

다각형 인공 지물의 시차도 복원*

이대선 · 엄기문 · 이쾌희

서강 대학교 전자공학과 로보트 연구실

Reconstruction of Disparity Map for the Polygonal Man-made Structures

Dae-Sun Lee · Gi-Mun Um · Kuae-Hi Lee

Robotics Lab. E.E. Dep. Sogang Univ.

Abstract

This paper presents reconstruction of disparity in images. To achieve this, the algorithm was made up of two different procedures - one is extraction of boundaries for man-made structures and the other is matching of the structures.

In the extraction of boundaries for man-made structures, we assume that man-made structures are composed of lines and the lines make up closed polygon. The conventional algorithms of the edges extraction may not perceive man-made structures and have problems that matching algorithms were too complex. This paper proposed sub-pixel boundaries extraction algorithm that fused split-and-merge and image improvement algorithms to overcome complexity.

In matching procedure, feature-based algorithm that minimize the proposed cost function are used and the cost function considers movement of mid-points for left and right images to match structures. Because we could not obtain disparity of inner parts for the man-made structures, interpolation method was used. The experiment showed good results.

1995년 8월 12일 접수 ; 1995년 8월 28일 수리.

* 본 연구는 국방 과학 연구소의 지원을 받은 연구의 일부분이다.

1. 서 론

컴퓨터 비전의 기본적인 목적은 영상 안에 있는 사물의 구조적인 묘사를 추출하는 것으로 전형적인 응용 영역은 항공 영상이나 위성 영상으로부터 건축 구조물을 감지해내는 것이다. 스테레오 영상은 3차원 깊이 정보를 제공하여 이러한 문제를 쉽게 만들뿐만 아니라 양적으로 측정할 수 있게 한다.

스테레오 영상에서 3차원 정보 복원은 일반적이다. 깊이 추정을 하기 위해 대응 문제에 대해 많은 연구가 수행되었지만, 스테레오 영상으로부터 구조 묘사 문제는 거의 다루어지지 않고 있다.

본 논문에서는 한 쌍의 스테레오 위성 영상, 그리고 모델 영상으로부터 구조적으로 인공 지물을 추출하는 것을 보이고 있다. 사용 영상은 영역 기반 정합의 기본 가정인 연속성을 가지지 않기 때문에 특정 기반 정합을 사용하고 있다. 특정 추출에 있어 인공 지물 추출 시스템은 밝기 불연속적인 점들을 기본적인 단서로 사용했고, 인공 지물의 구조적인 문제를 해결하기 위해서 인공 지물을 에지 단위가 아닌 구조물로 인식하는 화소 분할 알고리듬을 제안하였다.

정합에서는 구조적인 인공 지물의 추출과 연계될 수 있도록 좌우 중심점에 대한 비용 함수를 제안하여 정합하였다. 이때 인공 지물의 내부 부분에 대한 정합은 구할 수 없기 때문에 반복 평균 방법을 통해 내삽(interpolation)시켜주었다.

2. 화소 분할을 이용한 인공 지물의 경계 추출

일반적으로 필터는 주어진 영상에 대하여 크기가 고정되어 있고, 모든 화소에 대하여 동일하게 선형적으로 곱하거나 더하여 원하는 영상의 특징을 얻어내는 함수이다. 그러나 만약 사물의 크기가 한정되거나 사물의 주위에 존재하는 잡음 등으로 인하여 실제 에지 추출시 에지가 어떤 정보를 가지는가를 규명하기에는 큰 어려움이 있다. 이를 해결하기 위하여 split-and-merge 알고리듬(X. Wu 1993)을 이용하여 후보 영역을 추출하고, 화소 분할을 통하여 경계를 추출하였다. 이 알고리듬은 작은 사물체 추출에 용이하고 필요 없는 정보를 효율적으로 줄일 수 있게 된다. 이 밖에 화소를 분할해서 얻은 에지는 직선 성분을 얻어내기 쉬울 뿐 아니라 전처리 과정과의 결합으로 영상을 단순화할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 다음은 경계 추출 과정의 세부 단계를 보이고 있다.

2.1. 인공 지물의 후보 추출 과정

영상 내에서 인공 지물의 경계 추출시 인공 지물의 대략적인 위치를 알고 있다면 인공 지물

의 경계 추출에 필요한 수행 시간을 줄일 수 있을 뿐 아니라, 인공 지물의 경계가 아닌 지역을 찾을 확률을 감소시킴으로써 보다 정확하게 인공 지물을 복원할 수 있다. 이를 위해 split-and-merge 알고리듬을 사용하여 인공 지물의 후보를 추출하였고, 얻은 후보 영역들로부터 대략적인 인공 지물의 중심점 및 크기를 구하여 경계 추출 범위를 제한시켰다.

