

용착 금속을 고려한 필릿 용접에서 온도 분포 예측을 위한 해석적 모델

정 선 국* · 조 형 석**

An Analytical Solution for Transient Temperature Distribution in Fillet Arc Welding Including the Effect of Molten Metal

Seon Kook Jeong* and Hyung Suck Cho**

Key Words : Fillet Weld(필릿용접), Mapping(사상), Finite Thickness(유한두께), Bivariate Gaussian Distribution(이변량정규분포), Infinite Plate(무한평판), Analytical Solution(해석해), Molten Metal(용착금속)

Abstract

This paper presents an analytical solution to predict the transient temperature distribution in fillet arc welding including the effect of molten metal. The solution is obtained by solving a transient three-dimensional heat conduction equation with convection boundary conditions on the surfaces of a plate, and mapping the infinite plate onto the fillet weld geometry with energy equation. The electric heat input on the fillet weld and on the infinite plate is assumed to have a combination of two bivariate Gaussian distribution. To check the validity of the solution, FCA welding experiments were performed under various welding conditions. The actual isotherms of the weldment cross-sections at various distances from the arc start point are compared with those of simulation result.

1. 서 론

아크 용접은 조선 등 중공업 분야에서는 많이 사용되는 공정이다. 그러나 아크의 강한 열과 빛 그리고 유해가스의 다량 방출 등으로 인하여 작업 조건이 매우 열악하고 또한 고도의 숙련이 요구됨

으로 많은 사람들이 기피하고 있다.

그리하여 용접의 자동화가 크게 요구되어 왔다. 자동화를 위해서는 우선 공정의 이해가 필요하다. 용접 후 비드의 단면 형상은 품질을 대변하는 좋은 자료가 된다. 그러나 용접 과정의 복잡한 물리적 현상 때문에 모델의 구성이 어렵고 또한 수치 해석은 지나친 계산시간이 요구됨으로 공정의 모

* 정회원, 거제전문대학 기계과

** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

델로 이용하기는 어렵다. 그렇지만 용접 후 비드 단면을 예측할 수 있는 해석해를 구하면 용접변수의 최적 선정이나 제어시 모델로서 유용하게 사용될 수 있다.

그리하여 모재의 물리적인 성질이 온도에 무관하다고 가정하고 준정상상태에서 열전도방정식을 풀어 용융시 형상에 용접변수들이 영향을 미치는 정도를 정성적으로 파악하는 연구는 오래전 부터 시도되었다¹⁾. 그 이후 많은 연구가 수행되어 분포 열원을 도입하였고²⁾, 상변태를 고려하였으며³⁾ 용융금속의 유동도 고려 되었다⁴⁾.

그러나 준정상상태에서 구해진 해는 제어 시스템의 모델이나 용접조건의 최적화에 사용하기에는 부적당하다. 그리하여 Eager와 Tsai⁵⁾는 이동하는 정규분포 열원하에서 반 무한 두께의 무한 평판에서 과도 상태의 온도 분포를 예측하는 식을 유도하였다. 그러나 이 식은 반 무한 두께라는 가정 때문에 얇은 판에서는 오차가 크고 특히 이면 비드 측은 예측이 불가능하였다.

그리하여 Boo⁶⁾는 3차원 열전도방정식에 모재 표면에서의 대류경계조건을 적용하여 유한 두께의 무한 평판에서 이동하는 분포 열원 하에서의 온도 분포를 예측할 수 있는 해석해를 구하였다.

그러나 이상의 모든 내용은 평판 위에서의 비드 용접에 관한 것이다. 비드용접은 박판의 맞대기 용접과 유사하나 시험에 주로 쓰이고 실 사용은 매우 제한적이다. 실제로 가장 많이 이용되는 용접은 필릿용접이다. 조선의 경우 전체 용접중 83%를 필릿용접으로 하고 있음이 보고되었다⁷⁾. 그러므로 필릿용접에서 용접 후 비드 형상, 즉 과도상태의 온도 분포를 예측할 수 있는 해석해를 구하는 것이 매우 필요하다.

그리하여 최근에 Jeong과 Cho⁸⁾는 필릿용접부가 평판에 비하여 기하학적 형상이 복잡하고 아크의 분포도 단순하지 않음을 극복하기 위하여 필릿용접시의 아크 분포를 이변량정규분포로 가정하였다. 그리고 이러한 분포 열원이 용접선을 따라 이동하는 유한 두께의 무한 평판에서의 온도 분포를 구할 수 있는 해석해를 유도하였다. 그리고 무한평판과 필릿용접 사이의 사상함수를 구하였다. 그리고 사상되는 두 미소 영역에서의 열전도량이 동일하다고 가정하여 물리적인 관계를 구하였다. 이 사상함수를 이용하여 평판에서 구해진 온도 분포를 필릿용접으로 사상시킴으로써 이변량정규분포를

지닌 이동하는 열원 하에서 유한 두께의 필릿용접부의 온도 분포를 예측할 수 있게 되었다.

