

〈論 文〉

확률적 비선형 동적계의 해석에 관한 연구

남성현* · 김호룡**

· (1994년 9월 28일 접수)

A Study on the Analysis of Stochastic Nonlinear Dynamic System

Sung-Hyun Nam and Ho-Ryong Kim

Key Words : Stochastic Nonlinear Dynamic System(확률적 비선형 동적계), Stochastic Process Closure Method(확률과정근사법), Moment Equation(모멘트방정식), Random Variable(확률변수), Stochastic Process(확률과정)

Abstract

The dynamic characteristics of a system can be critically influenced by system uncertainty, so the dynamic system must be analyzed stochastically in consideration of system uncertainty. This study presents the stochastic model of a nonlinear dynamic system with uncertain parameters under nonstationary stochastic inputs. And this stochastic system is analyzed by a new stochastic process closure method and moment equation method. The first moment equation is numerically evaluated by Runge-Kutta method and the second moment equation is numerically evaluated by stochastic process closure method, 4th cumulant neglect closure method and Runge-Kutta method. But the first and the second moment equations are coupled each other, so this equations are approximately evaluated by a iterative method. Finally the accuracy of the present method is verified by Monte Carlo simulation.

———— 기 호 설 명 ————

b : 확률변수
 c : 감쇠
 $f(t)$: 외부입력
 k : 강성
 m : 질량
 $x(t)$: 변위
 $E[]$: 기대값
 $S(\omega)$: 스펙트럼 밀도함수
 ϵ : 비선형계수
 ζ : 필터의 감쇠비
 $\eta(t)$: 확률과정

λ : $S(\omega)$ 의 면적
 μ : 평균
 σ : 편차
 $\xi(t)$: 백색잡음
 ω_c : 중심주파수
 ω_n : 필터의 고유진동수
 ω_r : 주파수 원점축에 대한 $S(\omega)$ 의 회전반지름
 ω_s : $S(\omega)$ 의 도심에 대한 편차

1. 서 론

종래의 동적계의 해석은 계의 재료특성, 기하학적 특성, 초기조건 및 외력과 같은 계를 구성하고 있는 모든 변수들과 입력에 대해서 정확하게 알고

*정회원, 연세대학교 대학원 기계공학과
 **정회원, 연세대학교 기계설계학과

있다는 가정하에 실제의 복잡한 계를 간단하고 이상적인 확정적 모델로 모델링하여 해석을 수행하였으나, 실제적으로는 외부의 입력과 계의 재료특성의 불규칙적인 편차, 부정확한 측정에 의한 오차, 가공과 조립에서 발생하는 편차 및 마모나 마찰에 의한 물리적 성질의 편차 등 여러가지의 복합적인 요인으로 인하여 계의 변수들과 입력에는 모두 불확실성(uncertainty)을 내포하고 있다.⁽¹⁾

이와 같은 불확실성은 계의 동적특성이나 안정성에 심각한 영향을 미칠 수 있기 때문에, 가능한 한 불확실성을 정확히 파악하고 이러한 불확실성이 계의 출력에 미치는 영향을 조사하여야 한다. 기존에는 이러한 불확실성을 고려하기 위해 과거의 경험적 사실에 기초하여 설계자의 주관대로 결정한 안전계수를 사용하여 정성적으로 해결하였으나, 이러한 안전계수의 개념은 불확실성의 정도를 체계적으로 고려하지 못할뿐 만 아니라 계의 안전한 정도를 정량적으로 파악할 수 없다. 더욱이 초정밀, 초고속 등이 요구되는 산업계에서는 실제로 가장 가까운 계의 모델링과 해석을 통한 계의 신뢰성 향상이 절실히 요구되고 있으며, 근래에는 불확실성을 고려한 확률해석에 입각한 신뢰성 해석 및 최적설계의 연구가 많이 수행되고 있다.⁽²⁾

따라서 이러한 불확실성을 포함하고 있는 동적계를 실험적 측정, 확률법칙 및 통계적 성질을 이용한 확률추론에 의해 확률적 동적계로 모델링하고, 이를 해석함으로써 불확실성이 계의 출력에 미치는 영향을 정량적으로 정확히 파악하여야 한다.

