

〈論 文〉

## 국소교란이 가해지는 박리기포의 대형구조

김유익\* · 성형진\*\*

(1994년 11월 28일 접수)

### Large-Scale Structure of Leading-Edge Separation Bubble with Local Forcing

Y. I. Kim and H. J. Sung

**Key Words :** Proper Orthogonal Decomposition, Separation Bubble(박리기포), Eigenvalue Problem(고유치 문제), Coherent Structure(응집구조), Reattachment Length(재부착길이), Discrete Vortex Method(이산와류방법)

#### Abstract

POD(proper orthogonal decomposition) is applied to turbulent leading-edge separation bubble to extract coherent structures. A two-dimensional leading-edge separation bubble is simulated by discrete-vortex method, where a time-dependent source forcing is incorporated. Based on the wealth of numerical data, POD is applied in a range of the forcing amplitude( $A_o=0, 0.5, 1.0$  and  $1.5$ )and forcing frequency ( $0 \leq f_r H/U_\infty \leq 0.3$ ). It is demonstrated that the structures of POD have noticeable changes with local forcings. In an effort to investigate the mechanism of decreasing reattachment length, dynamic behaviors of the expansion coefficients and contributions of the eigenfunctions of POD are scrutinized. As the forcing amplitude increases, the large-scale vortex structures are formed near the forcing amplitude increases, the large-scale vortex structures are formed near the separation point and the flow structures become more organized and more regular, accompanying with the reduction of reattachment length. By further investigation of POD global entropy, it is seen that the reattachment length is closely linked to the degree of organization of the flow structures.

#### 기 호 설 명

$a_m$  : 모드  $m$ 의 전개계수

$A_o$  : 교란의 세기

$f$  : 주파수

$f_r$  : 교란주파수

$f_s$  : 홀림주파수

$H$  : 평판두께의 절반

$H(i\omega)$  : POD의 전역 엔트로피

$M$  : 모드 번호

$N$  : 평균을 취하는 샘플의 개수

$\vec{R}$  : 속도 상관관계 커널

$t$  : 무차원화된 시간

$\vec{u}$  : 2차원 속도벡터

$U_\infty$  : 자유류 속도

$x_{Ro}$  : 교란이 없을 때의 재부착길이

$x_R$  : 재부착길이

$\alpha_m$  : 고유함수에 대한 속도 샘플의 전개 계수

$\delta_{mi}$  : 크로넬커-델타(Kronecker-delta) 함수

$\vec{\phi}_m$  : 모드  $m$ 의 고유함수 벡터

$\lambda_m$  : 모드  $m$ 의 고유치

$\xi_i$  :  $i$ 번째 수학적 응집구조

\*한국과학기술원 대학원 기계공학과

\*\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

## 1. 서 론

난류박리-재부착 유동은 공학적 측면에서의 유용성이 높은 유동 가운데 하나로 오래전부터 관심을 끌어 왔다. 이에 관한 연구는 주로 간단한 기하학적 형상 주위의 유동에 대한 실험이나, 수치해석을 통한 것이었으나 그 거동의 비정상적, 불규칙성으로 인하여 유동의 명확한 구조해석에는 어려움에 적지 않았다. 특히 많은 연구가 진행되어온 형상은 유한한 두께를 가지는 평판(blunt body)이나<sup>(1~4)</sup> 후방 계단류<sup>(5~8)</sup> 등의 유동이다. 연구자들은 주로 이들 형상에서 박리되는 유동이 형성하는 박리기포(특히 재부착영역)나 기포에서 떨어져 나가는 대형화(large-scale vortex) 또는 와간의 결합에 의한 대형와의 성장 등에 많은 관심을 기울여 왔다.<sup>(24)</sup> 이것은 난류박리-재부착 유동의 영역이 물리적으로 저항력이나 열전달에 많은 영향을 끼치고 이러한 유동을 이루는 대부분의 결정적 구조가 와구조(vortex structure)이기 때문이다.<sup>(41)</sup>

이와같은 난류박리-재부착 유동의 기본적인 구조 해석과 더불어 박리유동의 제어에 관하여서도 다양한 연구가 수행되어 왔다. 이들 연구에서 대표적인 제어방법으로는 움직이는 판이나 음파의 섭동, 유입되는 유속의 변화 등이 채택되고 있다.<sup>(6~11)</sup> 일반적으로 이러한 제어수단이 유동장의 박리점과 같은 특정위치에 적용될 경우 그 영향은 지배적이 되며 최근 유동의 박리점에 미세한 국소교란을 가함으로써 박리기포의 크기를 효과적으로 제어하는 방법이 연구되고 있다. 이들중 실험적 방법으로는 Sigurdson과 Roshko,<sup>(9)</sup> Kiya 등<sup>(10,11)</sup>의 연구가 주목할 만하다. 이들의 관찰결과 교란의 세기, 주파수에 따라 박리기포의 크기(즉 재부착점 길이)가 변화되었으며 그 크기를 최소로 하는 특징의 주파수가 존재하는 것도 밝혀졌다. 이러한 변화의 원인은 전단층내의 와구조의 성장과 밀접한 관련이 있음이 알려져 있다.<sup>(10,11)</sup>

이러한 복잡한 난류유동의 구조를 규명하기위해 난류유동내의 응집구조(coherent structure)를 추출하려는 연구가 시도되어 왔다. 응집구조는 반복적으로 나타나며 생성, 소멸이 고유시간 특성을 갖는 공간적 구조이다.<sup>(12)</sup> 난류박리-재부착 유동은 앞서 언급한 와구조가 응집구조에 해당한다고 말할

수 있다. POD(proper orthogonal decomposition)는 다양한 분야에서 이용되어 온 통계적 기반을 갖는 도구로써 Lumley가 난류의 연구에 도입한 이래 난류의 응집구조를 추출하는데 효과적인 방법이라고 생각되어 왔다. 그것은 POD가  $L_2$ -norm 관점에서 최적화된 응집구조를 제공하기 때문이다. Berkooz 등<sup>(12)</sup>의 훌륭한 정리는문이며 이에 대한 지금까지의 연구성과를 일목요연히 정리해 놓았으며 다음 문장을 인용하는 것이 POD의 특성을 간략히 이해하는데 도움을 주리라 생각된다. "We have a statistical technique that contributes to deterministic dynamical analysis." 최근 POD를 이용한 다양한 2, 3차원 난류유동의 구조를 파악하고자 하는 노력이 있어왔으나 아직 난류박리-재부착 유동에 적용된 사례는 발견하기 힘들다.<sup>(13~17)</sup>

본 연구의 목적은 2차원 난류박리-재부착 유동에 POD를 적용하여 유동의 명확한 응집구조를 추출하는 것이다. 이때 POD의 적용대상의 유동장은 이산와류방법을 통하여 구한 것이다. 물론 엄밀한 의미에서 2차원 난류유동장은 존재하지 않으므로 본 연구는 보다 정성적인 견지에서 이해되어야 할 것이다. Chung과 Sung은 이산와류방법으로 유한한 두께를 가진 2차원 평판위의 난류박리-재부착 유동장을 구현하고 유동장 제어로서 이상유동(potential flow)에서의 생성항(source term)을 이용한 국소 교란와류방법(source forcing vortex technique)을 적용해 보았다.<sup>(18)</sup> 그 결과로써 교란의 세기에 따라 재부착점의 길이를 최소로 하는 특정 주파수가 있음을 밝혀내었다. 이러한 결과는 정성적으로 평판위의 난류박리-재부착 유동의 특성과 특히 주기적, 국부적 교란에 의한 유동장 변화의 메커니즘을 밝히는데 도움이 된다. POD는 난류박리-재부착 유동처럼 시간-공간에 대해 동시에 변화하면서 복잡하지만 비교적 뚜렷한 대형의 구조를 갖는 유동의 분석에 적합하며, Chung과 Sung의 이산와류방법의 수치모사결과가 그 정성적 분석을 통하여 가치있는 정보를 준다. 이러한 연구가 의미 있는 것은 첫째, 복잡한 난류박리-재부착 유동의 명확한 응집구조를 얻어 낼 수 있고 둘째, 교란의 세기나 주파수같은 제어변수가 달라짐에 따라서 POD를 이용해서 얻은 응집구조가 어떻게 변화하는가를 살펴볼 수 있기 때문이다. 이러한 고찰이 난류박리-재부착 유동과 그 유동을 제어함에 의해 재부착길이가 짧아지는 등의 유동메커니즘을 이해

하는데 도움을 주게 된다.