2.2. 좌측 방향 인공 지물의 에지점 추출

그림 1에서와 같이 2.1절 과정에서 구한 대략적인 인공 지물의 중심점으로부터 “ $1.2 \times$ 인공 지물의 크기”의 길이까지 한 화소씩 좌측으로 이동하면서 그림 2의 1차원 캐니 연산자(Sudeep Sarkar and Kim L. Boyer 1991) 창틀을 씌워 국부 최대값을 가지는 화소를 찾아 모두 저장한다. 캐니 연산자는 작은 국부 최대값을 가지는 화소에 대해서도 찾을 수 있게 설계되었고, 이는 인공 지물 경계의 밝기차가 작은 부분의 검출을 쉽게 하기 위함이었다.

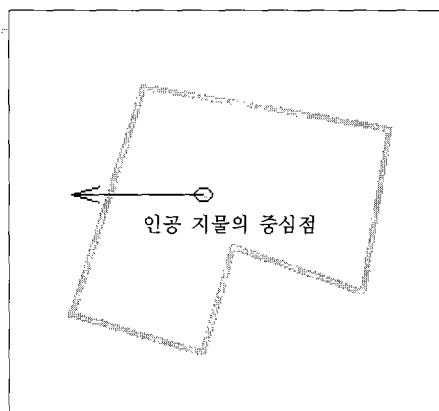


그림 1. 인공 지물의 에지점 추출

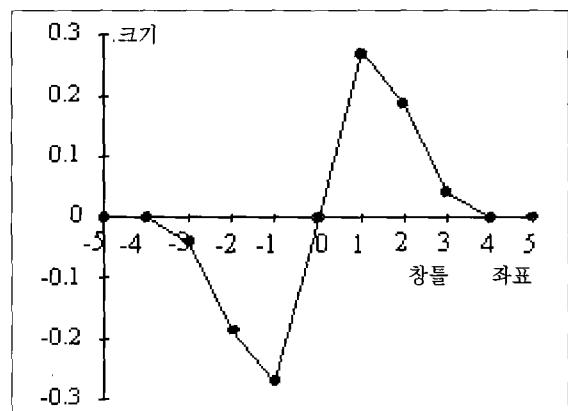


그림 2. 1차원 캐니 연산자

2.3. 화소의 분할(M. Nitzberg and T. Shiota)

2.2절에서 구한 국부 최대값을 가지는 점에 대해 인공 지물의 중심점에 가까운 화소부터 화소 분할을 수행한다. 즉 중심 화소에 대하여 11×11 창틀 내에 있는 원영상을 분할하여 그 화소들 사이에 두개의 부화소(sub-pixel)를 생성시키게 된다. 이 부화소는 원래 화소의 밝기값과 연속적이어야 하므로 식 (1)에 의해 그 밝기값이 결정된다. 이 과정에서 생성된 영상은 31×31 크기가 된다.

$$\text{여기서 } \Delta_{new} = \chi_{i+1} - \chi_{new} = \chi_{new} - \chi_i \quad \Delta_l = \chi_{new} - \chi_{i-l} \quad \Delta_r = \chi_{i+2} - \chi_{new}$$

$$I_{in} = \frac{1}{2} [I_i + I_{i+l}] \quad I_{out} = \frac{I_{i+l} \Delta r + I_{i+2l} \Delta l}{\Delta r + \Delta l}$$

i : 영상에서의 좌표

χ : 실제 영상 상의 거리 좌표

new : i와 i+1 사이에 생성될 새로운 좌표

Δi : 생성될 new 좌표와 $i-1$ 좌표 사이의 거리

Δ^r : 생성될 new 좌표와 $i+2$ 좌표 사이의 거리

Δ_{new} : i 좌표와 new 좌표 사이의 거리

I_{new} : 생성될 new 좌표의 영상 밝기 값

2.4. Anisotropic diffusion 과정(P. Perona and J. Malik 1990)

화질 개선은 잡음이 섞인 영상으로부터 잡음이 제거된 영상을 추정하는 문제로 언급되고, 관찰된(observed) 영상이 감쇄되어 있다는 가정에서 시작되었다.

Anisotropic diffusion 과정은 비선형적인 열 방정식을 풀어 구현한 것으로, 일반적으로 균일한(isotropic) 과정의 알고리듬이 모든 화소에 대하여 동일한 처리 과정을 가지는데 반해, 비균일적인(anisotropic) 알고리듬으로 모든 화소에 대하여 다른 처리 과정을 갖는다. 즉 이 연산자는 주위 화소의 기울기 값에 따라 발산 정도가 결정되게 되는데, 식 (2) 및 그림 3에서 볼 수 있듯이 기울기가 크면 발산 상수가 작아져 평활화를 작게 해주고, 기울기가 작다면 발산 상수가 커져 평활화를 크게 해주게 되어 영상의 잡음 성분을 제거해주게 된다.

