

엑스플리시트 유한요소법을 이용한 고속충돌해석

정 동 택

High Velocity Impact Simulation Using Explicit Time Integration Finite Element Method

Dong-Teak Chung



- 정동택 (국방과학연구소)
- 1953년생
- 고체역학분야에서 응용역학을 전공하였으며, 고속충돌, 고속물성측정 및 엑스플리시트 FEM프로그램 개발에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

충돌이란 두 개 이상의 물체가 특정한 상대 속도로 부딪칠 때 나타나는 현상으로

서 준 정적(quasi-static) 조건하에서 나타나는 현상과 크게 다음 두 가지 특징을 들 수 있다. 첫째, 관성력이 매우 중요하다. 따라서 기본 역학 및 물리학 보존법칙에 기초를 둔 모든 지배 방정식에 이 영향을 반드시 포

표 1 충돌 속도별 충격반응 분류

충돌 속도	변형률 속도	효 과	시험 방법
>12 km/sec	>10 ⁷ /sec	폭발적인 충격 - 충격 후 고체의 기체화	-
2~12 km/sec	10 ⁶ /sec	고체의 유체적 거동 - 재료의 압축거동 중요	화약폭발, 전자기(EM)포
1~2 km/sec	10 ⁵ /sec	고체의 유체적 거동 - 압력이 재료강도와 유사	추진제 포, 기체포
500~1000 m/sec	10 ⁴ /sec	고체의 유체적 거동 - 재료강도가 중요 인자	추진제 포
50~500 m/sec	10 ² /sec	대부분 소성변형	기계 장치, 압축 공기포
<50 m/sec	10 ⁰ /sec	대부분 탄성변형 - 국부적인 소성변형	기계 장치, 압축 공기포

함시켜야 한다. 둘째, 응력파(stress wave)에 의한 재료의 변형을 들 수 있다. 이 응력파는 시간과 거리에 따라 급격히 감쇠되므로 대부분의 경우 국부적으로 많은 변형이 일어난다.

충돌에 의하여 일어나는 재료의 변형 특성은 충돌 속도에 따라 매우 다르게 나타난다. 이러한 특징들을 표 1에 나타내었다.

이 글에서는 충돌 해석 프로그램의 특징과 구성을 소개하고 그중 엑스플리시트 유한요소방법을 사용한 금속 재료에 관련된 몇 가지 충돌현상의 해석 예를 소개하고자 한다.

2. 충돌 해석 프로그램

2.1 특징

충돌 해석 프로그램은 일명 하이드로 코드(hydro code)라 불리기도 한다. 이러한 프로그램은 원래 다음과 같은 특징을 갖는 문제를 해석하기 위하여 개발되었다.

- (1) 충격파의 존재(급격한 응력파의 변화 또는 속도 구배가 존재한다.)
- (2) 국부적인 재료 거동 (즉 전체적인 구조 형태보다는 충격과 같은 하중이 가

해지는 근방에서의 재료의 특징과 거동이 더 중요하다.)

- (3) 변형에 소요되는 시간이 1/1000초 이하

이러한 문제를 해석하기 위한 프로그램의 특징이 표 2에 정리되어 있다.

2.2 기본 방정식

충돌이나 충격 하중을 받는 물체의 운동을 표현하는 식들은 매우 잘 알려져 있다. 이것은 한 장의 종이에 정리할 수 있을 정도이다. 식은 간결하지만 그 해는 그렇지 않다. 대규모 충돌해석 프로그램을 살펴보면 기본 방정식들은 1~2개의 서브루틴(subroutine)에 들어 있고 나머지 프로그램(FORTRAN 경우 10,000~150,000줄)들은 입출력 관리 및 시간을 증가시키면서 나타나는 여러가지 처리에 관계된다.

물체의 운동은 질량, 운동량, 에너지 보존 법칙으로부터 유도된 운동 방정식에 의해 다음과 같이 표현된다.

운동방정식 :

$$\sigma_{i,j} + \rho f_i = \rho \ddot{U}_i \quad (1)$$

트랙션(traction) 경계조건 :

표 2 고속 및 저속 충돌해석용 프로그램 특징

특 징	고속 충돌용	저속 충돌용
요소 방식	Lagrangian 방식 또는 Eulerian 방식	Lagrangian 방식
공간 이산화	유한요소법 또는 유한차분법	유한요소법
요소 종류	선형 또는 균일 변형률 요소	고차원(high order) 요소
시간 적분	Explicit	Implicit
인공 점성	Explicit 방식	None
압력	상태방정식 $P=P(\rho, E)$	선형 탄성식
경계 조건	반사 또는 통과	다양한 내·외부 경계 조건
초기 조건	속도	힘, 변위, 속도

$$\sigma_{ij}n_j = t_i(t) \text{ on } S_t \quad (2)$$

변위경계조건:

$$U_i(t) = X_i(t) \text{ on } S_u \quad (3)$$

접촉불연속조건:

$$(\sigma^+_{ij} - \sigma^-_{ij})n_j = 0 \text{ on } S_c \quad (4)$$

여기서, σ_{ij} 는 응력, ρ 는 밀도, f_i 는 체적력 밀도, \ddot{U}_i 는 가속도, n_j 는 경계면에서의 수직단위벡터이다.

