

〈論 文〉

비직교좌표계에 대한 P-1 근사법 및 유한체적법을 이용한 주유동 중의 원형실린더 주위의 복사열전달 해석

이공훈* · 이준식** · 최만수**

(1994년 9월 15일 접수)

Analysis of Radiative Heat Transfer about a Circular Cylinder in a Crossflow by P-1 Approximation and Finite Volume Method in Non-Orthogonal Coordinate System

K. H. Lee, J. S. Lee and M. Choi

Key Words: Radiative Heat Transfer(복사열전달), Nonorthogonal Coordinate System(비직교 좌표계), P-1 Approximation(P-1 근사), Finite Volume Method(유한체적법)

Abstract

A study of radiative heat transfer has been done in the non-orthogonal coordinate system utilizing the finite volume method and the P-1 approximation. Radiation of absorbing, emitting and scattering media in a concentric annulus has been solved using the non-orthogonal coordinate and the calculations were compared with the existing results. The results obtained from the analysis using the finite volume method are in good agreement with the existing calculations for all optical thicknesses. It was also shown that for only optically thick cases, P-1 approximation can be used in a non-orthogonal coordinate. Convective heat transfer analysis has been carried out to obtain the temperature fields in a cross flow around a circular cylinder and the finite volume method was applied in the non-orthogonal coordinate system to analyze radiative heat transfer. Effects of the optical thickness, the ratio of the surface temperature of the cylinder to the free stream temperature, and the scattering albedo on radiation have been presented.

기 호 설 명

a : 선형 산란위상함수의 계수, Legendre급수의 계수
 a : 반변 기본벡터
 b : 생성함
 A : 대수방정식의 계수, 표면적
 D : 실린더의 직경
 f : 검사표면
 g^i : 반변행렬 성분

i : 복사강도
 I : 무차원 복사강도($I = i/4\sigma T_0^4$)
 N : 이산화된 입체각의 개수
 n : 단위법선벡터
 p : 무차원 압력($p/\rho U^2$)
 Pr : Prandtl수
 R : 실린더의 반지름, Source function(식(21))
 Re : Reynolds수
 q^r : 무차원 복사열유속
 q^r : 무차원 복사열유속 벡터
 Q : 복사에너지

*서울대학교 대학원

**정회원, 서울대학교 기계공학과

r : 반경방향 위치
 \mathbf{r} : 반경방향 위치 벡터
 s : 복사강도의 방향에 따른 위치
 \mathbf{s} : 복사강도의 방향에 따른 위치벡터
 S : 생성항
 T : 무차원 온도
 U^i : 반변 속도성분
 V : 검사체적
 x, y : Cartesian 좌표

그리스문자

β : 상각계수
 ϵ : 방사율
 ϕ : 종속변수, 방위각
 \emptyset : 산란위상함수
 η : 곡선좌표
 κ : 흡수계수
 π : 원주율
 θ : 등위각
 σ : Stefan-Boltzmann계수, 산란계수
 τ : 광학좌표
 ω : 산란알베도
 Ω : 입체각
 ζ : 곡선좌표
 ψ : 산란각

상첨자

r : 복사
 l : l 번째 입체각 방향
 $*$: 무차원

하첨자

b : 흑체
 E : 동쪽방향 격자점
 i : 내부 실린더
 if : 검사표면상의 적분지점 f
 in : 입사방향
 L : 특성길이
 N : 북쪽방향 격자점
 nb : P 점의 상류점
 o : 외부 실린더
 P : 계산된 물리량을 저장하는 격자점
 S : 남쪽방향 격자점
 uf : if 지점의 상류방향 내삽지점

W : 서쪽방향 격자점
 w : 벽
 0 : 기준값, zeroth 모멘트

1. 서 론

복사열전달은 산업용로, 연소실, 유리 및 크리스탈 공정, 광섬유 제조 등 고온환경과 관련되는 공학적인 응용분야에서 매우 중요하다. 그러나, 이러한 중요성에도 불구하고 복사열전달의 해석상의 어려움과 실제 시스템의 기하학적 형상의 복잡성으로 인하여 전도 및 대류만을 고려한 연구가 주로 이루어져 왔다. 복사열전달은 복사의 경로에 따른 적분 현상이므로 연구대상의 기하학적 형상에 따라 해석의 난이도가 크게 달라진다. 복사열전달을 해석하는데 있어서는 유동장의 계산에 비하여 복사강도의 방향과 파장 등 고려할 변수들이 더 많고, 또한 Navier-Stokes 방정식과는 달리 복사전달방정식이 미적분방정식으로 주어지므로 좌표계의 변화에 따라서 그 복잡성이 크게 증가한다. 복사열전달을 고려하지 않은 열 및 유동에 관한 문제들을 다루는데 있어서 비직교좌표계를 이용한 계산방법이 많이 발전되어 왔으나⁽¹⁾ 복사열전달과 관련된 문제에 있어서는 단순화된 기하학적 형상에서 직교좌표계를 이용한 연구들이 대부분이다.^(2,3) 널리 알려진 복사전달방정식의 근사해법으로 구조화근사법(spherical harmonics method, P-N), 구분종좌표법(discrete ordinate method, S-N), 조날방법(zonal method), Monte Carlo방법 등이 있는데, 이 방법들은 직교좌표계에 대해서는 많이 적용되어 왔으나 직교좌표로 나타내기 어려운 복잡한 형상에 대해서는 현실적인 적용의 어려움 때문에 비직교좌표계에 적용한 예는 찾아보기 어렵다.⁽⁴⁾

비직교좌표계에서의 복사열전달 해석에 관한 연구로서 최근에 극히 소수의 논문이 발표되고 있다. (Chui,⁽⁴⁾ Chui와 Raithby,⁽⁵⁾ Dong 등⁽⁶⁾) Dong 등⁽⁶⁾은 모멘트방법(the method of moments)으로 복사전달방정식이 타원형 미분방정식으로 표시되는 것을 이용하여 비직교좌표계에서 대류와 연계하여 복사열전달을 해석하였다. Chui와 Raithby^(4,5)는 유동장의 계산에서 사용하는 유한체적법(finite volume method, FVM)의 개념을 복사전달 방정식에 직접 적용하여 비직교좌표계에서 복사열전달을 계산할

수 있는 새로운 방법을 제시하고 몇 가지 간단한 예에 대하여 그 해법의 타당성을 검증하였다. 그러나, 최근에 개발되고 있는 유한체적법을 이용한 복사열전달 해석방법을 비직교좌표계에 적용하는데 있어서는 좌표계의 구성방법에 따른 해법의 정확도, 경계조건의 처리, 효율적인 입체각의 이산화방법 등에 대한 연구가 더 필요하며, 이러한 문제들을 실제적으로 복잡한 기하학적 형상을 가진 시스템에 적용시켜 그 해의 타당성이 입증되어야 한다.

본 연구에서는 P-1 근사법과 유한체적법을 비직교좌표계에 적용하여 복사열전달을 해석하였으며 그 해들의 타당성을 검토하였다. 기존의 결과와 비교하기 위하여 먼저 두 동심실린더의 환상공간에 존재하는 흡수, 방사 및 산란하는 매질에서의 복사열전달을 비직교좌표계를 사용하는 P-1 근사 및 유한체적법을 사용하여 해석하였으며 그 결과들을 비교하여 타당성을 검증하였다. 실제 비직교좌표계의 적용이 필요한 경우인 고온의 주유동장에 놓인 원형실린더 주위에서의 복사열전달을 해석하여 P-1 근사와 유한체적법의 비직교좌표계로의 적용 타당성을 검토하였다. 본 연구에서는 먼저 대류열전달에 대한 계산을 수행하여 온도장을 구하고 주어진 온도장에 대하여 1차적인 근사로서 복사열전달장을 계산하였다. 흡수, 방사, 산란하는 매질은 회체로 가정하였으며 실린더의 표면은 확산적으로 방사 및 반사하는 회체로 가정하였다. 모든 물성치들은 온도에 무관하고 일정하다고 가정하였다.

