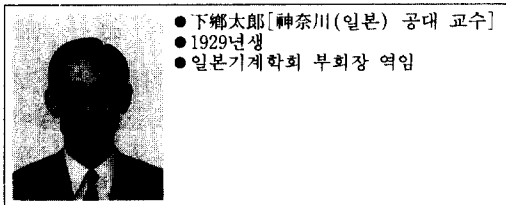


회전체의 진동제어

下郷太郎

Vibration Control of Rotor

Taro Shimogo



1. 머리말

회전체 진동은 주로 밸런싱에 의해 줄일 수 있지만 위험속도에서 나타나는 회전체 진동은 종종 피할 수 없다. 전자기 베어링은 이러한 회전체 진동을 능동적으로 제어하는 방법으로써 사용된다. 비접촉으로 회전체에 힘을 작용하는 동흡진기(dynamic vibration absorber)는 기존의 것에 비해 새로운 것을 필요로 하지 않는 아주 간단한 방법이다.

영구자석으로 구성된 자석 댐퍼는 비접촉 동흡진기의 일종이지만 영구자석만으로는 적절한 감쇠 성능을 만족시킬 수 없다. 따라서 영구자석과 전자석을 동시에 사용하는 하이브리드 자석이 넓은 운전영역에서 좋은 진동 제어 성능을 가지기 때문에 유용하다. 전력 공급의 편리성을 위해서 하이브리드 자석은 흡진기쪽에 설치하고 여러 개의 편으로 된 영구자석은 회전체의 주위에 부착하였다.

본 연구의 목적은 수직 회전체(vertical rotor)의 진동을 제어하기 위해서 전자기력

을 이용하는 하이브리드 관성 댐퍼를 개발하는 것이다. 지금까지 전자석을 이용한 진동 제어는 여러 저자에 의해 연구되어 왔으며 자기 베어링은 회전체의 진동을 제어하기 위한 전형적인 예이다. 그러나 회전체에 능동 관성 댐퍼를 직접 적용한 예는 없었다. 이 동흡진기는 전자석의 반발력(repulsive force)을 이용하고^(1,2) 흡진기의 운동에 의해 에너지가 감쇠된다. 반면에 자기 베어링에서는 전자석의 흡인력(attractive force)을 이용한다.

2. 실험적 모형화

그림 1은 실험모형의 개략도를 보여주고 그림 2는 제어 계통을 보여준다. 이 모델에서 첫번째 굵힘 모드만이 고려되도록 회전체의 질량은 아래쪽에 집중시켰다. 두 개의 하이브리드 자석은 선형 미끄럼 책상(linear slide table)에서 움직일 수 있는 루프 형상 단(loop-shaped stage)에 마주보게 설치하였다. 또 다른 두 개의 하이브리드 자석은 같은 방법으로 위의 전자석들과 수직하게 설치

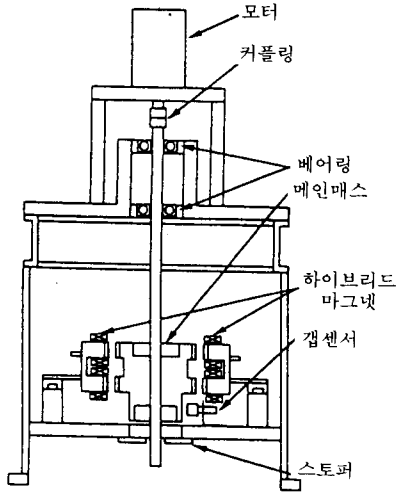


그림 1 실험장치후 조감도

하였다. 그리고 각 단의 변위는 포텐서미터에 의해 측정되고 수직한 두 방향의 회전체 변위는 와전류 방식의 갭센서에 의해 측정된다.

