

〈論 文〉

# 주기적인 충격력을 받는 탄소성 보의 케이오틱거동 연구

이 재 영\*

(1994년 5월 25일 접수)

## A Study of Chaotic Responses of an Elastic-Plastic Beam Model to Periodic Impulsive Force

Jae-Yeong Lee

**Key Words :** Chaotic Response(케이오틱거동), Self-Similarity(자기상사), Phase Space(위상공간), Power Spectrum(파워스펙트럼), Quasi-Periodic(준주기적), Elastic Strain Energy(탄성변형에너지), Total Available Energy(총 가용에너지)

### Abstract

In this study, the dynamic instabilities of a beam, subjected to periodic short impulsive loading, are investigated using simple 2-DoF beam model. The behaviors of beam model whose axial motions are constrained are studied for the case of elastic and elastic-plastic behavior. In the case of elastic behavior, the chaotic responses due to the periodic pulse are identified, and the characteristics of the behavior are analysed by investigating the fractal attractors in the Poincare map. The short-term and long-term responses of the beam are unpredictable because of the extreme sensitivities to parameters, a hallmark of chaotic response. In the case of elastic-plastic behavior, the responses are governed by the plastic strains which occur continuously and irregularly as time increases. Thus the characteristics of the response behavior change continuously due to the plastic strain increments, and are unpredictable as well as the elastic case.

### 1. 서 론

구조물에 충격하중이 작용하는 경우 작용한 충격력으로 말미암아 구조물은 기하학적으로 비선형인 거동을 나타내게 되며, 특히 축방향으로의 운동이 구속된 경계조건을 갖는 구조물에 소성변형을 일으키기에 충분한 하중이 작용하는 경우에는 축방향의 영구변형이 발생하게 되기 때문에 구조물은 본래의 기하학적인 구조와는 다른 구조를 갖게 된다. 즉, 축방향의 영구변형으로 말미암아 보의 거동에서 얇은 아치(arch)의 거동으로, 얇은 평판의 거동에서

셸의 거동으로 거동형태가 변환되게 된다. 따라서 정확한 구조물의 거동을 예측하기 위하여서는 구조물의 거동간 발생하는 소성변형량을 정확히 측정하여야 하지만, 소성변형은 구조물이 거동을 일으키는 동안 계속적으로 발생하게 되고 그 크기는 순간순간의 변형상태에 의존하게 되므로 구조물의 기하학적인 형태도 시간에 대하여 계속적으로 변하게 된다. 따라서 구조물의 거동을 해석하기 위하여서는 계속적으로 새로운 동적인 문제를 해석하여야 한다고 말할 수 있다. 특히 소성변형은 구조물의 거동을 지배하는 파라미터들의 일부 영역에서는 모든 파라미터들의 변화에 극도로 민감하고 계의 거동이 아주 복잡하고 예측 불가능한 케이오틱거동을 나타내게 하는 원인이 된다.<sup>(1)</sup> 즉, 어떤 파라미터

\*정회원, 육군사관학교 기계공학과

영역에서는 구조물의 거동이 파라미터의 미소한 변화에 대하여서도 극도로 민감하므로 유한요소법의 수치적인 방법을 통하여서도 정확한 해를 구하기가 불가능하게 되고,<sup>(2)</sup> 실험시 구조물 또는 실험장치가 필연적으로 갖게 되는 초기의 불완전성(initial imperfection)에 의하여서도 거동이 극도로 민감하게 되므로 실험을 통하여서도조차 구조물의 정확한 거동을 구할 수 없게 된다.<sup>(3,4)</sup> 그러나 보의 2자유도계 모델의 경우에는 소성변형량에 의하여 결정되는 탄성변형에너지를 곡면(elastic strain energy surface)의 형상에 따라 보의 거동특성이 결정되기 때문에 변형에너지곡면이 갖는 정적 평형점에서의 에너지의 크기와 총 가용에너지(total available energy)의 크기를 비교함으로써 거동형태를 예측할 수가 있음이 연구된 바 있다.<sup>(5)</sup>

짧은 충격력이 초기에 한번만 작용하는 경우 구조물의 탄성거동은 정상적인 거동을 나타내지만<sup>(1)</sup> 충격력이 주기적으로 작용하는 경우에는 주기력이 케이오틱거동을 포함한 새로운 동적 불안정성의 요인이 되므로 작용하중의 크기, 작용시간, 감쇠 및 작용주기 등의 변화에 따라 극도로 민감하고 복잡한 거동을 나타내게 된다. 즉, 케이오틱영역에서는 거동형태가 모든 파라미터들의 변화에 대하여 극도로 민감하게 되므로 구조물의 거동형태 및 장기적인 거동등을 예측하기가 불가능하게 되나 이러한 경우 구조물의 동특성은 위상공간(phase space)에서 Poincare map, strange attractor 또는 fractal 구조 등의 연구를 통하여 해석될 수 있으며, 파워스펙트럼 및 fractal 차원의 계산 등도 이용될 수 있다.

구조물의 케이오틱거동에 관한 연구는 최근에 이르러 활발히 진행되고 있다. Dowell 등<sup>(6,7)</sup>은 얇은 평판 위에 유체가 흐를 때, 평판과 유체의 상호작용에 의한 케이오틱거동을 규명하였으며, Moon 등<sup>(8,9)</sup>은 일단고정보에 자기력이 작용하는 경우에 대한 케이오틱거동을, Paidoussis 등<sup>(10)</sup>은 비선형 구속조건을 갖는 일단고정 파이프에 유체가 흐르는 경우에 대한 케이오틱거동을 연구하였다. 그러나 주기력이 작용하는 구조물의 케이오틱거동에 관한 연구는 극히 적은 편이다. Poddar 등<sup>(11)</sup>은 보의 1-자유도계 모델에 주기력이 작용하는 경우의 케이오틱거동에 관한 연구를, Breuer 등<sup>(12)</sup>은 Hamiltonian계에 비조화 주기력이 작용할 때의 케이오틱거동을 포함한 동특성 연구를, Yagasaki<sup>(13)</sup>

는 보에 준주기력(quasi-periodic force)이 작용할 때의 케이오틱거동에 관한 연구를 하였다. 그러나 보에 충격력이 주기적으로 작용하는 경우에 대한 연구는 아직까지 수행된 바가 없다.