2. 대류열전달 해석

본 연구에서는 비직교좌표계에서의 복사열전달에 대한 프로그램의 개발과 검증이 주 목적이므로 실린더 주위의 대류열전달 해석에 대해서는 간략히 서술한다. 비직교좌표계에서 연속방정식, 운동량방정식 및 에너지방정식은 다음과 같다.⁽¹⁾

$$(\sqrt{g} U^i)_{;i} = 0 \tag{1}$$

$$[(\sqrt{g}(U^i u - g^{ij} u_{;j} / Re_R)]_{;i} + (y_{\xi^2} p)_{;\xi^2} - (y_{\xi^1} p)_{;\xi^1} = 0 \tag{2}$$

$$[(\sqrt{g}(U^i v - g^{ij} v_{;j} / Re_R)]_{;i} + (x_{\xi^2} p)_{;\xi^2} - (x_{\xi^1} p)_{;\xi^1} = 0 \tag{3}$$

$$[(\sqrt{g}(U^i T - g^{ij} T_{;j} / Pr Re_R)]_{;i} = 0 \tag{4}$$

여기서,

$$\xi^1 = \zeta, \xi^2 = \eta,$$

$$U^i = a^i \cdot (u_i + v_j),$$

$$a^i = \nabla \zeta^i,$$

$$g^{ij} = a^i \cdot a^j, g = 1/\det |g^{ij}|$$

이고, a^i 는 반변 기본벡터(contravariant base vector)이다. 위의 네 식에서 길이 x, y 는 실린더의 반지름 R 로, 속도성분 u, v 는 균일유동속도 U_∞ 로, 압력 p 는 ρU_∞^2 으로, 그리고 온도 T 는 기준 온도 T_0 (여기에서는 균일유동의 온도, T_∞)로 무차원화된 변수들을 나타낸다. 운동량 방정식에서 자연대류를 나타내는 부력항을 무시하였고, 유동은 저압, 저속이므로 에너지방정식에서 압력일과 소산항을 무시하였다.

기존의 계산결과들^(1,7-12)과 비교하기 위하여 유체의 Prandtl수가 0.7이고 실린더의 지름을 기준으로 한 Reynolds수가 40인 정상층류유동을 고려하였고, 무차원화한 실린더벽면의 온도 및 주위 온도는 각각 $T_w = 0.5, T_\infty = 1.0$ 인 경우에 대하여 계산을 수행하였다.

실린더를 향하는 유동은 정체점 근처에서의 유동 변화가 중요하고, 또한 정체점 근처의 국소 열전달이 중요하므로 이를 잘 관찰하기 위하여 C-형 격자시스템을 채택하였다.⁽¹³⁾ 좌표변환 함수 $\zeta(x, y)$ 와 $\eta(x, y)$ 는 Poisson 방정식을 풀어서 구하였고,⁽¹³⁾ 격자계는 일반적인 비직교좌표계이지만 정체점과 같이 실린더 주위에서 유동장 및 온도장이 크게 변하는 영역에서는 조밀하게 배열하였고, 가급적 직교성을 유지하도록 하였다.

경계조건은 Fig. 1에 나타난 바와 같이 반경 R 인 실린더의 벽면에서는 점착조건과 등온조건

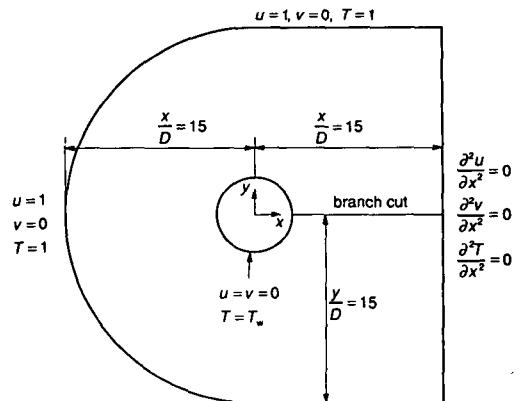


Fig. 1 Calculation domain, coordinate system, and boundary conditions

($T_w=0.5$)을, 실린더에서 충분히 떨어진 상류와 바깥 경계면에서는 균일 등은 평행유동으로 가정하였다. 실린더로부터 충분히 떨어진 하류출구 경계에서는 속도와 온도의 2차 미분을 0으로 하였다.

지배방정식 (1)에서 (4)는 다음과 같이 임의의 종속변수를 이용한 일반적인 형태로 쓸 수 있다.

$$[\sqrt{g}(U^i\phi - \Gamma g^{ij}\phi_{,j})]_{,i} - b = 0 \quad (5)$$

여기에서, ϕ 는 임의의 종속변수를 나타낸다. 모든 종속변수들은 격자점에서 계산, 저장되며(non-staggered grid system), 이 식은 유한체적법에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.⁽¹⁴⁾

$$A_p\phi_p = A_N\phi_N + A_S\phi_S + A_E\phi_E + A_W\phi_W + S_p \quad (6)$$

계수 A_i 들은 대류 및 확산 유속을 검사표면에 대하여 적분하여 얻는다. Reynolds수가 크지 않으므로 하이브리드도식(hybrid scheme)을 사용하였다.⁽¹⁴⁾

생성항 S_p 는 검사체적에 비례하는 항들과 비직교좌표와 관련된 항들을 포함한다.

압력은 SIMPLE 알고리즘을 사용하여 계산하였으며, 검사표면에서의 유속을 계산하기 위하여 운동방정식의 선형화된 해를 사용하였고, 전 영역에서 각 종속변수들에 대한 잔류생성항을 계산하여 그들의 합이 10^{-4} 보다 작게 될 때를 수렴조건으로 설정하였다. 계산은 Schuh의 프로그램⁽¹¹⁾을 수정하여 사용하였다.

계산영역은 경계면의 위치를 변화시키면서 여러 가지 계산을 수행한 결과 상류는 $x=-15D$, 좌우 경계는 $y=\pm 15D$, 하류 경계는 $x=15D$ 로 정하였다. 격자수 또한 여러가지 경우에 대하여 계산을 수행하여 격자계의 영향을 시험하였으며 ζ 와 η 방향으로 101×51 의 격자계를 최종계산을 위하여 사용하였다. 이 격자계에 대한 계산결과를 Table 1

Table 1 Comparison of skin friction, pressure, separation length and Nusselt number

	Max. $C_f\sqrt{Re_D}$	Location
Experiment by Acrivos et al. ⁽⁷⁾	3.71	50°
Calculation by Schuh	3.52	50°
Present calculation	3.58	53°
	Stag. C_p	Min. C_p (Location)
Experiment by Grove et al. ⁽⁸⁾	1.20	-0.90 (85°)
Present calculation	1.20	-0.93 (89.6°)
	Max. recirculation velocity(u/U_∞)	Separation length(L_s/D)
Experiment by Coutanceau and Bouard ⁽⁹⁾	-0.11	1.95
Calculation by Schuh ⁽¹¹⁾	-0.10	2.15
Present calculation	-0.10	1.94
	Average Nusselt number(Nu_D)	
Exp. correlation by Collis and Williams ⁽¹⁰⁾	3.16	
Exp. correlation by Hatton et al. ⁽¹¹⁾	3.32	
Calculation by Badr ⁽¹²⁾	3.48	
Present calculation	3.30	

에 기존의 결과와 비교하여 나타내었다.

