

〈論 文〉

# 잔류응력을 고려한 광탄성실험의 광응력법칙 개발에 관한 연구(1)

서재국\* · 황재석\*\* · 최선호\*\*

(1994년 7월 28일 접수)

## A Study on the Development of Stress Optic Law Considering Residual Stress in Photoelastic Experiment( I )

Jae-Guk Suh, Jai-Sug Hawong and Sun-Ho Choi

**Key Words :** Stress Optic Law(광응력법칙), Time Effects(시효과), Copper Fiber Epoxy Composite(구리섬유 에폭시 복합체), Fringe Order(무늬차수)

### Abstract

Photoelastic experiment has been restricted by three significant problems such as the problems of modeling for a complicated body, of development of experimental model material, and of residual stress in photoelastic specimen. The residual stress in photoelastic model materials is caused by molding, cutting and time effects, etc.. Especially, large residual stress exists on the interface of photoelastic model material for bi-material. Small residual stress occurred in the photoelastic model materials is usually neglected in the photoelastic experiments. But the residual stress provides some errors in the results of photoelastic experiments. In this paper, the stress optic law which can be effectively applied to the photoelastic model materials with residual stress is developed. By using this stress optic law, we can obtain good results from isochromatic fringe patterns of photoelastic experiment specimen in which residual stress are involved. The stress optic law can be applied to obtain good results of photoelastic experiment from composite materials or bimaternal.

### 1. 서 론

광탄성 응력해석법은 구조물 혹은 구조물의 부재에 대한 응력해석이나 파괴역학의 균열선단 문제에 대한 실험적 해석방법으로 널리 연구되어 왔다. (1-5) 그리고 이론적 해석에 어려움이 있는 의공학분야의 연구에도 적용되어 왔으며(6,7) 근래에는 신소재인 복합재료의 개발과 더불어 이러한 복합재료에 대한 광탄성실험용 모델재료의 개발과 이에 대

한 광탄성 응력해석법이 연구되어 왔다. (8-10)

이렇게 광탄성 응력해석법은 실험적 응력해석방법으로 폭 넓게 응용되고 있으나 광탄성실험법은 크게 세 가지 요인에 의해 제한되어 진다. 첫째 광탄성실험은 모델실험이기 때문에 해석하고자 하는 물체와 동일한 형상의 시험편을 광탄성실험용 모델재료로 제작하여야 하는 어려움이 있다. 둘째는 모델실험을 하고자 하는 구조물을 구성하고 있는 재료에 대한 광탄성실험용 모델재료의 개발의 문제, 셋째 광탄성 모델 시험편에 잔존하는 잔류응력의 문제이다. 그러나 첫번째 문제에 대해서는 균열선단 문제에 대한 광탄성실험 해석시 테프론 물딩법

\*정회원, 영남대학교 대학원

\*\*정회원, 영남대학교 기계공학과

을<sup>(11,12)</sup> 이용함으로써 보다 실제에 가까운 균열의 재현 그리고 실리콘을 이용한 주형으로 복잡한 형상을 갖는 물체의 모델 시험편 제작의 가능성을 통하여 형상의 모형화에 대한 문제점들은 상당히 해결될 수 있다. 두 번째 문제인 광탄성실험용 모델 재료에 있어서 등방성체에 대한 광탄성실험의 모델 재료 문제는 에폭시(epoxy)와 호마라이트-100(Homalite-100) 등을 사용함으로써 해결될 수 있고 복합체에 대한 광탄성실험용 모델재료 문제도 저자들이 개발한 C. F. E. C(copper fiber epoxy composite)를<sup>(8,9)</sup> 사용함으로써 어느 정도 해결될 수 있으나 종종 성형시 발생하는 잔류응력이 문제시되고 있다. 그러나 잔류응력의 문제는 아직 완벽하게 개선되지 못하고 있다.

광탄성실험 모델재료에 발생하는 잔류응력의 형태는 광탄성 모델재료의 성형시 발생하는 잔류응력, 광탄성실험 재료의 모델형상 가공시 발생할 수 있는 열응력에 의한 잔류응력과 시효과(time edge effect)에 의한 잔류응력 등이 있다. 일반적으로 이러한 잔류응력이 미소한 경우에는 광탄성실험용 재료로 사용될 수 있다. 그러나 이와 같은 미소 잔류응력도 실험결과의 오차를 발생시키므로 가공 중에 생기는 잔류응력과 성형 중에 발생하는 잔류응력의 문제가 광탄성 응력해석의 적용범위를 상당히 제한시켜 왔다. 특히 복합재료에 대한 광탄성 실험용 모델재료 개발을 어렵게 하는 요인은 모재인 에폭시와 보강재의 열팽창계수 차이에 의해 발생하는 잔류응력과 이들을 가공할 때 발생하는 열응력 등이다. 특히 이종재료(bi-material)용 광탄성실험 모델재료의 문제도 성형시 발생하는 접합계면의 잔류응력이다. 그러므로 잔류응력의 문제점을 해결함으로써 보다 정도가 높은 광탄성실험 결과를 얻을 수 있을 뿐 아니라 신소재인 복합재료와 이종재료에 대한 광탄성실험용 모델재료의 주형을 보다 쉽게 할 수 있다. 그러므로 본 연구의 주목적은 잔류응력의 문제성을 해결할 수 있는 잔류응력을 고려한 광응력법칙(stress optic law)을 개발하고 이 법칙의 유효성을 확인하는 것이다.

## 2. 기초이론

### 2.1 일반적인 광응력법칙

잔류응력이 없는 일반적인 경우에 있어서, 응력과 광탄성 무늬차수와와의 관계는 방정식(1)과 같다.

$$\frac{N}{at} = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (1)$$

$N$ : 광탄성 무늬차수

$\alpha$ : 광탄성 감도

$t$ : 시편의 두께

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ :  $x, y$  평면의 응력성분

$\sigma_1, \sigma_2$ : 최대 주응력, 최소 주응력

### 2.2 잔류응력을 고려한 광응력법칙

초기 잔류응력이 있는 부재에 하중  $P_1$ 을 가하고, 이때 생기는 광탄성 무늬차수를  $N_1$ 이라 하고 크기가 다른 동일한 종류의 하중  $P_2$ 를 가했을 때 발생하는 광탄성 무늬차수를  $N_2$ , 초기 잔류 광탄성 무늬차수를  $N_0$ 라 하면  $P_1, N_1$  및  $P_2, N_2$ 와 초기 잔류응력에 대해 광응력법칙인 방정식(1)을 적용하면 3개의 식이 주어진다. 이들 세 개의 식을 이용해서 초기 잔류응력의 항이 제거된 광응력법칙(stress optic law)을 구한다.

$$\left(\frac{N_0}{at}\right)^2 = (\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2 + 4\tau_{xy0}^2 \quad (2)$$

$$\left(\frac{N_1}{at}\right)^2 = \{(\sigma_{x1} + \sigma_{x0}) - (\sigma_{y1} + \sigma_{y0})\}^2 + 4(\tau_{xy1} + \tau_{xy0})^2 \quad (3)$$

$$\left(\frac{N_2}{at}\right)^2 = \{(m\sigma_{x1} + \sigma_{x0}) - (m\sigma_{y1} + \sigma_{y0})\}^2 + 4(m\tau_{xy1} + \tau_{xy0})^2 \quad (4)$$

$N_0$ : 초기 잔류 광탄성 무늬차수

$N_1$ : 하중  $P_1$ 에 의한 광탄성 무늬차수

$N_2$ : 하중  $P_2$ 에 의한 광탄성 무늬차수

$\sigma_{x1}, \sigma_{y1}, \tau_{xy1}$ : 하중  $P_1$ 에 의한 응력성분

$\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$ : 초기 잔류응력성분

$m$ : 하중비( $=P_2/P_1$ )

방정식(2)는 잔류응력상태에서의 광탄성 무늬차수와 응력과의 관계식이고 방정식(3), (4)는 하중  $P_1, P_2$  상태에서의 광탄성 무늬차수와 응력과의 관계를 나타낸다.

