\bar{a}_{j-1} \\ 0 \quad -S\bar{a}_{j-1} \quad C\bar{a}_{j-1} \end{bmatrix} \text{ and} \\ [\hat{B}]_j &= \hat{\theta}_j \begin{bmatrix} -S\hat{\theta}_j C\hat{\theta}_j C\bar{a}_{j-1} C\hat{\theta}_j S\bar{a}_{j-1} \\ -C\hat{\theta}_j -S\hat{\theta}_j C\bar{a}_{j-1} -S\hat{\theta}_j S\bar{a}_{j-1} \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

은 각각 좌표계 $\{X_j\}$ 의 $\{X_{j-1}\}$ 에 대한 Dual-transformation 행렬식과 그 일차 시간미분계수이다. 여기에서 약자 C 와 S 는 각기 COS과 SIN을 나타낸다. j 링크의 듀얼운동량(Dual momentum matrix)과 일차 시간 미분계수는 각각

$$\begin{aligned} \hat{H}_j &= [\phi]_j \hat{V}_j \text{ and} \\ \hat{H}_j &= [\phi]_j \hat{A}_j; \quad (j=1, 2, \dots, 6) \end{aligned} \quad (14)$$

로 표시되는데, 여기에서 $[\phi]_j$ 는 j 링크의 이너서바 이너(inertia binor)라 한다. 이너서바이너는 j 링크의 질량과 mass moment of inertia에 관한 정보를 $\{X_j\}$ 좌표계에서 나타낸 것으로써 (6×6) partitioned matrix로 다음과 같이 나타낼 수 있는데

$$[\phi]_j = \begin{bmatrix} [S]_j^T m_j [E] \\ [J]_j \quad [S]_j \end{bmatrix}; \quad (j=1, 2, \dots, 6) \quad (15)$$

여기에서, $[E]$ 는 (3×3) identity matrix이고 $[J]_j$ 는 딸린 좌표계에서 표시된 mass moment of inertia matrix이다. $[S]_j$ 는 일차 mass moment matrix인데 다음과 같이 나타낸다.

$$[S]_j = m_j \begin{bmatrix} 0 & -g_{yz} & g_{zy} \\ g_{yz} & 0 & -g_{yx} \\ -g_{zy} & g_{yx} & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서, m_j 는 j 링크의 질량이고, $[g_{yx}, g_{zy}, g_{yz}]^T$ 는

$\{X_j\}$ 좌표계에서 표시된 j 링크의 중심의 위치이다. 중심의 위치가 좌표계의 임의의 위치에 올 수 있으므로 완전히 일반적인 식임에 주목할 필요가 있다. 이너서바이너 $[\phi]_j$ 를 이용하여 j 링크의 듀얼힘(Dual inertia force)은 $\{X_j\}$ 좌표계에서

$$\begin{aligned} \hat{F}_j &= \begin{bmatrix} F_{jx} + \epsilon M_{jx} \\ F_{jy} + \epsilon M_{jy} \\ F_{jz} + \epsilon M_{jz} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{H}_{jx} - \hat{V}_{jz} \hat{H}_{jy} + \hat{V}_{jy} \hat{H}_{jz} \\ \hat{H}_{jy} - \hat{V}_{jx} \hat{H}_{jz} + \hat{V}_{jz} \hat{H}_{jx} \\ \hat{H}_{jz} - \hat{V}_{jy} \hat{H}_{jx} + \hat{V}_{jx} \hat{H}_{jy} \end{bmatrix} \\ &; (j=1, 2, \dots, 6) \end{aligned} \quad (17)$$

로 나타나는데, 이는 세계의 듀얼식(Dual equation)으로서 Dual-Euler equation이라 불리운다.