그러나 이 연구에서는 용접시 용착금속의 생성을 고려하지 않았으며 또한 용접선 상에 존재하는 모재의 불연속을 고려하지않아 용착부 및 열영향부의 예측에 오차가 발생하였다. 그러므로 본 연구에서는 평판에서의 온도 분포를 필릿용접으로 변환시키는 사상함수와 에너지방정식에 용착금속의 존재를 고려하였다.

그리고 해석해의 정확성을 검증하기 위하여 두께가 같은 두 연강판의 필릿용접에 대하여 용접조건을 변화시키면서 실험을 하였으며 용접 시작점에서 일정한 간격으로 여러 단면에서 비드의 형상을 해석해의 계산 결과와 비교하였다. 이 결과 용융부 및 열영향부의 형상에 대하여 좋은 결과를 보여주고 있다.

2. 필릿 용접부의 과도 상태에서의 온도 분포

2.1 개요

모재와 용접토치에 대한 좌표계는 Fig. 1과 같다. 여기서 X, Y, Z 는 모재 표면상의 원점에 고정된 좌표계이고, x, y, z 는 아크 중심, $(X_a, Y_a, 0)$ 에 원

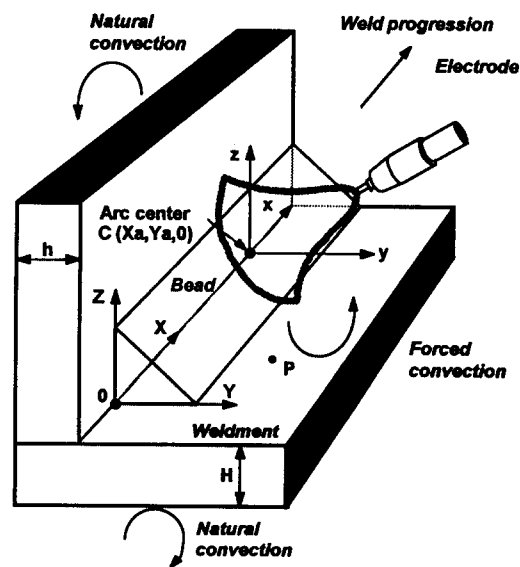


Fig. 1 Coordinates of the weldment for analysis

점을 둔 이동하는 좌표계이다. 그림에서 H, h 는 각 부재의 두께이다.

용접시 아크가 위치하는 면에서는 보호가스의 유동에 의한 강제대류와 반대 면에서는 자연대류 현상에 의한 열 손실이 생긴다. 그러므로 이를 경계조건으로 사용한다. 또한 모재상에서 점 열원으로 부터 무한히 먼곳의 온도는 상온 T_0 로 가정하며, 초기조건으로 처음에 모재의 온도도 T_0 로 가정한다.

필릿용접부는 형상이 복잡하여 지배방정식과 경계조건으로 부터 직접 온도 분포를 예측하는 해석해를 구하기는 어렵다. 그러므로 Fig. 2와 같이 형상이 다소 간단한 평판에서의 해를 구한다음 그 결과를 필릿용접으로 사상시킴으로서 필릿용접에서의 온도 분포를 구하고자 한다.

한편 필릿용접으로 사상시킬 경우 기하학적인 사상 만이 아니고 물리적인 변환 관계를 만족시키기 위하여 실제 좌표계, 필릿용접, 와 사상된 좌표계, 평판, 사이의 대응하는 두 미소 영역을 통과하는 총 열량이 동일하다는 조건을 만족시키는 에너지방정식을 적용한다.

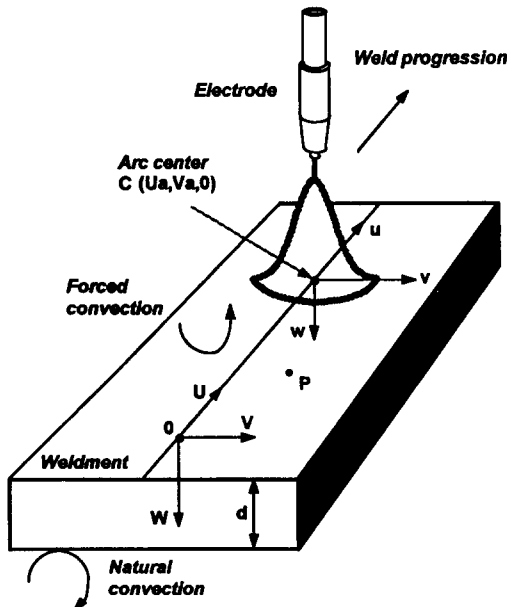


Fig. 2 The transformed coordinates

2.2 변환된 좌표계에서의 온도분포

평판에서의 좌표계는 Fig. 2와 같으며 여기서 U, V, W 는 평판에 고정된 좌표계이고, u, v, w 는 아크의 중심에 원점을 둔 이동하는 좌표계이다.