2.3 이산화(Spatial Discretization) 방법

컴퓨터를 사용하여 해석을 수행하려면 연속체를 유한한 개수의 작은 격자 형태로 대체하여야 한다. 이러한 이산화 방법 중 대표적인 방법으로는 유한요소법 (finite element method)과 유한차분법 (finite difference method)이 있다.

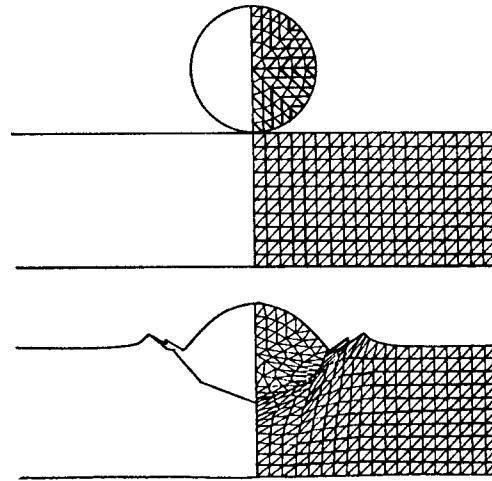
역사적으로 유한차분법은 고속 충돌을 해석하기 위하여 개발되었다. 그 후 탄성, 완전 소성, 강소성 같은 재료 강도 모델이 추가되어 초고속 충돌 말기의 현상과 탄에 의한 관통 현상 등을 처리할 수 있게 되었다.

유한요소법은 이와는 정반대로 정적 하중이 가해지고 있는 구조물의 변형을 해석하기 위하여 개발되었다. 근년에 응력파의 전파, 소성변형, 그리고 유체의 유동을 해석할 수 있는 유한요소법이 개발되어 점차 유한차분법을 대체하게 되었다.

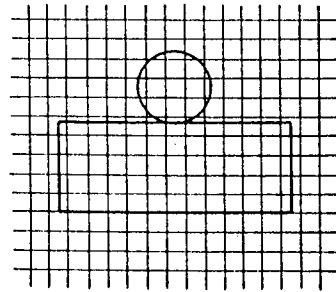
유한요소법은 불규칙한 경계면을 가질 경우 대단히 편리하다. 그 이유는 운동 방정식이 각 요소의 절점력 (nodal force)으로부터 구해지며 접하는 주변 요소의 모양에 영향을 받지 않기 때문이다. 반면 유한차분법은 운동 방정식이 인접 요소의 압력 구배에 직접적으로 관련이 있기 때문에 불규칙한 요소일 경우와 계면일 경우에는 따로 취급하여야 한다.

2.4 요소 좌표 표현 방식

충돌에 관련된 문제를 해석할 때 사용하는



(a)



(b)

그림 1 (a) Lagrangian 방식 격자, (b) Eulerian 방식 격자

요소 방식을 크게 Lagrangian 방식과 Eulerian 방식으로 나눌 수 있다. 이 두 방법은 문제의 유형에 따라 독특한 장단점이 있다. (그림 1 참조)

Lagrangian 방식에서는 격자가 재료에 심어져 있고 같이 변형한다. 반면 Eulerian 방

식에서는 격자가 공간에 고정되어 있고 질량이 그 격자를 통과한다.

Eulerian 방식은 많은 변형이 있을 때 그리고 두 재료가 서로 섞일 경우에는 매우 유리하다. 그러나 이 기법은 격자 영역을 통과하는 것들만을 표현하므로 격자 내부에 위치할 수 있는 재료간의 경계면이나 외곽 경계면 등의 위치를 정확하게 판별하기가 쉽지 않다. 또한 격자 내부의 순간적인 상태를 표현하므로 재료 입자들의 시간에 따른 변화를 나타내기가 어렵다.

Lagrangian 방식은 격자가 재료에 심어져 있기 때문에 이론적으로 간단하며 계산량도 적다. 또한 격자가 재료와 같이 변형하기 때문에 재료에 대한 시간 변화율과 재료간의 접촉면, 경계면이 확실하게 나타난다. 그러나 충돌하는 두 물체의 접촉면에 대한 계산은 대단히 복잡하며 많은 계산 시간이 소요된다. 또한 재료가 심한 변형을 받을 때는 격자의 변형량도 많아져서 이에 따른 오차 또한 커지게 된다. 이러한 문제 해결을 위하여 격자 재구성(element remapping), 소진(eroding) 기법들이 사용된다.