3. 이론적 모형과 제어법칙

이 시스템의 이론적인 모형은 그림 3에 나타나 있다. x, y 방향에서의 회전체와 흡진

기의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_m \ddot{z}_{ax} &= -K_m z_{ax} - C_{mx} \dot{z}_{ax} \\
 &\quad + f(z_{rx}, i_1, i_2) \\
 &\quad + M_m \epsilon \omega^2 \cos(\omega t + \beta) \\
 M_{sy} (\ddot{z}_{ax} + \ddot{z}_{rx}) &= -C_{sx} (\dot{z}_{ax} + \dot{z}_{rx}) \\
 &\quad - f(z_{rx}, i_1, i_2) \\
 M_m \ddot{z}_{ay} &= -K_m z_{ay} - C_{my} \dot{z}_{ay} \\
 &\quad + f(z_{ry}, i_3, i_4) \\
 &\quad + M_m \epsilon \omega^2 \sin(\omega t + \beta) \\
 M_{sy} (\ddot{z}_{ay} + \ddot{z}_{ry}) &= -C_{sy} (\dot{z}_{ay} + \dot{z}_{ry}) \\
 &\quad - f(z_{ry}, i_3, i_4) \quad (1)
 \end{aligned}$$

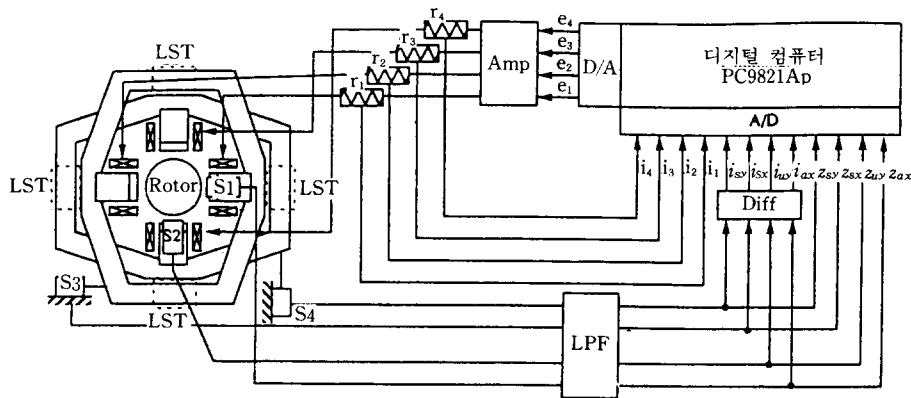
여기서, $f(\cdot)$ 는 회전체와 흡진기 사이의 전자기력이고 $M_m \epsilon \omega^2$ 은 회전체의 불균형량에 의해 작용하는 외력이다. ω 는 회전체의 회전속도이고 식 (1)의 다른 문자는 그림 3에 나타나 있다. 또 이 모형에서 자이로 효과는 무시하였다.

4개의 전자석에 대한 전압식은 다음과 같다.

$$e_j = R_j i_j + L_{totalj} \frac{di_j}{dt} - K_{bj} \dot{z}_r \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 L_{totalj} &= \frac{L_{effj}}{\gamma_j} - L_{leak}, \\
 j &= 1, 2, 3, 4 \quad (3)
 \end{aligned}$$

여기서, R 은 저항이며, L_{total} , L_{eff} , L_{leak}



Diff : Differentiator, Amp : Amplifier, LPF : Low pass filter, LST : Linear slide table, r_1, r_2, r_3, r_4 : Resistance S1, S2 : Gap Sensor, S3, S4 : Pontentiometer

그림 2 제어시스템

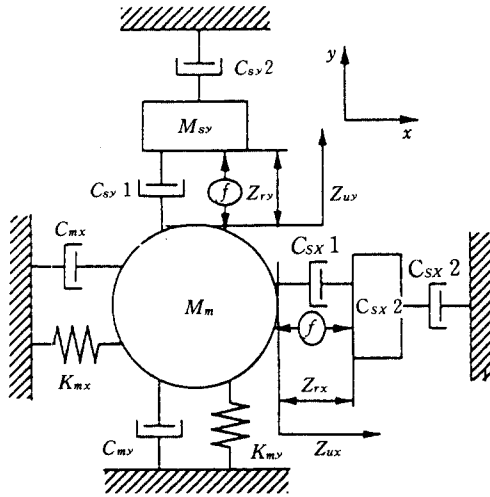


그림 3 해석적 모형

는 각각 전체, 유효 그리고 누설 인덕턴스이고 γ 는 회전체와 흡진기 사이의 공극이다. K_0 는 역기전력 계수이고 \dot{z}_r 은 z_{rx} 또는 z_{ry} 의 상대 속도이다. x 또는 y 방향에서의 전자기력은 다음과 같다.