j 링크에 걸리는 반력과 $\{X_j\}$ 좌표계의 원점(관절의 중심)에 걸리는 반력모멘트를 각각 \overline{R}_j 와 \overline{Q}_j 로 나타내면 벡터쌍 $(\overline{R}_j, \overline{Q}_j)$ 는 듀얼벡터로서

$$\begin{aligned} \hat{R}_j &= \begin{bmatrix} \hat{R}_{jx} \\ \hat{R}_{jy} \\ \hat{R}_{jz} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_{jx} + \epsilon Q_{jx} \\ R_{jy} + \epsilon Q_{jy} \\ R_{jz} + \epsilon Q_{jz} \end{bmatrix}; (j=1, 2, \dots, 6) \end{aligned} \quad (18)$$

으로 나타낼 수 있으며 j 링크의 듀얼반력(Dual reaction force)이라 부른다. 로봇의 각 관절 중심에 걸리는 반력과 반력모멘트는 로봇의 손에서부터 1 링크까지 순차적으로 계산할 수 있다. 우선, 로봇의 손(end-effector)에서는 $\{X_6\}$ 에서

$$\hat{R}_6 = \hat{F}_6 \quad (19)$$

으로 나타낼 수 있다. 다음 손(end-effector)으로부터 첫째 링크까지 연쇄적으로

$$\hat{R}_j = [B]_{j+1} \hat{R}_{j+1} + \hat{F}_j; (j=5, 4, \dots, 1) \quad (20)$$

의 관계를 이용하여 각 링크의 반력을 계산할 수 있다. 식(20)에서 \hat{R}_j 의 첫째, 둘째 요소(x, y component)는 $\{X_j\}$ 좌표계에서의 j 링크에 걸리는 반력과 반력모멘트이다. 셋째 요소(z component)의 실수와 듀얼부는 각각 j 번째 관절축에 걸리는 힘과 모멘트이다. 만일 회전관절(revolute joint)이라면 실수와 듀얼부는 각기 관절 축방향의 추력과 관절 조인트 토크를 의미하고, 만일 왕복관절(prismatic joint)이라면 각기 관절 구동력과 모멘트를 의미하

게 된다.

4. 두 대의 로봇이 하나의 대상물을 쥐고 있을 때

이 절에서는 두 대의 로봇이 하나의 대상물을 동시에 쥐고 있는 경우를 고려해 본다.

4.1 대상물의 기구학적 조건과 시스템의 자유도

두 로봇이 하나의 대상물을 동시에 쥐고 있을 때는 대상물의 기구학적 조건에 따라 전 시스템의 자유도가 달라지게 된다. 기구학에서 시스템의 자유도는 일반적으로 다음의 관계식으로 표현된다.

$$M = 6(n-1) - \sum_{i=1}^k (6-f_i) \quad (21)$$

여기에서, n =링크의 수

k =관절의 수

f_i = i 번째 관절의 자유도

로봇의 손이 대상물과 완전히 결합되었다고 가정하면, 식(21)에 의하여 대상물이 강체일 경우 자유도 M 은 6, 2링크 1관절형이면 M 은 7이 되는 등으로 계산된다.

자유도는 메카니즘의 해석에서 독립변수의 수를 결정하고, 구동시에는 잉여구동이나 과소구동을 방지하여 최적구동이 되도록 하는 중요한 변수이다. 로봇 두 대 이상이 하나의 대상물과 완전결합을 한 경우에 각 로봇을 종전의 6링크 open-chain의 방식을 그대로 적용하여 12축을 독립구동시키면 과잉구동이 된다. 대상물이 강체인 경우는 6개의 과잉구동, 2링크 1관절형이면 5개의 과잉구동이 된다. 이를 막기 위하여는 적절한 구속조건이 필요하고 해석도 새로 해야 한다. 간단한 예로, 한 평면에서 2관절 열린 링크 매니플레이터와 1관절 열린 링크 매니플레이터의 끝을 결합시켜 새로 구성된 4절 링크의 자유도는 1이 되어 3개의 구동축중 하나만 구동하거나 아니면 적절한 구속조건을 부가하여야 하는 것과 같은 이치이다. (Fig. 2)

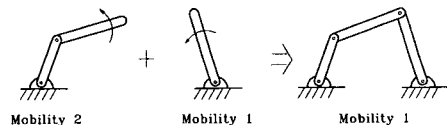


Fig. 2 Closed kinematic chain formed by two open-link mechanisms

본 논문의 해석법은 선행되었던 연구들^(16,20)과는 달리 대상물의 기구학적 조건을 한 가지로 국한하지 않고 대상물이 바뀌는 환경에 따르는 가변적인 기구학적 조건을 충족시킬 수가 있다. 4.2에서는 대상물이 강체인 경우를 논의하고 4.3에서는 대상물이 링크인 경우로 확장하여 본다.