2.5 시간 적분법

시간에 따른 변화는 수정된 중앙차분(modified central difference) 방식에 의하여 계산된다. 즉 속도는 전방차분(forward difference)으로 적분되고 변형은 후방차분(backward difference)으로 적분된다. 각 절점에서의 적분방식은 다음과 같다.

$$\dot{U}_i = M^{-1}(f_i^{ext} - f_i^{int}) \quad (5)$$

$$\dot{U}_{i+\Delta t} = \dot{U}_i + \Delta t \ddot{U}_i \quad (6)$$

$$U_{i+\Delta t} = U_i + \Delta t \dot{U}_{i+\Delta t} \quad (7)$$

여기서, \dot{U}_i 와 U_i 는 각각 속도와 변위 벡터이고 f_i^{ext} 와 f_i^{int} 는 각각 외부와 내부의 절점력이고 M 은 절점의 집중질량이고 Δt 는 시간 증분이다. 중앙차분법은 조건에 따라 안

정하다. 이 적분방법의 Courant 안정조건은 전체 시스템의 최대 고유치(eigenvalue)로서 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta t \leq \frac{1}{2\omega_{max}} \quad (8)$$

즉 가장 작은 요소가 전체 요소망의 시간 증분을 결정한다. 이것은 계산량에 관한 한 매우 중요한 인자이다.

2.6 인공 점성

수학적인 불연속성을 가지는 충격파는 연속체 역학에 기초를 둔 충돌해석 프로그램으로 직접적으로 표현하기가 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 충격파 선단부를 요소 두세 개의 간격 정도로 퍼지게 하는 인공 점성이 사용된다(그림 2 참조). 최소한 1차 또는 2차항 정도가 사용된다. 많이 사용되는 점성항은 Wilkins가 제안한 다음 식이다.

$$q = \begin{cases} b_1 \rho l^2 \dot{\epsilon} |\dot{\epsilon}| - b_2 \rho l a |\dot{\epsilon}|, & \dot{\epsilon} < 0 \\ 0, & \dot{\epsilon} \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

여기서, b_1 과 b_2 는 사용자 정의상수, l 은 특

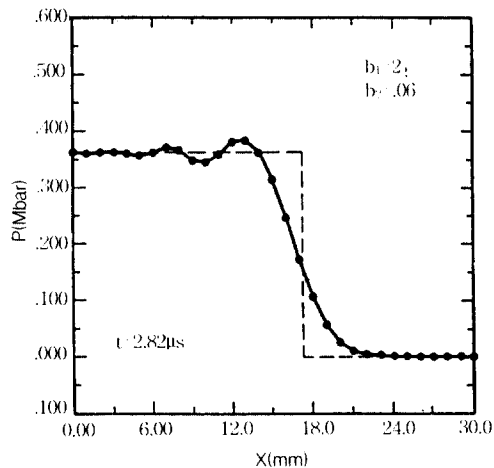


그림 2 인공점성이 포함된 충격파 전파 (점성은 이론치)

정 길이, a 는 음속, ρ 는 밀도이고 ϵ 는 체적 변형률 속도이다.

2.7 재료 거동 모델

지금까지 프로그램 내에서 연속체에 관련된 식들이 어떻게 계산되는가에 대하여 설명하였다. 재료들의 반응은 특정한 재료의 성질에 의하여 좌우되기 때문에 같은 충돌 조건일 경우에도 다른 결과가 나타날 수 있다. 재료에 대한 모델링은 다음과 같이 세 가지로 분류할 수 있다

- (1) 체적 변화에 대한 반응-상태 방정식
- (2) 비틀림에 대한 반응-구성 방정식
- (3) 누적된 손상에 의한 재료 강도의 감소-파괴

2.7.1 상태 방정식

재료의 강도가 없는 경우일지라도 압력, 밀도, 내부에너지에 대한 관계를 표현하는 식이 필요하다. 이러한 관계식을 상태 방정식이라 한다. 압력은 다음 형태의 식으로 표시된다.

$$P = P(\rho, E) \quad (10)$$

여기서, ρ 는 밀도, E 는 내부에너지이다.

Mie-Gruneisen 상태 방정식이 고체 또는 액체일 경우 비교적 정확하다고 알려져 있다. 그러나 초고속 충돌이나 충돌에 의하여 고체가 기체로 변화되었을 때는 다른 형태의 상태 방정식이 필요하다.

2.7.2 구성 방정식

기존의 연속체 역학에서는 재료에 응력이 가해지면 평균 응력 즉 압력에 의하여 체적 변화가 발생하며 압력을 제거한 편차 응력에 의하여 비틀림 변형이 발생한다고 가정한다. 이것 중 압력에 의한 체적 변화는 이미 상태 방정식에서 설명하였다.

편차 응력에 의한 비틀림 변형에 대한 관

계식을 구성 방정식이라 부르며 크게 탄성 변형과 소성변형으로 이루어져 있다고 가정한다.

초기 충돌해석 프로그램에서는 단순한 형태의 탄소성 구성 방정식이 사용되었으나, 현재는 가공경화(strain hardening), 열연화(thermal softening) 및 변형률 속도(strain rate) 등의 영향을 고려한 다양한 형태의 탄소성 구성 방정식이 사용되고 있다.