$$F = \frac{m}{4\pi\mu_0\gamma_1^2} \left(2m + \frac{L_{eff1}}{\gamma_1} i_1 \right) - \frac{m}{4\pi\mu_0\gamma_2^2} \left(2m + \frac{L_{eff2}}{\gamma_2} i_2 \right) \quad (4)$$

여기서, m 은 영구자석의 자하(magnetic charge)이고 μ_0 는 투자율(permeability)이다. 회전체와 흡진기 사이의 공극은 평형상태의 공극 Γ_0 와 작은 공극 변화인 z_r 을 더하면 얻을 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \Gamma_0 - z_r \\ \gamma_2 &= \Gamma_0 + z_r \end{aligned} \quad (5)$$

회전체와 흡진기 사이의 전자기력은 평형상태에 대한 공극의 변화율이 작다는 가정하에 다음과 같이 선형화할 수 있다.

$$\begin{aligned} F &= f(z_r, i_1, i_2) \\ &= \frac{\partial F}{\partial z_r} \Big|_{r_0} z_r + \frac{\partial F}{\partial i_1} \Big|_{r_0} i_1 + \frac{\partial F}{\partial i_2} \Big|_{r_0} i_2 \end{aligned}$$

$$= \frac{2m^2}{\pi\mu_0\Gamma_0^2} z_r - \frac{mL_{eff1}}{4\pi\mu_0\Gamma_0^3} i_1 - \frac{mL_{eff2}}{4\pi\mu_0\Gamma_0^3} i_2 \quad (6)$$

전자석의 전류 i 는 그림 2에 보여진 것처럼 저항으로 측정할 수 있다. 따라서 이 시스템의 모든 상태변수들은 얻을 수 있으며 최적 제어 이론에 의해 최적제어 법칙을 결정할 수 있다. 이 시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + DW \\ X &= [z_{ax}, z_{ay}, z_{rx}, z_{ry}, \dot{z}_{ax}, \dot{z}_{ay}, \dot{z}_{rx}, \dot{z}_{ry}, i_1, i_2, i_3, i_4]^T \\ U &= [e_1, e_2, e_3, e_4]^T \\ W &= [\varepsilon\omega^2 \cos(\omega t + \beta), \varepsilon\omega^2 \sin(\omega t + \beta)]^T \end{aligned} \quad (7)$$

행렬 A , B , D 는 부록에 자세히 설명하였다.

이 제어시스템의 목적은 전자석의 입력전압이 제한 되었을 때 회전체의 변위를 최소화하는 것이며 디지털 제어 시스템의 귀환이득은 MATLAB-Control System Toolbox의 lqrd 명령을 이용하여 결정하였다.

4. 시스템 변수

시스템 변수들은 다음에 따르는 실험을 통해 구하였다.

- (1) 회전체의 고유진동수와 감쇠비는 회전체의 자유진동에 의해 구하였다.
- (2) 흡진기의 변수들도 고정된 회전체에 대해 전류없이 전자석의 자유진동에 의해 구하였다. 동흡진기를 동조시키기 위해서 회전체와 흡진기 사이의 공극은 적절한 자기 강성(magnetic stiffness)을 갖도록 조정하였다.
- (3) 전자석의 코일에 의해 발생하는 역기전력계수는 단락 회로(short circuit)와 오프 회로(off circuit)에서 얻어진 감쇠비로부터 추정하였다.