일반적으로 확률적 동적계의 해석문제는 Fig. 1

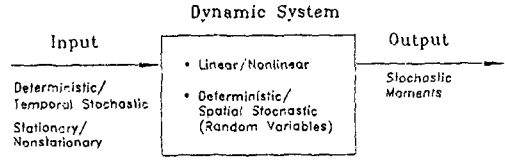


Fig. 1 Stochastic dynamic system

과 Table 1과 같이 3가지의 경우로 크게 구분할 수 있으며, 각각의 경우에 대해서는 선형/비선형 동적계와 정상/비정상 확률과정에 대한 문제로 세분할 수 있다. 이러한 확률적 동적계에 대한 종래의 해석은 입력이 확률적인 경우 주로 불규칙 진동^(3,4)으로서 연구가 수행되었고, 계가 확률적인 경우는 불확실성을 포함한 동적계나 구조물의 확률해석^(2,5)으로서 연구가 수행되었다. 그러나 종래의 연구에서는 주로 평균이 영인 확률적 입력만을 고려하였고, 이러한 확률적 입력이 계의 응답에 미치는 영향에 비해서 계의 불확실성이 계의 응답에 미치는 영향이 작기 때문에 계의 불확실성은 무시하였으나, primary-secondary system⁽⁶⁾이나 평균이 영이 아닌 확률적 입력인 경우에는 계의 불확실성이 입력의 불확실성만큼 계의 응답에 영향을 미치기 때문에 계의 변수들과 입력에 대한 불확실성을 모두 고려한 동적계의 확률해석을 수행하여야 한다.

최근에 비로소 계의 변수들과 입력의 불확실성을 모두 고려한 해석방법이 연구되기 시작했다. 1991년 Chang과 Yang⁽⁷⁾은 계의 변수들의 불확실성을 포함하고 정상확률입력을 받는 기하학적 비선형 보에 대해서 확률적 선형화법(statistical linearization

Table 1 Classification of stochastic dynamic problem

	Input	System	Output	Ref.
Analysis of system under stochastic inputs (Random vibration)	Temporal stochastic	Deterministic	Temporal stochastic	(3, 4)
Analysis of system with uncertain parameters	Deterministic	Spatial stochastic	Temporal stochastic	(2, 5)
Analysis of system with uncertain parameters under stochastic inputs	Temporal stochastic	Spatial stochastic	Temporal stochastic	(7, 8)
	Nonstationary stochastic	Nonlinear spatial stochastic	Nonstationary stochastic	None

method)과 섭동법을 이용한 확률유한요소법을 사용하여 응답의 정상확률특성을 구하였으나, 섭동법을 사용하였기 때문에 불확실성이 비교적 작아야 하는 단점을 가지고 있으며 비정상확률입력인 경우에는 해석이 불가능하다. 1992년 Jensen과 Iwan⁽⁶⁾은 계의 변수들의 불확실성을 포함하고 비정상확률입력을 받는 선형 동적계에 대해서 계의 응답의 공분산행렬에 대한 확률상태방정식을 유도하고 이 식을 시간에 대해 적분을 수행하여 응답의 확률특성을 구하였으나, 비선형계에는 적용할 수는 없다. 그러나 현재까지도 Table 1과 같이 계의 변수들이 불확실성을 포함하고 비정상확률입력을 받는 비선형계의 해석은 수행되지 않고 있다.

그러므로 본 연구에서는 종래에 해석되지 않은 계의 변수들이 불확실성을 포함하고 비정상확률입력을 받는 비선형 동적계를 포함한 일반적인 확률적 선형/비선형 동적계를 해석할 수 있는 새로운 해석방법을 제시하고, 그 타당성을 Monte Carlo 시뮬레이션으로 검증한다.

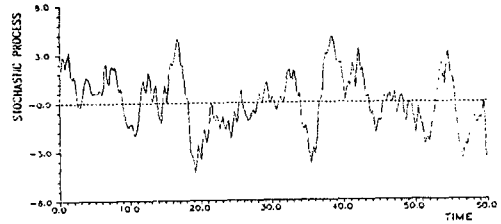
2. 확률적 비선형 동적계의 해석

2.1 확률적 비선형 동적계의 운동방정식

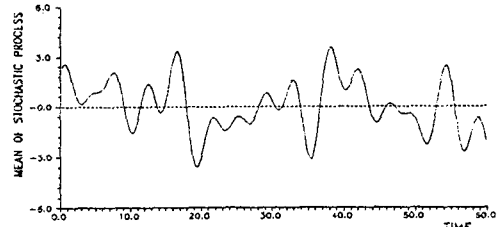
본 연구에서 해석하고자 하는 비선형계는 전형적인 Duffing 형태의 계로서 종래의 확정적 모델에 대한 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_0 \ddot{x}_0(t) + c_0 \dot{x}_0(t) + k_0[x_0(t) + \epsilon x_0^3(t)] = f_0(t) \quad (1)$$