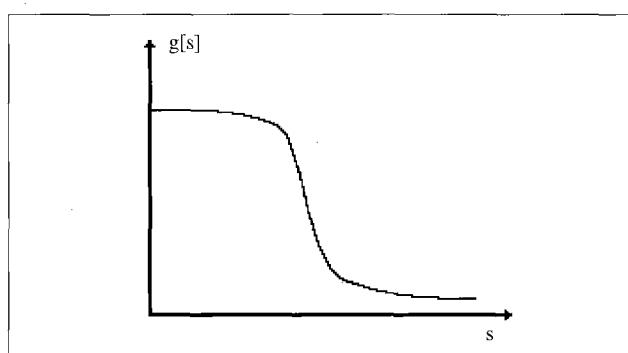


그림 3. 비선형적인 $D[g(\cdot)]$ 함수의 그래프

$$\hat{f}_t = \operatorname{div}(D\nabla f) \dots \quad (2)$$

여기서 f : 영상의 밝기값 t : 반복 횟수 div : 발산(divergence) D : 발산 상수

$$D(x,y,t) = g(\|\nabla f(x,y,t)\|) = g(s) = \frac{1}{1 + (\frac{\|\nabla f\|}{K})^2}$$

2.5. 2차원 캐니(Canny) 연산자를 이용한 에지 추출

2.4절에서 얻은 영상을 그림 4와 같은 2차원 캐니 연산자를 이용하여 에지를 추출한다. 여기에서 캐니 연산자는 에지에 민감하게 창틀의 크기를 줄이고 거리가 가까운 화소 밝기값의 비중을 높여 주었다.

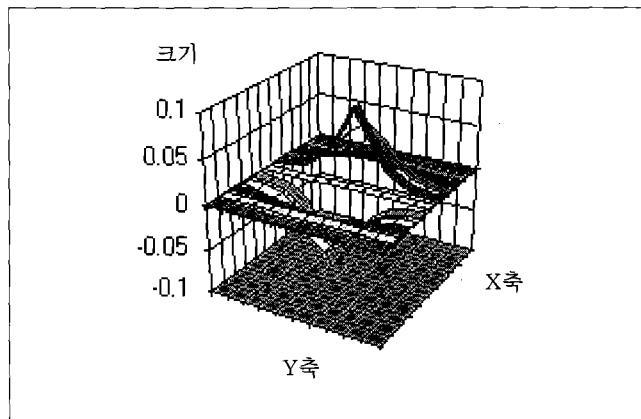


그림 4. 2차원 캐니 연산자

2.6. 세선화(Thinning)(B. K. Jang and R.T. Chin 1990)

캐니 연산자는 국부 최대값을 이용하기 때문에 세개 이상의 화소가 서로 연결되어 있는 경우는 그리 많지 않다. 그러나 한 화소와 세개 이상의 화소가 연결되어 있다면 에지를 직선화하는데 어려움을 가지게 된다. 따라서 세선화 알고리듬을 사용하여 에지 화소가 두개 이하의 이웃 에지 화소만을 가지게 한다.

2.7. 경계 예지 성분들의 직선화

세선화된 예지 성분들은 직선이 아니라 곡선의 상태이므로 이를 직선화해야만 인공 지물의 경계를 판단할 수 있게 된다. 이런 곡선은 여러 개의 직선으로 이루어질 수 있기 때문에 이에 맞게 예지를 직선으로 구성해야 한다.

이 때 직선은 아래의 최소 자승법에 의해 직선 파라미터인 기울기, 절대값, 절편을 구하게 된다.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - b - ax_i)^2 \quad (3) \quad \alpha = \frac{S_{xx}S_y - S_xS_{xy}}{\Delta} \quad (4) \quad \alpha = \frac{SS_{xy} - S_xS_y}{\Delta} \quad (5)$$

여기서 $S=N$ $S_x = \sum_{i=1}^N x_i$ $S_y = \sum_{i=1}^N y_i$ $S_{xx} = \sum_{i=1}^N x_i^2$ $S_{xy} = \sum_{i=1}^N x_i y_i$

$$aS + bS_x = S_y \quad aS_x + bS_{xx} = S_{xy} \quad \Delta = SS_{xy} - S_x^2$$

χ^2 : 최소 자승 오차	S : 화소의 갯수	S_x : x좌표값의 합
S_y : y 좌표값의 합	S_{xy} : x좌표값과 y좌표값에 대한 곱의 합	
a : 직선의 기울기	b : 직선의 절편	