4.2 강체 대상물의 경우

Fig. 3에서 보는 바와 같이 강체 대상물이 두 6자유도 로봇의 손(end-effector)에 완전히 결합이 되어 있다고 가정한다. 이 때, 전 시스템은 닫힌 체인(closed kinematic chain)을 형성하며 자유도는 6이 된다. 편의상 두대의 로봇을 각각 I, II로 나타내며, 두 로봇의 손과 강체 대상물은 완전결합의 가정에 의하여 7링크로 부르기로 한다. 7링크의 듀얼힘(Dual inertia force) \hat{F}_7 을 구하는 방법은 3절에 서술된 방법에 의한다. \hat{F}_7 은 로봇 I의 손의 좌표계인 $\{X_6\}$ 에서 표시하기로 한다. 로봇의 6링크의 듀얼속도와 가속도는 식(11)과 (12)에서 구할 수 있으며, 듀얼운동량과 그 일차 시간미분계수는 식(14)에서 얻을 수 있다. 링크 7의 경우에 듀얼 운동량과 그 일차 시간미분계수는 자기

$$\hat{H}_7 = [\phi]_7 \hat{V}_6 \text{ and } \hat{H}_7 = [\phi]_7 \hat{A}_6 \quad (22)$$

로 구해지는데, 여기서 이너션바이너리 $[\phi]_7$ 은 링크 7로 표시되는 두 로봇의 손과 대상물의 결합체에 관한 이너서 정보이다. 듀얼힘 \hat{F}_7 은 식(22)를 식(17)에 대입하여 구할 수 있다.

닫힌 체인을 형성하는 두 로봇의 시스템에서 각 관절의 구동력/토크는 다음과 같이 구할 수가 있다. 로봇 I의 각 관절에 걸리는 힘은 식(20)에 의하여 다음과 같은 관계를 갖게 된다.

$$\hat{R}_j^I = [\hat{B}]_{j+1}^I \hat{R}_{j+1}^I + \hat{F}_j^I; (j=1, 2, \dots, 5) \quad (23)$$

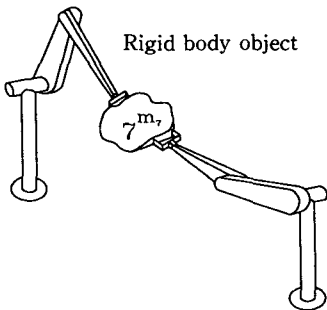


Fig. 3 Rigid body object in the grasp of two robots

또, 로봇 II의 각 관절에 걸리는 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{R}_j^{II} = [\hat{B}]_{j+1}^{II} \hat{R}_{j+1}^{II} + \hat{F}_j^{II}; (j=5, 4, \dots, 1) \quad (24)$$

강체 대상물을 중심으로 두 로봇의 손(end-effector)간에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\hat{R}_6^I = [\hat{T}] \hat{R}_6^{II} + \hat{F}_7 \quad (25)$$

여기에서 Dual-number 행렬식 $[\hat{T}]$ 는 $\{X_6^I\}$ 좌표계의 $\{X_6^{II}\}$ 에 대한 Dual transformation을 나타내며 강체 대상물의 형상에 의존한다. $[\hat{T}]$ 를 구하는 상세한 절차는 Yang⁽¹⁸⁾을 참조하면 된다. 식(23)~(25)는 총 11개의 Dual-vector 식으로서 각 element별(실수부 x, y, z , Dual부 x, y, z 의 6성분)로 정리하면 총 66개의 식을 나타낸다. 로봇에서는 각 관절마다 6개의 미지벡터 성분이 있으므로 두 대의 로봇에 총 72개의 미지수를 가지고 있다. 이는 6개의 조건식(constraint equation)을 더 필요로 함을 의미한다. 전술한 바와 같이 이 시스템의 자유도는 6인데 반하여 두 로봇의 구동축 수의 합계는 12이다. 그러므로 6개의 구속조건을 부과하여 구동축의 일부를 상호 의존시켜야 하며 이는 6개의 조건식이 더 필요하다는 수학적 요구에 대한 설명이기도 하다. 닫힌 메카니즘(closed kinematic chain)의 특질로서, 비록 식의 수립은 순환적(recursive)이나 해를 위해서는 연립방정식을 풀어야만 한다. 구속조건을 부과하는 법과 해법은 다음 절에서 논의하기로 한다.