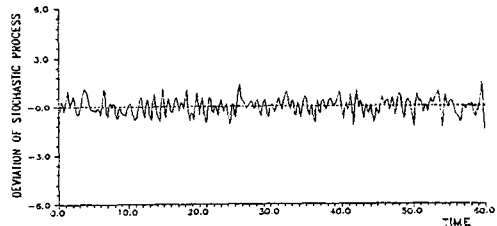
여기서, m_0, c_0, k_0 는 각각 질량, 감쇠, 강성을 의미하고, ϵ 는 비선형의 정도를 나타내는 상수이다. 또한 $f_0(t)$ 와 $x_0(t)$ 는 계의 입력과 출력이다. 그러나 앞에서 언급한 불확실성을 고려하기 위해서 확률개념을 도입하여 운동방정식을 표현하면 다음과 같다. 즉, 시간의 함수가 아닌 c, k 는 확률변수로, 시간의 함수인 $f(t)$ 는 확정적 변조함수와 정상확률과정을 이용한 비정상확률과정으로 모델링하고 모든 확률변수와 비정상확률과정은 중심극한정리에 의해 정규분포를 갖는다고 가정하면, Fig. 2(a)와 같은 비정상확률과정과 확률변수는 Fig. 2(b)와 같은 평균이 $\mu(t)$ 인 확정적 부분과 Fig. 2(c)와 같은 평균이 0이고 편차가 $\sigma(t)$ 인 확률적 부분으로 분리할 수 있으며, 이것을 수식으로 표현하면 다음과 같다.



(a) Stochastic process



(b) Mean of stochastic process



(c) Deviation of stochastic process

Fig. 2 A sample of stochastic process

$$c = c_0 + \Delta c = \mu_c + \sigma_c b_c \quad (2)$$

$$k = k_0 + \Delta k = \mu_k + \sigma_k b_k \quad (3)$$

$$f(t) = f_0(t) + \Delta f(t) = \mu_f(t) + \sigma_f(t) \eta_f(t) \quad (4)$$

여기서, b_c, b_k 와 $\eta_f(t)$ 는 각각 평균이 0이고 분산이 1인 확률변수와 정상확률과정을 의미한다. 따라서 식(2)에서 식(4)까지의 식들에 의해 확정적 운동방정식인 식(1)은 다음과 같은 확률미분방정식의 형태인 확률적 운동방정식으로 표현할 수 있다.

$$m \ddot{x}(t, \mu_a, \sigma_a) + c(\mu_c, \sigma_c) \dot{x}(t, \mu_v, \sigma_v) + k(\mu_k, \sigma_k)[x(t, \mu_x, \sigma_x) + \epsilon x^3(t, \mu_x, \sigma_x)] = f(t, \mu_f, \sigma_f) \quad (5)$$

그러므로 확률미분방정식인 식(5)로부터 출력인 응답의 확률밀도함수를 구함으로써 응답의 확률특성을 완전히 규정할 수 있지만, 일반적으로 확률과정에 대한 확률밀도함수를 구하는 것이 어렵기 때문에 본 연구에서는 확률밀도함수를 구하는 대신에 확률과정의 모멘트들을 구함으로써 응답의 확률특

성을 정의한다.