방정식(2)에서 초기 잔류전단응력  $\tau_{xy0}$ 는 다음과 같다.

$$\tau_{xy0} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{N_0}{at}\right)^2 - (\sigma_{x0} - \sigma_{y0})^2} \quad (5)$$

방정식(5)를 방정식(3), (4)에 대입하고 방정식(4) - 방정식(3)  $\times m$  하면 다음과 같이 표시된다.

$$\left(\frac{N_2}{at}\right)^2 - m\left(\frac{N_1}{at}\right)^2 = m(m-1)\{(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2$$

$$+ 4\tau_{xy}^2) - \frac{(m-1)N_0^2}{(at)^2}$$

위의 식을 정리하면 방정식(6)과 같이 된다.

$$(\sigma_{x1} - \sigma_{y1})^2 + 4\tau_{xy1} = \frac{N_0^2 + (m-1)N_0^2 - mN_1^2}{m(m-1)\alpha^2 t^2} \quad (6)$$

방정식(6)이 잔류응력을 고려한 광응력법칙이다. 좌변은 잔류응력  $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$ 의 항이 소거되고 잔류응력이 없는 경우의 하중  $P_1$ 에서의 응력항으로만 표시되고 우변은  $N_0, N_1, N_2$ 와 하중비로서 이루어진다.

### 2.3 수직 압축하중을 받는 원형판의 이론식

Fig. 1과 같이 원형판에 직경방향의 압축하중  $P_1$ 만이 작용할 때 점  $p$ 에 있어서 응력은  $x, y$  좌표에 대해서 방정식(7)과 같이 표시된다.<sup>(13)</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2P_1}{\pi t} \left( \frac{1}{2a} - \frac{\cos \theta_1 \sin^2 \theta_1}{r_1} - \frac{\cos \theta_2 \sin^2 \theta_2}{r_2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{2P_1}{\pi t} \left( \frac{1}{2a} - \frac{\cos^3 \theta_1}{r_1} - \frac{\cos^3 \theta_2}{r_2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{2P_1}{\pi t} \left( \frac{\cos^2 \theta_1 \sin \theta_1}{r_1} - \frac{\cos^2 \theta_2 \sin \theta_2}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

이와 같이 압축하중을 받는 원형판은 광탄성응력동결실험의 광탄성 감도 측정용 시편으로 자주 사용된다.

직경방향의 압축하중  $P_1, P_0$ 가 동시에 작용할 때 점  $p$ 에 있어 응력은 하중  $P_1$ 의 응력  $\sigma_{x1}, \sigma_{y1}, \tau_{xy1}$ 과  $P_0$ 의 응력  $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$  등을 각각 중첩함으로써 구할 수 있다.  $y$ 방향으로 작용하는 하중  $P_1$ 에 의한 응력은 방정식(7)과 같다.

$x, y$  좌표와  $x', y'$  좌표와의 관계는 방정식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \theta + y' \sin \theta \\ y &= -x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{aligned} \quad (8)$$

$x', y'$  좌표계를 기준으로 한  $\theta_1', \theta_2', r_1', r_2'$ 를 방정식(7)에 대입하면 하중  $P_0$ 에 대한  $\sigma_{x0}', \sigma_{y0}', \tau_{xy0}'$ 를 구할 수 있다.

$x, y$  좌표의  $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$  등은 좌표 변환에 의하여  $x', y'$  좌표의  $\sigma_{x0}', \sigma_{y0}', \tau_{xy0}'$  등으로 방정식(9)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{x0} &= \frac{1}{2}(\sigma_{x0}' + \sigma_{y0}') + \frac{1}{2}(\sigma_{x0}' - \sigma_{y0}') \cos 2\theta \\ &\quad + \tau_{xy0}' \sin 2\theta \\ \sigma_{y0} &= \frac{1}{2}(\sigma_{x0}' + \sigma_{y0}') - \frac{1}{2}(\sigma_{x0}' - \sigma_{y0}') \cos 2\theta \\ &\quad - \tau_{xy0}' \sin 2\theta \\ \tau_{xy0} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{x0}' - \sigma_{y0}') \sin 2\theta + \tau_{xy0}' \cos 2\theta \end{aligned} \quad (9)$$

Fig. 1과 같은 원형판에 직경방향으로 압축하중  $P_0, P_1$ 이 동시에 작용할 때 원형판의 응력은 방정식(10)과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{x1} + \sigma_{x0} \\ \sigma_y &= \sigma_{y1} + \sigma_{y0} \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy1} + \tau_{xy0} \end{aligned} \quad (10)$$

하중  $P_1$ 과 작용점 및 작용선이 같고 크기가 다른 하중  $P_2$ 와  $y'$ 방향으로 작용하는 하중  $P_0$ 가 동시에 작용할 때 원형판에 발생하는 응력성분은 방정식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= m\sigma_{x1} + \sigma_{x0} \\ \sigma_y &= m\sigma_{y1} + \sigma_{y0} \\ \tau_{xy} &= m\tau_{xy1} + \tau_{xy0} \end{aligned} \quad (11)$$

### 2.4 순수 굽힘모멘트를 받는 보의 이론식

Fig. 2와 같이 순수 굽힘모멘트를 받는 보의 단면 A-B에서 응력의 이론식은 방정식(12)와 같이 표현된다.

$$\sigma_{x1} = \frac{My}{I} = \frac{6Pay}{th^3} \quad (12)$$

위의 식에서

$$M = \frac{P}{2}a, I = \frac{th^3}{12}$$

순수 굽힘모멘트를 받는 보에서 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)은 방정식(13)과 같이 표현

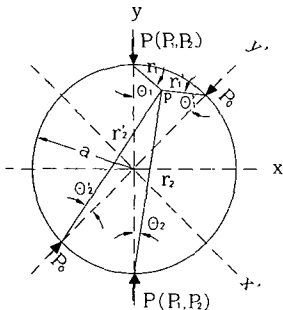


Fig. 1 Disk under diametral compressive loads

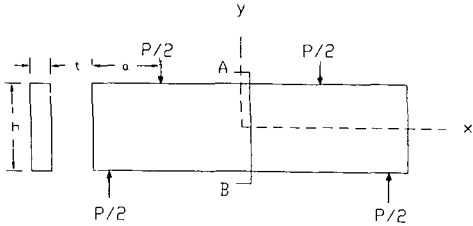


Fig. 2 Bar under pure bending moment

할 수 있다. 왜냐하면 순수 굽힘모멘트에서  $\sigma_{y1}=0$ ,  $\tau_{xy1}=0$ 이기 때문이다.

$$\sigma_{x1} = \sqrt{\frac{N_2^2 + (m-1)N_0^2 - mN_1^2}{m(m-1)\alpha^2 t^2}} \quad (13)$$

### 3. 실험

잔류응력을 고려한 광응력법칙인 식(6)의 유효성을 확인하기 위하여 Fig. 1과 같은 광탄성 응력동결 실험시 광탄성감도 측정용으로 사용되는 압축하중을 받은 원형편과 순수 굽힘모멘트를 받는 Fig. 2와 같은 시험편을 사용한다.