아크 용접시 모재에 열이 가하여졌을때 아래의 열전도방정식을 만족시켜야 한다.

$$\rho c \frac{\partial T_w}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T_w) \quad (1)$$

여기서 T_w 는 모재에서의 온도이고 ρ, c, k 는 온도 T_w 에서 모재의 밀도, 비열, 열전도율이며 t 는 시간이다. 지난 연구²⁻⁶⁾에서와 마찬가지로 ρ, c, k 를 일정하다고 가정하면 열전도방정식(1)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + \frac{\partial^2}{\partial w^2} \right) T_w \quad (2)$$

여기서 $\alpha = k/\rho c$ 로서 열확산 계수이다.

용접시 아크가 위치하는 면과 반대 면에서는 대류 현상에 의한 열손실이 생긴다. 그러므로 다음과 같은 경계조건이 성립한다. 평판의 윗면에서는

$$-k \frac{\partial T_w(U, V, 0)}{\partial W} + h_1(T_w(U, V, 0) - T_0) = 0 \quad (3)$$

아랫 면에서는

$$k \frac{\partial T_w(U, V, d)}{\partial W} + h_2(T_w(U, V, d) - T_0) = 0 \quad (4)$$

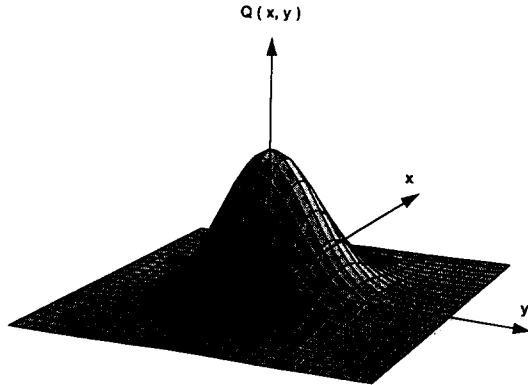
여기서 h_1, h_2 는 각각 윗 면과 아랫 면에서의 유효대류계수이며 T_0 는 상온, d 는 평판의 두께이다. 또한 모재상에서 열원으로부터 무한히 먼곳의 온도는 T_0 로 가정한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T_w(U, V, W, t) = T_0 \quad (5)$$

여기서 $r = \sqrt{(U-U')^2 + (V-V')^2 + (W-W')^2}$ 으로서 점 열원의 위치 (U', V', W') 으로부터의 거리이다. 그리고 초기 조건은 아래와 같이 주어진다.

$$T_w(U, V, W, 0) = T_0 \quad (6)$$

이변량정규분포는 Fig. 3과 같으며 이때 σ_x, σ_y 는 분포정수이며 길이의 차원을 지닌다. 여기서 $\sigma^2 = \sigma_x \times \sigma_y$ 로 두면 아크의 열 분포는 다음과 같이 이변량정규분포로 가정한다.



$$Q(x, y, t) = \frac{q(t)}{2\pi \sigma_x \sigma_y} \exp\left[-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)\right]$$

Fig. 3 The bivariate Gaussian distributed heat source

$$Q(u, v, t) = \frac{q(t)}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{\sigma_y^2 u^2 + \sigma_x^2 v^2}{2\sigma^4}\right] \quad (7)$$

여기서 $q(t)$ 는 시간 t 에서 가해진 입열량으로 $q(t) = \eta VI(t)$ 이며 η 는 입열상수이다. 여기서 입열상수는 아크효율과 동일한 의미를 지니지만 정량적인 면에서 차이가 있다. 입열상수는 전기입력에 대하여 모재에 전달되는 열량과 표면에서의 대류 열손실을 포함한 열량의 비로 정의한다.

위에서 열거한 식(2)에서(7)까지를 만족시키는 해를 구하면 이동하는 이변량정규분포 열원하에서 무한평판에서의 온도 분포를 예측할 수 있다. 이해를 구함에 있어 다음과 같이 4단계로 유도한다.

첫째 강도가 q 인 점 열원이 시간 t_1 일때 모재상의 한점 $(U, V, 0)$ 에 순간적으로 가해진 경우 모재상의 한 점 $P(U, V, W)$ 에서의 온도 T_0 를 구한다.

둘째로 이변량정규분포 열원이 시간이 t_1 일때 모재의 원점에 순간적으로 가해진 경우 점 열원에 의한 온도분포식을 점 열원의 크기 $q = Q(u, v)$ 로 두고 분포열원이 분포한 전 영역에 대하여 적분하여 구한다.

셋째로 열원의 중심이 임의의 점 (U_n, V_n, W_n) 에

있는 경우로 확장하고, 마지막으로 분포열원이 이동하는 경우, 시간 t 일때 모재에서의 온도 분포는 시간 $t_1=0$ 부터 $t_1=t$ 까지 순간 분포열원에 의한 각 순간 순간에서의 열 분포를 중첩 시킴으로써 구할 수 있다. 그러므로 이동하는 분포열원에 의한 온도 분포를 이동하는 좌표계 (u, v, w) 를 기준으로 표시하면 다음과 같다⁸⁾.