3. 복사열전달 해석

비직교좌표계에서 복사열전달을 계산하기 위하여 P-1근사와 유한체적법을 적용하였다. P-1 근사를 사용하면 복사전달방정식이 타원형 미분방정식이 되므로 비직교좌표계로의 변환이 비교적 용이하다. 그러나 광학적으로 얇은 경우에는 적용의 한계가 있으며 반면에 Chui와 Raithby^(4,5)의 유한체적법은 광학두께에 따른 제한성은 없지만 많은 계산시간과 큰 컴퓨터 용량을 필요로 한다.

3.1 복사전달 방정식

복사를 흡수, 방사 및 산란하는 매질내에서 국소적으로 열역학적 평형이 성립한다고 가정하면 복사 전달 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁵⁾

$$\frac{di(\mathbf{r}, \mathbf{s})}{ds} = -(\kappa + \sigma)i(\mathbf{r}, \mathbf{s}) + \kappa i_b(\mathbf{r}) + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{4\pi} i(\mathbf{r}, \mathbf{s}') \Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}') d\Omega' \quad (7)$$

이 식은 공간위치 \mathbf{r} 에서 단위벡터 \mathbf{s} 의 방향으로 경로 ds 에서의 복사강도 i 의 증가를 나타낸다. κ 와 σ 는 각각 흡수계수(absorption coefficient)와 산란계수(scattering coefficient)이다. 우변의 첫째항은 복사강도의 흡수와 바깥 방향으로의 산란(outscattering)을 나타내며 두 번째항은 방사를 나타낸다. 마지막 항은 안쪽에서의 산란(inscattering)을 나타내며 이는 산란위상함수 $\Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}')$ 에 의해 정의된 방향 \mathbf{s}' 으로 산란되는 복사강도의 분율이다.

산란위상함수를 선형으로 가정하고 복사전달 방정식을 무차원화하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\frac{1}{\tau_L} \mathbf{s} \cdot \nabla^* I = -I(\mathbf{r}^*, \mathbf{s}) + (1-\omega)I_b(\mathbf{r}^*) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}^*, \mathbf{s}') \Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}') d\Omega' \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}') &= 1 + a \cos \psi \\ \beta &= \kappa + \sigma, \quad \omega = \sigma / \beta \\ \tau_L &= \beta L, \quad \mathbf{r}^* = \frac{\mathbf{r}}{L}, \quad \mathbf{s}^* = \frac{\mathbf{s}}{L} \\ I &= \frac{i}{4\sigma T_0^4}, \quad I_b = \frac{i_b}{4\sigma T_0^4} \end{aligned} \quad (9)$$

이다.

산란위상함수에서 a 는 산란의 방향을 결정하는 인자로서, $a=0$ 은 등방성산란, $a=1$ 은 전방산란, 그리고 $a=-1$ 은 후방산란을 각각 의미한다. 또한 식(9)에서 L 은 계산영역의 특성길이, T_0 는 기준온도를 나타낸다. 그리고 앞으로의 식의 전개에서 무차원변수를 나타내는 *는 편의상 생략한다.

3.2 P-1 근사

복사전달 방정식 (8)에 P-1 근사를 적용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla^2 I_0 + \tau_L^2 (1-\omega) (3-aw) (4\pi I_b - I_0) = 0 \quad (10)$$

여기서, I_0 는 복사강도의 모멘트(zeroth moment of intensity)이다.

$$I_0 = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{s}) d\Omega \quad (11)$$

경계조건은 Marshak의 경계조건을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.^(15,16)

$$(1-\epsilon_w) I_0 \pm \frac{2(2-\epsilon_w)}{\tau_L(3-aw)} \mathbf{n} \cdot \nabla I_0 = 4\pi \epsilon_w I_{bw} \quad (12)$$

여기에서, ϵ_w 는 경계면의 방사율이고, \mathbf{n} 은 경계면의 법선벡터이다. 두 식(10)과 (12)로부터 I_0 를 구하면 다음과 같이 복사열유속과 복사열유속의 다이버전스(divergence)를 구할 수 있다.

$$\mathbf{q}^r = -\frac{4}{\tau_L(3-aw)} \nabla I_0 \quad (13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^r = 4\tau_L(1-\omega) (4\pi I_b - I_0) \quad (14)$$

여기서, 복사열유속 \mathbf{q}^r 은 I_0 와 달리 σT_0^4 으로 무차원화 하였고 앞으로 사용되는 모든 복사열유속은 σT_0^4 으로 무차원화한 값들이다. 식(13)으로부터 벽면에서의 복사열유속은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_w^r = \frac{4}{\tau_L(3-aw)} (\mathbf{n} \cdot \nabla I_0)_w \quad (15)$$

식(10)과 식(12)를 비직교좌표계로 변환하면 다음과 같다.

복사전달 방정식

$$(\sqrt{g} g^{ij} I_{0,ij})_{,i} + \sqrt{g} \tau_L^2 (1-\omega) (3-aw) (4\pi I_b - I_0) = 0 \quad (16)$$

경계조건

$$(1-\epsilon_w) I_0 \pm \frac{2(2-\epsilon_w)}{\tau_L(3-aw) \sqrt{g^{ij}}} g^{ij} I_{0,ij} = 4\pi \epsilon_w I_{bw} \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \zeta^1 &= \zeta, \zeta^2 = \eta \\ \mathbf{a}^i &= \nabla \zeta^i \\ g^{ij} &= \mathbf{a}^i \cdot \mathbf{a}^j, g = 1/\det |g^{ij}| \end{aligned}$$

이다.

위의 식(16)은 유한체적법에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.⁽¹⁴⁾

$$A_P I_{0,P} = A_N I_{0,N} + A_S I_{0,S} + A_E I_{0,E} + A_W I_{0,W} + S \quad (18)$$

계수 A_i 들은 식(16)을 검사표면에 대하여 적분하여 얻는다. 생성항 S 는 검사체적에 비례하는 항들과 비직교좌표와 관련된 항들을 포함한다. 이산화된 선형 방정식들을 푸는데 TDMA(tridiagonal-matrix algorithm)⁽¹⁴⁾를 사용하였다. 해는 반복계산을 통하여 구하고, 전 영역에서 각 종속변수들에 대한 잔류생성항을 계산하여 수렴조건($<10^{-4}$)을 만족시키도록 하였다.

3.3 유한체적법

유한체적법(FVM)에서는 계산영역을 유한한 체적들로 나누고 또한 복사강도의 방향을 유한한 개수의 입체각들로 나눈다. 그리고 복사전달방정식을 각 검사체적과 검사입체각에 대하여 적분하여 선형 연립방정식을 구성한다. 이 방법은 구분중좌표법(S-N)과 많은 유사점을 갖고 있으나, S-N과는 달리 quadrature는 사용하지 않는다. 또 유한체적법은 S-N방법에서 많이 생기는 "ray effects"를 크게 줄일 수 있다.⁽¹⁷⁾ 이 방법은 유도과정 및 프로그래밍 과정이 다소 복잡하기는 하지만 가장 큰 장점은 비직교좌표계의 계산이 가능하다는 것이다.