본 연구에서는 구조물에 충격하중이 주기적으로 작용하는 경우의 동적거동과 거동의 불안정성을 2자유도계 보의 모델을 이용하여 해석하고자 한다. 보에 작용하는 하중의 크기, 작용시간 및 댐핑 등의 변화가 계의 거동에 미치는 영향을 알아본 후, 거동의 시간에 대한 변화(time history), 파워스펙트럼(power spectrum), Poincare map 등을 이용하여 계의 케이오틱거동과 거동의 예측 불가능성을 연구하고자 하며, 특히 계의 동특성을 나타내는 strange attractor와 attractor가 갖는 fractal 구조 및 구조의 상사성(similarity)에 대한 연구를 하고자 한다.

## 2. 보의 수학적 모델

연속보를 1자유도계 또는 다자유도계로 모델링하기 위하여 고안된 Shanley type보의 2자유도계 모델<sup>(1)</sup>이 Fig. 1에 도시되어 있다. 변형된 형상은 좌우 대칭으로 가정되었으며, 여기서  $u$ ,  $w_1$ ,  $w_2$ 는 각각 수평방향변위, 1/4 지점에서의 수직변위와 중앙에서의 수직변위를 나타낸다. 질량이 각각  $m/2$ 인 보 AB와 BC는 강체이며 작은 셀(cell) B와 C에 의하여 연결되어 있다. 셀은 거리가  $h$ 만큼 떨어진 두 개의 얇은 플랜지로 이루어진 샌드위치보(sandwich beam)로 간주되었으며 각 플랜지는 면적  $A/2$ , Young's modulus  $E$ , 항복응력  $\sigma_0$ 로서 탄성-완전소성의 재료적 성질을 갖고 있으며 보의 모든 변형은 이 셀에서만 발생하는 것으로 간주되었다. 주기력은 Fig. 1에서와 같이 보의 중앙에 집

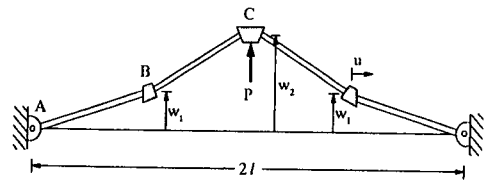


Fig. 1(a) Essential feature of the 2-DoF model



Fig. 1(b) Deformable cells

중하중으로 작용하고 있다.

보의 기하학적인 비선형을 고려하고 축방향의 하중은 보의 전체에 걸쳐 일정하다고 가정하였을 경우의 운동방정식은 다음과 같다.<sup>(11)</sup>

$$\frac{ml}{24} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{Bmatrix} + \frac{cl}{24} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \end{Bmatrix} + N \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P(t)l/4 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서,

$$N = AE \left\{ \frac{w_1^2}{l^2} + \frac{(w_2 - w_1)^2}{l^2} - \frac{1}{4} (\epsilon_{b1}^2 + \epsilon_{b2}^2 + \epsilon_{c1}^2 + \epsilon_{c2}^2) \right\} \quad (2a)$$

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = AEh \left( \frac{h}{l^2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} - \frac{1}{4} \begin{Bmatrix} \epsilon_{b1}^2 - \epsilon_{b2}^2 \\ \epsilon_{c1}^2 - \epsilon_{c2}^2 \end{Bmatrix} \right) \quad (2b)$$

$N$ 과  $M_i$ 는 셀에 작용하는 축방향 힘과 굽힘모멘트들을, 하첨자 1, 2는 상, 하의 플랜지를 각각 나타낸다.  $\epsilon_{b1}$ ,  $\epsilon_{b2}$ ,  $\epsilon_{c1}$ ,  $\epsilon_{c2}$ 는 네 개의 플랜지에 각각 작용하는 소성변형률이고,  $m$ 은 보 절반의 질량이며,  $c$ 는 감쇠계수이다. 해석에 사용된 보의 알루미늄합금으로서 길이 200.0 mm, 폭 20 mm이며,  $\sigma_o = 0.3$  GPa,  $E = 40$  GPa,  $m = 0.0216$  kg,  $A = 8 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup> 그리고  $\eta = h/l = 0.0271$ 의 제원 및 성질을 갖는다.

시스템의 고유진동수를 구하기 위한 작은 진폭의 진동을 하는 선형시스템에 대한 운동방정식은 다음과 같으며

$$\frac{m}{6EA} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{Bmatrix} + \frac{4\eta^2}{l} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

식(3)의 두 행렬을 동시에 대각화 시키기 위한 변환행렬(transformation matrix)은 다음과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} 1.15577 & 0.31076 \\ -1.54652 & 0.49351 \end{bmatrix}$$

위의 변환행렬을 이용하여 대각화된 질량 및 강성행렬은

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 6.5518 & 0 \\ 0 & 1.1801 \end{bmatrix} \\ \bar{K} = \begin{bmatrix} 579.35 & 0 \\ 0 & 1.30 \end{bmatrix} \times 10^6 \quad (4)$$

이며 식(3)의 고유진동수는 각각  $\lambda_1 = 9403.54$ ,  $\lambda_2 = 1049.56$ 이다.

식(1)에서 감쇠행렬  $[C]$ 는 질량행렬  $[M]$ 에 비례하는 것으로 가정되었다. 따라서 임계감쇠비(critical damping ratio)를  $\zeta$ 로 놓으면, 대각화된 감쇠행렬은

$$\bar{C} = 2\lambda_i \zeta_i \bar{M} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 \zeta_1 \bar{m}_{11} & 0 \\ 0 & 2\lambda_2 \zeta_2 \bar{m}_{22} \end{bmatrix} \quad (5)$$

이며 행렬  $T$ 를 이용하여 역변환을 취하면 식(1)의 감쇠행렬을 고유진동수와 임계감쇠비의 항으로 나타낼 수 있다.