$$T_n(u, v, w, t) - T_0 = \int_0^t \frac{q(t_1)}{\pi \rho c d} \cdot \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^4 + 2\alpha(t-t_1)\sigma_x^2} \cdot \sqrt{\sigma^4 + 2\alpha(t-t_1)\sigma_y^2}} \cdot \exp\left[\left[-(\sigma_x^2 + 2\alpha(t-t_1))[u + U_n(t) - U_n(t_1)]^2 + (\sigma_y^2 + 2\alpha(t-t_1)) \cdot [v + V_n(t) - V_n(t_1)]^2\right] / \left[2(\sigma_x^2 + 2\alpha(t-t_1)) \cdot (\sigma_y^2 + 2\alpha(t-t_1))\right]\right] \cdot \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n^2(t-t_1)) \cdot \left(\cos\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}}(w - W_n)\right) + \frac{\beta_n \sqrt{\alpha}}{\mu_n} \sin\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}}(w - W_n)\right)\right) dt_1 \quad (8)$$

여기서 상수들은 다음과 같다.

$$A_n = \frac{\mu_n^2}{\mu_n^2 + \alpha\beta_1^2 + \frac{2\alpha\beta_1}{d}}$$

$$\tan\left(\frac{\mu_n d}{\sqrt{\alpha}}\right) = \frac{\sqrt{\alpha}\mu_n(\beta_1 + \beta_2)}{\mu_n^2 - \beta_1\beta_2\alpha}$$

$$\beta_1 = \frac{h_1}{k}, \quad \beta_2 = \frac{h_2}{k}, \quad k = \rho c \alpha$$

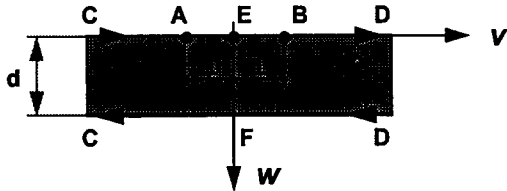
2.3 평판과 필릿 용접 사이의 사상함수

식(8)은 Fig. 2로 표시된 평판에서 이동하는 이변량정규분포 열원이 가해진 경우 시간 t 에서의 온도 분포를 보여주고 있다. 필릿용접에서의 온도 분포를 구하기 위하여 u, v, w 를 x, y, z 로 사상시킨다. Fig. 1 과 2에서 용접선 방향으로 $x=u$ 이므로

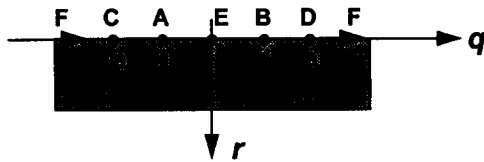
y - z 평면과 v - w 평면 사이의 사상함수를 구하면 된다. 사상함수를 구하기 위하여 Fig. 4와 같이 세계의 복소평면을 도입한다. 복소수 $W=v+wi$ 는 무한 평판의 단면을 표시한다. 복소수 $R=q+ri$ 는 허수 값이(+)인 진 영역(upper half plane)을 의미하며, 복소수 $Z=y+zi$ 는 필릿용접의 단면에 해당된다. 부록에서 W 와 R 사이의 사상함수는 다음과 같으며

$$R = a \cdot \frac{e^{\frac{\pi}{d}(W-d)} + 1}{e^{\frac{\pi}{d}(W-d)} - 1} \quad (9)$$

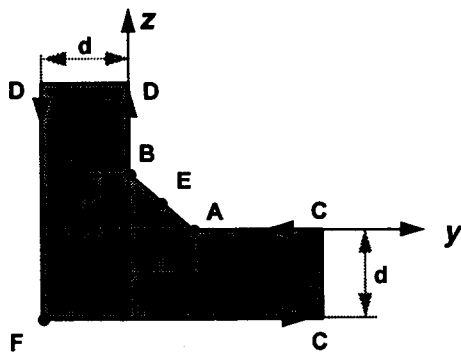
R 과 Z 사이의 사상함수는 아래와 같이 구하여진다.



(a) Complex $W=v+wi$



(b) Complex $R=q+ri$

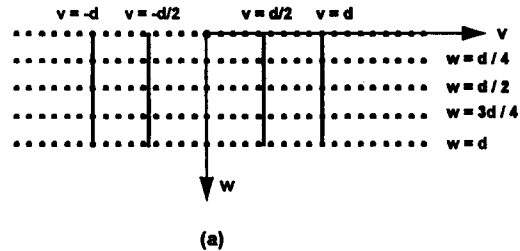


(c) Complex $Z=y+zi$

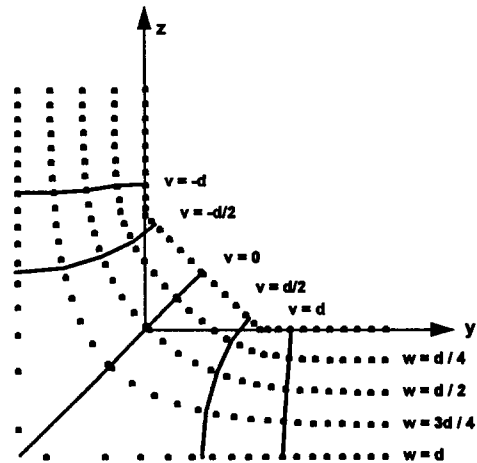
Fig. 4 The complex planes used for mapping

$$Z = K \int_0^\infty \frac{(\xi^2 - 1)^{1/4}}{(\xi^2 - a^2)} d\xi + \frac{L}{2} + \frac{L}{2}i \quad (10)$$