표 1 시스템 매개변수

회전체의 등가질량	$M_m = 4.90 \text{ kg}$
흡수기의 질량	$M_{sx} = M_{sy} = 1.17 \text{ kg}$
회전체의 강성계수	$K_{mx} = K_{my} = 1.03 \times 10^4 \text{ N/m}$ $C_{mx} = 1.73 \text{ Ns/m}$ $C_{my} = 1.79 \text{ Ns/m}$
감쇠계수 회전체 흡수기	$C_{sx1} = 6.20 \text{ Ns/m}$ $C_{sy1} = 20.6 \text{ Ns/m}$ $C_{sx2} = 13.9 \text{ Ns/m}$ $C_{sy2} = 14.3 \text{ Ns/m}$
영구자석의 자하(Magnetic charge)	$m_x = 2.37 \times 10^{-5} \text{ Wb}$ $m_y = 2.48 \times 10^{-5} \text{ Wb}$
역기전력 계수	$K_{bx1} = 9.54 \times 10^{-1} \text{ Wb/m}$ $K_{bx2} = 8.69 \times 10^{-1} \text{ Wb/m}$ $K_{by1} = 11.0 \times 10^{-1} \text{ Wb/m}$ $K_{by2} = 9.47 \times 10^{-1} \text{ Wb/m}$
유효 인덕턴스	$L_{ex1} = 8.34 \times 10^{-7} \text{ Hm}$ $L_{ex2} = 8.69 \times 10^{-7} \text{ Hm}$ $L_{ey1} = 9.59 \times 10^{-7} \text{ Hm}$ $L_{ey2} = 12.8 \times 10^{-7} \text{ Hm}$
총 인덕턴스	$L_{tx1} = 8.86 \times 10^{-2} \text{ H}$ $L_{tx2} = 8.92 \times 10^{-2} \text{ H}$ $L_{ty1} = 9.35 \times 10^{-2} \text{ H}$ $L_{ty2} = 8.33 \times 10^{-2} \text{ H}$
저항	$R_{x1} = 8.18 \Omega$ $R_{x2} = 8.24 \Omega$ $R_{y1} = 8.70 \Omega$ $R_{y2} = 7.17 \Omega$
전자석간의 등가공극	$\Gamma_0 = 4.50 \times 10^{-3} \text{ m}$

- (4) 영구자석의 자하는 회전체와 흡진기 사이의 쿨롱(coulomb) 법칙에 의해 구해진 자석 강성으로부터 추정하였다.
- (5) 전자석의 유효 인덕턴스는 고정회전체에 대해 코일의 전류에 의해 발생하는 흡진기의 변위로 구한 전자기력으로부터 추정하였다.
- (6) 총 인덕턴스와 누설 인덕턴스는 전자석에 계단 입력 전압에 의해 발생하는

응답 전류로 추정하였다.
시스템 변수들의 값은 표 1과 같다.

5. 시뮬레이션 및 실험결과

그림 4는 시뮬레이션 결과이다. 기준함수(criterion function)의 가중 계수(weighting coefficient)는 회전체의 변위에 대해 1.0이고 제어 전압에 대해 5.0×10^{-3} 이며 나머지

변수들은 영이다. 시뮬레이션에서 전자기력은 선형화되지 않았다.

영구자석만을 사용한 경우에는 그림 4에서 보는 것처럼 위험속도(7.31 Hz)에서의 피크 응답은 사라지고 다른 두 개의 피크가 나타났다. 낮은 속도(6.5 Hz)에서의 피크가 높은 속도(10.5 Hz)에서의 피크에 비해 더 크다.

하이브리드 자석을 사용한 경우에는 두 개

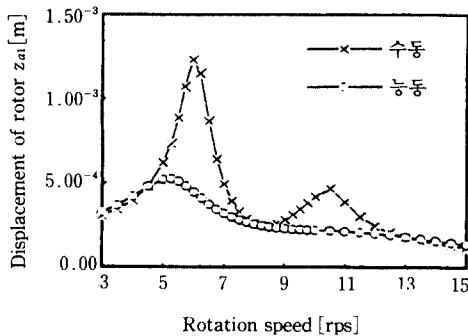


그림 4 시뮬레이션 결과(능동 경우 1)