4.3 대상물이 링크인 경우

대상물이 하나의 강체가 아니고 링크로 구성되어 있는 경우에는, 시스템의 자유도, 링크 대상물과 로봇의 양 손간의 transformation 행렬식, 또 이에 따르는 동역학적 해석의 변경이 추가되어야 한다. 이 경우의 자유도는 식(21)에 의하여 구할 수 있다. 링크 대상물의 각 관절을 일 자유도로 가정하면 전 시스템의 자유도 M 과 대상물의 링크수 N 은

$$M = 6 + N - 1 \quad (26)$$

의 관계를 갖는다. 대상물의 각 링크의 속도, 가속도와 Dual-Euler equation에 의한 듀얼힘(Dual inertia force) \hat{F} 는 각각 식(11)과 식(17)에 의하여 구하여진다. 이 때, 로봇과 링크 대상물의 각 관절의 반력/구동력/구동토크를 구하기 위하여는 식(23)~(25)중 식(25)를 링크 대상물의 조건을 고려하

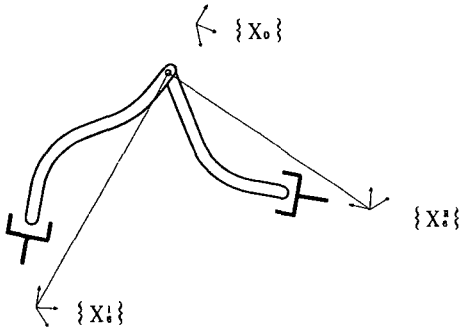


Fig. 4 Two-link one-joint link object in the grasp of two robots

여 변경 사용하여야 한다. 만일 두 대의 로봇이 2 링크 1관절형의 대상물의 양 끝단과 완전 결합되어 있는 예를 들면(Fig. 4), 자유도는 7이 되고 이에 따라 전 시스템의 식은 다음과 같이 된다.

$$\hat{R}_j^j = [\hat{B}]_{j+1}^j \hat{R}_{j+1}^j + \hat{F}_j^j; (j=1, 2, \dots, 5) \quad (27)$$

$$\hat{R}_j^j = [\hat{B}]_{j+1}^j \hat{R}_{j+1}^j + \hat{F}_j^j; (j=5, 4, \dots, 1) \quad (28)$$

$$\hat{R}_6^6 = [\hat{T}]_6^0 \hat{R}_0 + \hat{F}_6^6 \quad (29)$$

$$\hat{R}_6^6 = [\hat{T}]_6^0 \hat{R}_0 + \hat{F}_6^6 \quad (30)$$

여기에서, $[\hat{T}]_6^0$ 는 $\{X^0\}$ 에 대한 $\{X_6^6\}$ 의 transformation을 나타내며 $[\hat{T}]_6^0$ 는 $\{X^0\}$ 에 대한 $\{X_6^6\}$ 의 Transformation을 나타낸다. \hat{R}_0 는 대상물의 관절에서의 반력을 $\{X^0\}$ 에서 표시한 것이고 \hat{F}_6^6 와 \hat{F}_j^j 는 각각 양 로봇의 여섯째 링크와 대상물 링크의 결합부의 듀얼힘을 $\{X_6^6\}$ 와 $\{X_j^j\}$ 에서 표시한 것이다. 식(27)~(30)은 12개의 듀얼벡터 식으로서 각 성분별로 보면 72개의 식으로 나타난다. 미지수는

두 로봇의 12축과 대상물 링크의 1축, 합 13축의 각 6성분으로 총 78개이다. 그러므로 6개의 식을 구속조건으로 더 필요로 하며, 이는 총 13축인데 자유도가 7이므로 6개의 구속조건이 필요한 사실과 부합한다. 단, 대상물의 관절은 구동시키지 않으므로 잉여 구동수는 5이다.