2.2 응답의 1차 모멘트

확률적 비선형 동적계의 운동방정식으로부터 계의 출력인 응답의 1차 모멘트인 평균 $\mu_x(t)$ 를 구하기 위해서 먼저 식(2)~(4)를 식(5)에 대입한 후, 기대값을 취하면 다음과 같다.

$$m\dot{\mu}_x + \mu_c \dot{\mu}_x + \mu_k[\mu_x + \varepsilon \mu_x^3] + 3\varepsilon \mu_k \mu_x E[\Delta x^2] + \varepsilon \mu_k E[\Delta x^3] = \mu_f - E[\Delta c \Delta \dot{x}] - E[\Delta k \Delta x] - 3\varepsilon \mu_k^2 E[\Delta k \Delta x] - 3\varepsilon \mu_k E[\Delta k \Delta x^2] - \varepsilon E[\Delta k \Delta x^3] \quad (6)$$

여기서, $E[\Delta k \Delta x^2]$, $E[\Delta k \Delta x^3]$ 및 $E[\Delta x^3]$ 은 상대적으로 작기 때문에 무시할 수 있으므로 식(6)은 다음과 같이 정리된다.

$$m\dot{\mu}_x + \mu_c \dot{\mu}_x + \mu_k(\mu_x + \varepsilon \mu_x^3 + 3\varepsilon \mu_k E[\Delta x^2]) = \mu_f - E[\Delta c \Delta \dot{x}] - E[\Delta k \Delta x] - 3\varepsilon \mu_k^2 E[\Delta k \Delta x] \quad (7)$$

그러나 식(7)을 살펴보면 $\varepsilon=0$ 인 선형계에서는 식(7)만 사용하여 1차 모멘트를 구할 수 있지만, $\varepsilon \neq 0$ 인 비선형계의 경우는 선형계와는 달리 식(7)에 2차 모멘트가 포함되어 있기 때문에 2차 모멘트 식과 함께 해석해야 한다.

2.3 응답의 2차 모멘트

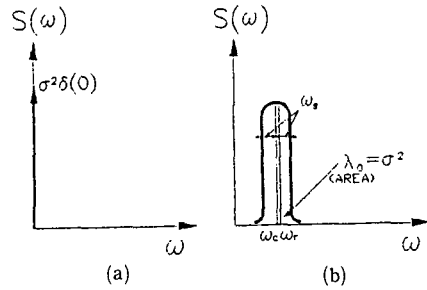
확률적 비선형 동적계의 운동방정식으로부터 계의 출력인 응답의 2차 모멘트인 분산 $E[\Delta x^2]$ 을 구하기 위해서 식(2)~(4)를 식(5)에 대입한 후 Δx 를 곱하여 기대값을 취한 식으로부터 다음과 같은 확률적 방정식을 구할 수 있다.

$$m\Delta \ddot{x} + \mu_c \Delta \dot{x} + \mu_k(\Delta x + \varepsilon \Delta x^3) = \sigma_f \eta_f - \sigma_c b_c(\dot{\mu}_x + \Delta \dot{x}) - \sigma_k b_k(\mu_x + \Delta x) - \varepsilon \sigma_k b_k(\mu_x + \Delta x)^3 - 3\varepsilon \mu_k(\mu_x^2 \Delta x + \mu_x \Delta x) \quad (8)$$

따라서 식(8)을 해석하여 응답의 2차 모멘트를 구함으로써 확률특성을 정의해야 하지만, 식(8)과 같이 확률변수 b 과 확률과정 $\eta(t)$ 가 함께 존재하고 있는 확률미분방정식은 종래의 방법으로는 해석할 수 없기 때문에 본 연구에서는 새로운 근사적인 해석방법으로서 확률과정근사법을 제시하고자 한다.

2.4 확률과정근사법

평균이 0이고 분산이 σ^2 인 확률변수의 스펙트럼 밀도함수는 Fourier변환에 의해 Fig. 3(a)와 같이 나타낼 수 있으며, 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 협대역 정상확률과정의 스펙트럼 밀도함수는 Fig. 3(b)



(a) Random variable
(b) Narrow-band stationary stochastic process

Fig. 3 One-sided spectral density function

와 같이 나타낼 수 있다. 또한 식(8)에서 구하고자 하는 응답의 2차 모멘트는 확률변수나 확률과정의 2차 모멘트에 의해 영향을 받기 때문에 본 연구에서는 Fig. 3(a)와 같은 확률변수의 스펙트럼 밀도함수를 Fig. 3(b)와 같은 협대역 정상확률과정의 스펙트럼 밀도함수로 근사시키는 확률과정근사법을 사용한다. 즉, 평균이 0이고 분산이 1인 확률변수 b 을 중심주파수가 계의 고유진동수보다 매우 작고 평균이 0이고 분산이 1인 협대역 정상확률과정 $y(t)$ 으로 근사시키며, 협대역 정상확률과정은 백색 잡음을 입력으로 하는 선형필터를 사용하여 구한다.