### 3. 보의 탄성거동

#### 3.1 케이오틱거동

운동방정식 (3)을 수치적분하기 위하여 central difference formula를 사용하였으며 적분에 사용된 시간중분은  $dt = 1 \times 10^{-7}$  sec으로 하였다. 미분방정식을 central difference method를 이용하여 수치적분할 때, 본래의 미분방정식이 케이오틱거동을 포함하고 있지 않더라도 수치적분에 사용된 시간중분이 상대적으로 큰 경우에는 미분방정식이 케이오틱 거동을 나타낼 수 있음이 Reinhall 등<sup>(14)</sup>에 의하여 연구된 바 있다. 그러나 여기서 사용된  $dt = 1 \times 10^{-7}$  sec은 비선형시스템의 동적해석에 있어서 Belytschko 등<sup>(15)</sup>이 제안한 값인  $2/\lambda_{\max}$ 보다 충분히 작은 값이며, 수치실험을 통하여서도 본 연구에 사용된 시간중분이 계의 케이오틱거동의 원인이 아님을 알 수 있었다.

보의 중앙에 수직으로 작용하는 주기력은 짧은 충격력으로서 작용주기는 계의 공진현상을 방지하기 위하여  $\lambda_f = 2.5\lambda_2$  rad/s으로 하였으며, 충격력은 양과 음의 방향으로 주기적으로  $1 \times 10^{-4}$  sec동안 작용하는 것으로 하였다.

수치적분으로부터 구한 시간에 대한 보의 중앙에서의 수직변위가 Fig. 2에 예시되어 있다. Fig. 2는 동일한 감쇠비  $\zeta = 0.005$ 일 때 서로 다른 작용하중에 대한 거동의 초기와 중기의 일부분을 보여주고 있다. Fig. 2(a)는  $P = 1500$  N의 경우로서 그림에서 보는 바와 같이 시간이 경과하여도 계속적으로 불규칙적이고 복잡한 케이오틱거동을 나타내고 있지만,  $P = 1600$  N인 Fig. 2(b)의 경우에는 초기에는 케이오틱거동을 나타내지만 시간이 경과함에 따

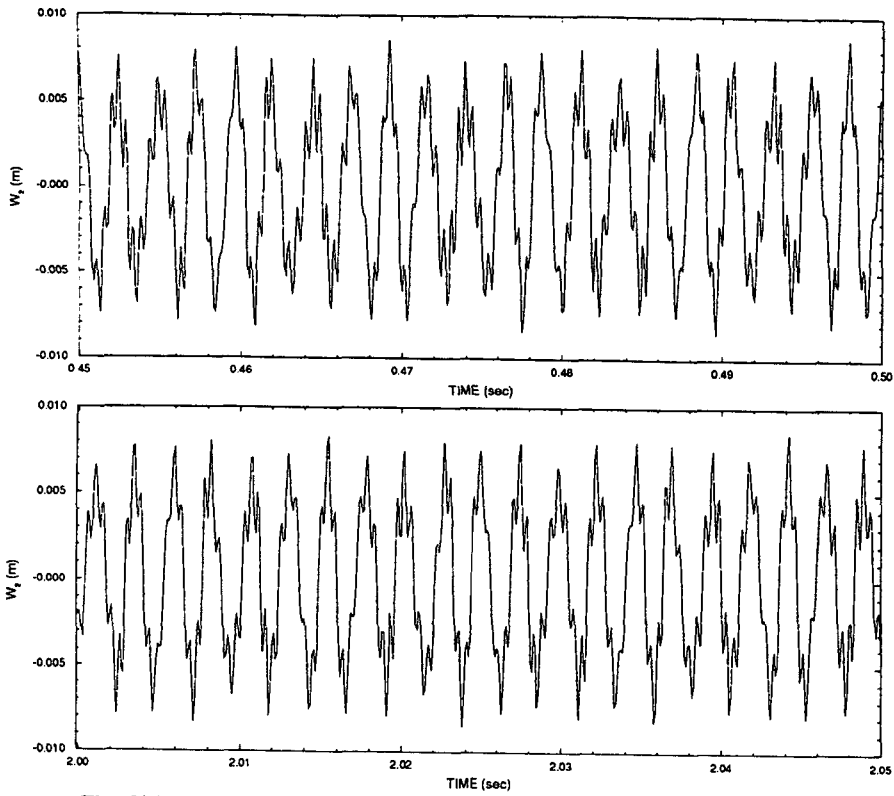


Fig. 2(a) Time histories of midpoint displacement for  $\zeta=0.005$ ,  $P=1500$  N

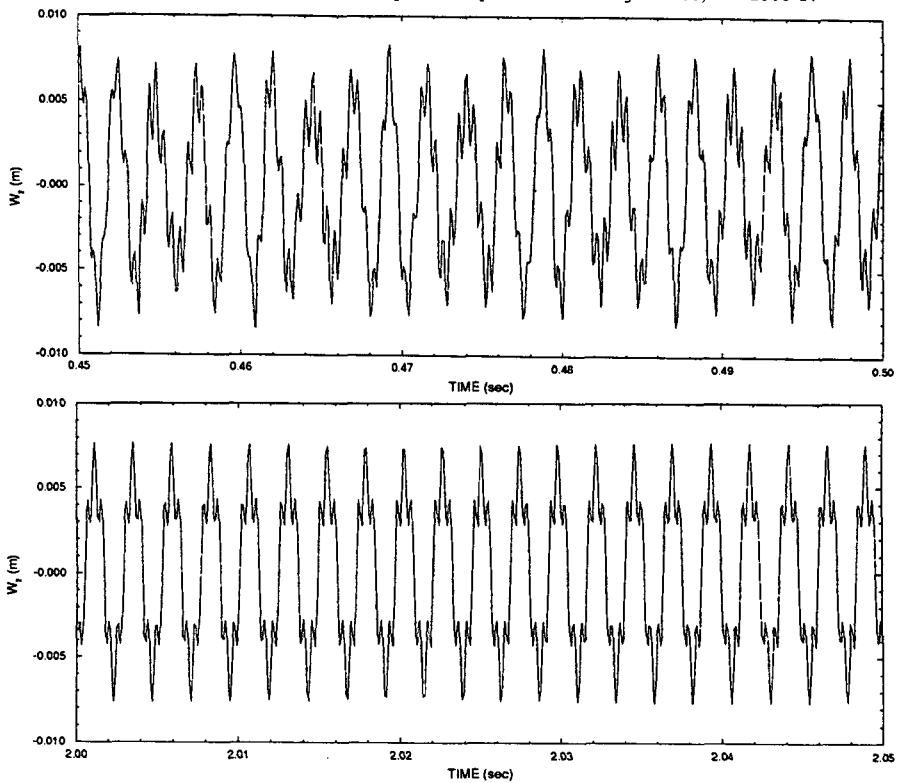


Fig. 2(b) Time histories of midpoint displacement for  $\zeta=0.005$ ,  $P=1600$  N