5. 구동력/토크/반력을 구하는 법

본 절에서는 4절에서 수립된 식에 의하여 두 로봇과 대상물의 관절에 걸리는 반력과 토크(구동축인 경우에는 구동력이나 구동토크에 해당됨)를 구하는 법을 논의하기로 한다. 대상물의 기구학적 조건이 바뀌면 자유도와 구속조건이 변경되어 해석도 일부가 바뀌게 된다. 이를 4절의 순서에 따라 설명한다.

5.1 두 대의 로봇이 강제 대상물을 쥐고 있는 경우

두 로봇과 강제 대상물간의 전 식의 수립은 4.2 절의 식(23)~(25)과 동일하나 해석을 위하여 미지항들을 전부 좌변으로 옮긴다.

$$\hat{R}_j^j - [\hat{B}]_{j+1}^j \hat{R}_{j+1}^j = \hat{F}_j^j; (j=1, 2, \dots, 5) \quad (31)$$

$$\hat{R}_{j+1}^j - [\hat{B}^j]_{j+1}^j \hat{R}_j^j = -[\hat{B}^j]_{j+1}^j \hat{F}_j^j; (j=5, 4, \dots, 1) \quad (32)$$

$$\hat{R}_6^6 - [\hat{T}]_6^0 \hat{R}_0 = \hat{F}_6^6 \quad (33)$$

위의 3식은 Dual number 행렬식으로 구성되어 있는데, 이를 실수부분과 듀얼부분으로 나누면 다음과 같이 실수 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [I][C_2] \\ [I][C_3] \\ [I][C_4] \\ [I][C_5] \\ [I][C_6] \\ [I][U] \\ [I][D_6] \\ [I][D_5] \\ [I][D_4] \\ [I][D_3] \\ [I][D_2] \\ [G] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1^1 \\ Q_1^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ R_6^6 \\ Q_6^6 \\ R_6^6 \\ Q_6^6 \\ \cdot \\ \cdot \\ R_1^1 \\ Q_1^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ \cdot \\ F_7 \\ M_7 \\ \cdot \\ F_1^1 \\ M_1^1 \\ P \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기에서, $[I]$ 는 (6×6) identity matrix이며 식(31)~(33)에서 $[\hat{B}]$ 와 $[\hat{T}]$ 를 실수와 듀얼부분으로 각기 $[\hat{B}] = [B] + \varepsilon[B^0]$ 와 $[\hat{T}] = [T] + \varepsilon[T^0]$ 으로 나누면 $[C_j]$, $[U_j]$, $[D_j]$ 는 각각 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} [C_j] &= - \begin{bmatrix} [B^1]_j^T & [0] \\ [B^0]_j^T & [B^1]_j^T \end{bmatrix} \\ [U] &= - \begin{bmatrix} [T]^T & [0] \\ [T^0]^T & [T]^T \end{bmatrix} \text{ and} \\ [D_j] &= - \begin{bmatrix} [B^0]_j & [0] \\ [B^0]_j & [B^0]_j \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

우변의 F 와 M 은 식(10)으로 정의한 대로이며 F'_j 와 M'_j 는 각기 식(32)의 우변의 실수부와 듀얼부분을 나타낸다. $[G]$ 는 식의 마지막 6열(row)의 구속조건식을 나타내는데 쓰이는 (6×72) 행렬식이고 P 는 그 우변에 해당한다. 시중의 보통 수직 다관절형 로봇(anthropomorphic type)의 경우에는 전축이 회전축(revolute joint)으로 구속조건식은 일반적으로 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^6 G_{ij} Q_{iz}^k = P_i, \quad i=67, \dots, 72 \quad (36)$$

여기에서, i 는 행렬식의 열(row)번호, k 는 로봇의 번호, j 는 축의 번호를 나타내며, z 는 z -component임을 의미한다. 만일, stanford arm의 경우처럼 왕복축(prismatic joint)이 있는 경우에는 해당되는 축에 Q 대신 R 을 나타내면 된다. 전술한 바와 같이 구속조건이 어떠한 형태를 갖는가는 실제 로봇의 운용과 관계되는 문제로서 여기서는 논의로 한다.