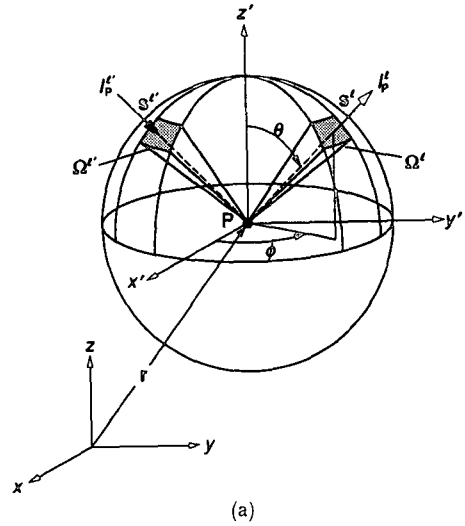
복사전달 방정식을 Fig. 2(a)와 같은 검사체적 및 검사 입체각에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega'} \int_{A_{s,p}} I_s(\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}) dA_s d\Omega \\ &= \int_{\Omega'} \int_{V_p} \tau_L [-I + (1-\omega) I_b + \omega \bar{I}] dV d\Omega \quad (19) \end{aligned}$$

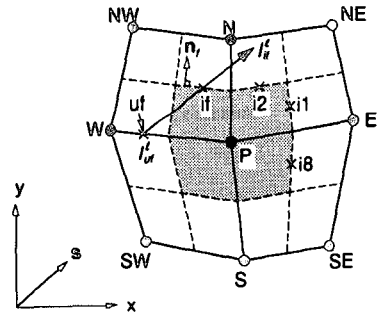
여기서,

$$\bar{I} = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{s}') \Phi(\mathbf{s}, \mathbf{s}') d\Omega' \quad (20)$$

이다. 체적적분에서 모든 변수들은 검사체적과 검사입체각 내에서 일정하다고 가정하고, Fig. 2(b)와 같이 검사체적을 N_f 개의 검사표면으로 나누어 각



(a)



(b)

Fig. 2 (a) Angle discretization
(b) Interior control volume

검사표면에 대하여 적분하면 다음의 근사식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{f=1}^{N_f} Q_f' \approx \tau_L [-I_p + (1-\omega_p) I_{b,p} + \omega_p \bar{I}_p] V_p \Omega' \quad (21)$$

여기서,

$$Q_f' = I_{f,A_{s,f}} \int_{\Omega'} (\mathbf{s}_f \cdot \mathbf{n}_f) d\Omega \quad (22)$$

이고, $A_{s,f}$ 는 검사표면의 f 번째면의 면적이다. 그리고 검사표면에서의 복사강도를 다음과 같이 근사한다.^(4,5)

$$I_{if} = I_w e^{-\tau_L S} + R_{if} (1 - e^{-\tau_L S}) - \frac{1}{\tau_L} \left(\frac{\partial R^i}{\partial s} \right)_{if} [1 - e^{-\tau_L S} (1 + \tau_L S)] \quad (23)$$

여기서,

$$R' = (1 - \omega) I_b + \omega \bar{I}'$$

$$\bar{I}' = \frac{1}{4\pi} \sum_r^{4\pi} I' \bar{\Phi},$$

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{\Omega^i} \int_{\Omega^i} \int_{\Omega^r} \Phi(l', l) d\Omega^r d\Omega^i. \quad (24)$$

이다. 따라서 복사전달 방정식은 다음과 같은 대수 방정식의 형태가 된다.

$$A_b I_b' = \sum_{nb} A_{nb} I_{nb}' + S_b' \quad (25a)$$

또는 Fig. 2(b)의 복사강도의 방향에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_b I_b' = A_{bw} I_{bw}' + A_{bs} I_{bs}' + A_{sbw} I_{sbw}' + S_b' \quad (25b)$$

여기서, 하첨자 nb 는 P 점의 상류점을 나타내는 것으로 이 대수방정식의 해는 현시적(explicit) 방법으로 풀면 된다.

모든 벽면을 확산-회체로 가정하면, 경계면에서 매질내로 향하는 복사강도의 경계조건은 다음과 같이 된다.

$$I_w = [(1 - \epsilon_w) \sum_{in} Q_w^{in} + \epsilon_w \pi I_{bw} A_w] \frac{1}{\pi A_w} \quad (26)$$

여기서, A_w 는 경계면의 검사표면의 면적이고, l_{in} 은 벽면으로 입사하는 방향의 입체각을 나타낸다. 그리고, 매질내의 복사열유속의 다이버전스와 벽면의 복사열유속은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^r = 4\tau_L (1 - \omega) (4\pi I_b - \sum_l^{4\pi} I' \Omega^l) \quad (27)$$

$$q_w^i = 4\epsilon_w (\pi I_{bw} - \sum_{in} Q_w^{in} / A_w) \quad (28)$$

여기서, 복사열유속은 σT_0^4 으로 무차원화된 양을 나타낸다.

이산화방정식 (25)는 아주 간단한 형상에 대하여는 복사강도의 방향에 관계없이 수렴할 때까지 순서에 관계없이 반복적으로 계산을 수행하거나 경우

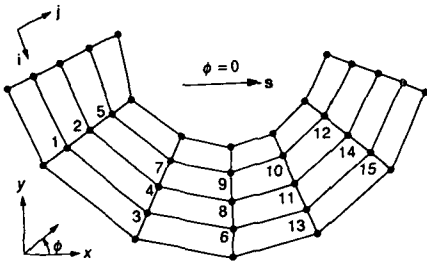


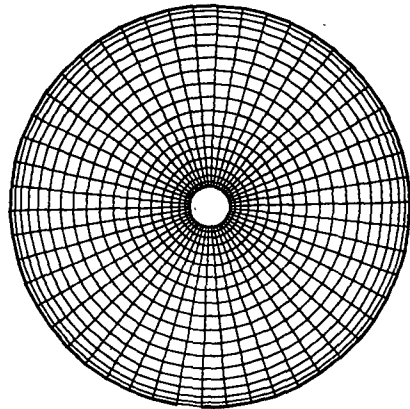
Fig. 3 The order of the solution procedure for the domain in the direction s starting from 1 to 15

에 따라서는 유동장의 해석에 많이 사용하는 행렬 해법인 TDMA를 이용하여 풀 수 있다. 하지만 기하학적 형상이 복잡하거나 격자계의 비직교성이 커서 격자의 찌그러짐이 큰 경우에는 이러한 방법으로는 수렴된 해를 얻기가 어렵다. 이 경우에는 Fig. 3에 나타낸 바와 같이, 복사강도의 방향을 고려하여 그 각각의 입체각에 대한 적절한 순서에 따라 계산하여야 한다.

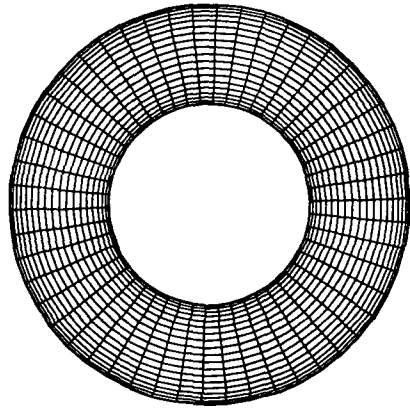
4. 결과 및 검토

4.1 동심실린더 사이의 복사열전달

P-1 근사의 경우에는 방정식의 형태가 복사강도의 방향에 관련되는 입체각이 전혀 나타나지 않으며, 열원을 가진 전도방정식의 형태가 되어 계산하려는 형상에 따라서 경계조건만 적절히 수정하면



(a) $R_i/R_o=0.1, N_r \times N_\theta=51 \times 21$



(b) $R_i/R_o=0.5, N_r \times N_\theta=51 \times 21$

Fig. 4 Gird systems for concentric cylinders

Table 2 The conditions for solving the radiative transfer equation in the concentric cylinder

	Conditions	Reference
Case I	Radiative equilibrium black isothermal walls no scattering $T_1=1.0, T_o=0.5, R_i/R_o=0.1$	Permutter and Howell ⁽¹⁸⁾ -Monte Carlo method -Diffusion approximation
Case II	Isothermal medium black isothermal walls no scattering $T_1=T_o=0, T_{medium}=1.0, R_i/R_o=0.5$	Dua and Cheng ⁽¹⁹⁾ -Analytic solution
Case III	Radiative equilibrium black isothermal walls isotropic scattering $T_1=1.0, T_o=0.8+0.1\cos\theta, R_i/R_o=0.5$	Yucel and Williams ⁽²⁰⁾ -S-4, S-8 approximation