본 연구에서 진행된 연구방법을 요약하면 다음과 같다. 첫째, 이산와류방법으로 얻은 유동장의 시간 평균을 취하여 POD를 적용하고 여기서 공간상의 응집구조를 얻어냈다. 둘째, 응집구조를 유동장에 투사(projection)하여 응집구조의 에너지가 시간적으로 거동하는 것을 살펴보고 그 스펙트럼을 보아 주기성을 알아 보았다. 셋째, 각 모드의 응집구조가 가지는 에너지에서 얻을 수 있는 구조의 조직화 정도를 관찰했다. 위의 세가지 사항을 토대로 교란이 없는 경우, 교란의 세기를 바꾸는 경우, 그리고 교란의 주파수를 변화시키는 경우에 대하여 유동장의 성질이 어떻게 달라지는가를 비교하였다 특히 재부착점이 최소가 되는 주파수에 주목함으로써 재부착점이 짧아지는 메커니즘에 대하여 분석해 보았다.

## 2. 유동장 모사의 수치계산

POD는 관찰하고자 하는 유동장 영역의 2점 상관관계함수를 커널(kernel)로 사용하므로 동일한 시간의 유동 속도장을 가지고 있어야 한다. 이때 유동장 내의 측정점은 명확한 응집구조를 얻기위해 많을수록 좋다. 따라서 실험등의 방법을 통해서 이러한 커널을 만드는 것은 용이한 일이 아니다. 본 연구에서는 정성적으로 난류박리-재부착 유동의 순간 속도장 그 물리적 거동을 모사한 Chung과 Sung의 이산와류방법의 데이터를 이용하게 되었다.<sup>(18)</sup>

Fig. 1은 Chung과 Sung이 계산한 유동장과 POD 적용영역의 개략적 설명이다. 유한한 두께를 가진(2H) 평판이 접근 유동에 수직으로 놓여있으며 평판의 끝부분에서 유동이 박리되어 평판에 평행하게 난류박리기포가 형성되게 된다. 본 유동에서 주목할 점은  $x, y$ 방향 모두 유동이 불균일(inhomogeneous)하다는 사실인데, 이것은 본 유동에 POD를 적용하게 되는 강한 동기부여가 된

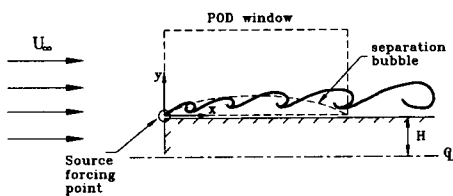


Fig. 1 Flow configuration and POD window

다. 잘 알려진 바와 같이 POD는 균일한 방향으로 자동적으로 삼각함수 형태의 구조를 갖기 때문에 제한된 영역내의 밀접한(compact) 구조를 얻으려는 본래의 목적을 만족시킬 수 없다.<sup>(12)</sup> 이러한 어려움을 해결하기 위해 shot-noise decomposition과 같은 방법이 제안되었으나 널리 쓰이지는 않는다.<sup>(13)</sup> 따라서 두 방향 모두 불균일한 유동은 POD의 본래 이용목적에 가장 적합한 경우가 된다.

유동을 제어하기 위한 수치적 모델로는 이상유동의 생성항이 적용되고 있다. 생성항은 박리점에 위치하며, 그 세기는 주파수 조절이 가능한 사인함수에 따라 변하게 된다. 이때 생성항은 거리에 대해 속도가 빠르게 감소하므로 유사한 실험에서 흔히 사용되는 제어방법인 음파의 섭동이나 움직이는 판에 대한 적절한 수치적 모델이 된다.

Fig. 2에서 생성항의 세기와 주파수에 따라 재부착 길이가 변화하는 것을 도시해 놓았다. 또한 본 연구해서 관찰하는 경우를 이 그림에 표시해 놓았다. 재부착점은 벽면 부근에서  $x$ 방향의 속도평균이 0이 되는 위치를 선정했다. 교란이 주어지지 않을 때를 먼저 관찰하고,  $f_p H / U_\infty = 0.1$ 로 고정된 상태에서  $A_0 = 0.5, 1.0, 1.5$ 의 경우에 교란의 세기에 따른 변화를  $A_0 = 0.5$ 로 고정시키고  $f_p H / U_\infty = 0.1, 0.15, 0.19, 0.25, 0.3$ 에서 교란의 주파수에 따른 변화를 각기 관찰했다. 그밖에  $A_0 = 1.5$ 에서  $f_p H / U_\infty = 0.2$ 를 관찰하였다.

POD를 적용하는 구체적 영역은 박리점에서부터  $y/H = 4.0, x/H = 8.6$ 까지의 직사각형이다. 여기서  $x$ 방향의 길이는 교란이 없을 때의 재부착점의 길이이고 Fig. 2에서 알수 있듯이 교란을 가하지 않을 때 재부착점이 가장 길기 때문에 박리기포는 모든 경우에 대해 이 영역안에 포함되게 된다. 이

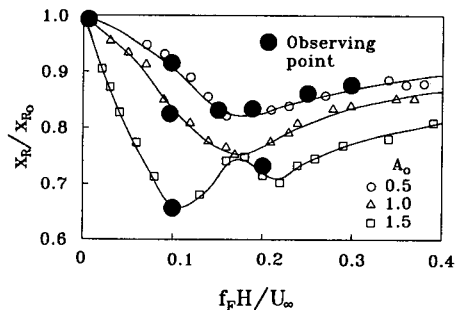


Fig. 2 Reattachment length variations and the observation points

산와류방법은 Lagrangian좌표를 사용하므로 의미를 갖게되는 측정점의 간격은 와가 한 시간 간격에 대해 이동하는 거리이고 본 연구에서는  $x, y$  각기  $30 \times 30$ 의 측정점을 잡아서 이 조건을 충분히 만족시켜 준다. 측정점은  $x$ 방향으로는 등간격이고,  $y$ 방향으로는 벽면쪽으로 약간 밀집시켰는데, 이것은 우리가 관심을 가지는 와구조가 주로 관측영역의 중단부와 하단부를 지나가기 때문이다. 이산와류방법 계산에 사용된 시간간격은 무차원화된 시간으로 0.1이고 유동장의 시간평균을 취할 때 이 간격을 그대로 사용하였으며 8000개의 샘플을 ( $\Delta t=800$ )을 취했다. 평균을 위하기 시작하는 시간은 유동장 내에 와의 개수가 일정해지고 박리되는 와의 세기와 위치가 과도구간을 완전히 벗어나는 시점이며, 와는 1200개 정도가 유지되도록 조절되었다.

### 3. Proper Othogonal Decomposition

본 연구에서는 관찰대상인 유동장에서 임의의 제한된 구간  $D$ 를 설정하여 유동장의 상태변수(여기서는 속도장)를 분석하기로 한다. 이 속도장은 Hilbert공간에서 유한한 운동에너지지를 갖는 함수이며(제곱 적분가능, square integrable) 벡터공간에서 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 의 내적은 다음과 같이 정의된다.

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \int_D \vec{a}(\vec{x}) \cdot \vec{b}(\vec{x}) d\vec{x} \quad (1)$$

평균적인 의미에서(앙상블(ensemble), 위상, 시간 평균 모두 가능) 위의 속도장과 가장 유사한 결정(deterministic) 함수를 얻기 원하는데 이를 응집구조라고 할 수도 있다.<sup>(12)</sup> 이 말은 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\max_{\vec{\phi}} \frac{\langle |(\vec{u}, \vec{\phi})|^2 \rangle}{(\vec{\phi}, \vec{\phi})} \quad (2)$$

여기서,  $\langle, \rangle$ 는 평균을 의미한다. 본 연구에서는 시간평균을 취해주었는데 샘플의 추출은 식(3)에 나타난 바와 같이 등간격으로 행하였다( $t_n$ :  $n$ 번째 샘플의 추출시간). 이 때 추출이 비상관시간(uncorrelated time)간격으로 행하여지면 최적화된 개수의 샘플만을 취할 수 있다.

$$\vec{u}^{(n)}(\vec{x}) = \vec{u}(\vec{x}, t_n) \quad (3)$$

식(2)를 만족하는  $\vec{\phi}$ 를 얻기위해 변분법(calculus of variation)을 이용하면 식(2)는 아래와 같은

Fredholm적분 방정식의 형태로 나타내어지고, 이것은 또한 고유치 문제(eigenvalue problem)가 된다.

$$\int_D \vec{R}(\vec{x}, \vec{x}') \cdot \vec{\phi}_m(\vec{x}') d\vec{x}' = \lambda_m \vec{\phi}_m(\vec{x}) \quad (4)$$

$$\vec{R}(\vec{x}, \vec{x}') = \langle \vec{u}(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}', t) \rangle$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \frac{1}{N} \vec{u}^{(n)}(\vec{x}) \vec{u}^{(n)}(\vec{x}') \quad (5)$$

여기서,  $m$ 은 모드번호를 뜻한다. 식(5)에서 커널이 symmetric, non-negative definite 이므로 Hilbert-Schmidt 이론에 의하여 식(4)는 무한개의 해, 즉 고유함수(eigenfunction)와 그에 해당하는 고유치(engnvalue)를 갖게 된다. 이 때 모든 고유치는 양수이다. 고유함수들은 샘플로 추출된 속도장이 구성하는 공간에서 정규직교(orthonormal) 성질을 갖는 완전한 기저(complete basis)가 되어 그 공간 내의 순간 속도장 샘플들은 고유함수의 선형결합으로 나타내어질 수 있다.