구성 방정식이 복잡해지고 특정 재료에 대한 각종 계수를 구하는 것 또한 대단히 중요한 문제로 대두되었다. 따라서 충격파의 전파를 고려한 재료 특성 측정장치를 이용한 고속물성 측정에 관한 연구가 많은 곳에서 진행 중에 있다.

2.7.3 파괴

고속충돌시 100%가 넘는 변형이 발생되면 서 많은 경우 파괴현상을 동반한다. 대표적인 파괴현상은 다음의 세 가지를 들 수 있다.

- (1) 연성 재료의 미소 기공의 생성과 성장
- (2) 취성 재료의 미소 크랙의 생성과 성장
- (3) 국부적인 온도 상승에 의한 불안정 상태-단열전단밴드(adiabatic shear band)

이러한 현상은 대부분 시간에 따른 누적된 손상에 의한 파괴현상이다. 많은 연구가 진행 중이지만 실제적인 파괴 물성치를 측정하여 사용하기에는 미흡한 실정이다.

3. 익스플리시트 유한요소 프로그램 : NET-2D

NET-2D는 고속충돌해석을 위한 유한요소 프로그램이다. NET-2D는 여러가지 종류의 재료의 거동을 고려할 수 있도록 프로그램 되어 있다. 현재 탄성, 탄소성 및 변형률 속도를 고려한 탄소성 모델이 사용 가능하며 필요시 새로운 재료모델을 간단히 추가할 수 있다. NET-2D는 Lagrangian 방식의 균일

표 3 엑스플리시트 시간적분 유한 요소 프로그램 흐름도

(1) 초기조건 설정 ($t=t_0$)	
속도 및 변위	→
(2) 속도 및 변위 계산	→
(3) 모든 요소에 대한 내부 절점력 계산	
변형률 및 변형률 속도 계산	
구성 방정식으로부터 응력 계산	
응력으로부터 절점력 계산	→
(4) 외부 힘에 의한 절점력 계산	→
(5) 운동 방정식으로부터 가속도 계산	→
(6) 시간 증가($t=t+\Delta t$) 후 2)항으로 복귀	

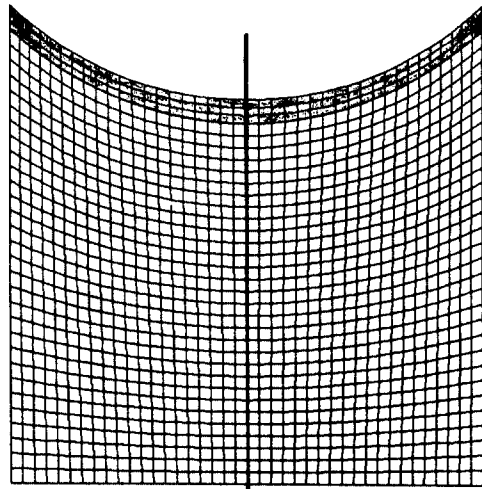


그림 3 EFP탄 : 초기 화약과 라이너 격자

변형률 요소(constant strain element)를 사용하며 탄의 관통이나 동적 파괴현상 모의화에 효과적인 소진(eroding) 알고리즘이 장착되어 있다. 표 3은 NET-2D의 계산과정을 도식화한 것이다.

다음 장에서는 이 프로그램을 사용한 몇 가지 고속충돌 해석 예를 소개한다.

4. 고속충돌 해석

4.1 화약폭발에 의한 탄자 형성

EFPP(explosively formed projectile) 탄두의 형태는 그림 3에 나타나 있다. 원통형 화약기둥의 위쪽 끝에 반구 형태의 구리로 만들어진 라이너(liner)가 부착되어 있으며, 대칭축 아래 끝에서 화약폭발이 시작된다. 화약 폭발에 의한 충격파가 라이너에 도달하여 급격한 변형을 유발한다(그림 4 참조). 그림 5에서 반구형의 라이너가 짧은 원기둥 형상으로 변하면서 약 2 km/sec의 속도로 비행하는 것을 볼 수 있다.

4.2 탄자의 관통현상

텅스텐 탄자(탄성 재료)가 강철 표적(탄소

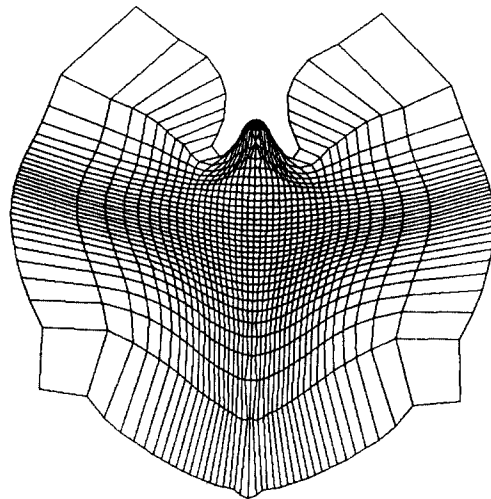


그림 4 EFP탄 : 100 μ sec 이후 화약과 라이너 격자

성 재료)을 1.2 km/sec의 속도로 충돌한 후 시간에 따라 나타나는 현상이 그림 6에 나타나 있다. 탄두 부근의 표적재에 변형이 집중되고 이 요소들이 과도하게 찌그러져 계산오차가 커질 뿐 아니라 더 이상 계산을 수행할 수가 없게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 요소의 변형량이 어느 정도 이상 되면 해당요소는 더 이상 강도를 유지할 수 없다고 가정하여 계산에서 제외시킨다. 이러한 방법