2.8. 인공 지물의 경계 예지 판단

처음으로 인공 지물 경계를 찾기 시작할 때에는 $20^\circ \sim 160^\circ$ 내에 존재하고 중심 화소와 1.5 화소 거리 안에 있는 예지를 추출한다. 이 과정에서 예지가 존재하지 않으면 2.2절의 중심에서 가까운 국부 최대값에 대하여 위 조건을 찾을 때까지 2.3절~2.7절 과정을 다시 수행하게 된다. 만약 2.2절의 국부 최대값을 가지는 점들 모두가 위 조건을 만족하지 않으면 다른 인공 지물 후보에 대하여 위 과정을 수행한다.

2.9. 경계 직선의 진행

2.8절의 과정에서 예지 직선이 검출되면 해당 화소를 저장하고, 찾은 예지 직선의 아래 점을 중심으로 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7절의 과정을 수행하면서 2.8절의 과정에서 저장된 인공 지물 예지 각도 차이와 10° 이내에 있는 직선을 찾는다. 예지 직선이 찾아지면 화소를 계속 저장하고 아래 방향으로 진행한다. 이 때 아래 방향으로 더 이상 진행하지 않게 되면 꼭지점이라 판단하여 시계 방향으로 처음의 시작점에서 윗방향으로 직선이 존재하지 않거나 처음 시작 직선과 만날 때 까지 진행한다. 이 때 모든 저장된 화소를 이용해 인공 지물의 한 변에 대한 직선 파라미터를 추출한다. 시계 방향에 대한 인공 지물의 직선 후보가 존재하지 않으면 반시계 방향으로 진행하게 된다.

2.10. 꼭지점 부분에서 에지 직선의 진행 방향 결정

2.9절의 과정에서 직선이 더 이상 진행되지 않으면 직선은 새로운 방향으로 진행할 것을 결정하게 되는데 그림 5와 같이 화살표 방향에 대하여 2 화소 거리 내에서 직선 에지가 존재하면 그 직선이 새로 진행할 직선으로 결정하게 된다. 이 때 찾아진 직선 에지와 이전까지 진행한 에지 직선과의 각도가 10° 이내에 있으면 이전의 직선으로 판단하여 계속 진행한다.

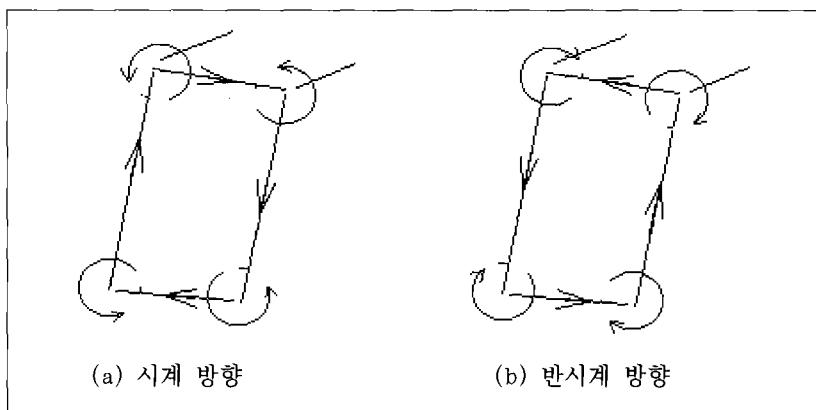


그림 5. 꼭지점에서 직선의 추출

2.11. 인공 지물의 판단 및 꼭지점 계산

변의 길이가 3개 이상이 되고 처음 인공 지물이라고 추정되는 직선과의 거리가 1화소 이내로 접어들면 인공 지물이라고 판단한다. 저장되어 있는 각 변의 직선의 파라메터를 이용하여 각 변의 꼭지점을 구한다.

2.12. 인공 지물의 찾기 종료

만약 다른 인공 지물의 후보가 존재한다면 그 후보에 대해 2.2절~2.11절까지 과정을 수행하고 존재하지 않으면 위에서 구한 꼭지점을 저장하고 인공 지물 찾기를 종료한다.

3. 인공 지물의 정합

특징 기반 정합을 하기 위해서는 먼저 특징을 정해야 한다. 본 논문에서는 폐다각형에 대한

인공 지물의 외각 길이, 면적, 꼭지점의 수, 밝기, 좌우측 중심점에 대한 오차 등을 특징으로 사용하여 좌우 인공 지물을 정합하였다. 또한 정합 순서는 좌우 인공 지물을 정합시킨 후 꼭지점을 정합하였다.