#### 3.1 압축하중을 받는 원형 시험편

본 실험에서 사용된 원형 시험편은 시-바사(CIBA-GEIGY HONG KONG Limited: 61-69 Yau Ma Hom Road, Kwai Chung, Hong Kong)의 아랄다이트(araldite) 6071과 경화제 HT 903M을 원료로 본 실험실에서 성형된 두께 6.45 mm의 고온 에폭시판을 이용하여 제작되었고 그 시험편의 직경은 각각 49 mm, 50 mm 등이다. 원형 시험편의 잔류응력은 압축하중을 받는 Fig. 1과 같은 직경 50 mm 원형 시험편에 임의의 하중에 의해 응력이 동결된 Fig. 4(a)와 같은 등색선 무늬를 이용하였다. 상온실험에서 가해지는 압축하중  $P_1, P_2, \dots$ 의 위치와 방향은 동결하중방향에서 반시계방향으로 44° 회전한 위치에서 직경방향이며, 하중은 5단계( $P=274.4N, 529.2N, 823.2N, 1019.2N, 1117.2N$ )로 구분하여 가하여진다. 잔류응력으로 이용될 응력동결의 동결하중은 13.23N이고, 응력 동결사이클은 Fig. 3과 같다. 이렇게 응력동결된 동결시험편에 상온에서 274, 529, 823, 1019, 1117N의 압축하중을 가하면서 각 조건의 광탄성 무늬를 촬영한다. 그리고 잔류응력이 없는 원형시험편에 431, 627, 823, 901N의 하중을 가하면서 각 경우의 광탄성 무늬를

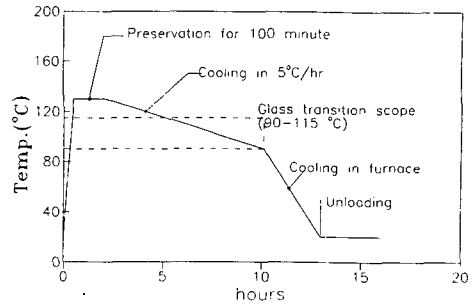


Fig. 3 Stress freezing cycle of epoxy

촬영한다. 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)은 한 점에 대해서 광탄성 무늬차수인  $N_0, N_1, N_2$ 의 등을 측정해야 하므로 각 촬영된 사진의 중첩을 용이하게 하기 위하여 시험편의 중심에 십자선(+)을 표시하며 광확대기(optical comparater)를 이용하여 데이터를 정확하게 측정한다. 그리고 잔류응력이 있는 시험편에 대한 방정식(6)의 결과를 잔류응력이 없는 경우에 방정식(1)의 결과 및 이론식인 방정식(7)의 결과와 각각 비교 검토함으로써 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)의 유효성을 확인하였다.

#### 3.2 순수 굽힘모멘트를 받는 보

폭 40 mm, 길이 227 mm, 두께 8 mm인 에폭시 시험편을 성형하기 위하여 유리를 이용한 폭 40 mm, 길이 227 mm, 두께 9 mm의 성형박스를 제작한다. 이 때 바닥면의 유리에는 에폭시와의 분리를 용이하게 하기 위하여 두께 0.001 mm의 셀로판수지(상품명: FUKUI)를 입힌다. 시-바사의 아랄다이트(araldite)와 경화제 HT 903M을 중량비 10:3으로 혼합한 혼합액을 성형박스에 투입한 후에 130°에서 10시간 성형한 후 서냉시킨다. 이렇게 성형된 에폭시판의 가장자리 면을 가공하여 폭 39 mm, 길이 225 mm, 두께 8 mm의 시험편을 만든다. 선팡창계수가 서로 다른 성형박스의 테두리 유리와 에폭시 혼합용액과의 직접적인 접촉에 따라 접합면에서 발생하는 잔류응력과 습도가 높은 곳에서 1개월 정도의 시효과에 의한 잔류응력이 시험편에 중첩되어 진다. 이 경우의 잔류응력은 Fig. 11(a)처럼 상·하 양면에 임의의 광탄성 무늬차수가 나타난다. 이 때 발생하는 무늬차수의 분포는 순수 굽힘모멘트의 무늬차수 분포와 같은 형태이다. Fig. 2와 같은 단면 A-B상에서의 순수 굽힘모멘트

에 의한 응력분포 측정실험은 Fig. 11(a)와 같이 잔류응력이 있는 시험편에 굽힘 모멘트 4.116, 8.232, 12.348, 16.464 N·m를 가하면서 각 경우의 데이터 측정용 사진을 촬영한다. 이 때 촬영된 사진은 Fig. 11(b), (c), (d), (e)에 각각 나타나 있고, 각 촬영된 사진의 중첩을 용이하게 하기 위하여 시험편의 중심부에 y방향으로 "1"자를 표시하였다 그리고 단면 A-B상의 무늬차수와 y좌표는 광확대기를 이용하여 각 사진의 동일한 단면 A-B상에서 측정되어 진다. 잔류응력이 없는 경우에 대해서는 폭 39.3 mm, 두께 5.8 mm, 길이 230 mm 시험편에 굽힘모멘트 14.9 N·m를 가하면서 광탄성 무늬를 촬영하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 잔류응력이 있는 원형 시험편을 이용한 광탄성실험

잔류응력의 상태는 일반적으로 알 수 없지만 본 실험에서는 기지의 잔류응력을 시험편에 발생시킴

으로써 광탄성 실험에 의한 광탄성 무늬와 컴퓨터 그래픽을 이용한 광탄성무늬를 각각 이용하여 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)의 유효성을 아래와 같이 확인하였다. Fig. 4(a)는 압축하중 13.23N으로 동결된 원형판의 광탄성 무늬를 나타낸다. 이 기지의 동결 광탄성 무늬는 잔류 광탄성 무늬로 생각할 수 있다. 즉 원형 시험편의 초기 잔류응력으로 생각할 수 있다. Fig. 4(b), (c), (d), (e), (f)는 각각 Fig. 4(a)의 상태에 274, 529, 823, 1019, 1117N의 압축하중을 중첩시킨 원형판의 광탄성 무늬를 나타낸다. Fig. 4(c)의 광탄성 무늬는 Fig. 1의 y축과 y'축 사이의 중간축에 대해서 거의 대칭이 되므로 y축과 y'축에서 각각 작용하는 하중의 크기가 같음을 알 수 있다. 그러므로 이 광탄성 무늬를 통하여 응력 동결시의 하중 13.23N은 상온 실험의 하중 529.2N에 해당된다는 것을 예측할 수 있고 상온의 광탄성 감도를 알면 고온의 광탄성 감도는 이론식을 이용하지 않고도 구할 수 있다.