식(10)의 상수 a 와 K 는 부록에서와 같은 방법으로 구한다. 사상함수를 검증하기 위하여 Fig. 5와 같이 사상함수를 이용하여 v - w 평면을 y - z 평면에 사상시켰다. 이 그림은 두께 d 의 평판에서 두께가 d 이며 다리길이가 d 의 8/9인 필릿용접으로 사상시킨 것이다. v - w 평면 상에서 v, w 가 일정한 선들이 y - z 평면으로 사상되고 있다.



(a)



(b)

Fig. 5 Schematic illustration of conformal mapping. A - transformed plane, $W=v+wi$
B - physical plane, $Z=y+zi$.

2.4 무한 평판에서의 분포 열원

이변량정규분포 열원은 총입열량 $q(t)$, 분포정수 σ_v, σ_w 를 알면 형태가 정해진다. 필릿용접부의 온도

를 알기 위하여 우선 무한평판에서의 온도를 구하여야 한다. 이를 위하여 x, y, z 좌표상의 $q(t), \sigma_x, \sigma_y$ 에 해당하는 u, v, w 좌표상의 $q_w(t), \sigma_w, \sigma_z$ 를 구하여야 한다. 용접선 방향으로 $\sigma_x = \sigma_y$ 이며 총입열량은 동일하여 $q_w(t) = q(t)$ 이므로 σ_w 만 구하면된다. 이 경우는 분포열원이 Z 에서 W 로 식(9), (10)의 역사상된 경우에 해당된다. 역함수를 구하면 그 형태가 매우 복잡하므로 단순히 분포정수가 다른 이변량정규분포로 가정한다. 이때 분포정수는 $Z = \sigma_w$ 를 식(9), (10)에 대입하여 구한 W 를 σ_w 로 취한다. 연산자 M 를 도입하여 식(9), (10)을 $Z = M(W)$ 로 표시하면 주어진 σ_w 에 대하여 σ_w 는 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma_w = M(\sigma_w) \tag{11}$$

2.5 필릿용접에서의 온도 분포

앞 절에서 구한 사상함수는 단순히 기하학적 사상이며 물리적인 변환이 아니다. 그러므로 필릿용접에서의 온도를 구하는 마지막 단계로 에너지방정식을 고려한다. 사상될때 두 평면 상의 대응하는 두 미소 영역을 통과하는 총열량은 동일하다. 그러므로 각 점에서는 다음 식을 만족하게 된다.

$$T(x, y, z, t) = T_w(u, v, w, t) \cdot \left| \frac{dW}{dZ} \right|$$

부록에서 $\frac{dZ}{dR} = K \frac{(R^2 - 1)^{1/4}}{(R^2 - a^2)}, \frac{dW}{dR} = \frac{-2ad}{\pi(R-a)(R+a)}$

$$R = a \cdot \frac{e^{\frac{\pi}{d}(W-d)} + 1}{e^{\frac{\pi}{d}(W-d)} - 1} \quad \text{이므로}$$

필릿용접부의 온도 분포는 다음과 같이 주어진다.

$$T(x, y, z, t) = T_w(u, v, w, t) \cdot \left| \frac{-2ad}{\pi K (R^2 - 1)^{1/4}} \right| \tag{12}$$

3. 해석해와 실험 결과의 비교

3.1 해석해를 이용한 시뮬레이션

본 절에서는 식(8)-(10)과 (12)로 표시된 해석

해를 검증하고자 한다. 이를 위하여 실험과 동일한 조건에서 계산 결과를 비교 검토하였다.

용접 재료의 물리적 성질은 온도의 함수이지만 계산시는 상온과 모재의 용융점(1495 °C)의 거의 중간부분인 700 °C의 값을 사용하였다. 그 값은 Table 1과 같다. Table 1의 두 열전달계수는 여러 연구 결과^{6, 8, 9)}를 참조하여 $h_1 = 50 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, $h_2 = 18 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ 를 사용하였다.

시뮬레이션에서 사용한 아크 열원의 분포는 2개의 이변량정규분포가 조합된 형태를 지니는 것으로 가정하였다. 이때 두 열원 중 하나는 열량의 크기는 용착금속이 지닌 총열량과 같으며 분포정수는 Fig. 6과 같이 용착금속의 분포와 가장 유사한 축대칭인 정규분포로 가정하였다. 여기서 용융금속이 전극으로 부터 이탈되는 온도는 2300 °K이며⁹⁾ 용융잠열은 15.2 KJ/mole이므로 이 두 열량을 합한 열량을 지니며 분포정수는 그림과 같이 각장이 L 인 경우 $L/2\sqrt{3}$ 이 된다. 이 열량은 Table 2의 용접조건에서 전기입력의 31%에 해당하였다.