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) \vec{\phi}_m(\vec{x}) \quad (6)$$

$$(\vec{\phi}_m(\vec{x}), \vec{\phi}_i(\vec{x})) = \delta_{mi} \quad (7)$$

이 때 식(6)은  $L_2$ -norm의 관점에서 다른 전개(expansion)에(예, Fourier 전개) 비하여 가장 적은 항으로 최적화된 전개를 이루게 된다. 여기서 전개 계수들  $a_m$ 은 각 샘플들을 고유함수에 투사하여 얻을 수 있고, 통계적으로 비상관(uncorrelate) 성질을 갖고 있어 다음식을 만족하게 된다.

$$a_m(t) = (\vec{u}(\vec{x}, t), \vec{\phi}_m(\vec{x})) \quad (8)$$

$$\langle a_m(t) a_i(t) \rangle = \lambda_i \delta_{im} \quad (9)$$

POD의 실제 수행에 있어 식(4)는 차분화되어 행렬식 고유치 문제가 되는데, 2차원의 불균일한 물리적 영역의 경우 이 행렬식은  $(2 \cdot MX \cdot NY) \times (2 \cdot MX \cdot NY)$ 의 차원을 갖게 된다. (MX, NY는 각기 유동장의  $x, y$  방향의 측정점 개수) 따라서 2차원 이상의 유동장에서 직접적인 방법으로(이를 direct method라고 하자) 이 문제를 해결하려 할 때 현재의 계산기 용량으로는 무리한 작업이 될 수 있다. Sirovich는 식(4)의 커널에서  $N$ 이 실제로는 유한한 개수로 퇴하(degenerate)되고 따라서 고유함수들이  $\vec{u}^{(n)}$ 의 선형결합으로 표현될 수 있다는 점에 착안하여 snap-spot method를 제안하였다.<sup>(19)</sup> 즉, Fredholm 적분방정식 이론에서 고유함수는 다음과 같은 형태의 식으로 나타내어질 수 있다.

$$\vec{\phi}(\vec{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \vec{u}^{(n)}(\vec{x}) \quad (10)$$

식(10)에 의해 식(4)는 다음과 같이 변환된다.

$$\sum_{i=1}^N c_{ni} \alpha_i = \lambda \alpha_n \quad (11)$$

$$c_{ni} = \frac{1}{N} (\vec{u}^{(n)}(\vec{x}), \vec{u}^{(i)}(\vec{x})) \quad (12)$$

식(11)은 다시 행렬식의 고유치 문제이지만 이제 이 행렬식의 크기를 결정하는 것은 공간상의 측정점 개수가 아니라 시간 평균을 취하는 샘플의 갯수(N)이다. 만일 샘플의 개수가 지나치게 크다면 우리는 또다시 계산기 용량문제에 봉착할 것이다. 그러나 direct method의 적용이 불가능한 불균일한 2차원 이상의 유동장에 POD를 적용할 때 Sirovich를 비롯한 많은 연구자들이 direct method에 대한 유일한 대안으로서 snap-shot method를 사용하여 성공적인 결과를 얻어내고 있다. (14~17,20,21)

본 연구의 유동장은 불균일한 2차원이지만 적절한 개수의 측정점들(30×30) 선택하였기 때문에 direct method를 적용할 수 있었다. 따라서 두 가지 방법 모두를 적용해 볼 기회가 있었는데 그 결과로 같은 속도장 샘플을 사용할 경우 두 방법은 매우 정확하게 일치된 값을 보여주었다. Table 1은 개수가 다른 두 샘플군에 대하여 두 방법을 적용한 결과를 모드 9의 고유치까지 출력한 것이다. (각 고유치와 그에 상응하는 고유함수의 모드는 고유치의 크기순으로 결정된 것임) 같은 샘플군에 대

하여 대략 유효 숫자 다섯째 자리까지 일치하는 것을 확인할 수 있다. 이로써 snap-shot method는 공간차원의 고유치 문제가 단순히 시간차원으로 변환된 동일한 방법임을 검증할 수 있다.

이제 이 두 방법의 결과에 차이가 없다는 점에서 방법 선택의 문제는 본 연구의 유동장이 조밀한 공간상의 측정점 격자를 요구하는가, 아니면 많은 샘플의 평균을 요하는가에 달려 있다. 여기서 시간평균을 취하는 본 연구의 유동장이 정상(stationary) 유동이라기 보다는 noisy-periodic(속도 스펙트럼에 교란이나 홀림주파수의 정점(peak)이 존재)한 유동이라는 사실에 주목하자. Glezer 등<sup>(22)</sup>은 이러한 문제에 EPOD(extended proper orthogonal decomposition)의 사용을 제안하고 있는데 이들에 따르면 주기적 교란에 의한 비정상(non-stationary) 유동의 경우, 많은 주기를 포함하는 다수의 샘플의 평균을 취하여 교란의 주기성에 의한 위상차의 영향을 없애야 한다는 것이다. 이는 주기적 교란이 가해지는 유동장은 정상유동에 비하여 상대적으로 많은 샘플을 요구한다는 사실을 의미한다. 따라서 본 연구에서는 direct method를 이용하였는데 결과가 수렴되었음을 확인할 수 있는 적절한 샘플의 개수를 확인하기 위하여 각 경우마다 샘플 개수에 대하여 고유치가 수렴하는지의 여부를 살펴보았다. Fig. 3은 교란이 없는 경우에 direct method를 이용하여 얻은 정규화된(normalized) 고유치의 모드별 백분율이 변화하는 것을 나타낸 것이다. Fig. 3

**Table 1** Comparison of eigenvalues for two methods (direct method and snap-shot method)

M	800		1000	
	Direct	Snap-shot	Direct	Snap-shot
1	35.47645	35.47655	35.48257	35.48267
2	9.4234109E-02	9.4234020E-02	9.0399966E-02	9.0399735E-02
3	8.2763970E-02	8.2763873E-02	8.4347859E-02	8.4347658E-02
4	6.1610974E-02	6.1610866E-02	5.9669737E-02	5.9669815E-02
5	6.1301038E-02	6.1300851E-02	5.9532251E-02	5.9532069E-02
6	2.7438624E-02	2.7438471E-02	2.7893912E-02	2.7893895E-02
7	2.6853539E-02	2.6853520E-02	2.7391545E-02	2.7391421E-02
8	1.7532028E-02	1.7532088E-02	1.5867637E-02	1.5867569E-02
9	1.5584003E-02	1.5584007E-02	1.4528730E-02	1.4528743E-02

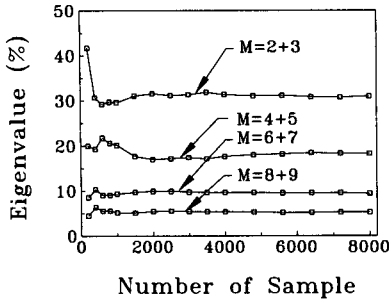


Fig. 3 Convergence of the normalized eigenvalue(%) with the number of samples(N)

의 결과에 의하면 초반에는 샘플개수에 따라 상당한 변화가 있으나 대략 1500개 이상의 샘플에 대해서는 점근적인 수렴을 확인할 수 있다.

### 4. 결과 및 고찰

#### 4.1 고유치와 고유함수의 일반적 특징

앞서 언급되었듯이 Table 1에 교란이 없는 경우에 대한 고유치가 기록되어 있다. POD의 특성에 의하여 각 고유치는 각 모드의 운동에너지를 반영하게 되는데 고유치의 합이 유동장의 평균 운동에너지와 일치하는 것을 확인함으로써 POD 적용상에 오류가 없음을 검증하였다.

$$\sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m = \langle \bar{u}(\bar{x}, t), \bar{u}(\bar{x}, t) \rangle \quad (13)$$

한편 Table 1에 고유치는 모드 9까지만 기록되어 있는데 본 연구에서는 앞으로 주로 모드 9까지 관심을 갖기로 한다. 이것은 모드번호 9를 초과하는 고유치는 각기 에너지 공헌도가 1% 이하이므로 그다지 중요하지 않은 것으로 간주하기 때문이다. Table 1의  $N=1000$ 의 고유치들은 본 연구에서 관찰하고자 하는 모든 경우의 고유치들이 가지고 있는 다음과 같은 일반적 특징을 지니고 있다.