Fig. 5의  $\left(\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array}\right)$ 는 Fig. 4(a)의 광탄성 무늬와 방정식(1), (7)을 이용하여 x'축상에서 구한 광

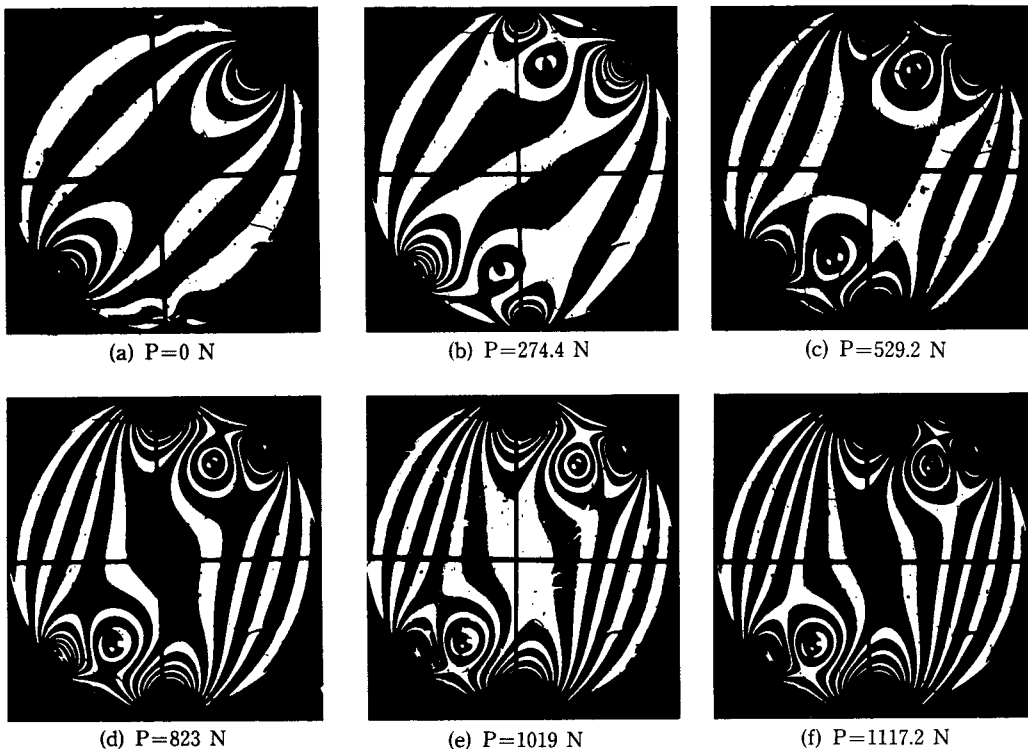


Fig. 4 Isochromatic fringe patterns of the disk with residual stress under diametral compressive loads(thickness : 6.45 mm, diameter : 50 mm)

탄성 감도를 나타내며 실선은 상온 광탄성 감도 ( $\alpha_1$ ), 하중( $P_1$ )과 고온 광탄성 감도( $\alpha_0$ ), 하중( $P_0$ )과의 관계식( $\alpha_1 \cdot P_1 = \alpha_0 \cdot P_0$ )에서 구한 고온 광탄성 감도( $\alpha_0$ )를 나타낸다. 이 때  $\alpha_1 = 83.67 \text{ MPa}^{-1}\text{m}^{-1}$ ,  $P_1 = 529 \text{ N}$ ,  $P_0 = 13.23 \text{ N}$ 이며 관계식에서 구한  $\alpha_0$ 는  $3345 \text{ MPa}^{-1}\text{m}^{-1}$ 로 ( )와 잘 일치한다. 서로 다른 위치에서 직경방향으로 작용하는 2개의 압축력을 받는 원형판의 응력을 나타내는 방정식(10)과 일반적 광응력법칙인 방정식(1)을 이용하여 그려픽한 광탄성 무늬치수는 Fig. 6와 같다. Fig. 6(a)는

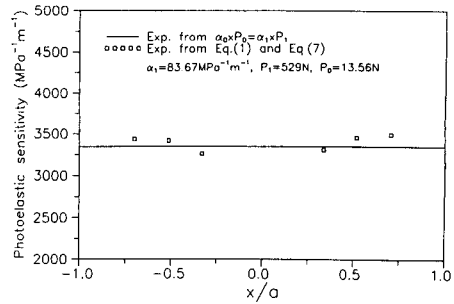


Fig. 5 Photoelastic sensitivity of epoxy along  $x'(y=0)$

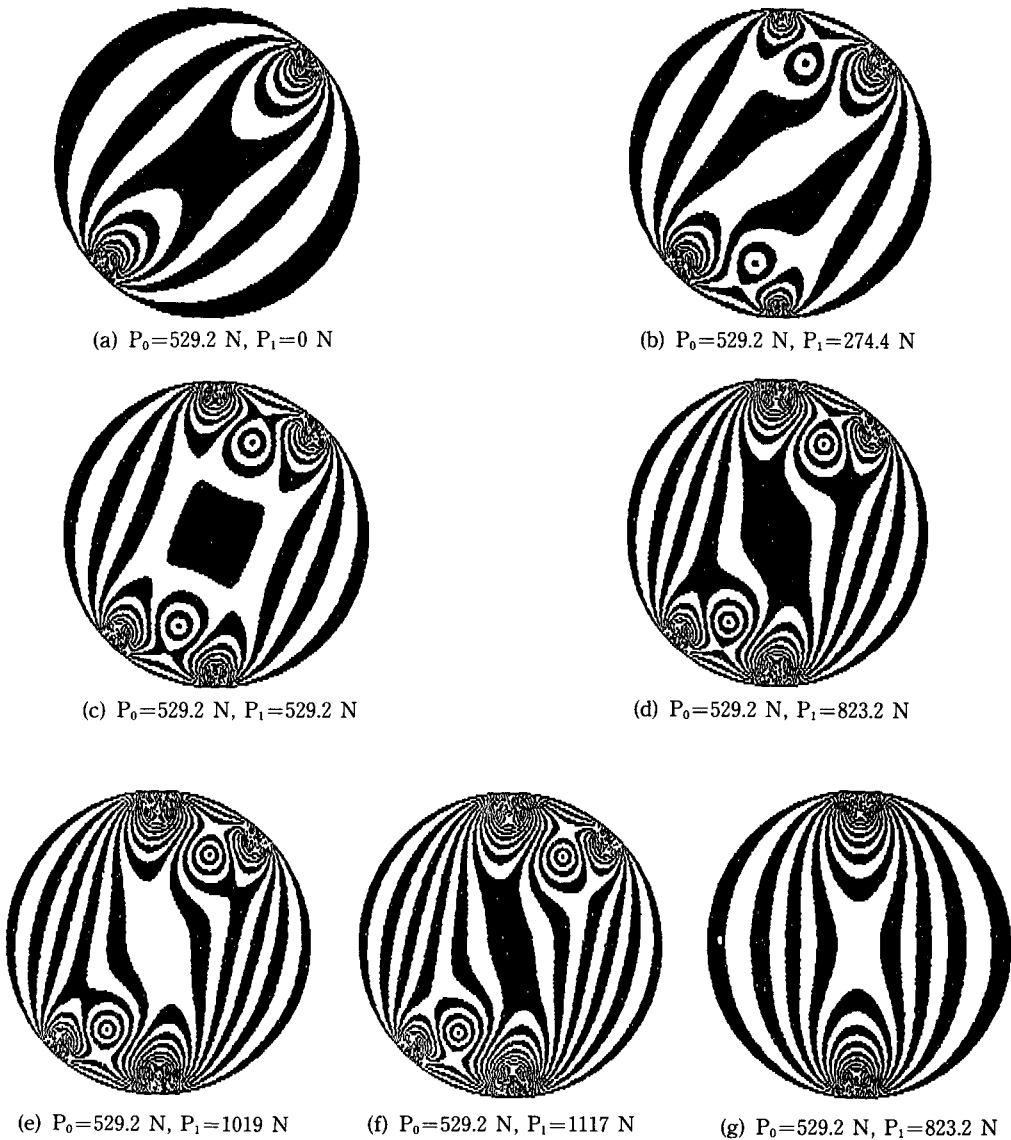


Fig. 6 Graphical isochromatic fringe patterns of the disk under diametral compressive loads