위 행렬식에서 마지막 6렬을 제외하면, 일정한 위치의 363 element에만 0이 아닌 수가 있는 (66×72) upper-triangular banded-matrix로서 적절한 수치해석적 방법을 이용하여 효과적으로 풀 수가 있다.

5.2 대상물이 링크인 경우

두 대의 로봇이 2링크 1관절형 대상물을 쥐고 있는 경우에는 4.3절의 식(27)~(30)으로 나타나는데 해석을 위하여 미지수를 좌변으로 보내고 정리한다.

$$\hat{R}_j^i - [\hat{B}^1]_{j+1}^T \hat{R}_{j+1}^i = \hat{F}_j^i; \quad (j=1, 2, \dots, 5) \quad (37)$$

$$\hat{R}_{j+1}^i - [\hat{B}^0]_{j+1} \hat{R}_j^i = -[\hat{B}^0]_{j+1} \hat{F}_j^i; \quad (j=5, 4, \dots, 1) \quad (38)$$

$$\hat{R}_6^i - [\hat{T}]_0^i \hat{R}_0 = \hat{F}_i^i \quad (39)$$

$$\hat{R}_0 - [\hat{T}]_0^T \hat{R}_0^T = -[\hat{T}]_0^T \hat{F}_0^T \quad (40)$$

위의 4식은 실수부분과 듀얼부분으로 나누어 식(34)와 같은 형태의 행렬식으로 나타낸다. 거의 동일한 질차이므로 반복하지 않기로 한다. 이 경우 이전 시스템은 13관절에 대한 78개의 미지수를 가지고 있으므로 (78×78) 행렬식이 필요하게 된다. 위의 4식은 그 중 (72×78) 의 행렬식을 제공한다. 따라서 (6×78) 의 행렬식이 더 필요하게 된다. 4.3절에서 본 바와 같이 총 13축(대상물의 1관절 포함)에 자유도가 7이므로 6개의 구속조건이 더 필요한 사실과 일치한다. 링크형 대상물의 관절은 구동할 수 없는 자유관절이므로

$$Q_{0z} = 0 \quad (41)$$

이라는 조건을 얻게 되고, 로봇의 12관절 간에는

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^6 G_{ij} Q_{iz}^k = P_i, \quad i=74, \dots, 78 \quad (42)$$

의 다섯개 조건식이 필요하게 된다. 각 문자의 정의는 식(36)과 같다.

대상물이 2링크 1관절형보다 더 복잡한 일반적인 경우에도 해석방법은 동일하다. 단지, 양 로봇의 손과 링크형 대상물을 연결하는 부분의 식(위의 식(39), (40)에 해당)이 바뀌며, 자유도에 따른 식(42) 형태의 적절한 구속조건이 고려되어야 한다.

6. 적절한 구속조건과 시스템의 구동

두 대의 로봇과 대상물로 구성된 기구학적으로 닫힌 체인 시스템은 그 자유도에 따라 적절한 수의 구속조건을 만족시켜야 한다. 기구학적으로는 시스템은 자유도와 동일한 수의 축만으로도 구동이 가능하다. 그러나 일반 로봇을 사용하는 대부분의 경우에는 구동되는 축의 수가 시스템의 자유도보다 많은데 이를 잉여구동이라고 부를 수 있다.