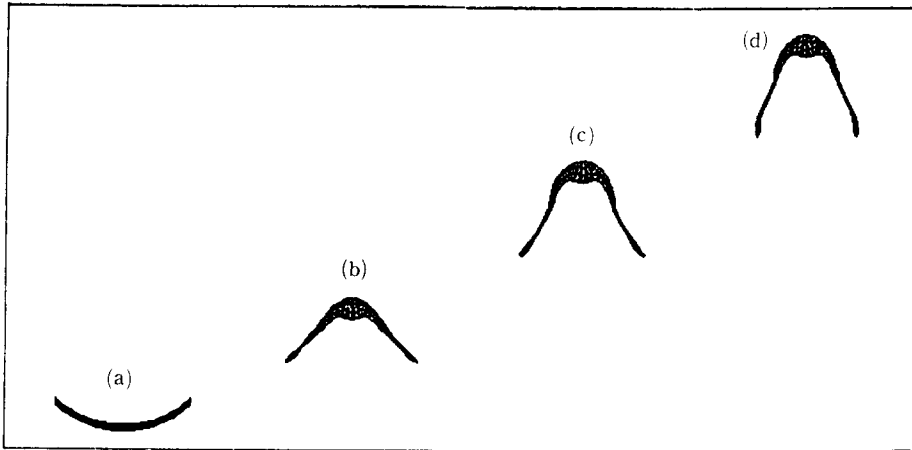


그림 5 EFP탄 : 시간에 따른 라이너 형상 및 위치(화약은 나타내지 않았음)

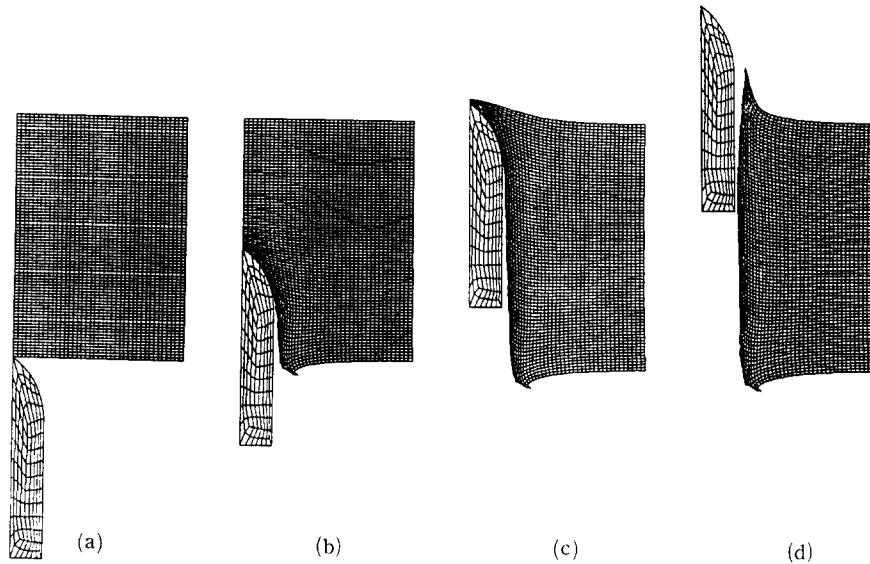


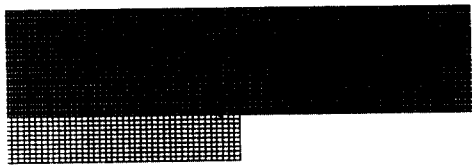
그림 6 탄자의 관통(시간에 따른 변화)

을 소진기법이라고 한다. 탄자의 진행에 따라 탄두 부근의 요소들이 적절하게 소진되어 약 70 sec에 더 이상의 저항 없이 표적을 빠져나가는 것을 볼 수 있다.

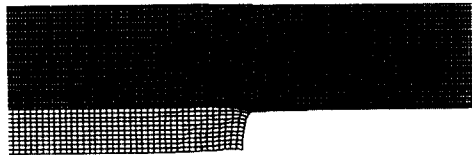
4.3 평면충돌 : 스폴(Spall) 파괴

고속충돌시 충격파와 자유면과의 상호작용

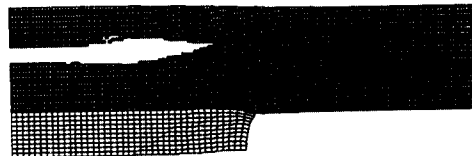
에 의하여 자주 발생하는 스폴에 의한 파괴 현상을 연구하기 위하여 평면충돌실험이 이용된다. 그림 7은 아래쪽 직경 36 mm 두께 3.5 mm의 강철 원판이 392 m/sec의 속도로 위쪽 직경 72 mm 두께 8 mm의 강철 원판에 충돌하는 실험을 모의화한 것이다. 재료 내부의 최대 인장응력이 3 GPa에 도달하면 해당요소가 동적 파괴를 일으켜 더 이상 강도