3.1. 인공 지물 정합

과정 1) 좌측에 존재하는 인공 지물 하나와 우측에 있는 인공 지물 하나를 선택하여 정합시킨다.

과정 2) 비용 및 xflow, yflow를 구하여 저장한다.

여기서 xflow, yflow와 비용은 다음과 같이 계산된다.

* xflow = 우측 인공 지물의 중심 x - 좌측 인공 지물의 중심 x

yflow = 우측 인공 지물의 중심 y - 좌측 인공 지물의 중심 y

* 비용 계산

④ 면적에 대한 비용

$$\text{비용 } 1 = \frac{|\text{좌측 인공 지물의 면적} - \text{우측 인공 지물의 면적}|}{\max(\text{좌측 인공 지물의 면적}, \text{우측 인공 지물의 면적})}$$

⑤ 길이에 대한 비용

$$\text{비용 } 2 = \frac{|\text{좌측 인공 지물의 길이} - \text{우측 인공 지물의 길이}|}{\max(\text{좌측 인공 지물의 길이}, \text{우측 인공 지물의 길이})}$$

⑥ 꼭지점 수에 대한 비용

$$\text{비용 } 3 = \frac{|\text{좌측 인공 지물의 꼭지점 수} - \text{우측 인공 지물의 꼭지점 수}|}{\max(\text{좌측 인공 지물의 꼭지점 수}, \text{우측 인공 지물의 꼭지점 수})}$$

⑦ 밝기에 대한 비용

$$\text{비용 } 4 = \frac{|\text{좌측 인공 지물의 밝기} - \text{우측 인공 지물의 밝기}|}{\max(\text{좌측 인공 지물의 밝기}, \text{우측 인공 지물의 밝기})}$$

⑧ 중심점 이동에 대한 비용

$$\text{비용 } 5 = \frac{\sqrt{x \text{ error} + y \text{ error}}}{\sqrt{(x \text{ flow}^2 + y \text{ flow}^2)}}$$

$$x \text{ error} = (\text{좌측 중심 } x \text{ 좌표} + x \text{ flow} \text{ 우측 중심 } x \text{ 좌표})^2$$

$$y_error = (\text{좌측 중심 } y \text{ 좌표} + yflow - \text{우측 중심 } y \text{ 좌표})^2$$

$$\therefore \text{최종 비용} = \text{비용1} + \text{비용2} + 0.5 \times \text{비용3} + \text{비용4} + \text{비용5}$$

- 과정 3) 나머지 좌우측에 존재하는 인공 지물을 비용이 최소로 되게 정합한다.
- 과정 4) 위의 모든 비용들을 모두 더해 저장한 후에 과정 1로 가서 좌우측 인공 지물을 다르게 정합 한다.
- 과정 5) 더 이상 다른 정합 조합이 없으면 저장된 비용들에 대하여 최소의 비용을 만드는 정합쌍들을 찾는다.

3.2. 꼭지점 정합

꼭지점 정합은 앞 절에서 기술한 비용을 최소로 하는 xflow, yflow에 대하여 꼭지점 정합 비용을 계산하여 최소의 비용을 만들어 내는 꼭지점들끼리 정합을 수행한다.

3.3. 반복 평균을 이용한 내삽(interpolation)

특정 기반 정합에서는 내부 부분에 시차가 존재하지 않는 문제가 발생한다. 이는 내삽을 통하여 인공 지물 내부의 시차값을 구하게 되는데 본 논문에서는 반복 평균 방법을 제안하여 사용하였다.

먼저 반복 평균 방법은 두 꼭지점을 잇는 직선 성분의 시차는 그대로 두고 직선 내부에 존재하는 부분에 대하여 주위 8방향 시차를 평균하여 계산하며, 전체 시차가 어느 범위 안으로 수렴될 때까지 반복하게 된다. 반복 평균 내삽 방법은 인공 지물이 평평하다는 가정하에 이용되는데, 이 경우에는 인공 지물의 내부를 쉽게 추정할 수 있다. 그러나 인공 지물 내부가 평평하지 않다면, 그 안에 존재하는 에지를 찾아내야만 정확한 인공 지물의 복원이 가능하다.

4. 실험 결과 및 고찰

4.1. 실험에 사용한 영상

그림 4.1은 실험에 사용한 영상을 보이고 있다. 그림 6.(a)는 대전 지역 위성 영상으로 10m 해상도를 가진다. 그림 6.(b) – (c)는 3-D Studio 툴을 이용하여 만든 모델 영상으로 표준 편차 10인 가우시안 잡음을 섞었다. 이들 영상은 256×256 크기를 가지고 있으며 0에서 255까지 밝기 단계를 가진다.