6.1 자유도와 동일한 수의 축구동

이 경우에 다른 축은 자유축으로 풀어준다고 생각한다. 이 때 두 가지 경우를 생각할 수가 있는데, 첫째는 구동축이 하나의 로봇에 집중되어 있는 경우이고, 둘째는 구동축이 두 로봇에 분산되어 있는 경우이다. 전자는 두 대의 로봇이 leader-follower(혹은 master-slave)관계를 가지고 있을 때 등을 생각할 수 있고 후자는 보다 특수한 경우, 예

컨데 singularity position(degenerate configuration)의 탈출 등의 경우를 생각할 수 있다. 해석을 위하여는 대상물의 종류에 따라 5절의 절차에 따르며 구속조건으로는 해당 자유축에

$$Q_{\dot{x}}=0 \quad (43)$$

을 부과하면 되는데 각 인덱스는 식(36)과 동일하다. 위의 두 경우중, 첫째 경우에는 식(43)을 이용, 연쇄적인 관계에 의하여 closed-form의 해를 구하여 실시간제어를 위한 제어기의 on-line 계산 시간을 줄일 수 있다. Ryuh and Pennock⁽¹⁴⁾은 두 대의 PUMA형 로봇이 강체를 쥐고 있는 경우의 closed-form 해를 구하였다.

6.2 자유도보다 많은 수의 구동(잉여구동)

이 경우는 식(43)과 같은 단순한 구속조건이 불가능하며 일부의 축이나 전체의 축이 상호구속을 하는 경우이다. 이 때의 구속조건은 대상물의 유형에 따라 식(36), (42) 등의 형태로 표시된다. 일반 로봇의 경우 실제 어떤 형태의 구속이 가능한가는 각 로봇이 가진 성능에 따라 달라진다. 로봇은 각기 독립된 제어기에 의해 구동되는데 두 대의 로봇을 동시에 제어하기 위하여는 각 축의 구동 토크를 동시에 계산하는 연산기능과 함께 이를 두 대의 로봇의 독립된 제어기에 명령할 수 있는 시스템 제어기의 기능이 필요하게 된다.

이와 더불어 시중의 고기능 로봇 중에는 software에 의한 compliance기능을 가지고 있는 경우가 있다. (예로는 ABB 로봇 시리즈의 soft servo기능) 이런 경우에, 원하는 축에 compliance기능을 걸면 로봇은 프로그램된 대로 움직이는 동시에 외력에도 순응을 하며, 외력이 제거되면 원래의 프로그램된 위치로 돌아간다. 이러한 기능을 잘 활용하면 특별한 시스템 제어기 없이도 효과적인 잉여구동의 제어가 가능할 것인 바 이러한 기존 소프트웨어를 활용한 복수로봇 시스템의 구동 연구는 훌륭한 다음의 연구과제가 될 것이다.

7. 결 론

이상에서 두 대의 로봇이 대상물을 동시에 잡고 기구학적으로 닫힌 체인을 형성하는 시스템의 동역학적 연구를 하였다. 이는 선행연구^(13,14)와 함께 유일한 Newton-Eulerian approach를 이용한 복수로

봇 시스템의 동력학적 연구라 믿어진다. 이 방법은 간결하고 연쇄적인 장점을 가지고 있으며 대상물 등의 조건이 바뀌어도 즉시 수정대응 가능하여 on-line computational scheme에 적합하였다. 또한 자유도가 로봇의 구동축 수보다 많아 야기되는 잉여 구동시의 구속조건을 부과하는 방법을 여러가지로 상정하여 본 바, 이를 해석에 탄력적으로 반영할 수 있는 유연성을 가지고 있는 알고리즘이었다. 혼란 경우는 아니나 석 대 이상의 로봇이 닫힌 체인을 형성하는 경우로도 본 논문의 해석법은 쉽게 연장이 가능하다.

본 연구는 복수로봇 시스템의 제어를 위한 기본 이론의 제공과 실제 프로그래밍을 위한 formulation의 제공이 목적이었으며, 이를 기본으로 다음 단계에서는 실제 복수로봇 시스템의 프로그래밍과 제어를 위하여 적용될 것이다. 또, 6절에서 언급한 바와 같이 본 연구가 실제 상용로봇을 복수로봇 시스템에 적용하기 위하여 이미 내장된 각각의 소프트웨어에 효과적 구속조건을 부과하는 방법의 연구와 연결되면 복수로봇 시스템의 응용 연구에 큰 이바지를 할 수 있게 될 것이다.