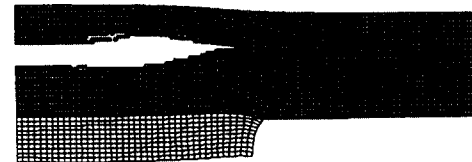
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 7 평면충돌실험(시간에 따른 변화 및 스폴 현상)

를 유지할 수 없도록 하여 스폴과괴현상을 모의화하였다. 그림 8은 스폴이 일어나고 많은 시간이 지난 후(40 sec)의 형상이다. 국소적이고 급격한 변형과 느리고 전체적인 변형이 발생함을 볼 수 있다.



그림 8 평면충돌실험(20 μ sec 이후 형상)

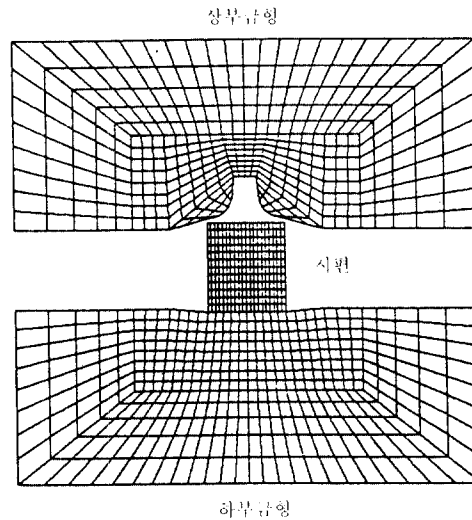


그림 9 낙하 해머 단조(초기 격자)

4.4 낙하해머에 의한 단조

낙하 해머에 의한 단조용 금형과 시편의 형상이 그림 9에 나타나 있다. 직경 300 mm, 높이 112 mm인 하부 금형(탄성 재료)은 고정되어 있으며 직경 300 mm 높이 120 mm인 상부 금형(탄성 재료)은 일정한 속도

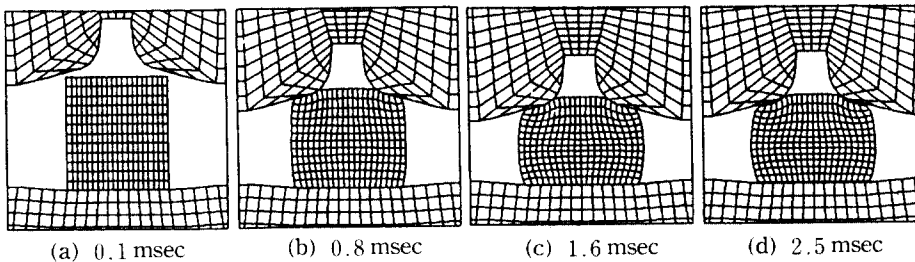


그림 10 낙하 해머 단조(1차 타격시 시간에 따른 변화)

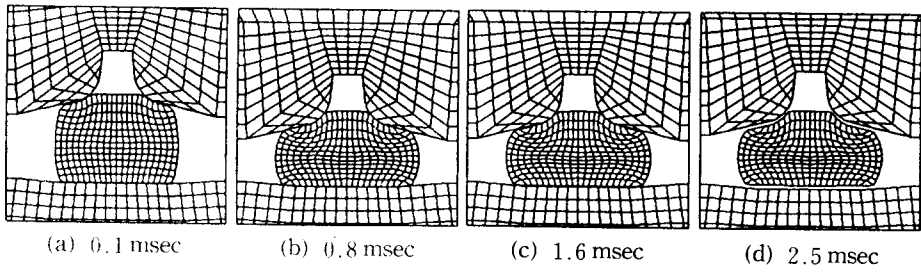


그림 11 낙하 해머 단조(2차 타격시 시간에 따른 변화)

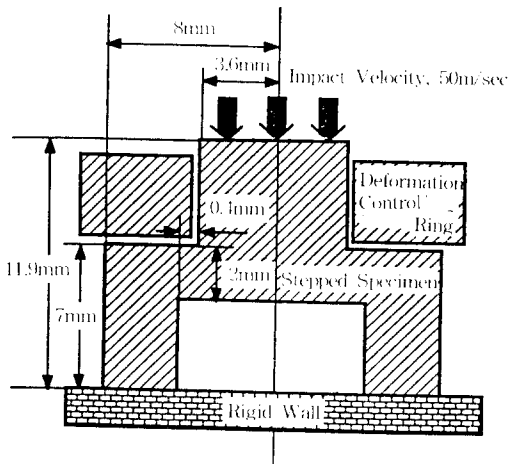


그림 12 단열전단밴드(실험 개략도)