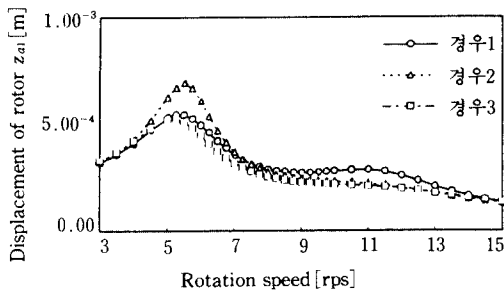


그림 5 시뮬레이션 결과

표 2 기준함수의 가중계수

경우 1	경우 2	경우 3	
1	0	1	회전체의 변위(z_a)에 대해
0	1	1	회전체의 속도(\dot{z}_a)에 대해
5×10^{-3}	5×10^{-3}	5×10^{-3}	제어진압에 대해

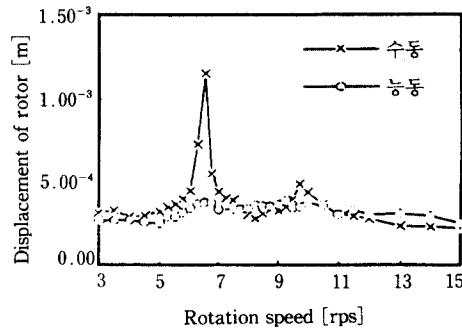


그림 6 실험 결과

의 피크가 사라지고 특히 낮은 속도에서의 피크는 약 60% 감소하였다. 회전체와 흡진기 사이의 최대 상대 변위는 약 1.5×10^{-3} m 이고 전자석의 최대전류는 0.1 A이다.

이 결과에서 아주 낮은 회전 속도에서 변위는 회전체의 정적 처짐(약 2.36×10^{-4} m) 때문에 영으로 가지 않는다. 흡진기가 없는 상태에서 회전시험으로부터 얻은 회전체의 불균형량 ϵ 는 2.0×10^{-5} m이다.

기준함수의 가중계수의 영향을 그림 5에서 보여준다. 계수 값은 표 2에서 보여준다. 그림에서 보는 것처럼 첫번째 경우는 저주파 영역에서 효과적이고 두 번째 경우는 고주파 영역에서 효과적이며 세 번째의 경우는 넓은 영역에서 효과적이다. 그림 6은 그림 4의 시뮬레이션 결과에 상응하는 실험 결과이다. 디지털 제어의 샘플링 시간은 3 msec이다. 실험결과와 시뮬레이션 결과가 대체로 일치하지만 두 결과의 차이는 흡진기 감쇠의 추정 오차로부터 기인한다. 흡진기의 감쇠는 영구자석이 여러 개의 편으로 구성되고 전자기력이 회전체 주위에 균일하게 분포하지 않기 때문에 회전체의 회전속도에 따라 변하기 때문이다.

6. 맺음말

회전체 진동을 제어하기 위해서 하이브리드

드 자석을 이용한 비접촉 관성 댐퍼의 가능성을 보였다. 영구자석만을 사용할 때 나타나는 낮은 회전속도에서 회전체의 피크 변위를 효과적으로 줄였고 넓은 회전영역에서 능동제어의 만족스런 성능을 확인할 수 있었다.

실험 모형에서 실제적인 사용을 위해 몇 가지의 구조설계시에 개선해야 할 점이 있었다. 예를 들면 선형 미끄럼 책상위에 직교하는 방향으로 움직이는 두 개의 단위에 흡진기를 설치하였지만 이차원의 미끄럼 책상과 경 스프링(soft spring)에 의해 지지된 단일링형 단(ring-shaped stage)에 의해 흡진기를 지지하는 것이 효과적인 것이다.

이러한 형태의 동 관성 흡진기는 원동소(power station)의 터빈 발전기(turbine generator)나 공작기계와 같은 회전체 시스템에 넓게 활용할 수 있다.

본 연구는 일본 문부성의 연구비 지원에 의해 부분적으로 수행되었다.

후 기

이 글은 1995년도 우리 학회 동역학 및 제어부문 학술대회에서 영문으로 강연된 내용으로 한국과학기술원 기계공학과 대학원 정호섭에 의해 국문으로 번역되었습니다.