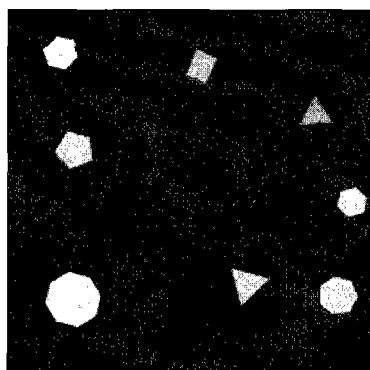


〈좌측 영상〉

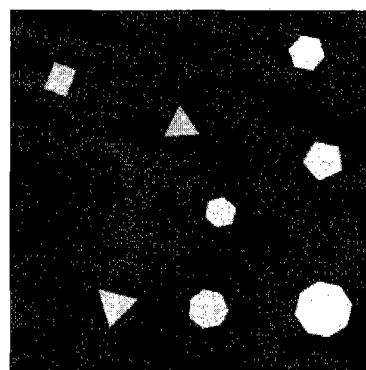


〈우측 영상〉

(a) 실험 영상쌍 I

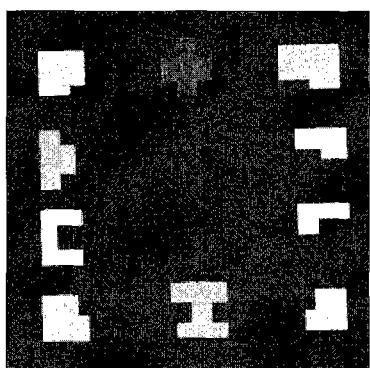


〈좌측 영상〉

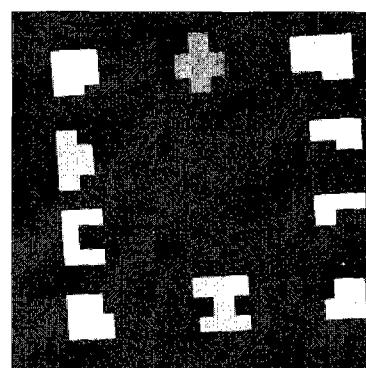


〈우측 영상〉

(b) 실험 영상쌍 II



〈좌측 영상〉



〈우측 영상〉

(c) 실험 영상쌍 III

그림 6. 실험에 사용한 영상

4.2. 인공 지물 후보 추출 실험 결과

그림 7은 실험 영상의 좌측에 대한 영역 분류 결과를 보이고 있다

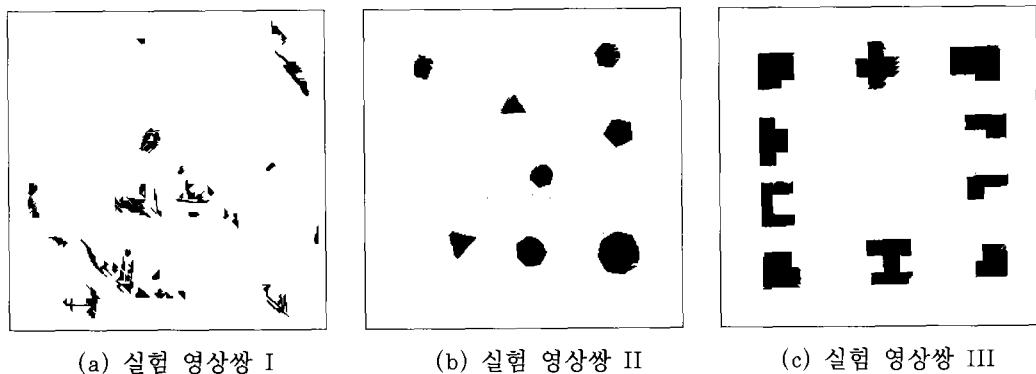


그림 7. Split-and-merge 분류 결과

후보 영역은 인공 지물과 그렇지 않은 부분을 포함하고 있는데 실험 영상쌍 I은 인공 지물 외에도 배경 부분의 밝은 곳을 인공 지물의 후보로 찾는 것을 볼 수 있었다

4.3. 인공 지물의 경계 추출 실험 결과

실험 4.2절의 결과를 이용하여 인공 지물 후보에 대하여 2절에서 제안한 화소 분할 경계 추출 알고리듬을 이용하여 인공 지물의 경계를 찾아보았다. 그림 8은 인공 지물의 경계 추출에 대한 결과를 보여주고 있다.