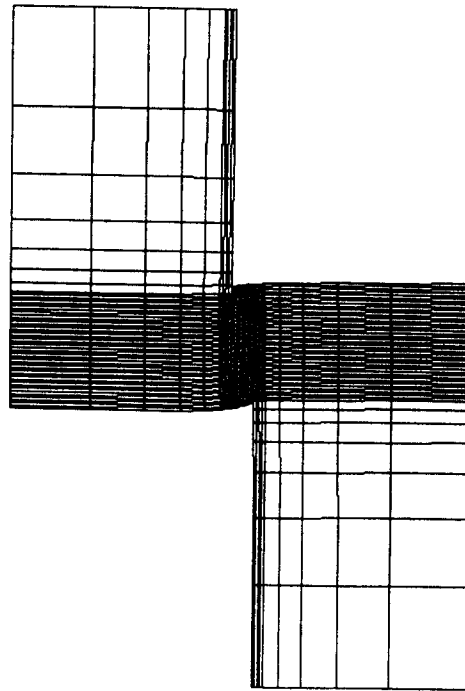


그림 14 단열전단밴드(6 μsec 이후 형상)

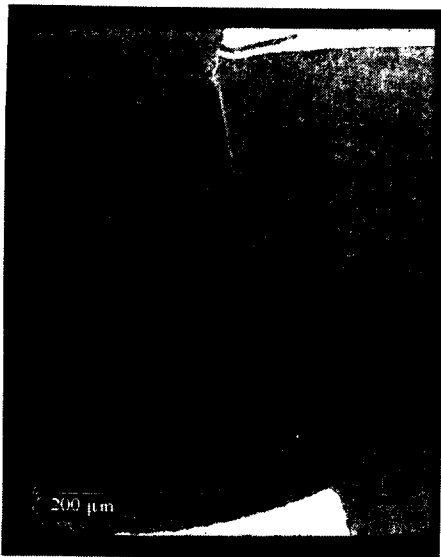


그림 13 단열전단밴드(실험 후)

를 가지고 상하로 자유롭게 움직일 수 있다. 시편은 직경 50.8 mm 높이 57 mm인 2024 알루미늄 원통모양이다. 시편 재료 모델은 변형률 의존(rate dependent) 소성식을 사용하였다. 상부 금형이 20 m/sec의 속도로 시편을 타격한다. 금형의 운동에너지 일부가 시편변형에 소모되고 난 후 하부 금형과 시편에 저장되어 있는 탄성에너지에 의하여 상부 금형이 위쪽 방향의 속도를 가지고 시편

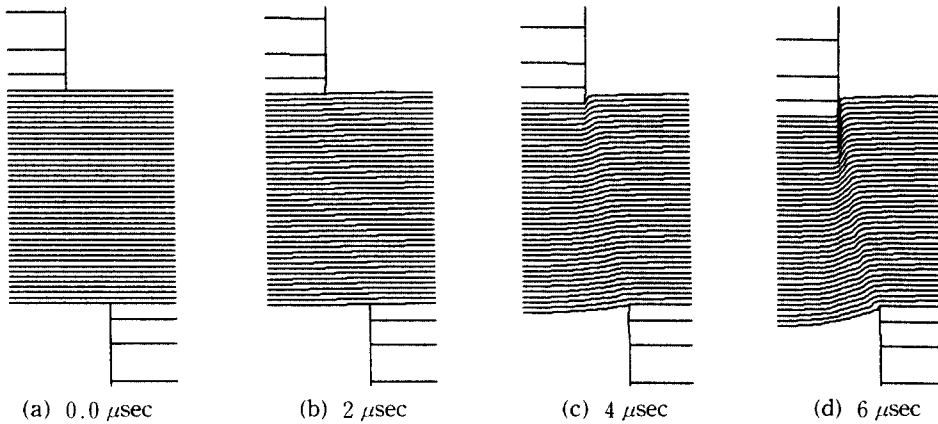


그림 15 단열전단밴드(변형 집중 부위의 시간에 따른 변화;수평선만 나타 내었음)

과 분리된다(그림 10 참조).

완전히 분리된 후 두번째 타격을 위하여 다시 상부 금형의 속도를 20 m/sec로 되돌리고 시편 내의 소성변형률을 제외한 모든 변수를 계산초기상태로 되돌린다. 이렇게 하여 두번째 타격이 시작되어 다시 상부 금형이 변형된 시편에서 완전히 분리될 때까지 계산을 수행한다. (그림 11 참조)

충격해석 프로그램이 상대적으로 느린 충격의 경우에도 적용할 수 있음을 확인할 수 있는 예제이다. 특히 이 계산의 초기조건은 상부 금형의 속도뿐이므로 실제 공정을 모의화 하기에 매우 편리하다.

4.5 단열전단밴드 형성

재료가 고속으로 변형될 때 변형 에너지의 대부분이 열에너지로 전환되나 인접 재료로 전파될 시간이 부족하여 국부적으로 온도가 급격히 상승한다. 이로 인하여 재료의 유동응력이 저하되어 변형이 더욱 집중된다. 이러한 현상에 의하여, 변형이 집중된 띠를 단열전단밴드(adiabatic shear band)라 부른다.