된다. 그러나 유한체적법을 사용하여 복사열전달을 계산하는 경우에는 기하학적 형상에 따라 아주 민감한 부분이 많다. 대수방정식 (25)는 Fig. 3과 같이 복사강도의 방향에 따라 상류로부터 차례로 계산을 수행하여야 하며, 계산의 정확성과 수렴시간의 단축을 위해서는 최적의 순서를 찾는 것이 관건이 된다.^(4,5)

복사열전달 프로그램의 검증을 위해서 Fig. 4에 보인 격자계에 대하여 계산을 수행하고 결과를 비교하였다. Fig. 4의 격자계들은 ζ 와 η 방향으로 51×21 의 격자계로 직교하는 격자계이지만 앞에서 설명한 P-1 근사와 유한체적법은 비직교좌표계를 위하여 유도한 것이므로 충분히 비직교좌표계 프로그램의 검증에 이용할 수 있다. 임의로 비직교성을 부여한 격자계를 구성하여 계산을 해보았는데, 격자가 아주 심하게 찌그러진 경우가 아니면 Fig. 4의 격자계에 의한 계산결과와 거의 일치하였다. 그

리하여 두 동심실린더 사이의 복사열전달에 대하여 Fig. 4의 격자계를 이용하여 Table 2에 보인 바와 같은 세 경우에 대하여 계산을 하고 비교하였다.

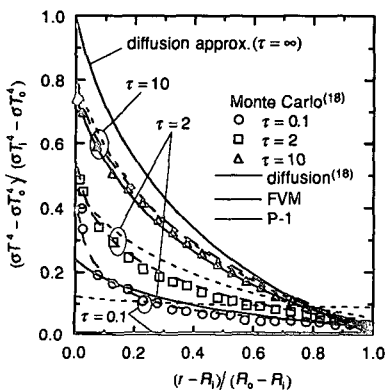


Fig. 5 Dimensionless emissive power distribution

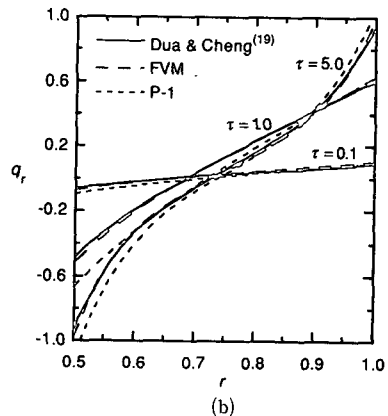
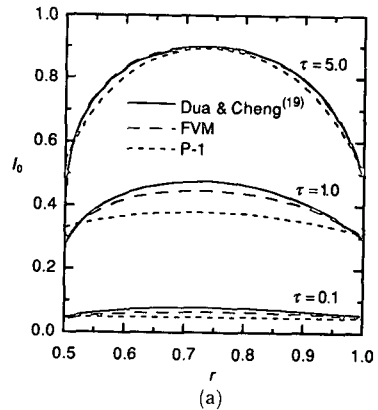


Fig. 6 (a) Radial distribution of zeroth moment of intensity
(b) Radial distribution of radial heat flux

Fig. 4(a)에 보인 격자계에 대한 계산결과를 Fig. 5에, Fig. 4(b)의 격자계에 대한 계산결과를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타내었다.

Case I 은 반경비가 $R_i/R_o=0.1$ 인 두 동심실린더의 무차원 온도가 내벽이 1.0, 외벽이 0.5이고 복사평형상태의 경우이다. Fig. 5에 Perlmutter와 Howell⁽¹⁸⁾의 Monte Carlo방법 및 확산근사에 의한 해들과 본 연구에서의 P-1 근사 및 유한체적법에 의해 구한 결과와 비교하였다. P-1과 유한체적법은 비직교좌표계에 의한 계산으로 Fig. 4의 격자계에 대한 결과이다. 광학두께 $\tau(=\beta(R_o-R_i))$ 가 커지면, 두 벽 사이의 매질에 의한 흡수 및 방사가 증가하고 확산근사와 P-1 근사에 의한 해와 일치하는 경향을 보인다. 광학두께가 0에 가까워지면 두 벽 사이의 매질이 복사에 무관하게 되어 두 벽 사이의 표면복사에 가까워 진다. 또한 광학두께가 얇으면

확산근사 및 P-1 근사에 의한 해는 크게 다른 결과를 준다. 벽에서의 흑체 방사에너지는 경계조건에 의하여 항상 1.0이 되어야 하는데 광학적으로 두꺼워지면 벽에서의 흑체 방사에너지의 불연속성이 감소한다. P-1 근사의 결과는 확산근사보다는 좋은 결과를 보여주며 유한체적법에 의한 결과는 Monte Carlo 방법에 의한 결과와 모든 광학두께의 범위에서 잘 일치하고 있다.

Case II 는 두 동심실린더의 무차원 온도는 0으로 일정하고, 매질의 무차원 온도는 1로 일정한 경우로서 그 결과를 Dua와 Cheng⁽¹⁹⁾의 엄밀해와 비교하였다. Fig. 6은 case II의 조건에 대한 계산 결과로서 유한체적법을 이용한 계산결과와 P-1 근사의 결과를 함께 나타내었다. Fig. 6(a)는 무차원 복사강도의 모멘트, (b)는 복사열유속의 반경방향 변화를 나타낸다. 두 벽의 온도가 매질의 온도보다

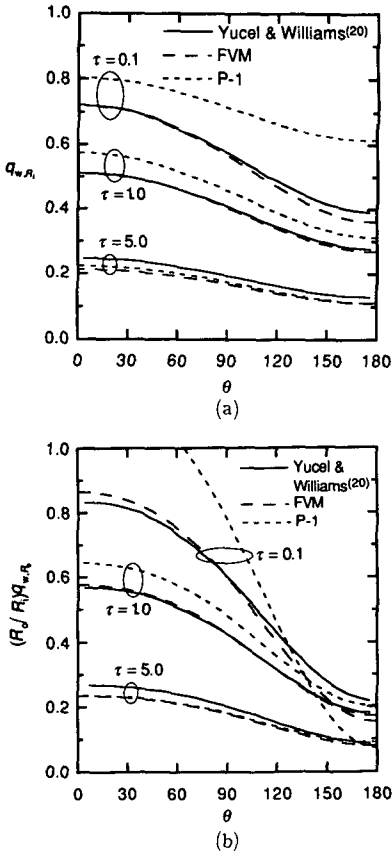


Fig. 7 (a) Angular distribution of inner wall heat flux, (b) Angular distribution of outer wall heat flux