Fig. 3(b)를 살펴보면 λ_0 는 $S(\omega)$ 의 면적으로서 $y(t)$ 의 자승평균 또는 분산을 의미하고, ω_c 는 주파수의 원점축에 대한 $S(\omega)$ 의 도심으로서 중심주파수를 의미한다. 또한 ω_r 는 주파수의 원점축에 대한 $S(\omega)$ 의 회전 반지름으로써 필터의 고유진동수를 의미하고, ω_s 는 $S(\omega)$ 의 도심에 대한 편차로서 중심주파수에 대한 $S(\omega)$ 의 분산된 정도, 다시 말하면 확률과정의 대역폭의 정도를 의미한다. 이와 같은 협대역 정상확률과정의 특성을 나타내는 변수들을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\lambda_0 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega = \frac{\pi S_0}{4\xi \omega_n^3} \quad (9)$$

$$\omega_c = \frac{\int_0^\infty \omega S(\omega) d\omega}{\lambda_0} = \left\{ \frac{\omega_n^2}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[1 - \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{2\xi \sqrt{1-\xi^2}}{1-2\xi^2} \right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$\omega_r = \frac{\int_0^\infty \omega^2 S(\omega) d\omega}{\lambda_0} = \omega_n$$

$$\omega_s^2 = \omega_r^2 - \omega_c^2 \approx \frac{4\zeta\omega_n^2}{\pi}(1 - 1.1\zeta) \quad (12)$$

여기서, ζ 와 ω_n 는 필터의 감쇠비와 고유진동수이며, S_0 는 백색잡음의 강도(intensity)이다. 그러므로 필터의 고유진동수와 감쇠비는 협대역 정상확률과정의 중심주파수와 대역폭에 영향을 미치며 필터의 입력인 백색잡음의 강도는 협대역 정상확률과정의 분산에 영향을 미친다. 따라서 평균이 0이고 분산이 1인 확률변수를 평균이 0이고 분산이 1인 협대역 정상확률과정으로 근사시키기 위해서는 식(9)~(12)를 이용하여 필터의 고유진동수와 감쇠비 및 필터의 입력인 백색잡음의 강도를 적절히 결정하면 된다. 이상과 같은 방법으로 식(8)의 확률변수를 협대역 정상확률과정으로 치환하면 다음과 같은 식으로 변형된다.

$$\begin{aligned} m\Delta\ddot{x} + \mu_c\Delta\dot{x} + \mu_k(\Delta x + \varepsilon\Delta x^3) \\ = \sigma_f\eta_f - \sigma_c y_1(\dot{\mu}_x + \Delta\dot{x}) - \sigma_k y_2(\mu_x + \Delta x) \\ - \varepsilon\sigma_k y_2(\mu_x + \Delta x)^3 - 3\varepsilon\mu_k(\mu_x^2\Delta x + \mu_x\Delta x) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\dot{y}_i + 2\zeta_i\omega_{ni}\dot{y}_i + \omega_{ni}^2 y_i = \xi_i(t) \quad i=1, 2 \quad (14)$$

여기서, 식(14)는 선형필터를 의미하며, $\xi_i(t)$ 는 백색잡음이다. 따라서 확률적 방정식인 식(13), (14)를 상태벡터 $\{Z(t)\}$ 에 대한 Ito 확률미분방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\{dZ(t)\} = \{f(t, \{Z\}, \{\mu_x\}, \{\dot{\mu}_x\})\}dx + \{G(t, \{Z\}, \{\mu_x\}, \{\dot{\mu}_x\})\}\{dB(t)\} \quad (15)$$

여기서, $\{dB\} = \{\eta(t), \xi_1(t), \xi_2(t)\}^T dt$ 이며, 식(15)를 만족하는 확률과정 $\{Z(t)\}$ 는 Markov과정이므로 $\{Z(t)\}$ 는 Fokker-Planck식⁽⁹⁾을 만족한다. 따라서 임의의 함수 $h = h(\{Z(t)\}, t)$ 의 증분을 2차항까지의 Taylor 급수로 전개하고 Fokker-Planck식을 적용한 후, 조건기대값을 취하고 다시 기대값을 취하면 다음과 같은 기대값 $E[h]$ 를 구하는 상미분방정식인 모멘트방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}E[h] = \sum_{i=1}^6 E\left[f_i \frac{\partial h}{\partial z_i}\right] + E\left[\frac{\partial h}{\partial t}\right] \\ + \sum_{i,j=1}^6 E\left[(G D G^T)_{ij} \frac{\partial^2 h}{\partial z_i \partial z_j}\right] \end{aligned} \quad (16)$$