라 전형적인 주기적 거동을 나타내고 있다. 이와 같이 보의 거동이 시간이 경과함에 따라 케이오틱 거동에서 케이오틱거동으로, 준주기적 또는 주기적 거동으로 불규칙적으로 변환되고, 거동형태도 거동 초기와는 다른 형태를 나타낼 수 있기 때문에 장기적인 계산 또는 실험을 통하지 않고서는 계의 장기적인 거동(long-term behavior)를 예측하기란 불가능함을 알 수 있다. 즉, 주기력에 의한 케이오틱거동은 시간이 경과함에 따라 케이오틱거동이 지속되거나 또는 주기적거동으로 변환되게 되는데 여기서 예로 든 하중 1500 N과 1600 N은 각각 이 두 경우에 대한 대표적인 경우이며, 케이오틱거동의 특성인 초기조건에 대한 민감도때문에 아주 작은 하중의 변화에 의하여서도 거동형태는 불규칙적으로

변하게 된다.

Fig. 2의 경우에 대한 power spectral density가 Fig. 3에 각각 도시되어 있으며 여기에서 실선과 점선은 각각 시간 0~0.1초와 2.0~2.1초 동안에 대한 스펙트럼을 나타낸다. Fig. 3(a), (b)에서의 실선 스펙트럼 및 Fig. 3(a)에서의 점선 스펙트럼이 보여주고 있는 바와 같이 넓은 밴드의 주파수 영역은 케이오틱거동을 나타내며, Fig. 3(b)의 점선 스펙트럼에 나타난 바와 같이 여러 개의 피크(peak)는 거동이 주기적임을 나타낸다.

지금까지 설명한 바와 같이 구조물에 충격력이 주기적으로 작용하는 경우에는 소성변형이 발생하지 않더라도 주기력에 기인하는 케이오틱거동이 나타나며, 이러한 케이오틱거동의 특성은 초기조건 변화에 대한 극도의 민감도, 불규칙적이며 복잡한 거동, 거동의 단기적 및 장기적 예측의 불가능성을 들 수 있다. 계의 케이오틱거동의 가장 효과적이고 해석적인 연구는 상공간(phase space)에서 strange attractor가 갖는 fractal 성질에 대한 연구일 것이다.

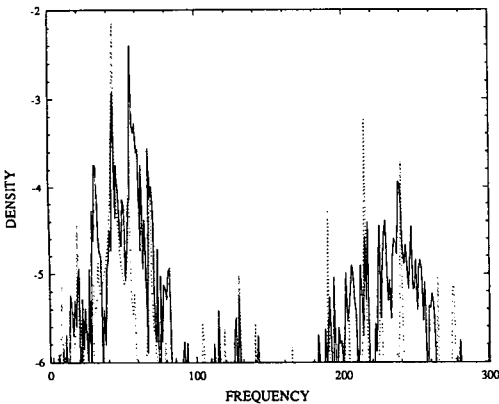


Fig. 3(a) Power density spectra corresponding to Fig. 2(a), for time interval 0.0~0.1 sec(solid line) and 2.0~2.1 sec(dotted line)

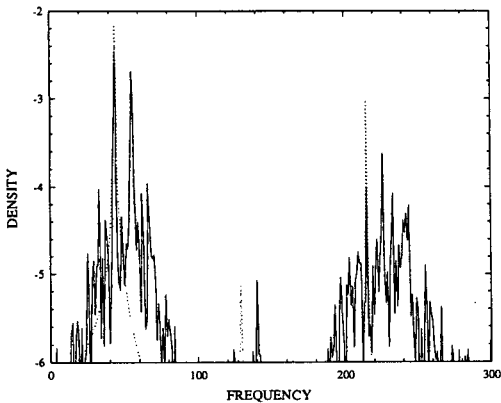


Fig. 3(b) Power density spectra corresponding to Fig. 2(b), for time interval 0.0~0.1 sec(solid line) and 2.0~2.1 sec(dotted line)

### 3.2 Poincare section map

본 연구에서 Poincare map은 하중 작용주기에 해당되는 순간의 거동을 보의 1/4지점과 중앙에서의 수직변위들과 속도들로 구성된 4차원 상공간내의 한 평면인 보 중앙에서의 변위와 속도 평면( $w_2, \dot{w}_2$ )에 투영시켜 얻었다. 전술한 바와 같이 하중의 미소변화에 대하여 계의 거동도 변하게 되므로 Poincare map의 형태도 불규칙적으로 변하게 된다. 보의 모델이 나타내는 전형적인 Poincaré map들이 Fig. 4에 예시되어 있으며, 약 2000개에서 2500개 사이의 점으로 이루어진 Poincaré map이 투영된 단면의 위상(phase)은  $5\pi/6$ 에 해당된다. Fig. 4(a)~(d)는 같은 감쇠비  $\zeta=0.005$ 와 하중의 크기  $P=1400, 1500, 1502, 1504$ 에 대한 Poincaré map을 각각 보여주고 있다. Fig. 4(a)의 Poincaré map이 갖는 chaotic attractor는 단 하나의 궤적(single trajectory)으로 이루어진 fractal 구조를 나타내고 있는데 이러한 fractal 구조는 주기적 거동을 나타내는 궤적이 아니라 강제진동계의 가장 불규칙적인 거동, 즉 케이오틱거동을 나타내는 궤적이다. Fig. 4(b)의 Poincaré map이 갖는 fractal 구조는 Fig. 4(a)와 비슷한 특성을 갖고 있으나 여기에서는 궤적이 안정한 manifolds와 불안정한