그리고 나머지 한 가지는 표면에서의 대류 손실과 모재에 전달된 열량을 합한 것으로 전기입력의 45%를 지니며 분포정수는 2.27 mm로 결정하였다. 일반적으로 GMA 용접에서 아크효율은 66-71%⁹⁾ 또는 70%¹⁰⁾로 보고되어 있는 내용과 잘 일치하는 값이다. 그리고 분포정수 2.27 mm는 참고문헌 9)에서 사용된 5.56 mm와 동일한 물리적 의미를 지니는 값으로 하였다.

Table 1. Physical properties of the weldment

PROPERTY	NOTATION(UNIT)	WELDMENT
Thermal conductivity	$k(\text{W/m}^\circ\text{K})$	30.3
Specific heat	$c(\text{J/Kg}^\circ\text{K})$	752
Density	$\rho(\text{Kg/m}^3)$	7860
Forced convection heat coefficient	$h_1(\text{W/m}^2^\circ\text{K})$	50
Natural convection heat coefficient	$h_2(\text{W/m}^2^\circ\text{K})$	18

Table 2. Welding condition

CONDITION	NOTATION(UNIT)	VALUE
Welding current	A	240
Heat input	W	7200
Gun travel speed	mm/sec	5
Contact tube to workpiece	mm	20

Table 3. Chemical composition of the weldment

C	Mn	Si	P	S
0.15%	1.3%	0.35%	0.016%	0.007%

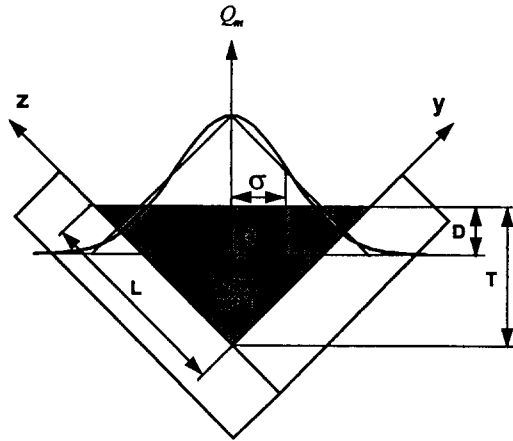


Fig. 6 The heat of molten metal is assumed as a Gaussian distributed heat source and apply on the plane which across the centroid G.

아크 열은 초기에는 모재 표면에 직접 가해지고 용융금속이 생성되기 시작하면 용융금속의 윗면에도 가해지다가 어느정도 이후에는 용융금속의 윗면에 대부분의 열량이 전달된다. 그러나 본 논문에서는 해석해의 적용을 단순화하기 위하여 위에서 구한 두 분포 열원이 Fig. 6과 같이 용융금속의

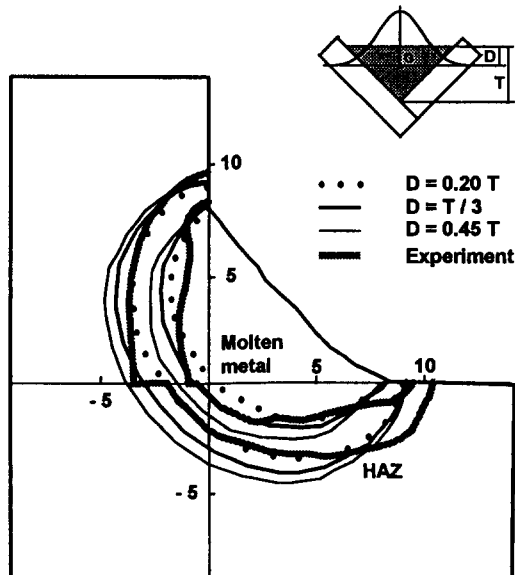


Fig. 7 Temperature distributions for various heat applying position(distance from arc start point : 3 5 mm, arc efficiency : 76%, current : 240A, voltage : 30V, travel speed : 5 mm/sec)

도심 G를 지나는 평면상에 계속 가해지는 것으로 가정하였다. 그리고 이 위치의 타당성을 보여주기 위하여 Fig. 7과 같이 세 가지 위치에 대하여 계산 결과를 비교하였다.

3.2 실험

해석해의 정확성을 검증하기 위하여 FCA 용접으로 실험을 하였다. 용접자세는 하향이며 용접 와이어의 지름은 1.2 mm로 AWS E71T-1 상당품을 사용하였다. 보호 가스는 CO₂ 100%를 사용하였다.