그러므로 식(16)에 의해 계의 응답의 2차 모멘트에 대한 상미분방정식을 유도하여 해석하면 응답의 2차 모멘트를 정의할 수 있다. 그러나 식(16)에 의해 유도된 모멘트방정식은 3차 이상의 고차모멘트

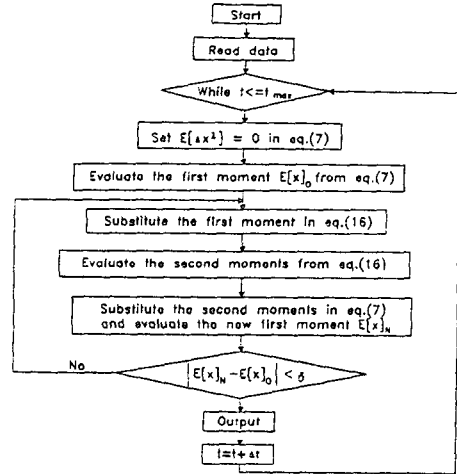


Fig. 4 Flow chart of the program for the analysis of stochastic nonlinear dynamic system

에 의해 연성되어 있고 출력은 비선형계에 의해 정규분포함수를 가지고 있지 않기 때문에, 본 연구에서는 4차 Cumulant Neglect Closure법과 Runge-Kutta법을 사용하여 모멘트방정식을 해석한다.

그러나 식(7)과 식(16)을 살펴보면 1차 모멘트 식과 2차 모멘트 식이 서로 연성되어서 선형계와 같이 순차적으로 해석할 수 없기 때문에 Fig. 4와 같은 근사방법을 도입하여 해석한다. 즉, 먼저 식(7)에서 1차보다 높은 2차 모멘트를 0으로 놓고 1차 모멘트를 구한 후, 그것을 식(16)에 대입하여 2차 모멘트를 구한다. 이렇게 구한 2차 모멘트를 다시 식(7)에 대입하여 새로운 1차 모멘트를 구하여 전에 구한 1차 모멘트와 비교해서 원하는 정밀도를 얻을 때까지 반복수행하여 응답의 확률특성을 구한다.

3. 수치해석

본 연구에서 제시한 방법을 사용하여 확률적 비선형 동적계를 수치적으로 해석하기 위한 계의 변수들의 값은 다음과 같다. m, c 와 ε 은 확정적 변수로서 $m=1.0, c=0.1, \varepsilon=1.0$ 으로 가정하고, k 와 $f(t)$ 는 10%의 편차를 가지고 있는 확률적 변수로서 다음과 같이 가정한다. 즉, 강성 k 의 평균과 편차는 $\mu_k=5.0, \sigma_k=0.5$ 이고, 외부입력 $f(t)$ 의 평균과 편차는 $\mu_f(t)=5.0\sin 0.5t, \sigma_f(t)=0.5\sin 0.5t$ 로 가정하였다.

Fig. 5에서 Fig. 8까지는 확률적 비선형 동적계를 본 연구에서 제시한 해석방법에 의한 결과와 1000 번의 샘플링을 통한 Monte Carlo 시뮬레이션 (MCS)의 결과를 비교한 것이다. Fig. 5과 Fig. 6은 입력만을 확률적으로 고려하여 얻은 변위의 평균과 분산을 나타낸 것이며, Fig. 7과 Fig. 8은 입력과

계의 변수를 모두 확률적으로 고려하여 얻은 결과이다. 또한 Fig. 9는 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해 구해진 평균과 분산에 대한 본 연구에서 제시한 해석방법에 의해 구해진 평균과 분산의 백분율 오차를 확률밀도로서 표시한 그림이다. 그림에서 보듯이 응답의 평균과 분산의 백분율 오차에 대한