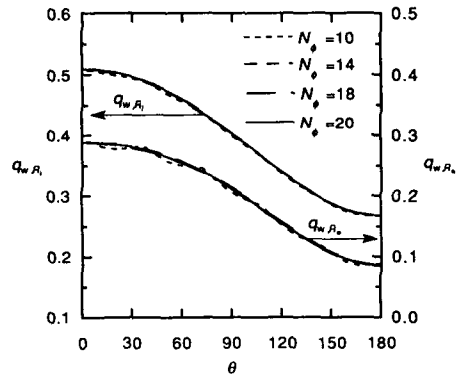


Fig. 8 Sensitivity test to the number of angle discretization

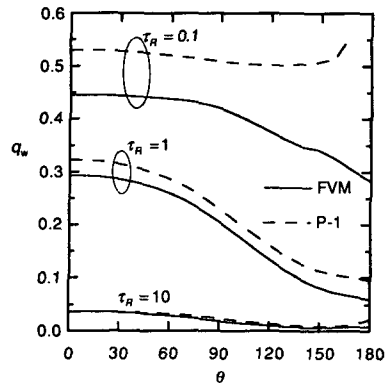


Fig. 9 The effect of the optical thickness on the radiative wall heat flux

낮기때문에 복사강도는 두 실린더 사이의 중간 근처에 최대값이 나타나고, 매질의 복사열유속은 안쪽 실린더방향으로는 음의 값을, 바깥 실린더의 방향으로는 양의 값을 갖는다. P-1 근사에 의한 결과를 Dua와 Cheng⁽¹⁹⁾의 결과와 비교하면, 앞에서도 지적 했듯이 광학두께 $\tau(=\beta R_0)$ 가 큰 경우($\tau=5.0$)에는 잘 일치하고, 광학두께가 얇은 경우에는 많은 차이를 나타낸다. 복사열유속의 경우에는 광학두께가 얇은 경우에도 P-1 근사의 결과가 Dua와 Cheng과 잘 일치하는 것처럼 보이나 이는 그 절대값이 매우 작기 때문이다. 유한체적법에 의한 결과는 대체로 광학두께의 변화에 관계없이 Dua와 Cheng의 결과와 잘 일치하고 있다. 따라서 case II의 조건에 대하여 유한체적법이 보다 정확한 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.

Case III는 매질이 등방성산란을 하고, 바깥 실린더의 온도가 원주방향으로 변하는 복사평형의 경우로서 Yucel과 Williams⁽²⁰⁾가 실린더좌표계에서 S-8 근사를 사용하여 얻은 결과와 비교하였다. 이 경우에는 안쪽 실린더의 온도는 1.0으로 고정되어 있고 바깥 실린더의 온도는 원주방향으로 $0.7(\theta=0)$ 에서 $0.9(\theta=\pi)$ 로 변한다. 이러한 온도 차로 인하여 두 벽의 반경방향 열전달은 원주방향으로 감소한다. 이 조건에 대한 계산결과를 Fig. 7에 나타내었다. Fig. 7(a)는 안쪽 실린더 표면의 복사열유속, (b)는 바깥실린더 표면의 복사열유속을 나타낸다. 광학두께 $\tau(=\beta(R_0-R_i))$ 가 얇은 매질($\tau=0.1$)에서는 열전달의 변화가 커서 $\theta=0$ 과 $\theta=\pi$ 에서 복사열유속을 비교하면 안쪽 벽에서는 두 배 정도, 바깥 벽에서는 네 배 정도 증가한다. 이러한 열전달의 원주방향 분포가 광학두께가 작은 경우에 더 변화가 크게 나타나는 이유는 광학두께가 작으면 복사에 의한 열전달이 매질내에서 더 멀리까지 영향을 미치기 때문이다. 한편 광학두께가 큰 경우에는 매질내의 복사열전달현상이 국소적인 확산과정과 비슷해져서 복사강도가 짧은 거리에서 감쇄하고 원주방향의 변화가 크지 않게된다.

유한체적법에 의한 계산결과를 Yucel and Williams⁽²⁰⁾의 결과와 비교하면 광학두께가 1일 때는 두 벽면에서 잘 일치하고, 광학두께가 작거나 큰 경우에도 타당한 결과를 보여줌을 알 수 있다. P-1 근사의 계산결과는 광학두께가 큰 경우($\tau=5$)에는 잘 일치하지만 광학두께가 작을수록 큰 차이를 보이고, $\tau=0.1$ 일 때에는 전혀 다른 결과를 준다.

Fig. 8은 유한체적법에서 이산화된 입체각의 갯수가 계산결과에 미치는 영향에 대하여 나타내었다. 입체각은 0에서 4π 까지 변하며, Fig. 2(a)에 보인 바와 같이 나누게 된다. 입체각의 격자도 공간좌표의 격자와 마찬가지로 조밀할수록 정확한 결과를 준다. 특히 입체각을 유한한 크기의 각으로 나누기 때문에 경계에서 입체각의 격자와 경계면이 불일치하는 현상이 일어나게 되어 경계에서 복사강도 및 열유속을 제대로 계산하지 못한다. 따라서 경계면에서는 입체각과 복사강도에 대한 특별한 처리를 해야 한다.^(4,5) Fig. 8을 보면 $N_\phi=10$ 일 때 벽면의 복사열유속이 진동하는 것을 알 수 있고, 바깥벽에서는 더 심하다. N_ϕ 가 18 이상이 되면 이러한 현상이 없어진다. 하지만 비직교좌표계에서는 공간좌표의 격자계의 찌그러짐이 생기게 되고 이 격자의 찌그러짐이 심할수록 입체각의 격자수를 더 많이 나누어야 타당한 결과를 준다. 본 연구의 두 동심실린더 사이의 복사열전달 계산에서는 $N_\phi=20$ 으로 고정하였다.

4.2 주유동 중에 놓인 실린더 주위의 복사열전달

실린더주위 유동에 대한 대류열전달 해석으로 구한 온도장에 대하여 P-1 근사 및 유한체적법으로 복사열전달을 해석하여 그 결과들을 비교하였다. P-1 근사와는 달리 유한체적법에서는 입체각을 유한한 갯수의 작은 각들로 나누므로 두 동심실린더 사이의 계산에서 비교하였듯이 입체각의 적절한 갯수를 찾는 것이 주어진 격자계에서 효율적인 계산을 하는데 대단히 중요하다. 입체각을 20에서 60까지 나눈 경우에 대한 실린더벽면에서의 무차원 복사열유속을 비교하였다. 입체각의 수 $N_\phi=20\sim60$ 의 각각의 경우에 대하여 정체점에서의 무차원 복사열유속은 각각 0.5848, 0.5862, 0.5868, 0.5870, 0.5869로서 $N_\phi=60$ 인 경우의 복사열유속을 기준으로 다른 경우의 복사열유속의 차이를 비율로 비교하면 $N_\phi=20\sim50$ 의 각각의 경우에 대하여 0.36%, 0.12%, 0.02%, 0.02%가 된다. 본 연구에서는 $N_\phi=30$ 으로 고정하여 계산하였다.

매질의 산란이 없고 벽면의 방사율이 0.5인 경우에 대하여 실린더 벽면에서의 광학두께에 따른 복사열유속의 변화를 Fig. 9에 나타내었다. 여기에서 광학두께는 $\tau_R=\beta R$ 로서 밀폐공간이 아닌 외부유동에 있어서는 복사열전달에 관련되는 특성길이를 정할 수 없기 때문에 지배방정식을 무차원화 할 때

사용한 기준길이인 실린더의 반지름을 광학두께 산정의 기준으로 삼았다. 광학두께가 큰 경우에는 복사열전달 현상이 국소적인 확산과정과 비슷해져서 복사강도가 짧은 거리에서 크게 감소하기 때문에 실린더주위의 고온의 유체에서 차가운 실린더벽으로 복사에 의해서 전달되는 열유속이 작게 나타나고, 같은 이유로 Fig. 9에서 보듯이 확산현상의 지배방정식의 형태로 표현되는 P-1 근사에 의한 해도 타당한 결과를 보여준다. 두 동심실린더 사이의 계산결과에서 확인한 바와같이 이 문제에 있어서도 유한체적법에 의한 결과가 비교적 타당하다고 생각된다. 광학두께가 얇아지면 먼 거리에 있는 매질간의 복사열교환이 증가하여 복사강도가 먼거리까지 전달되므로 확산 현상과는 다른 형태의 복사교환이 일어난다. 따라서 P-1 근사에 의한 결과는 유한체적법에 의한 결과와 차이를 보여준다.