4340강의 단열전단밴드에 대한 특성을 연구하기 위하여 특별히 고안된 모자 형태의

시편(그림 12 참조)을 사용하여 실험을 실시하여 단열전단밴드의 형태를 관찰하였다(그림 13 참조)

또한 NET-2D 프로그램이 얼마나 정확히 단열전단밴드의 생성 및 성장을 예측할 수 있는지를 파악하기 위하여 계산을 수행하였다. 재료 모델은 열연화 영향이 포함된 변형률 의존 소성식을 사용하였다. 그림 14는 6

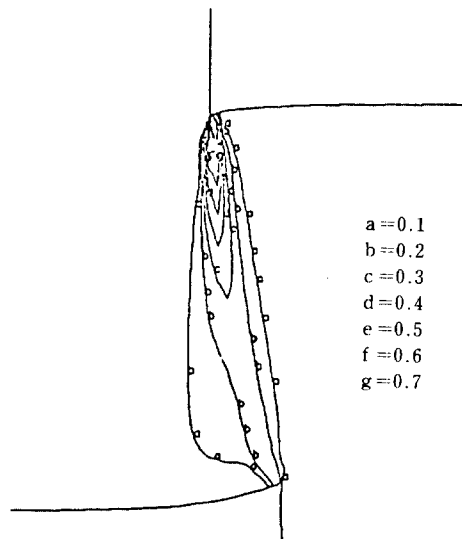


그림 16 단열전단밴드(6 μsec 이후 변형집중 부위의 소성 변형률 등고선)

sec 후의 변형된 격자 형상이다. 변형이 안쪽 모서리 부분에 집중된 것을 알 수 있다. 그림 15에서 변형이 집중된 곳의 변화를 시간에 따라 자세히 나타내었다. 변형 형태가 잘 보이도록 수평선만 나타내었다. 실제 생성된 밴드의 폭은 10 m 정도인데 계산에서 사용된 요소의 한 변의 길이는 50 m이므로 정확한 밴드 폭의 비교는 어렵지만 방향은 그림 13과 그림 16을 비교하여 볼 때 잘 일치함을 알 수 있다.

5. 맺음말

충돌해석 프로그램은 충돌과 같이 짧은 시간에 많은 변형이 일어나는 현상을 해석하는 대규모 컴퓨터 프로그램이다.

이러한 프로그램은 1/1000초 이하의 짧은 시간에 일어나는 현상의 이해와 예측에 매우 유용하게 사용되어 왔다. 또한 컴퓨터의 도약적인 발전으로 2차원뿐만 아니라 3차원 프로그램의 개발도 매우 활발한 실정이다.

프로그램에 적용되는 기본 식들은 사용되는 재료들의 거동에 관한 부분을 제외하고는 거의 확립된 상태이다. 기존의 정적, 준정적 하에서 측정된 재료 물성치들을 그대로 고속 충돌 계산에 사용하기에는 너무나 많은 위험이 있다. 높은 변형속도에서 일어나는 취성 재료 및 비금속 재료들의 거동 및 파괴 특성에 대한 이해와 그 값들의 측정에 관한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 그러나 아직도 많은 부분들이 제대로 확립되어 있지 않은 실정이다.

충돌해석 프로그램은 사용자가 프로그램의 한계와 내부 계산 방식을 제대로 이해하고

사용한다면 매우 유용한 연구 도구가 될 수 있다. 물리적인 현상에 대한 이해를 돕고 이를 활용하여 가상적인 실험도 할 수 있다. 이러한 계산을 통한 실험은 많은 경우 실제 실험보다 빠르고 경제적인 뿐 아니라 실제 실험을 수행하기가 거의 불가능한 경우에는 유일한 실험 방법이 될 수도 있다.

참고문헌

- (1) Zukas, J. A., 1982, *Impact Dynamics*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 1~240, pp. 277~418.
- (2) Zukas, J. A., 1990, *High Velocity Impact Dynamics*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 1~714.
- (3) Anderson, C. E., 1987, "An Overview of the Theory of Hydrocodes," *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 5, pp. 33~59.
- (4) Field, J. E., Walley, S. M., Bourne, N. K. and Huntley, J. M., 1994, "Experimental Methods at High Rates of Strain," *J. de Physique V*, Colloque C8, Vol. 4, pp. 3~22.
- (5) 정동택, 유요한, 1991, "Plate Impact에 의한 Spall 현상해석," 대한기계학회 추계 학술대회논문집, pp. 129~132.
- (6) 정동택, 유요한, 1993, "임의형상의 다 타격 단조해석," 한국소성가공학회, 제2권, 제2호, pp. 39~60.
- (7) Chung, D.-T., Moon, S.-K. and Yoo, Y.-H., 1994, "Numerical and Experimental Study of the Formation of Adiabatic Shear Band," *J. de Physique V*, Colloque C8, Vol. 4, pp. 547~552. 