표 1은 좌측 영상에 대한 경계 추출 결과를 보이고 있다. 실험 영상쌍 I의 좌측 영상에서 좌측 중간과 우측 중간에 있는 2개의 인공 지물에 대해서는 크기가 작고 경계 부분의 왜곡이 심한 문제로 인해 추출하지 못하였다. 나머지 실험 영상에 대해서는 인공 지물의 경계를 성공적

표 1. 좌측 영상에 대한 경계 추출 결과

수 영상	인공 지물의 수	찾은 인공 지물의 수	부정확하게 찾은 인공 지물의 수	찾지 못한 인공 지물의 수
실험 영상쌍 I	5	3	0	2
실험 영상쌍 II	8	8	0	0
실험 영상쌍 III	10	10	0	0

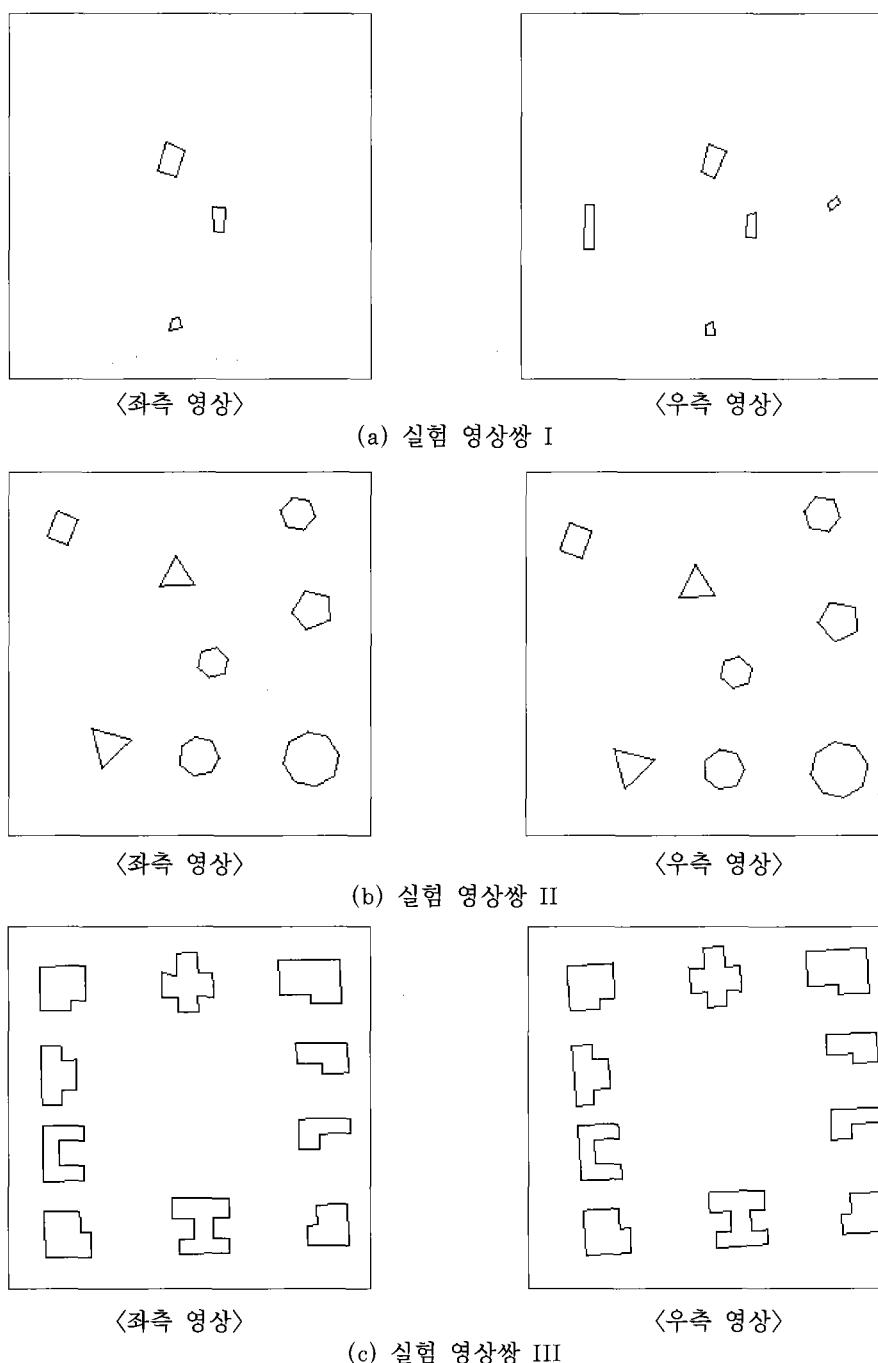


그림 8. 화소 분할 경계 추출 알고리듬을 이용한 결과

으로 추출하였다.

표 2는 우측 영상에 대한 경계 추출 결과를 보이고 있다. 전체 영상에 대해서 인공 지물의 경계를 성공적으로 추출하였다.