사용한 모재는 DnV 선급강재 AH32를 사용하여 200 mm · 50 mm크기의 시편을 두께 9mm로 동일한 두 판재의 필릿 용접에 대하여 용접 속도, 전류, 전압

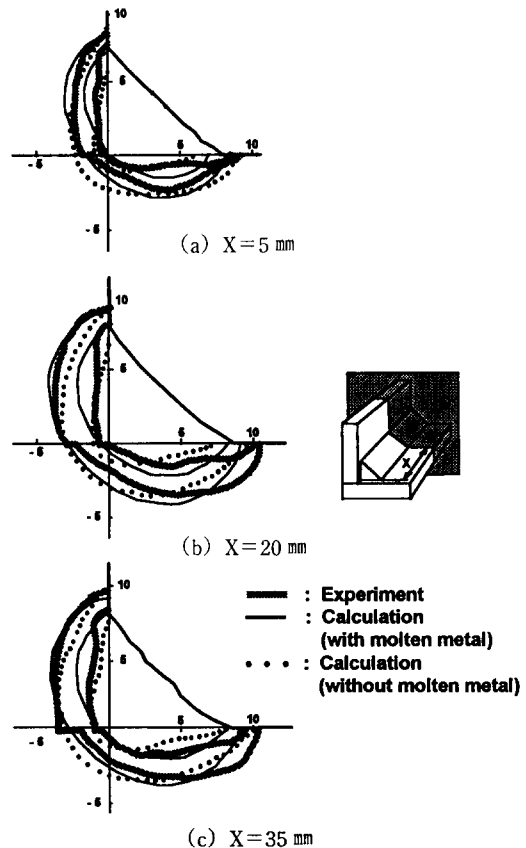


Fig. 8 Temperature distributions on cross section for various distances from arc start point(distribution parameter : 2.27 mm, arc efficiency : 76%, current : 240A, voltage : 30V, travel speed : 5 mm/sec)

을 여러 가지로 변화시켜 실험을 수행하였다.

용접후 비드 단면을 절단하여 연마하고 예칭한 후 A1 변태점(723℃)과 고상선(1495℃)을 관찰하여 Fig. 8과 같이 두 등온선을 계산 결과와 비교하였다.

3.3 실험 결과와 계산 결과의 비교 검토

해석해를 사용한 결과, Fig. 7은 분포열원이 가해지는 위치를 세 가지로 변경하였을 때 모재에서의 온도 분포를 보여주고 있다. 그림에서 보면 아크가 용융금속의 윗면 가까이에 가해진 경우는 루트부에서 용입이 적게 나타나고 반대인 경우는 깊게 나타난다. 그러나 용융부 및 열영향부의 폭은 거의 영향을 받지 않는다. 본 연구에서는 Fig. 6에 보인 용착금속의 도심 G를 통과하는 평면에 가해지는 것으로 하였으며 결과가 매우 잘 일치하고 있다.

이 결과는 아크 시작점에서 35 mm 떨어진 단면에서 본 결과이다. 이는 0.1초 간격으로 단면의 온도 분포를 조사하여 용융부와 열영향부가 최대가 되었을때의 경계선을 표시한 것으로 이 시간은 모재의 두께와 총 입열량의 크기에 영향을 받는다. 그러므로 두 경계선이 동일한 시점에 형성된 것은 아니다.

해석해와 실험의 비교는 Fig. 8에 있다. Fig. 8에서는 실험 결과와 용착금속의 존재를 고려하지 않은 지난 연구 결과⁶⁾ 및 용착금속을 고려한 결과를 함께 비교하였다. 그림에서 보면 용착금속을 고려하지 않은 지난 연구 결과(가는 실선)는 실험(굵은 실선)에 비하여 루트부에서 용입이 지나치게 크며 전체적인 형상에서 차이를 보이고 있다. 그러나 용착금속을 고려한 계산 결과(점선)는 좋은 경향을 보이고 있다.

계산상 열영향부의 형상은 대칭이지만 실제는 그러하지 않다. 이것은 두 부재의 연결부에 불연속이 존재하기 때문이며 이 틈새는 모든 용접부에 필연적으로 존재하여 열영향부의 형상은 항상 비대칭이 되며 열영향부의 깊이도 두 부재에서 서로 다르게 나타난다.

실험 결과와 계산 결과의 비교시 용융부의 폭과 열영향부의 폭은 5-15%의 오차를 보이고 있으며 비드밀 용입과 열영향부의 깊이는 전체적으로 잘 일치하나 일부 위치에서는 20% 이상의 오차를 보이고 있다. 그리고 루트부에서의 용입도 잘 일치

하고 있다. 전체적으로 오차의 크기는 아크 시작점 근처에서는 크고 정상상태에 가까울수록 적게 나타났다.

4. 결 론

두 모재가 동일한 두께의 필릿용접시 용착금속을 고려한 모재에서의 온도 분포를 예측할 수 있는 해석해를 유도하였다.

이때 아크 열입력은 두개의 이변량정규분포의 조합된 형태로 가정하였다. 그리고 두개 중 한개는 용착금속이 지닌 총열량과 동일한 형태로 취하였으며 두 열원은 용착금속의 도심을 지나는 평면상에 가해지는 것으로 가정하였다.

해석해의 검증을 위하여 계산과 FCA 용접으로 실험한 결과를 비교하여 과도상태에서 온도 분포를 잘 예측함을 확인할 수 있었다. 그러나 용융부에서는 전극으로 부터 용융금속의 점진적인 생성과 이에 따른 아크 분포의 변화, 그리고 용융금속의 유동 등을 고려하지 않았기 때문에 오차가 발생하였다.