첫째, 모드 1의 고유치는 여타의 모드에 비하여 압도적으로 큰값을 가지고 있는데 이는 모드 1이 시간 평균유동장과 거의 일치하기 때문이다. 이것은 직접 시간 평균유동장의 모양과 비교해 보아도 확인할 수 있고 특히 평균유동장이 박리기포를 나타내기 때문에 재부착길이를 살펴보아도 알 수 있다. (Fig. 4의 모드 1) 본 연구에서 관심이 되는 유동의 응집구조는 유동의 섭동성분이기 때문에 이후로 평균유동장과 유사한 모드 1은 고려대상에서 제

외하기로 한다.

둘째, 두 번째 모드부터 고유치를 살펴보면 두 모드씩 쌍(pair)을 이루면서 거의 같은 값을 가지고 있음을 볼 수 있다. 이러한 모드의 퇴화(degeneracy)는 Aubry 등<sup>(23)</sup>이 지적하였듯이 유동장의 전파구조(traveling structure)(본 연구에서는 와구조)와 관계된 시-공간대칭(spatio-temporal symmetry)의 결과로 다른 연구자들도 같은 현상을 관찰하고 있다.<sup>(14,15,20)</sup> Fig. 4에서 고유치뿐만 아니라 고유함수도 모드 쌍으로 유사한 구조임을 볼 수 있다. Fig. 4는 교란이 없는 경우에 모드 1부터 모드 9까지의 고유함수를 그린 것이다. 각 모드는 고유함수의  $x, y$ 방향 성분을 이용한 유선함수(stream function)로 나타내었으며, 와중심의 +, -는 각기 시계방향과 반시계향을 표시한다. 여기서, 반시계방향의 와는 섭동성분에서 연속의 식을 만족시켜 주기 위하여 실제와와 와사이에 가상의 와가 형성된 것이다.<sup>(3)</sup> 모드 1을 제외한 고유함수들은 모두 섭동성분의 평균이기 때문에 이러한 가상화가 나타난 것이며 우리가 보고자 하는 실제의 물리적 와구조는 시계방향의 와뿐이다. 그러나 유감스럽게도 고유치 문제에서 고유함수의 부호는 유일(unique)하지 않기 때문에 실제의 와를 구분해내는 것은 불가능하다. 그러나 일반적으로 가상와와 실제와는 대칭적 형상과 크기를 가지므로 함께 관찰하여도 큰 무리는 없다고 본다.

파동(wave)의 관점으로 이러한 모드간의 관계를 통하여 구조들이 시간-공간적으로 전개(evolution)

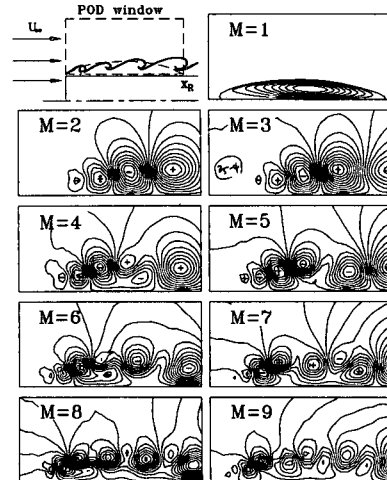


Fig. 4 Contours of the eigenfunctions(M=1~9) at  $A_0=0$

되는 성질을 이해할 수 있다. 이러한 성질에 대한 설명에 앞서 식(6)을 상기해 보자. 시간과 공간에 대한 함수인 속도장은 공간만의 함수인 고유함수와 시간만의 함수인 전개(expansion) 계수의 곱으로 이루어져 있다. 전개 계수는 식(8)에서 보았듯이 고유함수를 속도장 샘플에 투사하여 구하는데 공간에 고정된 어떤 모드의 구조가 시간에 대하여 거동하는 양태를 살펴보면 해당 모드의 전개계수의 변화를 관찰해야 할 것이다.

Fig. 5는 교란이 없는 경우에 대하여 전개 계수를 그린 것이다. 쌍을 이루는 두 모드를 함께 그려 놓았다. Fig. 5에서 전개 계수들은 비교적 뚜렷한 주기성을 지니고 있으며 두 모드는 1/4 파장씩 엇갈린 관계임을 알 수 있다. 마찬가지로 Fig. 4에서 고유함수들도 같은 관계를 가지고 있다. 고유함수에서는 같은 부호의 와간의 거리를 한 파장으로 생각해야 할 것이다. 전개 계수가 1/4 파장씩 엇갈려 있다는 것은 한 모드의 에너지 크기가 최대일 때 다른 모드의 에너지 크기는 최소가 된다는(시간축을 지남) 사실을 의미한다. 따라서 결론적으로, 전파되는 파동의 관점에서 쌍을 이루는 두 모드는 시간이 흐름에 따라 서로 에너지를 주고 받으며 유동의 방향으로 병진하는 것처럼 볼 수도 있다. 이러한 성질때문에 한 모드의 물리적 구조를 나타내기

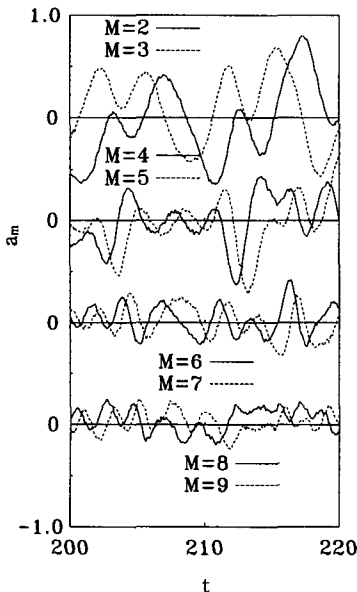


Fig. 5 Temporal behaviors of the expansion coefficients(M=2~9) at  $A_0=0$

위해서 Rempfer와 Fasel은 쌍을 이루는 두 모드와 각각의 전개 계수를 결합하여 수학적으로 응집구조의 식을 정의하고 있다.<sup>(15)</sup>

$$\vec{\zeta}_i(\vec{x}, t) = a_{2i}(t) \vec{\phi}_{2i}(\vec{x}) + a_{2i+1}(t) \vec{\phi}_{2i+1}(\vec{x}) \quad (14)$$

본 연구에서도 모드별로 구조를 관찰할 때 두 모드를 합쳐서 보거나(Fig. 3) 둘중 한 모드만을 관측했다.

다시 Fig. 4로 돌아와 교란이 없는 경우의 고유함수를 고찰함으로써 난류바리-재부착 유동에서 발견할 수 있는 고유함수의 일반적 특징에 대해 간략히 설명해보자. 여기서, Fig. 7의 전개 계수의 스펙트럼을 함께 고려하고자 하는데 이는 구조의 동적 특성(시간에 대한 거동)을 파악하기 위함이다. 정적 구조와 동적 특성을 함께 관찰하면서 모드 번호에 따른 구조의 크기와 주파수의 관계 그리고 그 물리적 의미를 이해할 수 있다.

Fig. 4를 보면 우선 모드 2, 3에서는 비교적 크고 모양이 고르게 잘 발달한 구조들을 볼 수 있다. 모드 4, 5의 구조는 2, 3에 비하여 모양이 불규칙하며 크기가 작은 와들이 많은 개수로 존재한다. 이러한 모드 번호와 구조의 크기 사이의 관계는 일반적인데, 즉 모드번호가 커질수록 크기가 작고 개수는 많은 구조들을 보게 된다. 모드 6, 7과 8, 9도 이런 관계를 유지하고 있음을 볼 수 있다. 이것은 파동의 관점에서 파장이 짧아지는 것을 의미한다. 한편 Fig. 7의 교란이 없는 경우의 스펙트럼을 보면 모드번호가 증가할수록 고주파수 영역에 에너지가 늘어나는 양상을 관찰할 수 있다. 정리해보면 모드 번호가 증가함에 따라 구조는 파장이 짧아지고 고주파수 성질을 갖게 된다. Rempfer와 Fasel,<sup>(15)</sup> Rajaee 등<sup>(14)</sup>은 교란이 가해지는 유동장에서 위와 같은 경향에 따라 모드번호에 관계없이 유동장에 걸쳐 고유하다고 생각되는 파동전파속도가 항상 일정하게 유지되는 것을 관찰하고 있다. (파동전파속도는 파동의 파장과 주파수의 곱으로 구해짐) 이러한 관찰은 가장 큰 구조가 평균유동장의 전단층에서 에너지를 빼앗고 더 작은 구조로 차례로 에너지가 전달되어 결국은 소산(dissipation)되는 에너지 폭포(cascade) 개념과도 일치한다. 모드 번호가 증가할수록 구조가 작아지고 소산에 가까운 고주파수 영역의 특성을 보이므로 에너지는 POD의 관점에서 모드를 따라 차례로 전파된다고 볼 수 있는 것