참고문헌

- (1) Alford, C. O. and Belyeu, S. M., 1984, "Coordinated Control of Two Robot Arms," *Proceedings of the International Conference on Robotics*, Atlanta, Georgia, March 13~15, pp. 468~473.
- (2) Bejczy, A. K., 1974, "Robot Arm Dynamics and Control," *JPL Technical Memorandum*, 33~669.
- (3) Freund, E., 1984, "Hierarchical Nonlinear Control for Robots," *Robotics Research-First International Symposium*, Edited by Brady, M. and Paul, R., MIT Press, pp. 817~840.
- (4) Fujii, S. and Kurono, S., 1975, "Coordinated Computer Control of a Pair of Manipulators," *Fourth World Congress of the Theory of Machines and Mechanisms*, University of Newcastle-Upon-Tyne, September 8~12.
- (5) Hollerbach, J. M., 1980, "A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity," *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, November, pp. 730~736.

- (6) Hunt, K. H., 1978, *Kinematic Geometry of Mechanisms*, Clarendon Press, Oxford, England, pp. 465.
- (7) Ishida, T., 1977, "Force Control in Coordination of Two Arms," *Proceedings of the 5th International Conference on Artificial Intelligence*, August, pp. 717~722.
- (8) Luh, J. Y. S., Walker, M. W. and Paul, R. P. C., 1980, "On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 102, June, pp. 69~76.
- (9) Mason, M. T., 1981, "Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-11, No. 6, June, pp. 418~432.
- (10) Orin, D. E. and Oh, S. Y., 1981, "Control of Force Distribution in Robotic Mechanisms Containing Closed Kinematic Chains," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 103, June, pp. 134~141.
- (11) Pennock, G. R. and Yang, A. T., 1983, "Dynamic Analysis of a Multi-Rigid-Body Open-Chain System," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Trans. ASME*, Vol. 105, No. 1, March, pp. 28~34.
- (12) Pennock, G. R. and Yang, A. T., 1985, "Application of Dual-Number Matrices to the Inverse Kinematics Problem of Robot Manipulators," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Trans. ASME*, Vol. 107, No. 2, June, pp. 201~208.
- (13) Ryuh, B. and Pennock, G. R., 1987, "Dynamic Analysis of Two Cooperating Robots," *Advances in Design Automation-1987, the 1987 ASME Design Automation Conference*, Vol. 2, September, pp. 63~72.
- (14) Ryuh, B. and Pennock, G. R., 1988, "A Dynamic Formulation for Multiple Cooperating Robots forming Closed Kinematic Chains," *IASTED International Conference, Robotics and Automation*, May.
- (15) Silver, W. M., 1982, "On the Equivalence of Lagrangian and Newton-Euler Dynamics for Manipulators," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 1, No. 2, Summer, pp. 60~70.
- (16) Tarn, T. J., Bejczy, A. K. and Yun, X., 1987, "Design of Dynamic Control of Two Cooperating Robot Arms: Closed Chain Formulation," *Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Raleigh, North Carolina, March 31~April 3, Vol. 1, pp. 7~13.
- (17) Vukobratovic, M. and Potkonjak, V., 1985, *Applied Dynamics and CAD of Manipulation Robots*, Springer-Verlag, Berlin.
- (18) Yang, A. T., 1969, "Analysis of an Offset Unsymmetric Gyroscope with Oblique Rotor Using (3×3) Matrices with Dual-Number Elements," *Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME*, Series B, Vol. 91, No. 3, Aug., pp. 535~542.
- (19) Yang, A. T., 1971, "Inertia Force Analysis of Spatial Mechanisms," *Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME*, Vol. 93, No. 1, February, pp. 27~33.
- (20) Zheng, Y. F. and Luh, J. Y. S., 1987, "Constraint Relations Between Two Coordinated Industrial Robots for Motion Control," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 6, No. 3, Fall, pp. 60~70.