표 3과 표 4는 영상상에 존재하는 인공 지물 형태를 보이고 있고 표 5와 표 6은 실험적으로 구한 인공 지물 형태를 보이고 있다. 표에서 볼 수 있듯이 추출한 인공 지물 형태는 실제 형태와 동일함을 알 수 있었다.

표 2. 우측 영상에 대한 경계 추출 결과

수 영상	인공 지물의 수	찾은 인공 지물의 수	부정확하게 찾은 인공 지물의 수	찾지 못한 인공 지물의 수
실험 영상상 I	5	5	0	0
실험 영상상 II	8	8	0	0
실험 영상상 III	10	10	0	0

표 3. 찾은 좌측 영상의 실제 인공 지물 형태

형태 영상	3각형	4각형	5각형	6각형	7각형	8각형	12각형
실험 영상 I	0	5	0	0	0	0	0
실험 영상 II	2	1	1	2	1	1	0
실험 영상 III	0	0	0	6	0	2	2

표 4. 찾은 좌측 영상의 실험적 인공 지물 형태

형태 영상	3각형	4각형	5각형	6각형	7각형	8각형	12각형
실험 영상 I	0	3	0	0	0	0	0
실험 영상 II	2	1	1	2	1	1	0
실험 영상 III	0	0	0	6	0	2	2

표 5. 찾은 우측 영상의 실제 인공 지물 형태

형태 영상	3각형	4각형	5각형	6각형	7각형	8각형	12각형
실험 영상 I	0	5	0	0	0	0	0
실험 영상 II	2	1	1	2	1	1	0
실험 영상 III	0	0	0	6	0	2	2

표 6. 찾은 우측 영상의 실험적 인공 지물 형태

형태 영상	3각형	4각형	5각형	6각형	7각형	8각형	12각형
실험 영상 I	0	5	0	0	0	0	0
실험 영상 II	2	1	1	2	1	1	0
실험 영상 III	0	0	0	6	0	2	2

4.4. 정합에 대한 실험 결과

3절에서 제안한 정합 알고리듬을 이용하여 정합율과 제반 비용을 계산해 보았다. 이때, 각 인공 지물에 대한 정합 reject 비용은 3.0으로 사용하였다.

표 7은 정합율을 보이고 있는데 모든 영상에서 정확하게 정합되는 것을 볼 수 있다.

표 7. 정합율과 정합에 따른 비용

좌측에 대한 우측의 정합율(%)	
실험 영상 I	100
실험 영상 II	100
실험 영상 III	100

4.5. 인공 지물의 시차 추출

그림 9는 최종 정합된 인공 지물의 시차를 보이고 있다.



그림 9. 실험 영상의 시차도

실험에서 반복 평균 방법은 내부의 내삽 과정에서 주위 화소와 평균적인 시차를 구하기 때문에 선형적인 시차도를 보이고 있고, 인공 지물을 포함하고 있는 실험 영상쌍 I, II, III에 대하여 좋은 결과를 보이고 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 위성 영상 및 잡음이 섞인 모델 영상에 대하여 3차원 정보를 추출하였다.

화소 분할 경계 추출 알고리듬 과정의 하나인 split-and-merge 알고리듬에서는 위성 영상과 모델 영상에서 인공 지물의 후보 추출을 성공적으로 하였고, 인공 지물의 경계 추출은 모든 후보에 대하여 성공적으로 경계를 추출함을 보였다. 정합 과정에서는 비용을 이용한 정합을 사용하여 외부 경계를 정확하게 정합하였다. 내부에 대해서는 반복 평균 방법을 사용하여 내삽하였는데, 반복 평균을 이용한 인공 지물의 내부 내삽 결과는 선형적인 시차도를 보이고 있고, 모든 실험 영상쌍에 대해서 좋은 결과를 보이고 있다.

참 고 문 현

- B. K. Jang and R.T. Chin, "Analysis of thinning algorithms using mathematical morphology," IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol. 12, no. 6, pp. 541-551, June 1990.
- M. Nitzberg and T. Shiota, "Nonlinear image filtering with edge and corner enhancement," IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol. PAMI-8, pp. 826-833, Aug. 1992.
- P. Perona and J. Malik, "Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion," IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol PAMI-12, no. 7, pp. 629-639, July 1990.
- Sudeep Sarkar and Kim L. Boyer, "On optimal infinite impulse response edge detection filters," IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol. PAMI-13, pp. 1154-1171, Nov. 1991.
- X. Wu, "Adaptive split-and-merge segmentation based on piecewise least-square approximation," IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol. PAMI-15, no. 8, pp. 808-815, Aug. 1993.