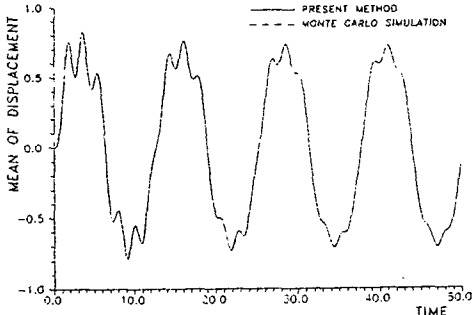


Fig. 5 Comparison of the mean of displacement of the system with stochastic input using present method and MCS

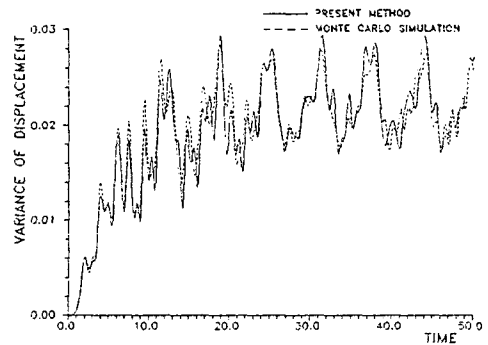


Fig. 8 Comparison of the variance of displacement of the system with stochastic input and parameter using present method and MCS

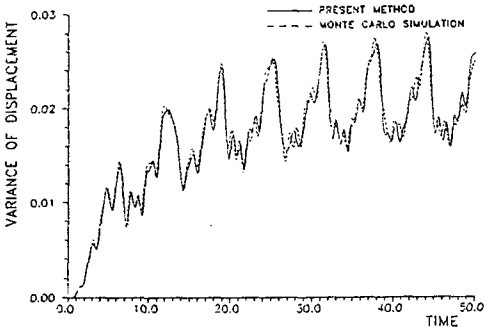


Fig. 6 Comparison of the variance of displacement of the system with stochastic input using present method and MCS

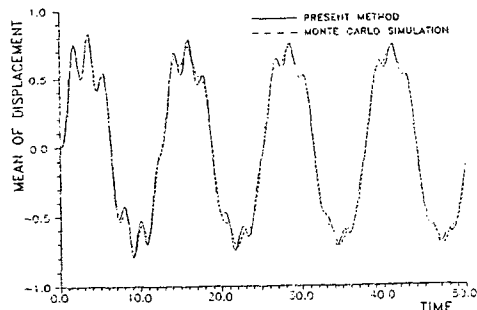
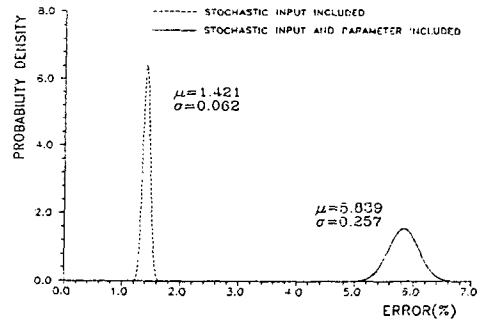
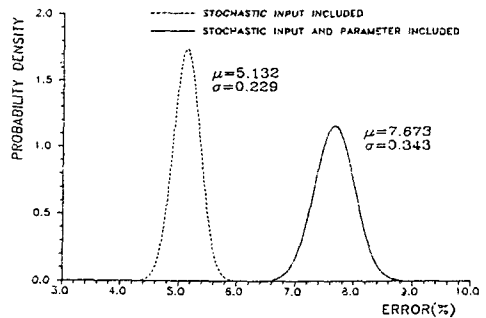


Fig. 7 Comparison of the mean of displacement of the system with stochastic input and parameter using present method and MCS



(a) Mean



(b) Variance

Fig. 9 Comparison of the probability density of error rate

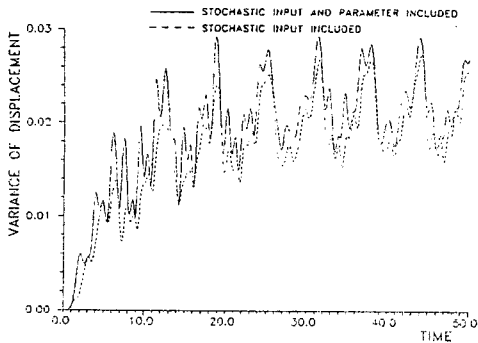


Fig. 10 Comparison of the variance of displacement of the system with stochastic input and parameter and with stochastic input

평균은 모두 8% 이내에 있으며, 입력과 계의 변수를 모두 확률적으로 고려한 경우가 입력만을 확률적으로 고려한 경우보다 오차의 평균과 분산이 큰 것을 알 수 있다. 이것은 확률변수를 협대역 정상 확률과정으로 근사시켰기 때문에 발생하는 오차로 생각할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 해석 방법으로 얻은 결과와 Monte Carlo 시뮬레이션으로 얻은 결과가 잘 일치하고 있다고 판단할 수 있다.