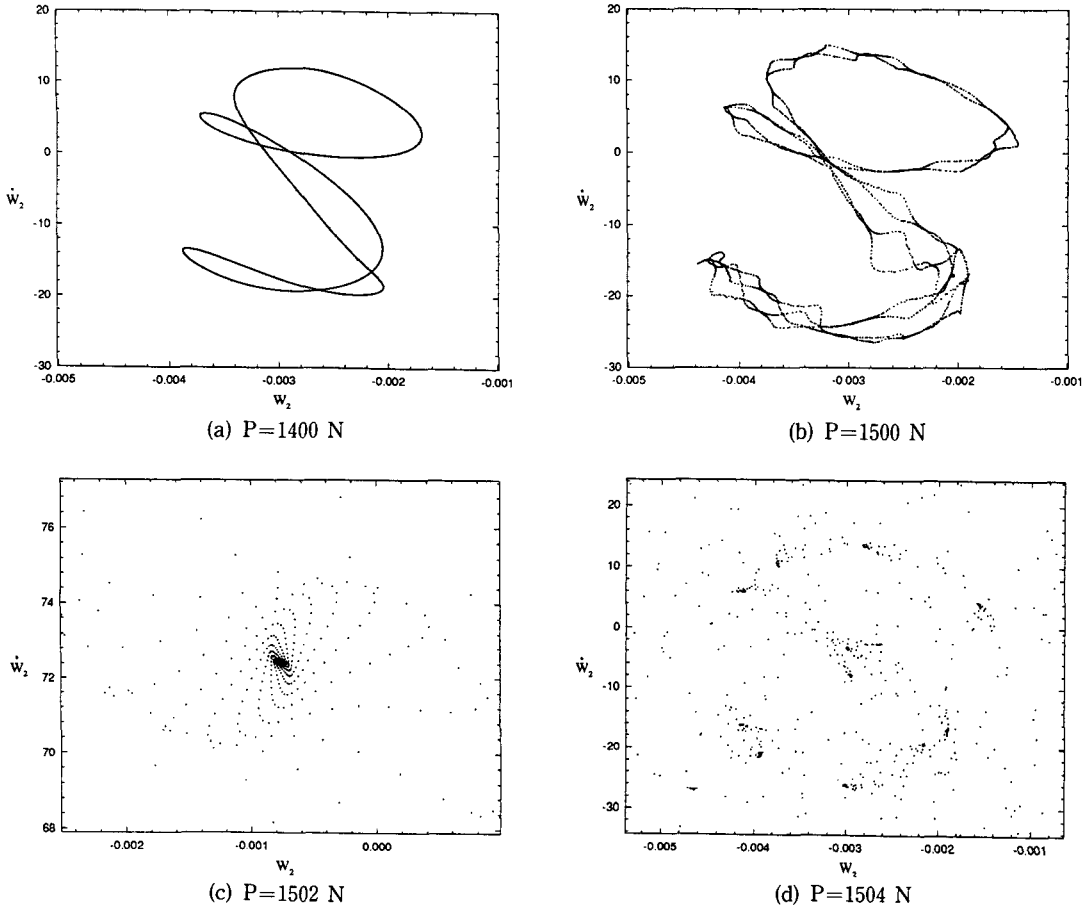


Fig. 4 Poincaré plots in the  $(w_2, \dot{w}_2)$  phase section plane for  $\zeta=0.005$

manifolds가 서로 교차함으로 말미암아 Fig. 4(a)의 attractor보다 복잡한 구조를 나타내고 있다. Fig. 4(c)의 Poincaré section이 갖는 fractal attractor는 point attractor로서 Poincaré 점들이 fractal 구조의 중앙에 위치한 point attractor를 향하는 구조를 갖고 있으며, 여기서 최종적인 점, 즉 point attractor의 위치는  $w_2 = -0.001487$ ,  $\dot{w}_2 = -72.4533$ 이다. Fig. 4(c)의 Poincaré map은 최종적으로 하나의 점만을 갖게 되므로 계가 최초에는 케이오틱거동을 나타내나 시간이 경과함에 따라 케이오틱 특성들은 구조물의 감쇠 등을 비롯한 감쇠 기구(dissipation mechanisms)들에 의하여 감쇠되고 최종적으로는 주기적 거동을 나타내고 있음을 알 수 있다. Fig. 4(d)가 보여주고 있는 케이오틱 attractor는 점들이 Poincaré 평면내의 12개의 점들을 향하여 수렴하고 있는 fractal 구조를 갖고

있으며, 이러한 경우 최종적인 거동형태는 일반적으로 준주기적 거동을 나타낸다.

파라미터의 미소변화에 대하여서도 Poincaré map이 불규칙적으로 전혀 다른 fractal 구조를 나타내게 되므로 3.1절에서 설명한 바와 같이 계의 단기적 및 장기적 거동을 예측하기가 불가능하게 된다. 따라서 거동의 특성을 연구하기 위하여서는 장기적인 계산 또는 실험을 통하여 얻게 되는 Poincaré map이 나타내는 fractal 구조를 해석하는 것이 효과적이지만, 계의 거동이 4차원 이상의 상공간에 존재하는 경우의 fractal 구조를 해석하기 위한 연구가 필요하다.