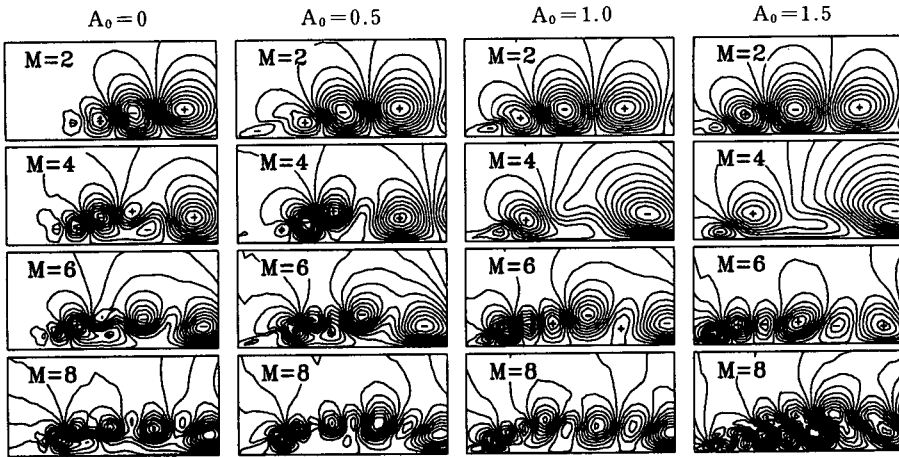


Fig. 6 Contours of the eigenfunctions for  $A_0=0, 0.5, 1.0$  and  $1.5$  at  $f_F H/U_\infty=0.1$

이다.

4.2 교란세기의 영향에 의한 구조의 변화

Fig. 6은 주파수가 고정된 상태에서 ( $f_F H/U_\infty=0.1$ ) 교란의 세기가 변하는 4가지 경우의 ( $A_0=0, 0.5, 1.0, 1.5$ ) 고유함수를 함께 도시한 것이다. 그 구체적인 차이는 차후에 설명하겠지만 모드별로는 각 경우가 유사한 형태를 가지고 있음을 볼 수 있다. 특히 모드 2의 대형과 구조는 공통적이다. 따라서 Fig. 6의 네 가지 경우가 모드간의 자리바꿈이 일어나지 않은, 같은 영역의 유동이라고 판단할 때 같은 번호의 모드는 교란에 의해 성질은 바뀌지만 고유한 물리적 구조를 나타내고 있다고 가정할 수 있다. 이러한 전제를 통해서 특정 모드에 물리적 의미를 부여할 수 있는 다음과 같은 설명이 가능하다.

먼저 각 경우에 공통적으로 모드 2에서 유동방향으로 점점 크기가 성장하는 규칙적인 와구조를 관찰할 수 있다. 이같이 고르게 성장하며 전개되는 와구조는 충분히 대형와의 성장과 박리기포에서의 홀림(shedding)과 관계가 있을 것으로 추론할 수 있다. 각 경우의 전개 계수의 스펙트럼을 도시한 Fig. 7이 이를 뒷받침해 준다. Fig. 7의  $A_0=0.5, 1.0, 1.5$ 의 모드 2의 스펙트럼을 보면  $fH/U_\infty=0.1$ 에서 지배적인 정점(peak)을 보이고 있다. 이것은 교란의 주파수인 동시에 Chung과 Sung이 관찰한 바와 같이 이 경우의 홀림주파수의 시간적 특성을 가지고 거동하는 것이다.

다음에 Fig. 6에서 눈에 띄는 것은 모드 4의 불규칙한 모양이며 교란에 의하여 모드 4에 예외적으로 큰 변화가 있음을 볼 수 있다. 구체적으로는 교란이 세어질수록 모드 4의 구조가 불규칙해지고 대형화됨을 볼 수 있다. 이것은 앞절에 언급한 모드 번호와 구조 크기의 관계를 벗어나는 것이다. 즉 상위 모드인 모드 2보다 모드 4의 파장이 커진 셈이다. Fig. 7에서 또한 이러한 관계의 이탈을 발견할

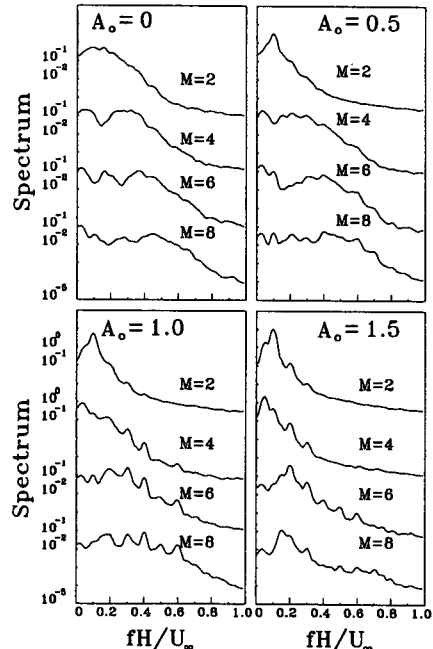


Fig. 7 Spectra of the expansion coefficients for  $A_0=0, 0.5, 1.0$  and  $1.5$  at  $f_F H/U_\infty=0.1$



수 있다. 특히 Fig. 7의  $A_0=1.5$ 의 경우를 보면 모드 2가  $fH/U_\infty=0.1$ 에서 지배적인 정점을 갖는 반면 일반적인 관계에 의하면 보다 고주파수 영역의 에너지를 포함해야 하는 모드 4가  $fH/U_\infty=0.05$  부근에서 지배적인 정점을 보인다. 흥미있는 것은 이러한 파장과 주파수의 동반된 이탈이 서로 거꾸로의 증감경향에 힘 입어 파동전파속도를 일정하게 유지하려는 일반적인 경향은 만족하고 있다는 사실이다. 이것은 모드번호와는 무관하게 물리적으로 대형와 구조일수록 저주파수로 거동한다는 사실을 말한다. 모드 4의 불규칙한 대형와를 보다 자세히 보면 와간의 결합에 의한 형상이라는 인상을 주고 있다. 이것은 교란의 세기가 세어질수록 재부착길이가 짧아진다는 사실, 이러한 변화가 대형와의 성장(와간의 결합에 의한)과 관련이 있다는 연구결과(서론에 언급)에 비추어 보건데 모드 4가 재부착길이가 짧아지는 메커니즘과 관련하여 특별한 역할을 맡고 있을지 모른다는 추정을 가능하게 한다.

각 모드의 고유함수에 대한 본 연구자의 추정을 보다 명시적으로 뒷받침하기 위하여 순간속도장 샘플을 식(6)과 같이 재생(reconstruction)해 보았다. 대개의 연구에서 이러한 재생은 POD의 최적성을 보이기 위하여 사용되지만<sup>(20,21)</sup> 본 연구의 용도는 다소 다르다. POD의 고유함수는 평균적 관점에서 순간 속도장에 나타나는 빈도가 높은 구조이고 식(6)에서 볼 수 있듯이 순간속도장은 고유함수들의 중첩으로 나타난다. 따라서 만일 우리가 임의의 물리적 특성이 잘 나타난 대표적인 순간 속도장을 복원하려 한다면 재생의 과정에서 나타나는 속도장의 구조와 원래의 순간 속도장(Fig. 8의  $M=\infty$ )을 비교함으로써 재생과정중에 각 모드의 구조가 실제적으로 유동장에 미치는 물리적 영향을 짐작할 수 있을 것이다. Fig. 8은  $f_H H/U=0.1$ ,  $A_0=1.0$ 의 경우의 두 가지 샘플에 대하여 재생과정을 도시한 것이다. 여기서,  $M$ 은 모드  $M$ 까지의 합으로 재생되었음을 나타낸다.  $t=244$ 의 샘플은 와간에 특별한 관계없이 두 개의 대형와가 고르게 성장하여 흘러가는 모습이다. 만일 당초의 추정대로 모드 2, 3이 전술한 구조를 대표한다면 이 샘플은 모드 2, 3에 의하여 전반적 구조가 재생될 것이다. 결과를 보면 모드 3까지의 재생에 이미 두 개의 와가 뚜렷이 나타나고 그 이상의 재생은 큰 영향을 끼치지 않음을 볼 수 있다.  $t=230$ 의 샘플에서는 특이한 거동으로 인하여 앞서 지목되었던 모드 4, 5에 대한 보다 극

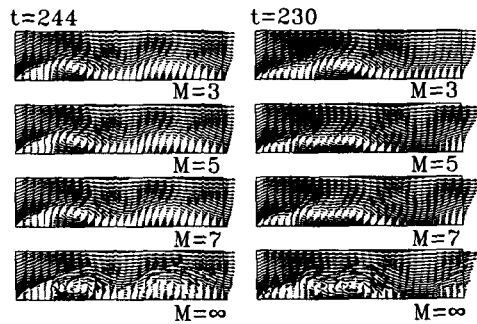


Fig. 8 Reconstruction processes of instantaneous velocity fields at  $t=244$  and  $t=230$  ( $f_H H/U_\infty=0.1$  and  $A_0=1.0$ )

적인 관찰이 가능하다. 샘플을 보면 관측장의 중간에 일그러진 대형와를 볼 수 있는데 이것은 두 개의 와가 결합하는 과정의 한 샘플이다.  $t=230$  전후의 샘플들을 연속적으로 관찰함으로써 이 사실을 확인할 수 있으나 이 샘플들을 도시하지는 않았다. 재생과정에서 모드 3까지는 하나의 고른 대형와가 보이지만 모드 5까지의 합에서 이 대형와가 길게 늘어나면서 와의 결합의 형상이 충실히 재현되고 있다. 이로서 모드 4, 5가 와간의 결합을 표현한다는 앞서의 불완전한 추정이 다소나마 확인될 수 있다.