Fig. 1에서  $y'$ 방향의 수직 압축력  $P_0(529.2N)$ 만 작용할 때 그래픽한 광탄성 무늬를 나타낸다. 방정식(11)의  $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}$  등을 원형판 내의 점  $p$ 의 잔류 응력이라 생각하면, 방정식(10), (11)의  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 가 잔류응력이 있는 경우인 방정식(3), (4)의 각 응력항과 일치한다. 그러므로 Fig. 6(a)의 그래픽 광탄성 무늬는 잔류 광탄성 무늬로 생각할 수 있으며 응력동결된 잔류 광탄성 무늬인 Fig. 4(a)와도 잘 일치한다. Fig. 6(b), (c), (d), (e), (f)는  $P_0$ 가 529N이고  $P_1$ 이 274, 529, 823, 1019, 1117N일 때 방정식(1), (7), (9), (10)을 이용하여 그래픽한 광탄성 무늬차수를 나타내며, 같은 경계조건에서 실험에 의해 얻어진 광탄성 무늬차수인 Fig. 4(b), (c), (d), (e), (f)와도 잘 일치한다. Fig. 6(g)는 그래픽 광탄성 무늬차수인 Fig. 6(a), (d), (f)에서 각각 측정된 무늬차수  $N_0, N_1, N_2$ 를 본 연구에서 제시한 잔류응력을

고려한 광응력법칙인 방정식(6)에 대입하여 잔류응력이 제거된 광탄성 무늬차수를 그래픽한 것이다. 이 때  $P_1$ 은 823N,  $P_2$ 는 1117N로 응력비  $m$ 은 1.375이다. 이 광탄성 무늬형태인 Fig. 6(g)는 잔류응력이 없는 경우 하중  $P$ 가 823N일 때 일반적인 광응력법칙인 방정식(1)과 압축하중을 받는 원형판의 응력장 방정식(7)을 이용하여 그래픽한 광탄성 무늬차수와 일치함으로 본 연구에서 제시된 잔류응력을 고려한 광응력법칙이 그래픽에 유효함을 알 수 있다. Fig. 7(a), (b), (c), (d)는 잔류응력이 없는 시험편에 431, 627, 823, 901N의 직경방향의 압축하중이 작용할 때 각각의 광탄성 무늬를 나타낸다. 하중  $P$ 가 823N인 광탄성 무늬차수 Fig. 7(c)는 잔류응력이 있는 경우에 하중  $P_1$ 이 823N으로 작용할 때, 본 연구에서 제시한 방정식(6)을 이용하여 그래픽된 Fig. 6(g)와 동일한 형태의 광탄성 무늬차수

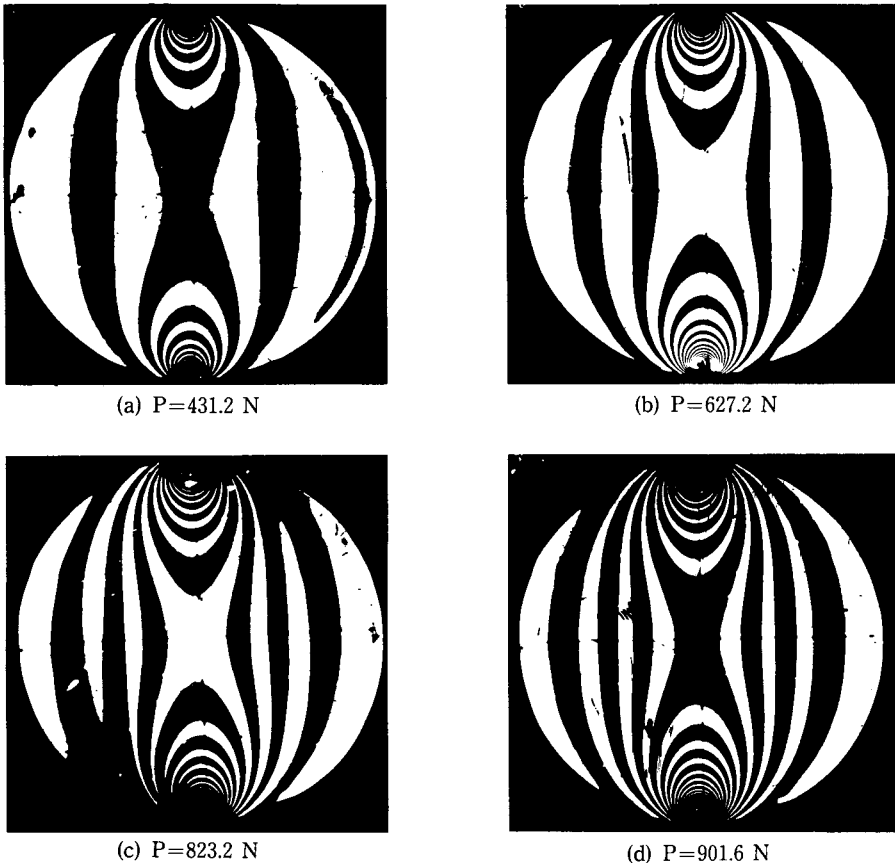


Fig. 7 Isochromatic fringe patterns of the disk without residual stress under diametral compressive loads(thickness : 6.45 mm, diameter : 49 mm)

를 나타낸다. 그러므로 본 연구에서 고안한 잔류응력을 고려한 광응력법칙이 광탄성실험과 그래픽에서도 유효함을 알 수 있다. Fig. 8은 광탄성 무늬인 Fig. 4의 데이터에서 잔류응력을 고려하지 않는 일반적인 광응력법칙인 방정식(1)에 의한 결과, 잔류응력을 고려한 방정식(6)을 이용해 구한 결과와 잔류응력이 없는 시험편의 이론값과 비교한 것이며 횡축(x축)은 시험편의 x축상( $y/2a=0$ )의 임의의 점을 나타내고 종축(y축)은 무차원화한 응력 값  $(\sigma_x - \sigma_y) \cdot 2at/P$ 를 나타낸다. 잔류응력이 없는 두께( $t$ )가 6.45 mm, 직경( $2a$ )이 50 mm인 원형판에 하중  $P$ 가 823N으로 작용할 때 이론값인 실선과 실험에 의한 광탄성 무늬인 Fig. 4의 (a), (b), (f)에서 잔류

응력을 고려하지 않고 측정된 각각의 광탄성 무늬 차수  $N_0, N_1, N_2$ 를 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)에 대입하여 구한 결과인 (□□□□)와는 6% 정도의 오차로 잘 일치한다. 그러나 하중  $P_1$ 이 529, 823, 1117N의 광탄성 무늬인 Fig. 4의 (c), (d), (f)에서 측정된 데이터를 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)이 아닌 일반적인 광응력법칙인 방정식(1)로부터 구한 결과는 잔류응력이 없는 시험편의 이론값인 실선과 상당한 오차가 있다. 이는 잔류응력에 의한 오차이며, 큰 하중이 가해질수록, 즉 잔류응력에 대한 응력의 비가 클수록 오차가 적어짐을 알 수 있다. Fig. 9는 그래픽에 의한 광탄성 무늬인 Fig. 6의 데이터를 Fig. 7의 경