Fig. 10은 광학두께가 1.0인 경우에 벽방사율의 변화에 따른 벽면에서의 무차원 복사열유속의 변화를 보여준다. 그림에서 보면 벽방사율이 클수록 복사열유속이 크게 나타나고, 벽방사율이 작으면 벽면의 복사열유속이 크게 작아진다. 벽방사율이 커지면 그만큼 벽면에 흡수되는 복사강도의 양이 증가하여 많은 복사에너지의 손실이 일어난다. 벽방사율이 작으면 벽면에 흡수보다는 반사되는 복사강도의 비율이 커지기 때문에 벽면에서의 복사에너지 손실이 감소하여 복사열유속이 작게 나타난다. 벽방사율이 0.1인 경우와 1인 경우를 비교하면 유한체적법의 경우에 정체점에서 무차원 복사열유속이 0.058과 0.58로 거의 10배 정도의 차이를 보여준다. 이와 같은 벽방사율과 복사열유속의 관계는

Table 3 Nondimensional radiative heat fluxes without scattering in the stagnation point

		FVM	P-1
$\tau_r=0.1$	$\epsilon_w=0.1$	0.0890	0.0913
	0.5	0.4453	0.5295
	1.0	0.8910	1.3530
$\tau_r=1.0$	$\epsilon_w=0.1$	0.0586	0.0644
	0.5	0.2930	0.3229
	1.0	0.5862	0.7032
$\tau_r=10$	$\epsilon_w=0.1$	0.00738	0.01108
	0.5	0.03692	0.03614
	1.0	0.07386	0.06995

Kim과 Lee⁽²¹⁾의 직사각 밀폐공간에서의 복사열전달 연구에서도 보고된 바 있다. Table 3에 나타낸 유한체적법의 결과에서 다른 광학두께에서도 벽방사율과 복사열유속 사이에 이러한 관계가 나타나는 것을 알 수 있다. 또 벽방사율이 클수록 P-1 근사의 결과는 유한체적법에 의한 결과보다 더 큰 복사열유속을 갖는 것으로 나타났다.

산란알베도에 따른 복사열유속의 변화를 보기 위하여 광학두께가 1.0이고 벽방사율이 0.5인 등방성 산란의 경우를 Fig. 11에 나타내었다. 먼저 유한체적법에 의한 결과를 보면 산란알베도 ω 가 0.1인 경우는 산란이 작은 경우로 산란이 없는 경우($\omega=$

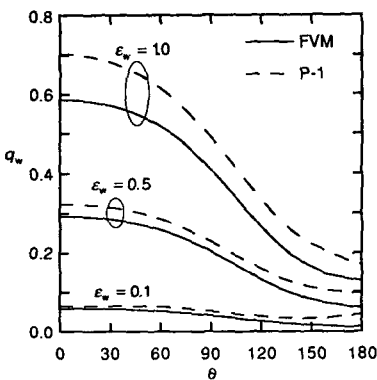


Fig. 10 The effect of wall emissivity on the radiative wall heat flux

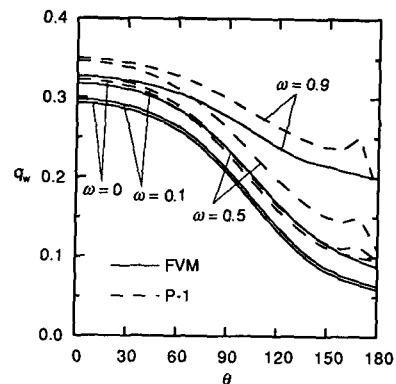


Fig. 11 The effect of the scattering albedo on the radiative wall heat flux

0)와 큰 차이가 없다. 산란 알베도가 커지면($\omega=0.5$) 전체적으로 비슷하게 복사열유속이 증가하고, $\omega=0.9$ 인 경우에는 실린더의 뒤쪽에서 복사열유속이 크게 증가한다. 산란알베도가 크면 상대적으로 매질의 흡수계수가 작아지기 때문에 매질에 의하여 흡수되는 복사에너지가 줄어들고 산란되는 양이 증가한다. 따라서 매질내에서의 복사에너지 손실이 감소하기 때문에 전체적으로 벽면에 전달되는 복사에너지가 증가한다. P-1 근사의 경우에는 전반적으로 유한체적법에 의한 결과에 비하여 복사열유속이 크게 나타나지만 그 경향은 비슷하다. P-1 근사의 경우에 $\theta=165^\circ$ 부근에서 복사열유속이 갑자기 커지는 현상을 볼 수 있는데 이는 P-1 근사에서 복사열유속을 계산하는 방법과 격자계의 영향때문에 나타나는 것으로 생각된다. 즉 실린더의 뒷부분에서는 C-형 격자에서 격자사이의 간격이 커지고 격자계의 찌그러짐이 크게되며, 따라서 식(15)의 복사열유속을 계산할때 복사강도의 구배를 정확히 계산하지 못하게 된다. 유한체적법의 경우에는 식(28)과 같이 적분을 통하여 복사열유속을 계산하므로 이러한 현상이 나타나지 않는다.

Fig. 12에는 광학두께가 1.0, 벽방사율이 0.5, 산란알베도가 0.5인 경우의 비등방성 산란의 영향을 비교하였는데 비등방성 산란의 영향은 그리 크지 않다. 전방산란의 경우($a=1$)에는 등방성산란인 경우($a=0$)보다 약간 크고 후방산란의 경우($a=-1$)에는 복사열유속이 약간 감소한다.

Fig. 13은 유한체적법에 의한 계산결과로 주유동의 무차원온도가 1.0일 때 실린더 벽면의 온도 변화에 따른 무차원 복사열유속의 변화를 나타낸다. Fig. 13(a)는 $\tau_R=1$, $\epsilon_w=1$ 일 때 벽면의 온도 변화에 따른 실린더 벽면의 무차원 복사열유속을 나타낸다. 정체점에서는 $T_w=0.4$, $\theta=90^\circ$ 에서는 $T_w=0.5$ 일 때 복사열유속의 최대값이 나타나는데 그 값은 각각 0.6115, 0.4505이다. 이는 전도와 대류열 전달에서 온도차가 큰 경우에 열유속이 가장 커지는 현상과는 다른 복사열전달 현상의 특성으로 Fig. 13(b)에서 그 이유를 알 수 있다. Fig. 13(b)는 주유동의 상류에서 중심선을 따라 정체점까지의 반경방향 복사열유속을 나타내는데 주유동온도와 벽온도의 차이가 커지면 벽면에서보다 벽 근처의 유동내에서 복사열유속의 최대값이 나타나는 것을 볼 수 있다. 이러한 현상은 전도와 대류에 의하여 벽 근처 유동의 온도와 벽온도가 같아져야하므로 벽면

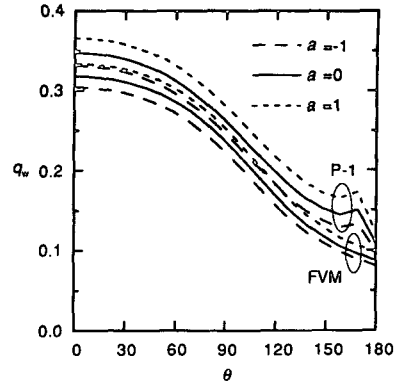
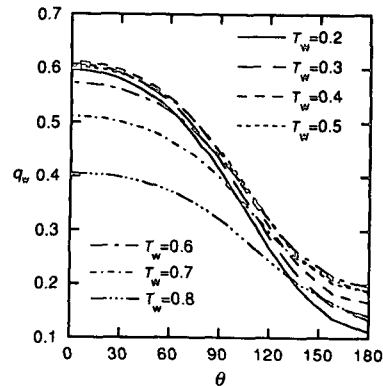
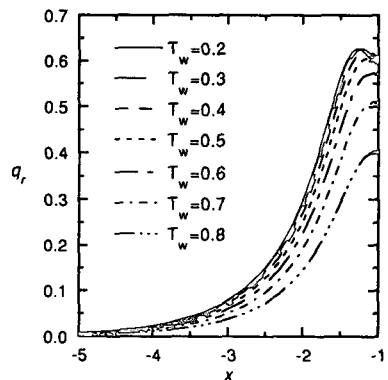


Fig. 12 The effect of the anisotropic scattering on the radiative wall heat flux



(a) The radiative wall heat flux and



(b) The radiative heat flux along the center line

Fig. 13 The effect of the wall temperature on

에서 온도의 불연속성을 유도하는 복사열전달에 의한 열전달은 벽근처에서 감소하여 유동장내에 복사열유속의 최대값이 나타나며, (22) 주유동과 벽면의

온도차가 클수록 벽근처에서 복사열유속이 크게 감소한다. 이런 까닭으로 정체점에서 복사열유속은 $T_w=0.4$ 일 때 가장 크게 나타난다.