### 3.3 Poincaré map의 자기상사성

Fig. 4(a), (b)의  $P=1400\text{ N}$ ,  $1500\text{ N}$ 에 대한 Poincaré map은 자기상사(self-similarity)의 특성

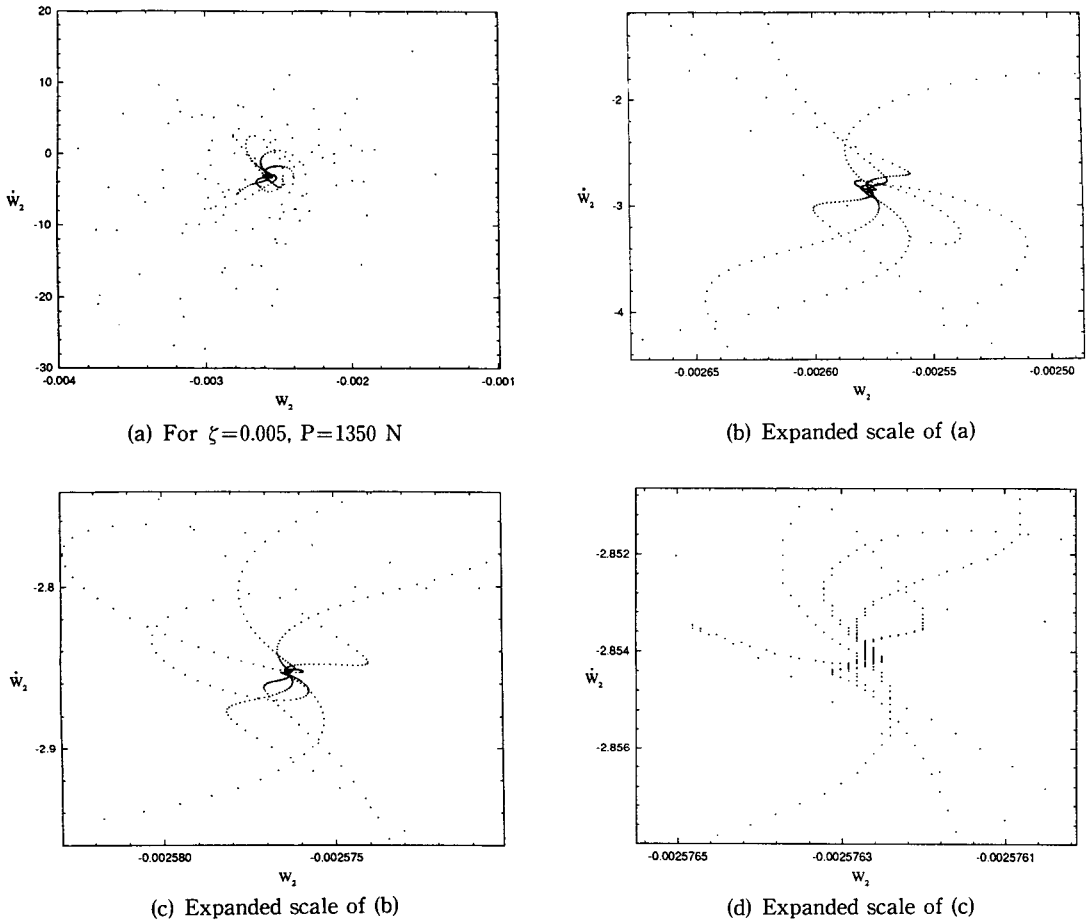


Fig. 5 Poincaré plots showing self-similar fractal structure

을 갖는 fractal구조를 갖고 있지 않으나 대부분의 하중에 대하여 Poincaré map은 자기상사의 특성을 갖는 fractal구조를 나타내고 있으며 그 한 예로서 감쇠비  $\zeta=0.005$ , 하중  $P=1350$  N에 대한 Poincaré map이 Fig. 5에 보여져 있다. 이 경우의 attractor는 나선형 attractor로서 8개의 궤적들이 S자형 경로를 그리며 중앙에 위치한 point attractor를 향하여 수렴하고 있는 구조를 갖고 있다. Fig. 5(b)는 5(a)의 중심부를 확대시킨 그림이며, 5(c)는 5(b)의 중심부를, 5(d)는 5(c)의 중심부를 차례대로 확대시킨 그림이다. 여기에서 Fig. 5(a)와 5(d)는 서로 약 6000배의 스케일 차이를 갖고 있으나, 그래프의 스케일을 변화시켜도 Poincaré map은 동일한 fractal구조를 나타내고 있다. Figs. 5의 fractal구조는 Peitgen과 Saupe의 저서<sup>(6)</sup>에서 설명된 바와 같이 일정한 패턴의 반복에 의하

여 구성되며 이러한 패턴은 스케일에 무관한 성질, 즉, 자기상사의 특성을 나타낸다. 따라서 Fig. 5의 Poincaré map은 자기상사 fractal구조를 갖고 있음을 알 수 있다. 일반적으로 자기상사의 특성은 자기상사차원(self-similarity dimension)으로 나타낼 수 있으며 탄소성 보의 케이오틱거동에 대한 자기상사차원의 계산에 대한 연구가 수행된 바 있다.<sup>(17)</sup> Fig. 5(d)에서 Poincaré map은 약 3.4초 후에는  $(-0.00257634, -2.85402)$ 에 단 하나의 점만을 갖게 되는데, 이는 계가 3.4초 이후에는 주기적 거동만 나타냄을 의미한다.