그리고 열영향부에서도 좋은 결과를 보이고 있으나 실제 용접시 두 모재 사이에 틈새가 존재함에 따라 열영향부가 비대칭으로 나타난다.

참 고 문 헌

1. Daniel Rosenthal : Mathematical Theory of Heat Distribution during Welding and Cutting, Welding Research Supplement, MAY,(1941), pp. 220-234
2. C. L. Tsai : Modeling of Thermal Behaviors of Metals during Welding, In Trends of Welding Research in the US, ASM(1982), pp. 91-108.
3. N. D. Malmuth : Temperature Field of a Moving Point Source with Change of State, Int J. Heat Mass Transfer, Vol. 19(1976), pp. 349-354
4. A. C. Nunes : An Extended Rosenthal Weld Model, Welding Research Supplement, JUNE(1983), pp. 165-170.
5. T. W. Eager, N. S. Tsai : Temperature Fields Produced by Traveling Distributed Heat Sources, Welding Journal, DEC,(1983), pp. 346-355.
6. K. S. Boo, H. S. Cho : Transient Temperature

Distribution in Arc Welding of Finite Thickness Plates, PIMEchE, Part B, Vol. 204,(1990), pp. 175-183.

7. 성요경, 한용섭 : 조선 분야에서의 용접 기술 응용 연구, 대한용접학회지, Vol 10, No 4,(1992), 12월호, pp. 82-90.
8. 정선국, 조형석 : 필릿 용접 공정에서 온도 분포 예측을 위한 해석적 모델, 대한용접학회지, Vol. 13, No 2,(1995), 6월호, pp. 68-81.
9. P. Tekriwal, J. Mazumder : Finite Element Analysis of 3-Dimensional Transient Heat Transfer

in GMA Welding, Welding Journal, JUL,(1988), pp. 150-156.

10. J. P Boillot, P. Cielo, G. Begin, C. Michel, M. Lessard, P. Fafard, D. Villemure : Adaptive welding by fiber optic thermographic sensing : An analysis of thermal and instrumental considerations, Welding Journal, July, 1985, pp. 209-217.
11. H. S. Carslaw, J. C. Jaeger : Conduction of Heat in Solids, 2nd edition, (1980), Oxford University Press, pp. 441-447.

부 록

평판에서 용착금속을 포함한 필릿용접으로의 사상함수 유도

1. 복소평면 R과 Z 사이의 사상함수

사상 이론 중 다각형을 허수값이(+)인 영역에 사상시키는 Schwarz-Christoffel 이론¹¹⁾을 적용시키기 위하여 Fig. 4의 A, B, C, 그리고 D점을 선택하면

$$\frac{dZ}{dR} = K \frac{(R^2-1)^{1/4}}{(R^2-a^2)} \quad (a>1) \quad (a1)$$

$$\text{그러므로 } Z=K \int_0^R \frac{(\xi^2-1)^{1/4}}{(\xi^2-a^2)} d\xi + C \quad (A1)$$

사상 조건을 적용시켜 상수를 구하면, E점에서 $R=0$ 일때 $Z=L/2+L/2 i$ 이므로 상수 $C=L/2+L/2 i$ 이다. 또 A점에서 $R=-1$ 일때 $Z=L$ 이며 B점에서 $R=1$ 일때 $Z=Li$ 이다. 두 조건에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$K = \frac{-\frac{L}{2} + \frac{L}{2} i}{\int_0^1 \frac{(\xi^2-1)^{1/4}}{(\xi^2-a^2)} d\xi} \quad (A2)$$

그리고 $R>a$ 인 임의의 R에서 Z의 실수값은 $-d$

이므로 다음 식이 성립된다.

$$-d = \text{real} \left[\int_0^R \frac{(\xi^2-1)^{1/4}}{(\xi^2-a^2)} d\xi + C \right] \quad (R>a) \quad (A3)$$

(A3)를 만족시키는 a 를 구한 후(A2)에서 K 를 구하면 사상함수는 다음과 같다.

$$Z = K \int_0^R \frac{(\xi^2-1)^{1/4}}{(\xi^2-a^2)} d\xi + \frac{L}{2} + \frac{L}{2} i \quad (A4)$$

2. 복소평면 W와 R사이의 사상함수

동일한 방법으로 C, D, 그리고 E점을 선택하면

$$\frac{dW}{dR} = \frac{K_1}{(R-a)(R+a)}$$

$$W = \frac{K_1}{2a} \log \frac{R-a}{R+a} + C_1$$

상수를 구하기 위하여 사상 조건을 적용시키면 E점에서 $R=0$ 일때 $W=0$ 이며, F점에서 $R \rightarrow \infty$ 일때 $W=di$ 이다. 그러므로 상수 $C_1=di$ 이며 $K_1=-2ad/\pi$ 이다. 그러므로 사상함수는 다음과 같다.

$$W = -\frac{d}{\pi} \log \frac{R-a}{R+a} + di, \quad (A5)$$

$$R = a \cdot \frac{e^{\frac{\pi}{d}(W-di)} + 1}{e^{\frac{\pi}{d}(W-di)} - 1}$$