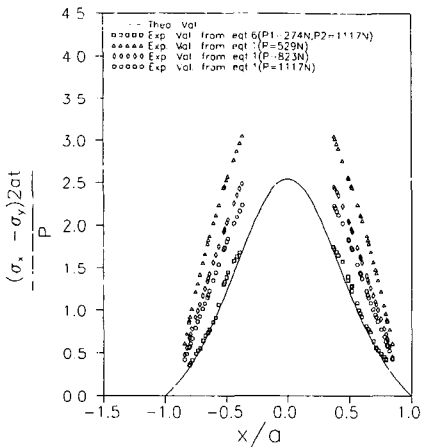


Fig. 8 The Distributions of  $(\sigma_x - \sigma_y)2at/P$  with  $x/a$  when residual stress exists( $y/a=0$ )

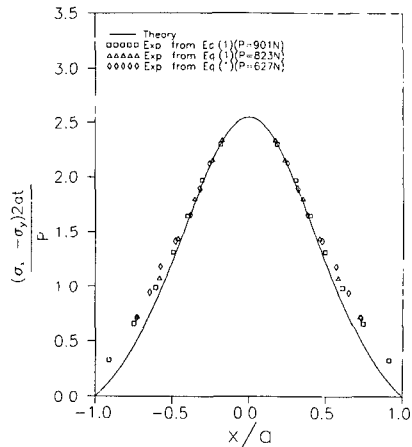


Fig. 10 Distributions of  $(\sigma_x - \sigma_y)2at/P$  with  $x/a$  when residual stress is zero( $y/a=0$ )

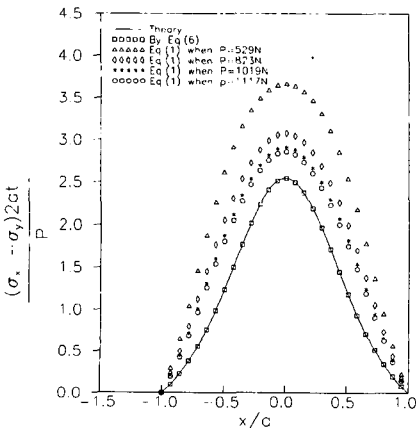


Fig. 9 Distributions of  $(\sigma_x - \sigma_y)2at/P$  with  $x/a$  when residual stress exists( $y/a=0$ )

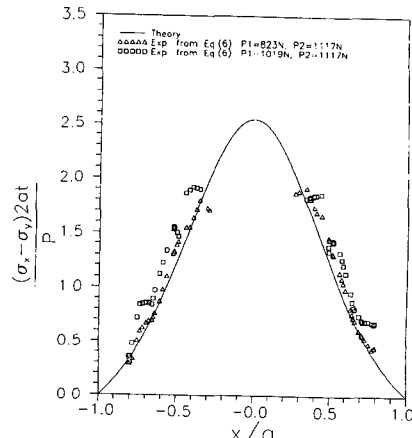


Fig. 11 Distributions of  $(\sigma_x - \sigma_y)2at/P$  with  $x/a$  when residual stress exists( $y/a=0$ )



우와 같이 방정식(1)의 광응력법칙과 잔류응력을 고려한 방정식(6)의 광응력법칙을 이용하여 구한 결과를 이론치와 비교한 것으로 방정식(6)을 이용한 결과와 이론치가 완전히 일치하므로 그래픽 프로그래밍의 정확성과 방정식(6)의 유효성을 확인할 수 있다. 그리고 방정식(1)에 의한 결과는 Fig. 8의 결과와 같이 잔류응력의 영향으로 이론치와 큰 차이를 나타낸다. 그러므로 잔류응력이 있는 시험편으로 광탄성실험을 해야 하는 경우에는 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(6)을 이용함으로써 잔류응력이 없는 완벽한 시험편으로 실험한 결과와 같은 결과를 얻을 수 있다. Fig. 10은 잔류응력이 없는 시험편으로 실험한 경우에 하중이 627, 823, 901N인 Fig. 7의 광탄성 무늬를 이용하여  $x/a$ 축에 대한 무차원화한  $y$ 축의  $(\sigma_x - \sigma_y) \cdot 2at/P$ 값의 실험치와 그 경우의 이론치를 비교한 것이다. 실험치와 이론치는 하중의 크기에 관계없이 잘 일치하나 가장자리에서 오차가 발생한다. 그리고  $x/a$ 가 0.91에서는 최대 오차가 발생하며 이 때 실험치는 이론값 보다 약 7% 정도 더 크다. 이것은 시험편의 원

형 가공시 발생하는 열응력에 의한 미소 잔류응력에 의하여 기인된 것으로 생각된다. 그러나 이러한 오차도 방정식(6)을 이용함으로써 제거될 수 있다. 방정식(6)에 의한 결과인 Fig. 8의 (□□□□)에서는 가장자리에서도 이론치와 잘 일치한다. 그러나 이론치와 비교하여 전반적인 오차분포는 Fig. 10의 경우가 Fig. 8의 경우보다 적다. 이는 한 점에 대해 측정되는 데이터가 Fig. 10은  $N, x, y$ 이나 Fig. 8의 경우는  $N_0, M, N_2, x, y$ 로 변수가 많기 때문이라고 생각할 수 있다. Fig. 11의 (△△△△)는 하중  $P_1$ 이 823N,  $P_2$ 가 1117N인 경우로 Fig. 4의 (a), (d), (f)에서 측정된 광탄성 무늬차수  $N_0, N_1, N_2$ 를 방정식(6)에 적용하여 얻은 결과이고 Fig. 11의 (□□□□)는  $P_1$ 이 1019N이고  $P_2$ 가 1117N인 경우의 Fig. 4의 (a), (e), (f)에서 측정된 광탄성 무늬차수  $N_0, N_1, N_2$ 를 방정식(6)에 대입하여 구한 결과이다. Fig. 8의 (□□□□)과 Fig. 11의 (△△△△), (□□□□) 등을 비교해 보면, Fig. 8의 (□□□□)와 이론치와의 전체 평균오차는 4%이고 Fig. 11의 (△△△△) 경우와 이론치와의 전체 평균오차는 8%,

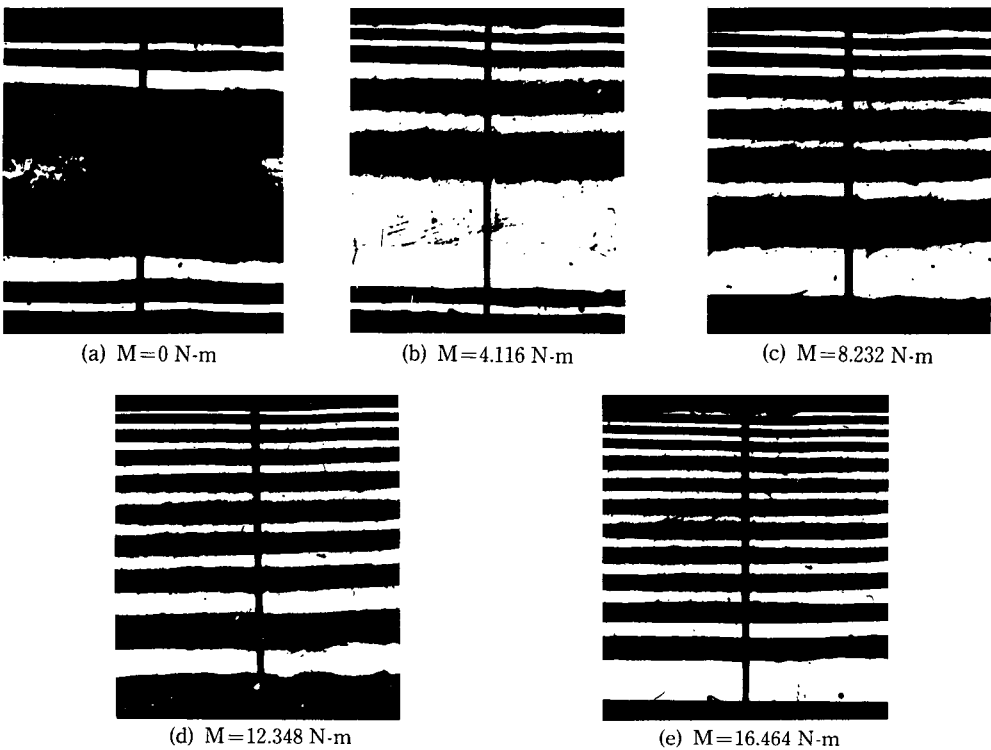


Fig. 12 Isochromatic fringe patterns of beam with residual stress and pure bending moment