또한 Fig. 10은 입력만을 확률적으로 고려한 결과와 입력과 계의 변수를 모두 확률적으로 고려한 결과를 함께 나타낸 그림이다. 그림에서 살펴보면 계의 변수의 불확실성도 계의 응답에 상당한 영향을 끼치고 있음을 알 수 있다. 따라서 보다 정확하게 확률적 동적계의 해석을 수행하기 위해서는 입력만을 확률적으로 고려하여 해석한 종래의 해석방법에서 벗어나 계의 변수들도 확률적으로 고려하여 해석하여야만 한다.

이상과 같은 결과로 보아 본 연구에서 제시한 해석방법은 확률적 비선형 동적계의 해석을 수행함에 있어서 매우 일반적인 방법이며 또한 그 방법의 타당함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 종래의 확정적 해석에서 벗어나 계의 불확실성을 고려한 확률해석을 수행하기 위해서 비선형 동적계의 확률적 모델을 만들고, 새로운 확률과정근사법을 이용한 확률해석방법을 제시하였으며, 이 방법에 의한 확률적 비선형 동적계의 해

석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 연구에서는 확률적 비선형 동적계를 해석하기 위해서 확률과정근사법을 이용한 새로운 해석방법을 제시하였다.

(2) 본 연구에서 제시한 확률해석방법에 의한 해석결과가 Monte Carlo 시뮬레이션에 의한 해석결과와 잘 일치하기 때문에, 확률과정근사법을 이용한 해석방법이 타당함을 알 수 있다.

(3) 평균이 영이 아닌 확률적 입력을 받는 동적계의 확률해석을 수행할 경우, 계의 변수들도 계의 응답에 상당한 영향을 끼침을 보였다. 따라서 확률적 동적계를 보다 정확하게 해석하기 위해서는 입력만을 확률적으로 고려하여 해석한 종래의 해석방법에서 벗어나 반드시 계의 변수들도 확률적으로 고려하여 해석해야 한다.

후 기

본 연구는 1994년도 한국과학재단의 핵심 전문 연구 지원사업(KOSEF 941-1000-052-1)에 의하여 연구되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Ang, A. H. S. and Tang, W. H., 1975, *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, Volume I, Basic Principles, Wiley, New York.
- (2) Ibrahim, R. A., 1987, "Structural Dynamics with Parameter Uncertainties," *Applied Mechanics Review*, Vol. 40, No. 3, pp. 309~328.
- (3) Crandall, S. H. and Zhu, W. Q., 1983, "Random Vibration: A Survey of Recent Developments," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 50, pp. 953~962.
- (4) To, C. W. S., 1987, "Random Vibration of Nonlinear Systems," *Shock and Vibration Digest*, Vol. 19, pp. 3~9.
- (5) Liu, W. K., Belytschko, T. and Mani, A., 1986, "Probabilistic Finite Elements for Nonlinear Structural Dynamics," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 56, pp. 61~81.

- (6) Igusa, T. and Kiureghian, A. D., 1988, "Response of Uncertain Systems to Stochastic Excitation," *ASCE J. of Engineering Mechanics*, Vol. 114, No. 5, pp. 812~832.
- (7) Chang, C. C. and Yang, H. T. Y., 1991, "Random Vibration of Flexible Uncertain Beam Element," *ASCE J. of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 10, pp. 2329~2350.
- (8) Jensen, H. and Iwan, W. D., 1992, "Response of Systems with Uncertain Parameters to Stochastic Excitation," *ASCE J. of Engineering Mechanics*, Vol. 118, No. 5, pp. 1012~1025.
- (9) Soong, T. T., 1973, "Random Differential Equations in Science and Engineering," Academic Press.