#### 4. 보의 탄소성거동

상대적으로 큰 충격력이 횡방향으로 구속된 경계 조건을 갖는 구조물에 주기적으로 작용하여 소성변

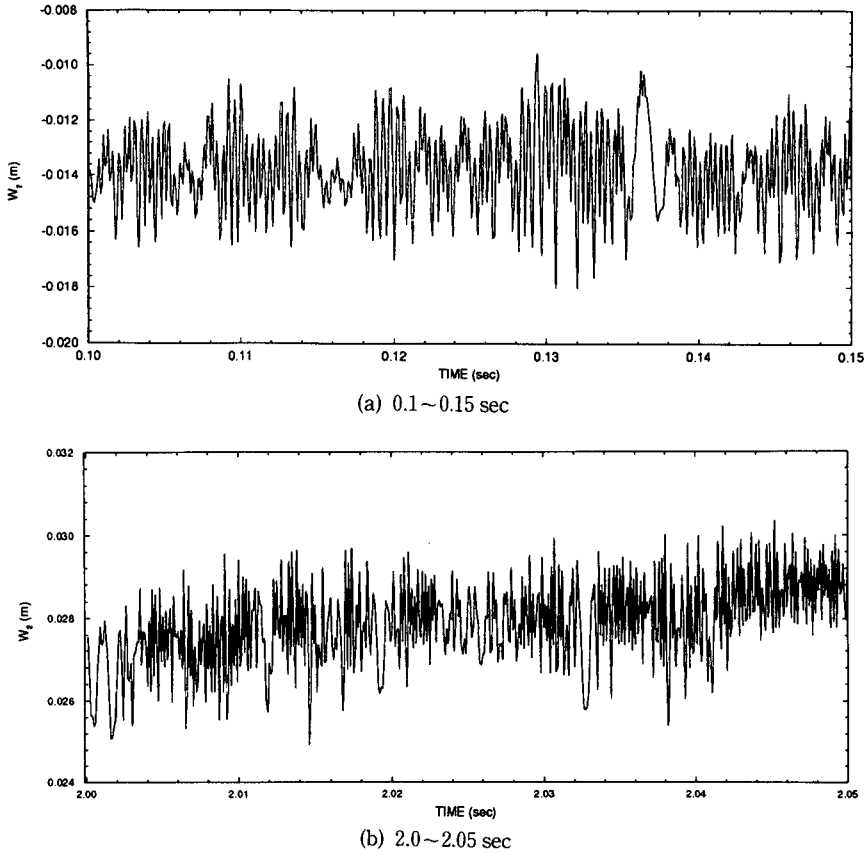


Fig. 6 Elastic-plastic time histories of the midpoint displacements for  $\zeta=0.005$ ,  $P=1500$  N ; with time intervals

형이 발생하는 경우에는 구조물의 거동이 케이오틱 거동을 포함하는 아주 복잡한 거동을 나타내게 된다. 본 장에서는 소성변형이 구조물의 거동에 미치는 영향을 알아보고자 한다.

Fig. 6는 감쇠비  $\zeta=0.005$ , 작용하중  $P=1500$  N의 경우에 대한 보의 중앙에서의 시간에 대한 수직 변위를 나타내고 있으며 Fig. 6(a), (b)는 각각 시간 간격 0.1~0.15초와 2.0~2.05초에 대한 수직변위로서 운동방정식(1)을 수치적분하여 구하였다. 그림에 나타난 바와 같이 계의 거동은 아주 복잡하고 예측 불가능하며, 최초 변형되지 않은 위치에 대한 높은 주파수의 거동이 시간이 경과함에 따라 하중이 작용한 반대방향의 평형위치에 대한 높은 주파수의 거동으로 변하였는데 이는 작용한 주기력으로 인하여 보에서의 가용에너지가 증가하였기 때문이다.

Fig. 7은  $\zeta=0.005$ ,  $P=1500$  N인 경우 Fig. 1에

도시된 변형셀(deformable cell) B와 C의 각 플랜지에 발생하는 소성변형량의 시간에 대한 변화를 보여주고 있으며, 여기서 실선과 대시선은 셀 B의 상·하 플랜지에서의 소성변형을, 대시-점선과 점선은 셀 C의 상·하 플랜지에서의 소성변형을 각각 나타낸다. 이미 언급하였듯이 작용하중에 의하여 보에 축방향으로의 소성변형이 발생하는 경우에는 소성변형으로 인하여 보의 기하학적인 형상이 바뀌게 되고 구조물의 거동형태도 보의 거동에서 얇은 아치의 거동으로 변하게 된다. 따라서 거동간 발생하는 소성변형이 구조물의 거동을 지배하는 중요한 인자가 되며 계의 거동도 발생한 소성변형에 의하여 지배된다. 충격력이 주기적으로 작용하는 경우에는 Fig. 7에 나타난 바와 같이 보에서의 소성변형이 시간에 대하여 지속적으로 발생하기 때문에 보의 기하학적인 형상도 시간에 대하여 지속적으로 변하게 되므로 보의 거동 특성도 Fig. 6에서



보는 바와 같이 시간에 대하여 지속적으로 변하게 된다. 한편 보의 기하학적 형상을 결정하여 주는 소성변형이 시간에 대하여 불규칙적으로 변하기 때문에 매 순간 새로운 형상을 갖는 보의 문제를 취급하게 되는 결과를 초래하게 되므로 보의 거동을 예측하기가 불가능하게 될 뿐만 아니라 새로운 형태의 동적 불안정성에 관한 문제를 초래하게 된다.

Fig. 6에 해당되는 Poincare map이 Fig. 8에 나타나 있다. 보의 거동이 시간이 경과함에 따라 Fig. 6(b)에서와 같이 하중 작용방향에 대한 반대방향( $w_2 > 0$ )의 평형위치에 대하여 일어나기 때문에 Fig. 8의 Poincare map에서도  $w_2 > 0.02$ 의 지역에 Poincare점들이 집중적으로 분포되어 있다. 그러나 탄소성거동에 대한 Poincare map은 탄성거동의 경우에 대한 Poincare map에서와 같은 fractal구

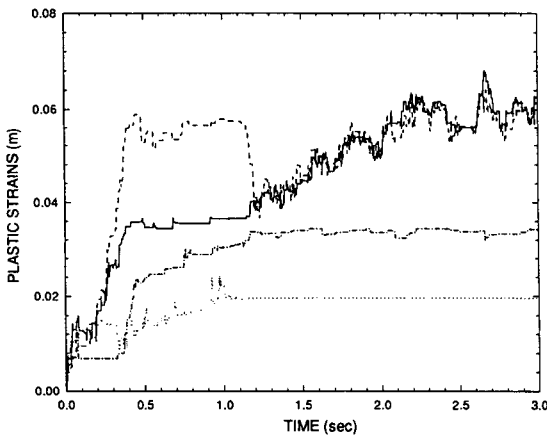


Fig. 7 Time histories for plastic strains corresponding to Fig. 6

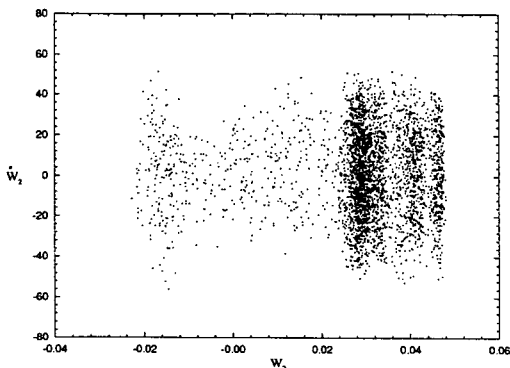


Fig. 8 Poincare section map corresponding to Fig. 6

조는 나타내지 않고 있는데, 그 이유는 앞에서도 언급을 하였지만 시간에 대하여 계속적으로 발생하는 소성변형에 의하여 구조물이 계속적으로 새로운 기하학적인 구조를 갖기 때문이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 주기적인 충격력의 작용하에 있는 보의 동적 불안정성을 해석하기 위하여 보를 축방향으로의 운동이 구속된 경계조건을 갖는 2자유도 계 모델로 이상화하였으며, 거동을 탄성거동과 충격력에 의하여 축방향의 소성변형이 발생하는 탄소성거동의 경우로 나누어 해석하였다.