참고문헌

- (1) Shimogo, T., et al., 1992, "Active Mass Damper Using Magnetic Repulsive Force," *Proc. 69th JSME Spring Annual Meeting*, Vol. C, pp. 79~81.
- (2) Shimogo, T., et al., 1994, "Vibration Control of Rotor Using Active Mass Damper with Hybrid Magnet," *Proc 2nd International Conference on Motion and Vibration Control*, pp. 326~329.

부 록

식 (7)에서 행렬 A, B, D 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{51} & 0 & A_{53} & 0 & A_{55} & 0 & A_{57} & 0 & A_{59} & A_{510} & 0 & 0 \\ 0 & A_{62} & 0 & A_{64} & 0 & A_{66} & 0 & A_{68} & 0 & 0 & A_{611} & A_{612} \\ A_{71} & 0 & A_{73} & 0 & A_{75} & 0 & A_{77} & 0 & A_{79} & A_{710} & 0 & 0 \\ 0 & A_{82} & 0 & A_{84} & 0 & A_{86} & 0 & A_{88} & 0 & 0 & A_{811} & A_{812} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{97} & 0 & A_{99} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{107} & 0 & 0 & A_{1010} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{118} & 0 & 0 & A_{1111} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{128} & 0 & 0 & 0 & A_{1212} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{91} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{102} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{113} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_{124} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A_{51} &= -\frac{K_{mx}}{M_m}, A_{53} = \frac{2m_x^2}{\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{55} = -\frac{C_{mx}}{M_m} \\ A_{57} &= \frac{C_{sx1}}{M_m}, A_{59} = \frac{m_x L_{eff1}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{510} = -\frac{m_x L_{eff2}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3} \\ A_{62} &= -\frac{K_{my}}{M_m}, A_{64} = \frac{2m_y^2}{\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{66} = -\frac{C_{my}}{M_m}, A_{68} = \frac{C_{sy1}}{M_m} \\ A_{611} &= \frac{m_y L_{eff3}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{612} = -\frac{m_y L_{eff4}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3} \\ A_{71} &= \frac{K_{mx}}{M_m}, A_{73} = -\left(1 + \frac{M_m}{M_{sx}}\right) \frac{2m_x^2}{\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{75} = \frac{C_{mx}}{M_m} - \frac{C_{sx2}}{M_{sx}}, \\ A_{77} &= -\left(1 + \frac{M_m}{M_{sx}}\right) \frac{C_{sx1}}{M_m} - \frac{C_{sx2}}{M_{sx}}, \\ A_{79} &= -\left(1 + \frac{M_m}{M_{sx}}\right) \frac{m_x L_{eff1}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{710} = \left(1 + \frac{M_m}{M_{sx}}\right) \frac{m_x L_{eff2}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3} \\ A_{82} &= \frac{K_{my}}{M_m}, A_{84} = -\left(1 + \frac{M_m}{M_{sy}}\right) \frac{2m_y^2}{\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{86} = \frac{C_{my}}{M_m} - \frac{C_{sy2}}{M_{sy}}, \\ A_{88} &= -\left(1 + \frac{M_m}{M_{sy}}\right) \frac{C_{sy1}}{M_m} - \frac{C_{sy2}}{M_{sy}} \\ A_{811} &= -\left(1 + \frac{M_m}{M_{sy}}\right) \frac{m_y L_{eff3}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3}, A_{812} = \left(1 + \frac{M_m}{M_{sy}}\right) \frac{m_y L_{eff4}}{4\pi\mu_o M_m \Gamma_o^3} \\ A_{97} &= \frac{K_{b1}}{L_{total1}}, A_{99} = -\frac{R_1}{L_{total1}}, A_{107} = \frac{K_{b2}}{L_{total2}}, A_{1010} = -\frac{R_2}{L_{total2}} \\ A_{118} &= \frac{K_{b3}}{L_{total3}}, A_{1111} = -\frac{R_3}{L_{total3}}, A_{128} = \frac{K_{b4}}{L_{total4}}, A_{1212} = -\frac{R_4}{L_{total4}} \\ B_{91} &= \frac{1}{L_{total1}}, B_{102} = \frac{1}{L_{total2}}, B_{113} = \frac{1}{L_{total3}}, B_{124} = \frac{1}{L_{total4}} \end{aligned}$$