이제 교란세기에 의한 유동장의 구조변화를 좀더 자세히 고찰하기로 한다. 첫째, 세기가 증가함에 따라 보다 박리점에서 가까운 위치에 대형와가 발생하고 또한 와의 크기가 커진다. Fig. 6의 모드 2를 비교하면 이것을 볼 수 있고 특히 교란이 가해지지 않은 경우와 가해진 경우를 비교하면 이 점이 명확하게 드러난다. Table 2는 각 경우에 대하여 모드 2, 3의 고유함수에서 시계방향 와의 중심위치

Table 2 Variations of the x-position of clockwise vortex in mode 2 and mode 3 (Fig. 6)

$A_0$	Mode 2			Mode 3		
	1st	2nd	$\Delta x/H$	1st	2nd	$\Delta x/H$
0	3.862	7.123	3.261	3.246	6.200	2.954
0.5	2.938	6.813	3.875	2.077	5.338	3.261
1.0	2.323	6.508	4.185	1.769	5.338	3.569
1.5	2.077	6.815	4.738	1.462	5.338	3.876

의  $x$ 좌표를 나타낸 것이다. 교란의 세기가 세어짐에 따라 첫번째 와의 위치가 박리점에 가까워짐을 볼 수 있다. 또 첫번째 와와 두번째 와간의 거리 ( $\Delta x/H$ )가 점점 벌어진다는 사실에서 와가 점차로 대형화하는 것을 볼 수 있다. 덧붙여 세기가 커질수록 전반적 구조들이 보다 규칙적인(regular) 형태를 갖는다. 이러한 규칙화는 고유함수의 모양뿐 아니라 도시하지 않았으나 전개계수의 시간변화에서도 나타난다. 즉 세기가 세어질수록 전개 계수의 주기성이나 1/4파장 엇갈림의 특성이 보다 명확해짐을 볼 수 있다.

둘째, 세기가 증가하면 모드간의 에너지분포가 더욱 최적화된다. 즉, 작은 수의 모드에 많은 에너지가 집중하는 경향을 보인다. Fig. 9는 정규화(normalized)된 고유치의 합이 100%로 수렴하는 것을 교란의 세기가 바뀌는 네 가지 경우에 대하여 비교한 것이다. 세기가 커질수록 빠르게 수렴하는 것을 볼 수 있다. 이를 뒷받침하기 위해 Fig. 9의 첨가그림(inset)에서 에너지가 90%에 이를때까지 요구되는 모드 개수가 교란의 세기가 커지면 줄어드는 것을 보였다. 이와 같은 논의는 앞서의 관찰과 물리적으로 일맥상통하는 것으로 대형와 구조가 빨리 형성되고 그 형태가 더욱 조직화, 규칙화된다면 유동장의 자유도가 줄어들고 유동장을 표현하기 위해서 더 적은 차원이 요구될 것이기 때문이다. POD의 모드 개수를 이러한 차원과 관계있는 것으로 보는 관점은 보편적인 것이므로 적은 모드로 많은 에너지를 함유할 수 있다는 사실은 바로 유동의 조직화, 규칙화를 의미하게 된다.<sup>(16)</sup> 이 때 Fig. 2를 상기하며 염두에 둘 것은 교란에 세어질수록 재부착 길이가 짧아졌다는 사실이다. 따라서 본 연구에서 관찰한 와구조의 조직화, 대형화가 재부착길이의 감소와 직접적 관련이 있음을 짐작할 수 있다. 이 사실이 다음 절에서 보다 구체적으로 다루어질 것이다.

끝으로 Fig. 7의 스펙트럼에서 각 경우에 특이한 양상을 볼 수 있다. 즉, 높은 번호의 모드일수록 교란주파수의 조화(harmonic) 주파수에 정점이 나타난다. 특히  $A_0=1.0, 1.5$ 의 경우를 보면  $fH/U_\infty=0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8$  등에서 정점이 두드러진다. 정점의 위치는 모드 번호가 증가할수록 고주파수로 이동하므로 앞절에서의 모드번호와 주파수 대역에 대한 일반적 특성도 만족하고 있다. 이러한 조화주파수의 정점은 교란에 대한 비선형계

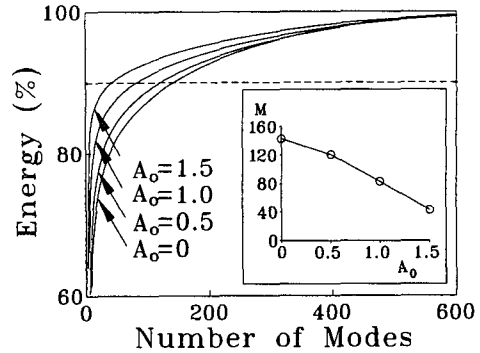


Fig. 9 Convergence of the normalized percentile eigenvalue to total energy for  $A_0=0, 0.5, 1.0$  and  $1.5$ . Inset : number of modes to reach 90% of total energy

의 일반적인 응답특성으로 생각된다.

### 4.3 교란주파수 영향에 의한 구조의 변화

다음에 살펴볼 것은 교란의 세기를 고정시킨 채 ( $A_0=0.5$ ) 주파수를 바꿀 때 구조가 변화하는 양상이다. 주파수는 세기에 비하여 보다 효율적인 제어변수이므로 주목할 필요가 있으나 그 응답특성이 매우 복잡하게 나타나므로 효과적인 설명도 쉽지 않은 일이다. 관찰 대상은 Fig. 2에 나타난 바와 같은 ( $f_rH/U=0.10, 0.15, 0.19, 0.25, 0.30$ ) 5가지 경우인데 여기서 주목할 것은 주파수가 증가함에 따라 재부착길이가 감소하였다가 최소값을 지난 후에 증가하는 것이다. 관찰결과에 의하면 재부착길이가 감소하는 영역과 증가하는 영역의 고유함수와 고유치가 정성적으로 다르게 나타남으로써 두 영역에서 유동의 구조가 많은 차이를 보이고 있음을 알 수 있었다. 물론, 여기서 두 영역의 경계가 아주 명확한 것은 아니며 대략 재부착길이의 최소점 부근에서부터 주파수가 증가할수록, 다시 말하면 재부착길이가 증가할수록 점진적으로 새로운 영역으로 접어들게 된다. 따라서 두 영역의 성질이 공유되는 구간도 존재한다( $f_rH/U_\infty=0.19$ ). 이 점을 중심으로 다음과 같은 사실들을 살펴보았다.

Fig. 10은  $f_rH/U_\infty=0.15, 0.19, 0.25, 0.30$ 의 4가지 경우에 대한 고유함수이고 Fig. 11은 역시 각 경우의 전개계수의 스펙트럼이다. Fig. 6, 7의  $A_0=0.5, f_rH/U_\infty=0.1$ 의 경우와 더불어 5가지 경우를 비교해 보기로 한다. 우선 주파수를 증가시키면  $f_rH/U_\infty=0.19$ 에 이를때까지 고유함수와 그 스펙

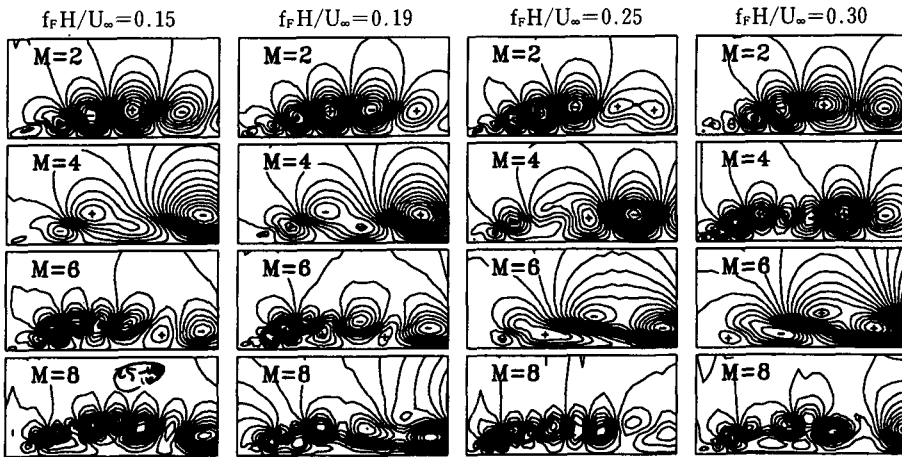


Fig. 10 Contours of the eigenfunctions for  $f_r H / U_\infty = 0.15, 0.19, 0.25$  and  $0.30$  at  $A_0 = 0.5$