탄성거동의 경우, 보에 작용하는 주기력에 기인하는 케이오틱거동을 시간에 대한 수직편위의 변화, Poincare map 및 파워스펙트럼 등의 표준적인 방법들을 이용하여 규명하였다. 상공간 내의 한 단면에 나타나는 거동, 즉 Poincare map은 fractal 구조를 보여주고 있으며 Poincare map의 attractor를 해석함으로써 거동 특성을 규명할 수 있었다. 그러나 파라미터의 미소변화에 대한 Poincare map의 fractal구조의 불규칙적인 변화와, 거동 형태가 최초 케이오틱거동에서 시간이 경과함에 따라 케이오틱거동을 계속 나타내거나 주기적 또는 준주기적 거동으로의 불규칙적인 변환 때문에 장기적인 수치계산을 통하지 않고서는 계의 장기적 또는 단기적 거동을 예측하기가 불가능함을 알 수 있었다. 한편 Poincare map이 갖는 attractor는 스케일의 변화에 무관한 형상, 즉 fractal구조의 기본특성인 자기상사성을 나타내고 있었다.

탄소성거동의 경우에는 축방향으로의 운동이 구속되어 있기 때문에 충격력으로 인한 축방향의 소성변형이 발생하게 되는데 이 소성변형이 보의 거동을 아주 복잡하고 예측 불가능하게 하는 중요한 파라미터임을 알 수 있었다. 즉 시간에 대하여 계속적이고 불규칙적으로 발생하는 소성변형에 의하여 보의 기하학적인 형상 또한 계속 변하게 되기 때문에 결국 매 순간 새로운 구조동역학 문제를 취급하게 되기 때문에 결국 거동의 예측이 불가능하였다. 탄성거동의 경우와는 달리 탄소성거동에 대한 Poincare map은 아무런 fractal구조를 갖지 않는 불규칙적인 형상을 나타내기 때문에 attractor의 해석으로 거동특성을 규명하기가 불가능하다.

## 후 기

본 연구는 육군사관학교 부설 화랑대연구소 1992년도 국고연구비에 의해 지원을 받은 연구결과의 일부로서 지원에 감사를 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Lee, J. Y., Symonds, P. S. and Borino, G., 1992, "Chaotic Response of a 2DOF Elastic-Plastic Beam Model to Short Pulse Loading," *ASME J. of Applied Mechanics*, pp. 711~721.
- (2) Symonds, P. S. and Wu, T. X., 1985, "Counter-Intuitive Behavior in a Problem of Elastic-Plastic Beam Dynamics," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 52, pp. 517~522.
- (3) Li, Q. M. and Yan, G. T., "Experimental Results of 'Counterintuitive Behavior' of Thin Clamped Beams Subjected to Projectile Impact," *Int. J. of Impact Engineering*, in press.
- (4) Kolsky, H., Rush, P. and Symonds, P. S., "Some Experimental Observations of Anomalous Response of Fully Clamped Beam," *Int. J. of Impact Engineering*, in press.
- (5) Lee, J. Y. and Symonds, P. S., 1992, "Extended Energy Approach to Chaotic Elastic-Plastic Response to Impulsive Loading," *Int. J. of Mech. Sci.*, Vol. 34, pp. 139~157.
- (6) Dowell, E. H., 1984, "Observation and Evolution of Chaos in an Autonomous System," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 51, pp. 664~678.
- (7) Dowell, E. H., 1988, "Chaotic Oscillations in Mechanical Systems," *Computational Mechanics*, Vol. 3, pp. 199~216.
- (8) Moon, F. C. and Shaw, S. W., 1983, "Chaotic Vibrations of a Beam with Non-Linear Boundary Conditions," *Int. J. of Nonlinear Mechanics*, Vol. 18, pp. 465~477.
- (9) Moon, F. C., 1986 *New Research Direction for Chaotic Phenomena in Solid Mechanics*, Perspectives in Nonlinear Dynamics, World Scientific Publishers, Singapore.
- (10) Paidoussis, M. P., Li, G. X. and Moon, F. C., 1989, "Chaotic Oscillations of the Autonomous System of a Constrained Pipe Conveying Fluid," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 135, pp. 1~19.
- (11) Poddar, B., Moon, F. C. and Mukherjee, S., 1988, "Chaotic Motion of an Elastic-Plastic Beam," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 185~189.
- (12) Breuer, H. P., Dietz, K. and Holthaus, M., 1990, "On the Classical Dynamics of Strongly Driven Anharmonic Oscillators," *Physica D*, Vol. 46, pp. 317~341.
- (13) Yagasaki, K., 1992, "Chaotic Dynamics of a Quasi-Periodically Forced Beam," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 59, pp. 161~167.
- (14) Reinhall, P. G., Caughey, T. K. and Storti, D. W., 1989, "Order and Chaos in a Discrete Duffing Oscillator: Implications on Numerical Integration," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 56, pp. 162~166.
- (15) Belytschko, T., Holmes, N. and Mullen, R., 1975, "Explicit Integration-Stability, Solution Properties, Cost," in *Finite Element Analysis of Transient Nonlinear Structural Behavior*, ASME, New York, AMD-Vol. 14, pp. 1~22.
- (16) Peitgen, H. O. and Saupe, D., 1988, *The Science of Fractal Images*, Springer-Verlag, New York.
- (17) Lee, J.-Y. and Symonds, P. S., 1993, "Fractal Dimensions in Elastic-Plastic Beam Model," 1993년도, 대한기계학회 춘계학술대회논문집(I), pp. 369~372.