5. 결 론

본 논문에서는 많은 유동문제에서 접하게 되는 비직교좌표계에서 복사전달방정식을 풀기위한 방법을 연구하였다. Chui and Raithby^(4,5)의 유한체적법(FVM)과 함께 P-1 근사를 비직교좌표계에 적용하여 동심실린더 사이의 복사열전달을 해석하여 그 결과를 기존의 발표된 결과들과 비교하여 타당성을 검증하였고 주유동중에 놓인 실린더 주위의 복사열전달 계산을 수행하였다.

두 동심실린더 사이의 복사열전달 문제에서 유한체적법을 이용한 결과가 이미 문헌에 발표된 결과들과 광학두께에 관계없이 잘 일치하며 유한체적법의 비직교좌표계로의 적용 타당성을 확인할 수 있었다. 그러나 P-1 근사에 의한 결과는 널리 알려진 바와 같이 광학두께가 작은 경우에는 부적절한 결과를 보여주었다.

단일실린더 주위의 유동장에서 대류열전달 해석을 통하여 구한 온도장에 대하여 위의 두 방법을 가지고 복사열전달 계산을 수행하고 그 결과를 비교하였다. P-1 근사는 유한체적법에 비하여 벽면에서의 복사열유속을 크게 예측하였고, 두 동심실린더 사이의 결과와 연관하여 고려할때 유한체적법에 의한 계산결과들은 비교적 합리적인 결과라고 판단된다. 실린더 벽면의 복사열유속은 광학두께 및 벽방사율의 증가에 따라서 크게 증가하였고, 비등방성 산란을 포함한 산란의 영향은 비교적 크지 않았다. 실린더 벽면의 온도의 영향은 $T_w=0.4$ 일 때 복사열유속이 최대가 되고 주유동과 벽면의 온도차가 작아지면 복사열유속이 크게 감소한다.

본 연구는 복사열전달 효과를 포함한 열전달 현상을 비직교좌표계를 이용하여 예측하기 위한 첫 단계로서 수행한 것으로 유한체적법은 비직교좌표계에서 복사전달 방정식의 근사해법으로 유용성이 크고 P-1 근사방법으로도 광학두께가 큰 경우에는 어느 정도 타당한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였으며 본 연구를 바탕으로 복잡한 유동장이 연계되어 있는 비직교좌표계에서의 복사열전달 문제를 해석하는 것이 앞으로의 과제이다.

후 기

수행된 연구는 1994년도 교육부 학술연구조성비(ME94-A-04)에 의하여 이루어졌으며 이에 대해 관계자에게 감사드린다.

참고문헌

- (1) Schuh, M. J., 1987, "Numerical Prediction of Fluid and Particle Motions in Flow Past Tubes," Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley.
- (2) Howell, J. R., 1988, "Thermal Radiation in Participating Media : The Past, the Present, and Some Possible Futures," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1220~1229.
- (3) Viskanta, R. and Munguc, M. P., 1987, "Radiative Heat Transfer in Combustion Systems," *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 13, pp. 97~160.
- (4) Chui, E. H., 1990, "Modelling of Radiative Heat Transfer in Participating Media by the Finite Volume Method," Ph. D. Thesis, Dept. of Mechanical Eng. Univ. of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada.
- (5) Chui, E. H. and Raithby, G. D., 1993, "Computation of Radiant Heat Transfer on a Nonorthogonal Mesh Using the Finite-Volume Method Part B," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 23, pp. 369~288.
- (6) Dong, Z. F., Ebdian, M. A. and Bigzadeh, E., 1993, "Convective-Radiative Heat Transfer in a Square Duct with a Centered Circular Core," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 14, No. 1, pp. 68~75.
- (7) Acrivos, A., Leal, L. G., Snowden, D. D. and Pan, F., 1968, "Further Experiments on Steady Separated Flows Past Bluff Objects Part 1," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 34, pp. 25~48.
- (8) Grove, A. S., Shair, F. H., Peterson, E. E. and Acrivos, A., 1964, "An Experimental Investigation of the Steady Separated Flow Past a Circular Cylinder," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 19,

- pp. 60~81.
- (9) Coutanceau, M. and Bouard, R., 1977, "Experimental Determination of the Main Features of the Viscous Flow in the Wake of a Circular Cylinder in Uniform Translation. Part 1. Steady Flow Part 2," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 79, pp. 231~256.
- (10) Collis, D. C. and Williams, M. J., 1959, "Two-dimensional Convection from Heated Wires at Low Reynolds Numbers," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 6, pp. 357~384.
- (11) Hatton, A. P., James, D. D. and Swire, H. W., 1970, "Combined Forced and Natural Convection with Low Speed Air Flow over Horizontal Cylinders," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 42, pp. 17~31.
- (12) Badr, H. M., 1977, "A Theoretical Study of Laminar Mixed Convection from a Horizontal Cylinder in a Cross Stream," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 265~270.
- (13) Thompson, J. F., Warsi, Z. A. and Mastin, C. W., 1985, *Numerical Grid Generation, Foundations and Applications*, North-Holland, New York.
- (14) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York.
- (15) Siegel, R. and Howell, J. R., 1992, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 3rd ed., Hemisphere.
- (16) Modest, M. F., 1993, *Radiative Heat Transfer*, McGraw-Hill.
- (17) Chui, E. H. and Raithby, G. D., 1992, "Prediction of Radiative Transfer in Cylindrical Enclosures with the Finite Volume Method," *J. Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, No. 4, pp. 605~611.
- (18) Perlmutter, M. and Howell, J. R., 1964, "Radiant Transfer Through a Gray Gas Between Concentric Cylinders Using Monte Carlo," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 86, pp. 169~179.
- (19) Dua, S. S. and Cheng, P., 1975, "Multi-dimensional Radiative Transfer in Non-isothermal Cylindrical Media with Non-isothermal Bounding Walls," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 245~259.
- (20) Yucel, A. and Williams, M. L., 1987, "Azimuthally Dependent Radiative Transfer in Cylindrical Geometry," In *Fundamentals and Applications of Radiation Heat Transfer* (Edited by Smith, A. M. and Smith, T. F.), *ASME/HTD*, Vol. 72, pp. 29~35.
- (21) Kim, T.-K. and Lee, H., 1988, "Effect of Anisotropic Scattering on Radiative Heat Transfer in Two-dimensional Rectangular Enclosures," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1711~1721.
- (22) Viskanta, R., 1963, "Interaction of Heat Transfer by Conduction, Convection and Radiation in Radiating Fluid," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 85, pp. 318~328.