트림은 4.2절에서 설명한 각 모드가 보이는 일반적 특성을 만족한다. 모드 2는 교란주파수로 거동하며 고르게 성장하는 대형화의 모습을 가지며 모드 4는 와간의 결합을 암시하는 것으로 추정되는 저주파수의 대형구조, 그 밖의 모드는 모드번호의 증가에 따라 작은 크기, 고주파수의 구조를 보이고 있다. 그러나 주파수가 커지면 이러한 양상은 크게 변화한다. ( $f_r H / U_\infty = 0.25, 0.3$ )  $f_r H / U_\infty = 0.25$ 의 경우

는 전반적으로 불규칙한 모습을 보이므로 일견 설명할 수 없으나  $f_r H / U_\infty = 0.3$ 의 결과는 다음에 설명한 바와 같이 뚜렷하게 전반부의 주파수의 것과 달라져 있다. 첫째, 모드 2는 더 이상 교란주파수의 특성을 보이지 않는다.  $f_r H / U_\infty = 0.1, 0.15, 0.19$ 의 경우 모드 2는 교란주파수의 거동을 보이므로 주파수가 늘어남에 따라서 와의 숫자가 일정한 비로 늘어남을 볼 수 있다. 그러나 여기서는 오히려 모드 4가 이러한 증가비를 만족시키는 고른 와 구조를 가지고 있다. Fig. 11의  $f_r H / U_\infty = 0.3$ 의 스펙트럼을 보면 이 점을 확인할 수 있는데 모드 2, 4를 보면 두 모드 공히 교란주파수와 그 부조화 주파수(subharmonics)에서 지배적인 정점을 갖고 있으나 모드 2는 부조화주파수에서 그리고 모드 4는 교란주파수에서 더욱 큰 값을 가지고 있다. 따라서 모드 2는 교란의 부조화주파수의 구조, 모드 4는 교란주파수의 구조임을 알 수 있다. 둘째, 모드 4가 이러한 구조를 갖게 됨에 따라 당초 모드 4에 존재하던(낮은 주파수의 교란에서) 특이 구조는 모드 6에서 발견된다. 모드 6의 스펙트럼을 보아도 저주파수가 지배적인 것을 볼 수 있다. 여기서, 다시 Fig. 11의  $f_r H / U_\infty = 0.25, 0.3$ 간의 스펙트럼을 비교하면 모드별로 매우 유사하여 그보다 낮은 주파수의 스펙트럼과는 다른 군으로 분류할 수 있다.

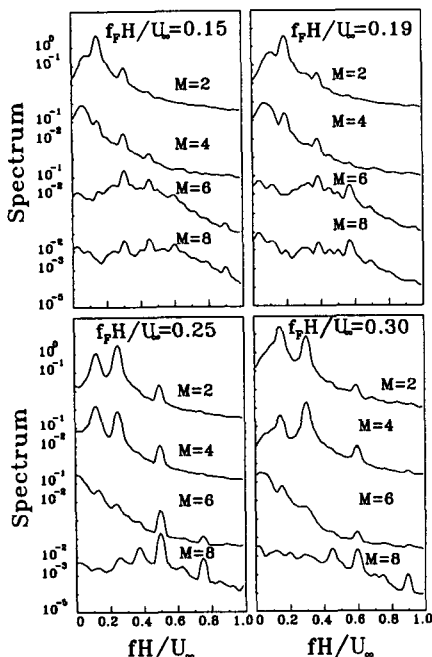


Fig. 11 Spectra of the expansion coefficients for  $f_r H / U_\infty = 0.15, 0.19, 0.25$  and  $0.30$  at  $A_0 = 0.5$

결과적으로 제어변수에 대하여 유동은 재부착길 이 증가영역과 감소영역으로 분리되며 증가영역의 ( $f_r H / U_\infty = 0.25, 0.3$ ) 고유함수는 감소영역의 고유함수에 마치 하나의 모드가 새로이 끼어듦으로써

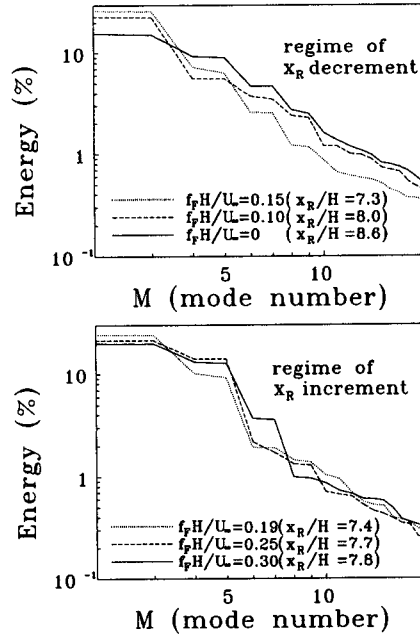
**Table 3** Shedding frequency in the separation bubble ( $f_s H/U_\infty$ ) versus  $f_r H/U_\infty (A_o=0.5)$

$f_r H/U_\infty$	0.100	0.150	0.190	0.250	0.300
$f_r H/U_\infty$	0.100	0.150	0.190	0.125	0.150

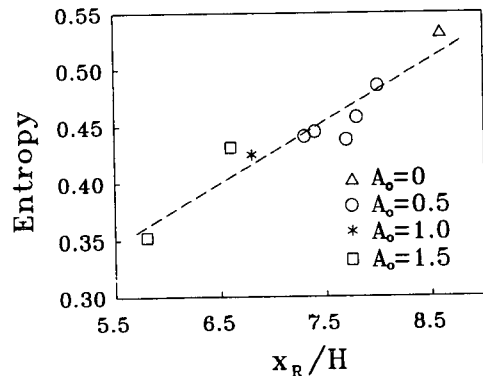
모드 4가 모드 6으로 전이(shift)된 느낌을 준다. 이 새로운 모드는 교란주파수의 부조화주파수로 거동하고 있는데 박리기포내의 유동의 속도 스펙트럼을 조사하여 그 특성주파수를 관찰하면 이유를 알 수 있다. Table 3은 각 교란주파수에 대한 유동의 흘림주파수이다. 흘림주파수는 재부착점에서의 속도 스펙트럼에 의하여 결정되었다. 재부착길이 감소 영역은 교란주파수와 흘림주파수가 일치하고 있으나 증가 영역에서는 흘림주파수가 교란주파수의 부조화주파수로 나타나고 있다. 즉 유동장의 특성주파수가 두 가지로 늘어난 것이다. 따라서 재부착길이 감소영역에서는 일치하는 교란 주파수와 흘림 주파수가 한 모드 2와 관계를 가지고 있고 재부착길이 증가영역에서는 불일치하는 교란주파수와 흘림주파수가 각기 모드 2, 4와 관련을 갖고 있다고 할 수 있다.

고유치 값을 모드에 따라 도시하는 고유치 스펙트럼을 관찰하는 것도 의미있는 일이다. Fig. 12는 앞서 구분한 두 영역에 대하여 나누어 고유치 스펙트럼을 도시한 것이다. 재부착길이 감소영역에서는 다시 재부착길이와 유동의 조직화의 관계를 살필 수 있다. 즉 재부착길이 짧을수록 적은 숫자의 모드에 에너지가 밀집하기 때문에 작은 모드번호에서는 재부착길이 짧은 경우의 고유치 스펙트럼이 큰 값을 가지나 모드번호가 증가함에 따라 에너지가 덜 밀집된 쪽이 상대적으로 커져서 크기가 반전되게 된다. 이같은 관계때문에 세 가지 고유치 스펙트럼은 각기 한번씩만 교차하게 된다. 재부착길이 증가영역에서는 위에서 본 경향을 따르지 않고 있는데, 이 영역의 그림을 보면 4, 5 모드 이상부터 불규칙하게 거동하여 여러 번 교차가 일어나고 있다. 이것은 재부착길이 증가영역의 유동구조가 매우 복잡하고 재부착길이를 증가시키는 유동의 메커니즘도 단순하지 않음을 나타낸다. 여기서 교란주파수에 따른 유동의 영역구분이 다시 한번 확인된다.

재부착점의 길이와 구조의 조직화, 즉 에너지의 밀집도의 관계에 대하여 다시 한번 주목해 보자.