Fig. 11의  $\square\square\square\square$  경우는 15%이다. 그러므로 하중  $P_1$ 과  $P_2$ 의 차이를 크게함으로써 이론치에 대한 전체 평균오차가 적어짐을 알 수 있다.

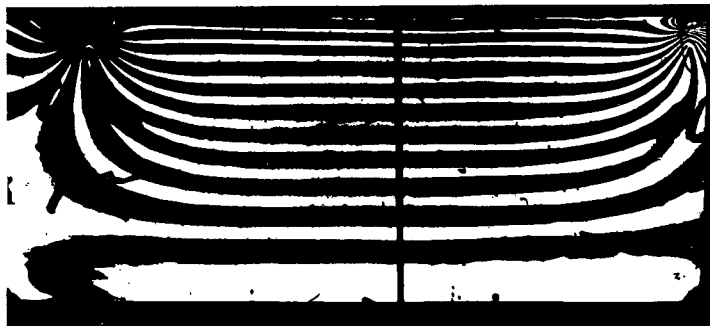
4.2 잔류응력이 존재하는 보의 순수 굽힘응력 측정

Fig. 12(a)는 하중을 가하기 전인 잔류응력을 나타내는 등색선 무늬이다. 그리고 Fig. 12(b), (c), (d), (e)는 Fig. 12(a)와 같은 잔류응력이 있는 시험편에 굽힘모멘트 4.116, 8.232, 12.348, 16.464 N·m 등이 각각 중첩하여 작용할 때 나타나는 등색선무늬이다. Fig. 13(a)는 잔류응력이 없는 시험편에 굽힘모멘트 14.9N·m를 가했을 때 발생하는 광탄성 무늬형태를 나타낸다. 잔류응력이 없는 Fig. 13(a)에서는 광탄성 무늬 0차의 위치가 중립축의 위치에 있고 이 축에 대해 광탄성 무늬가 대칭적으로 나타나지만 잔류응력이 있는 Fig. 12는 잔류응력이 없는 경우와는 달리 0차의 광탄성 무늬가 시험편의 중립축 아래에 존재하며, 광탄성 무늬도 대칭적으로 나타나지 않는다. Fig. 14는 Fig. 2의 단면 A-B상에 있어 Fig. 12의 각 하중에 대한 광탄성 무늬차수를 그래프로 나타낸 것이다. Fig. 2와 같은 순수 굽힘모멘트가 작용할 때, 이론적으로는 A변에서 압축응력의 무늬차수, B변에서는 인

장응력의 무늬차수가 되어야 하고  $x$ 축에 대칭 되어야 하며, 보의 높이에 대하여 선형적인 변화를 보여야 한다. 그러나 Fig. 14의  $(\circ\circ\circ\circ)$  그래프는 굽힘모멘트가 4.116N·m인 경우 단면 A-B에 있어 실험적인 무늬차수를 표시한 것이다. A점에 있어서 압축응력의 무늬차수는 3.5차 정도이고 인장응력의 무늬차수가 발생되어야 하는 B점에서도 0.5차 정도의 압축응력의 무늬차수를 나타낸다. 이것은 초기 잔류 광탄성 무늬의 영향으로 생각되며, Fig. 12(a)에 나타난 초기 잔류 광탄성 무늬는 압축응력 상태의 광탄성 무늬임을 예측할 수 있다. Fig. 14에서 보는 바와 같이 초기 잔류 광탄성 무늬의 영향으로 그래프  $(\circ\circ\circ\circ)$ 에서는  $y=-8.25$  mm, 그래프  $(\diamond\diamond\diamond\diamond)$ 에서는  $y=-13.43$  mm, 그래프  $(\triangle\triangle\triangle\triangle)$ 에서는  $y=-15.5$  mm, 그래프  $(\square\square\square\square)$ 에서는  $y=-17.53$  mm에서 각각 광탄성 무늬차수의 변곡점이 존재함을 알 수 있다. 그러나 이러한 현상을 Fig. 12에서 판독하기는 어려우며 실험중에 세심한 관찰과 Fig. 12(d)의 전체적인 형상을 나타내는 Fig. 13(b)를 잘 관찰함으로써 알 수 있다. Fig. 13(b)의 인장측인 B측의 3.5차의 광탄성 무늬차수가 3차의 무늬차수로 둘러 쌓여있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 14의 보의 높이에 대한 무늬차수는 선형적이어서 하는데 여기에서는 곡선



(a) Beam without residual stress( $w=39.3$  mm  $t=5.8$  mm  $M=14.896$  N·m)



(b) Beam with residual stress( $w=39$  mm  $t=8.1$  mm  $M=16.464$  N·m)

Fig. 13 Isochromatic fringe patterns of beam under pure bending moment

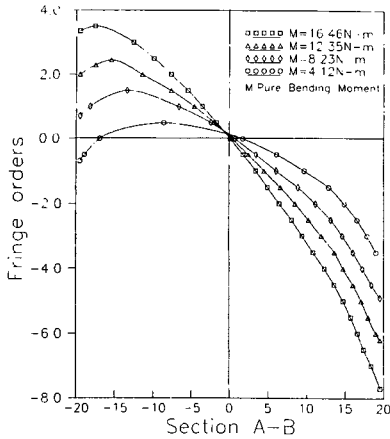


Fig. 14 Fringe orders along the section A-B of beam with residual stress under pure bending moment( $t=8.1$  mm,  $h=39$  mm)