**Fig. 12** Comparison of eigenspectra in the regimes of  $x_R$  decrement and  $x_R$  increment ( $A_o=0.5$ )



**Fig. 13** POD global entropy versus  $x_R$

Fig. 9는 교란에 세기에 따라 고유치의 수렴도가 변화하는 것을 살펴봄으로써 이러한 관계를 밝혔으나 에너지 밀집도는 하나의 숫자로도 간단히 나타내어질 수 있다. Aubry 등은 POD의 전역 엔트로피(global entropy)를 다음과 같이 정의하고 있다.<sup>(23)</sup>

$$H(u) = -\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{\log M} \sum_{k=2}^M p_k \log p_k \quad (15)$$

여기서,  $p_k$ 는  $p_k = \lambda_k / \sum_{k=2}^{\infty} \lambda_k$ 이다. 이 식은 모든 모드가 균등하게 에너지를 나누어 가질 때 최대값 1, 한 모드만이 에너지를 갖을 때 최소값 0을 갖는다.

즉, 에너지가 적은 개수의 모드에 밀집될수록 작은 엔트로피를 갖게 된다. Fig. 13은 본 연구에서 관찰한 모든 경우에 대하여 재부착점길이와 엔트로피 관계를 나타낸 것이다. 교란주파수나 세기에 관계 없이 전반적으로 선형관계를 나타내고 있음을 볼 수 있다. 이것은 4.2절의 주장대로 재부착길이가 짧아지는 메커니즘과 구조의 조직화가 밀접한 관계가 있음을 보여주는 보다 신뢰성있는 증거이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 이산외류방법으로 난류 박리기포를 제어하는 수치모사 결과에 POD를 적용하여 박리기포내의 응집구조를 해석하였다. 박리기포의 구조 분석과 같은 물리적 연구에 앞서, 널리 알려진 POD의 두 가지 방법을 같은 대상에 적용하여 결과를 비교해 보았다. 박리기포에 대한 교란의 제어 변수를 조절함에 따라 구조가 변화하는 것을 살펴보고 이로써 재부착길이 변화의 메커니즘을 파악하고자 하였다. 첫째, 국소점 교란의 세기가 증가함에 따라 구조와 그 동적거동이 조직화, 대형화, 규칙화되는 것을 관찰할 수 있었다. 이러한 관찰 결과는 재부착길이가 감소하는 것과 직접적 연관이 있는 것으로 추정된다. 또, 고유치의 크기순으로 결정되는 각 모드의 응집구조를 분석해 보았으며, 대형와의 결합에 의한 재부착길이의 감소와 관련이 있다고 추정되는 특정 모드의 구조를 발견했다. 둘째, 교란의 주파수 조절에 따르는 유동장의 구조변화를 관찰한 결과, 재부착길이가 감소하는 영역과 재부착길이가 증가하는 영역에서 유동의 구조적 특성이 확연히 차이남을 관찰할 수 있었다. 특히 후자의 영역에서 유동의 구조를 복잡하게 하는 몇 가지 특성들을 볼 수 있었는데 이들은 재부착길이가 증가하는 메커니즘과 관련이 있다. 끝으로 관찰된 모든 경우에 대하여 재부착길이와 POD의 엔트로피, 즉 유동의 조직화도의 선형적 관계를 살펴보았다. 이것은 계속 언급한 재부착길이와 조직화도의 관계를 명료히 나타내어 준다. 유동의 구조가 더욱 조직화될수록 재부착길이가 짧아진다는 사실이 관찰된 것이다.

## 참고문헌

- (1) Ota, T. and Narita, M., 1978, "Turbulence Measurements in a Separated and Reattached Flow over a Blunt Flat Plate," *ASME J. Fluids Engineering*, Vol. 111, pp. 224~228.
- (2) Kiya, M., Sasaki, K. and Arie, M., 1982, "Discrete-Vortex Simulation of a Turbulent Separation Bubble," *J. Fluid Mech.*, Vol. 120, pp. 219~244.
- (3) Kiya, M. and Sasaki, K., 1985, "Structure of Large-Scale Vortices and Unsteady Reverse Flow in the Reattching Zone of a Turbulent Separation Bubble," *J. Fluid Mech.*, Vol. 154, pp. 463~491.
- (4) Cherry, N. J., Hiller, R. and Latour, M. E. M. P., 1984, "Unsteady Measurements in a Separated and Reattaching Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 144, pp. 413~427.
- (5) Troutt, T. R., Scheelke, B. and Norman, T. R., 1984, "Organized Structures in a Reattaching Separated Flow Field," *J. Fluid Mech.*, Vol. 143, pp. 413~427.
- (6) Roos, F. W. and Kegelmen, J. T., 1986, "Control of Coherent Structures in Reattaching Laminar and Turbulent Shear Layers," *AIAA J.*, Vol. 24, pp. 1956~1963.
- (7) Bhattacharge, S., Scheelke, B. and Troutt, T. R., 1986, "Modification of Vortex Interactions in a Reattaching Separated Flow," *AIAA J.*, Vol. 24, pp. 623~629.
- (8) Chun, K. B. and Sung, H. J., 1994, "Control of Turbulent Recirculating Flow by Local Forcing," *KSME*, Vol. 18, pp. 446~455.
- (9) Sigurdsn, L. W. and Roshko, A., 1988, "The Structure and Control of a Turbulent Reattaching Flow," *Turbulent Management and Relaminarization* (ed. Liepmann, H. W. and Narashima, R., Springer.), pp. 497~514.
- (10) Kiya, M., Mochizuki, O., Tanaka, H. and Tsukasaki, T., 1991, "Control of a Turbulent Leading-Edge Separation Bubble," *Proc. IUTAM Sym. on Separated Flows and Jets*(ed. Kozlov, V. V. and Dovgal, A. V., Springer.), pp. 647~656.
- (11) Kiya, M., Shimizu, M., Mochizuki, O., Ido, Y. and Ogura, Y., 1992, "Sinusoidal Forcing of an

- Axisymmetric Leading-Edge Separation Bubble," *11th Australilian Fluid Mechanics Conference Hobart*, Australia, pp. 993~996.
- (12) Berkooz, G., Holmes, P. and Lumley, J. L., 1993, "The Proper Orthogonal Decomposition in The Analysis of Turbulent Flows," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 25, pp. 539~575.
- (13) Moin, P. and Moser, R. D., 1989, "Characteristic-Eddy Decomposition of Turbulence in a Channel.," *J. Fluid Mech.*, Vol. 200, pp. 471~509.
- (14) Rajaei, M., Karlsson, S. K. F. and Sirovich, L., 1994, "Low-Dimensional Description of Free-Shear-Flow Coherent Structures and Their Dynamical Behaviour," *J. Fluid Mech.*, Vol. 258, pp. 1~29.
- (15) Rempfer, D. and Fasel, H. F., 1994, "Evolution of Three-Dimensional Coherent Structures in a Flat-Plate Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 260, pp. 351~375.
- (16) Sirovich, L. and Deane, A. E., 1991, "A Computational Study of Rayleigh-Benard Convection. Part2. Dimension Consideration," *J. Fluid Mech.*, Vol. 222, pp. 251~265.
- (17) Park, H. and Sirovich, L., 1990, "Turbulent Thermal Convection in a finite Domain: Part2.. Numerical Results," *Phys. Fluids A*, Vol. 2(9), pp. 1659~1668.
- (18) Chung, Y. M. and Sung, H. J., 1994, "Discrete Vortex Simulation of Turbulent Separated and Reattaching Flow with Local Perturbation," *KSME*, Vol. 18, pp. 479~491.
- (19) Sirovich, L., 1987, "Turbulence and the Dynamics of Coherent Structures Part1 : Coherent Structures.," *Q. Appl. Math.*, Vol. 45(3), pp. 561~571.
- (20) Rajaei, M. and Karlsson, S. K. F., 1990, "Shear Flow Coherent Structures Via Karhunen-Loeve Expansion," *Phys. Fluids A*, Vol. 2(12), pp. 2249~2251.
- (21) Sirovich, L., Kirby, M. and Winter, M., 1990, "An Eigenfunction Approach to Large Scale Transitional Structures in Jet Flow," *Phys. Fluids A*, Vol. 2(2), pp. 127~136.
- (22) Glezer, A., Kadioglu, Z. and Pearstein, A. J., 1989, "Development of an Extended Proper Orthogonal Decomposition and Its Application to a Time Periodically Forced Plane Mixing Layer," *Phys. Fluids A*, Vol. 1(8), pp. 1363~1373.
- (23) Aubry, N., Guyonnet, R. and Lima, R., 1991, "Spatiotemporal Analysis of Complex Signals: Theory and Applications," *J. Statist. Phys.*, Vol. 64, pp. 683~739.