의 형태를 나타내는 것도 잔류 무늬차수의 영향이라고 사료된다. Fig. 14는 Fig. 12의 각 경우의 단면 A-B선상의 광탄성 무늬차수를 나타낸 것으로, 각 하중에 대해서 광탄성 무늬차수를 커브피팅(curve fitting)한 곡선들이 모두  $y=-0.72$  mm에서 교차하며 이 때 그 점에 있어서 광탄성 무늬차수는  $-0.2$ 차이다. 즉 압축응력에 해당하는 무늬차수이다.  $y=-0.72$  mm은 본 실험의 순수 굽힘 실험장치의 실험적인 중립축 위치를 나타낸다. 실험적인 중립축의 위치는 이론적인 중립축에서 보의 높이에 대해 2% 정도 편심되어 나타난다. 이 때 실험상의 중립축에서의 광탄성 무늬차수  $-0.2$ 는 초기 잔류 광탄성 무늬차수를 나타낸다. Fig. 15의 ( $\Delta\Delta\Delta\Delta$ )는 잔류응력이 없는 Fig. 13(a)의 광탄성 무늬차수를 이용하여 순수 굽힘모멘트를 받는 Fig. 2의 단면 A-B선상의 응력의 크기를 무차원화하여 표시한 것이다. 응력의 크기가 0인 중립축은  $y=0.4$  mm에 존재하며, 보의 높이에 대해 1% 정도 편심되어 존재한다. Fig. 15의 실선은 방정식(12)에 의해 단면 A-B에서의 응력의 이론치를 나타낸 것이며 잔류응력이 없는 경우 실험적 결과인 ( $\Delta\Delta\Delta\Delta$ ) 사이에는 5% 정도의 오차가 발생한다. 중립축의 차이를 보완해 주면, 즉 중립축을 일치시켜서 비교하면 3% 정도의 오차를 나타낸다. ( $\square\square\square\square$ )는 잔류응력이 있는 경우인 Fig. 12의 (b), (c), (e)에서 광탄성 무늬  $N_0$ ,  $N_1$ ,  $N_2$ 를 각각 측정하고 방정식(13)을 사용하여 구한 결과이며 이것은 이론치에 대하여 7% 정도의 오차가 발생한다. 그리고 중립

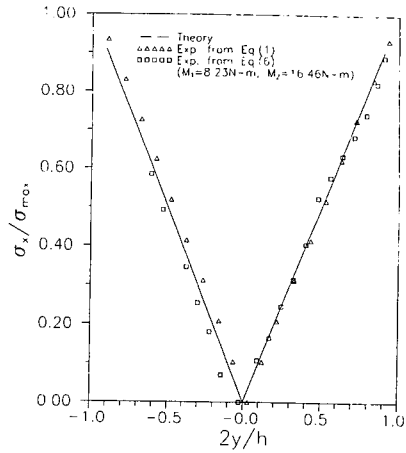


Fig. 15 Values of  $\sigma_x/\sigma_{max}$  along the section A-B of beam under pure bending moment

축의 차이를 고려하면 5% 정도의 오차가 발생한다. 그러므로 잔류응력을 고려한 광응력법칙인 방정식(13)이 잔류응력이 포함된 순수 굽힘모멘트를 받는 보의 응력해석에도 유용하게 사용될 수 있다는 것을 알 수 있다. 그러므로 본 연구에서 고안된 잔류응력을 고려한 광응력법칙은 인장(혹은 압축) 하중이나 순수 굽힘모멘트를 받는 경우에 대해 유효하다는 것을 알 수 있다.

### 5. 결 론

잔류응력이 있는 경우와 없는 경우의 원형 시험편에 직경방향의 압축하중이 작용할 때의 실험과 잔류응력이 있는 경우와 없는 경우 보에 순수굽힘모멘트가 작용하는 두 가지 실험을 수행하였다. 잔류응력이 없는 경우 일반적인 광응력법칙에 의한 결과와 잔류응력이 있는 경우 본 연구에서 제시한 광응력법칙을 이용한 결과를 비교하여 아래와 같은 결론을 얻었다.

(1) 잔류응력이 있는 시험편의 경우 본 연구에서 제시한 잔류응력을 고려한 광응력법칙을 이용하여 구한 실험치가 잔류응력이 없는 경우의 실험치와 이론치에 잘 일치함으로 본 연구에서 고안한 잔류응력을 고려한 광응력법칙이 유효함을 알 수 있었다.

(2) 본 연구에서 고안한 잔류응력을 고려한 광응력법칙에는 잔류 광탄성 무늬  $N_0$ , 동일한 시험편에 하중  $P_1$ 이 작용할 때 발생하는 광탄성 무늬

$N_1$ , 동일한 시험편에  $P_1$ 과 동일한 작용점, 작용선으로 작용하는 하중  $P_2$ 가 작용할 때 발생하는 광탄성 무늬  $N_2$  등이 필요하다. 이 때 하중  $P_1$ ,  $P_2$ 의 차이를 크게 함으로써 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다.

(3) 수직 압축하중에 의해 동결된 원형 시험편에 상온에서 작용점이 다른 수직압축하중을 가하여 광탄성 무늬가 대칭이 되도록 함으로써 광탄성응력동결 실험법의 광탄성 감도를 이론식을 이용하지 않고도 간접적으로 구할 수 있다.

(4) 방정식(6)은 일반적인 하중에서 잔류응력을 고려한 경우의 응력성분과 무늬차수와와의 관계식이 고 방정식(13)은 순수 굽힘모멘트 하에서 잔류응력을 고려한 경우의 관계식을 나타낸다.

### 참고문헌

(1) Sanford, R. J., 1979, "A General Method for Determining Mixed Mode Stress Intensity Factors from Isochromatic Fringe Patterns," *Engr. Fracture Mech.* pp. 621~633.  
 (2) Smith, D. G. and Smith, C. W., 1972, "Photoelastic Determination of Mixed Stress Intensity Factors," *Engr. Fracture Mach.*, Vol. 4, pp. 357~366.  
 (3) Post, D., 1953, "Photoelastic Stress Analysis for an Edge Crack in a Tensile Field," *Experimental Stress Analysis*, pp. 99~116.  
 (4) Sanford, R. J., 1980, "Application of the Least Square Method to Photoelastic Analysis," *Experimental Mechanics*, pp. 192~197.  
 (5) Etheridge, J. M. and Dally, J. W., 1978, "A Three Parameter Method for Determining Stress

Intensity Factors from Isochromatic Fringe Loops," *Journal of Strain Analysis* Vol. 13, No. 2, pp. 288~295.

(6) Kratochvil, F. J., Thompson, W. D. and Caputo, A. A., 1981, "Photoelastic Analysis of Stress Patterns on the Teeth and Bone with Attachment Retainers for Removable Partial Dentures," *J. Prosthesis Dent.*, No. 46, pp. 21~28.  
 (7) Tsuji, J., 1968, "光弾性 實驗法," 日刊工業新聞社, pp. 391~394.  
 (8) 黃在錫, 島本 摠, 高橋 賞, 崔善浩, 1988, "光弾性 實驗用 複合材料の 開發する 研究(第1報, 直交異方性複合材料の開發)," 日本機械學會論文集(A編), 55卷 509號, pp. 11~16.  
 (9) 黃在錫, 島本 摠, 高橋 賞, 崔善浩, 1989, "光弾性 實驗用 複合材料の 開發する 研究(第2報, 光弾性感度による物性値の測定法)," 日本機械學會論文集(A編), 55卷 519號, pp. 2251~2258.  
 (10) 黃在錫, 島本 摠, 高橋 賞, 崔善浩, 1989, "光弾性 實驗 複合材料の 開發に 關する 研究(第3報, 光弾性法による直交異方性材料の破壊力學への適用)," 日本機械學會論文集(A編), 56卷 527號, pp. 1600~1608.  
 (11) 崔善浩, 黃在錫, 蔡泳哲, 1983, "테프론 모듈딩법에 의한 S. I. F.의 광탄성실험 해석(2차원 S. I. F. 문제에 대한 실험방법의 정도평가)," 大韓機械學會論文集, 第7卷, 第1號, pp. 1~10.  
 (12) 崔相寅, 崔善浩, 黃在錫, 1987, "테프론 균열 주형법 開發에 관한 研究," 大韓機械學會論文集 第11卷, 第6號, pp. 945~952.  
 (13) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., 1970, *Theory of Elasticity*, Third Edition, pp. 122~127.