

논문 95-4-3-02

## 파이프의 고유진동수를 이용한 액체밀도측정 센서개발

장경호, 이용재, 김광표, 안병덕

Development of Liquid Density Measurement Sensor  
Using the Natural Frequency of a Pipe

Kyung Ho Chang, Yong Jae Lee, Kwang Pyo Kim and Byung Duk Ahn

## 요 약

파이프의 고유진동수를 이용하여 유체의 밀도측정 센서개발을 위한 제작원리와 방법을 소개하고 길이 32 cm이고 내경과 외경이 각각 2.3 cm와 2.5 cm인 스테인레스 스틸 파이프를 사용하여 센서를 제작하였다. 제작된 센서는 파이프의 진동과 진동신호를 얻기 위해 가진코일과 포토센서를 사용하고, 지속적인 진동을 위한 폐환회로로 구성되었다. 센서의 고유진동수는 스펙트럼으로 분석한 값과 일치된 결과를 얻었으며, 0.8 g/cm<sup>3</sup>부터 1.4 g/cm<sup>3</sup>까지의 밀도범위의 액체로 시험한 결과 0.0027 %의 직선성과 0.032 %의 감도를 나타냈다. 그리고 10 °C와 35 °C 사이의 온도범위에서 고유진동수 변화율은 0.024 %/°C임을 보였다.

## Abstract

For the development of liquid density measuring sensor using the natural frequency of a pipe, its principle and construction method were described. The stainless steel pipe, which has length of 32 cm, inside diameter of 2.3 cm and outside diameter of 2.5 cm, was used for the sensor. The exciting coil and the photo sensor were used to excite and to pick-up it, and the feedback circuit was designed to continue its vibrating. The natural frequency was consistent with the result of the spectrum analysis. It had a linearity of 0.0027 % and a sensitivity of 0.032 % in liquid density range from 0.8 g/cm<sup>3</sup> to 1.4 g/cm<sup>3</sup> and its frequency variation ratio was 0.024 %/°C in temperature range from 10 °C to 35 °C.

## 1. 서 론

산업체에서 품질관리 및 원료혼합의 제어와 LPG 및 LNG와 같은 대유량의 물량측정에서 밀도측정을 필수 요건으로 하고 있다.<sup>[1]</sup> 액체의 밀도는 단위 부피당 질량으로서 부피를 알고 있는 비중병에 담은 액체의 질량측정으로 부터 구하는 측정방법이 가장 잘 알려져 있고 산업현장에서는 일정한 부피를 가진 유리 침자에

눈금이 매겨진 부액계를 액체에 띄워 측정하는 방법을 많이 사용하고 있다. 또한 정밀측정 장치로서 아르키메데스 원리를 이용하여 부력측정으로 부터 구하는 정유체 질량측정 장치가 있으나 이 장치는 사용이 복잡하여 고정밀 측정을 요하는 분석실험에 주로 사용하고 있다.<sup>[2]</sup> 이들 측정기기는 모두 정유체에만 사용이 가능하고 현장에서 유체의 on-line 측정이나 자동화용으로 는 불가능하기 때문에 주로 실험실용 또는 수동식 측정에만 사용하고 있다. 제어용이나 on-line 측정 등 자동측정에는 전기적 신호를 발생하는 디지털 형태의 밀도계가 있어야 한다. 전기적 신호를 발생시킬 수 있는 밀도센서로는 초음파를 이용하거나 방사선, 광학적 또는

한국표준과학연구원  
(Korea Research Institute of Standards and Science)  
<접수일자 : 1995년 6월 13일>

진동식 방법 등이 있다.<sup>[3]</sup> 산업체에서는 디지털식으로 0.1~0.01 %의 정밀도를 필요로 하며 특히 대유량측정 분야에서는 0.01 % 이상의 정밀측정을 유지해야만 한다. 진동식 센서를 이용한 밀도계는 on-line 설치가 간편하고 0.01 %의 높은 정밀도의 성능을 가지고 있으므로 산업체의 용도에 알맞는 측정기기이다. 진동식 밀도계는 진동체의 진동주기가 질량에 비례하는 원리를 이용한 것으로 유체가 흐르는 파이프를 진동체로 사용하면 일정한 부피를 가진 파이프 내에 흐르는 유체의 밀도가 변하면 진동주기가 변화되고 이를 전기적 신호로 감지 할 수 있게 된다. 국내에 보급된 모든 진동식 밀도계는 전량 수입된 상태이고 개발 연구실적이 전혀 없는 실정이지만 외국에서는 20여년 동안 연구한 바 있다.<sup>[4,5,6]</sup> 1970년초 오스트리아의 Kratky 와 Leopold가 혈청내에 함유된 protein 밀도변화를 측정하기 위해 "U"자 형태의 유리관으로 만들어 상품화 하였고 실험실용으로는 고정밀의 경우 0.001 %까지 성능을 보이고 있다.<sup>[7]</sup> "U"자관 형태의 진동센서는 유체의 흐름에 제약을 받으므로 산업용으로는 적합하지 못하기 때문에 일본의 Senda는 1978년에 스텐레스강으로된 직선관 모양의 산업용 센서를 개발하였다.<sup>[8]</sup> 진동식 센서는 고압 및 고온에서도 측정이 가능하여 1984년 미국의 H. J. Albert는 고온(700 K), 고압(40 MPa) 상태에서 액체의 물성연구에 사용한 적이 있다.<sup>[9]</sup> 본 연구에서는 외경과 내경이 2.5 cm, 2.3 cm이며, 길이가 32 cm인 스텐레스 스틸 파이프를 진동센서로 사용하고 진동 코일과 포토센서를 파이프의 진동과 pick-up 센서로 사용하여 밀도측정 센서를 제작한 후 직선성 및 감도 그리고 온도영향을 시험 하였다.

## 2. 측정원리

탄성을 가진 강체의 고유진동수는 일반적으로 질량의 제공근에 반비례하므로 부피가 일정한 파이프에 채워진 액체의 고유 진동수도 액체질량의 제공근에 반 비례하게 된다. 따라서 액체가 채워진 파이프의 고유진동수를 측정함으로써 밀도를 구할 수 있다. 파이프의 고유진동수를 구하기 위해 양단이 고정된 보의 횡진동 운동을 모델로 하였다. 보의 굽힘모멘트가  $EI \frac{d^2 y}{dx^2}$  이고, 보에 작용하는 y 방향 힘이  $\rho \omega^2 y$ 의 조화운동 임을 가정할 때 보의 운동은 일반적으로 다음과 같이

미분방정식을 가지게 된다.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - \rho \omega^2 y = 0 \quad (1)$$

윗식에서  $\beta^4 = \rho \frac{\omega^2}{EI}$ 라 놓으면 다음식과 같은 조화운동의 일반해를 얻게 된다.

$$y = A \cosh \beta x + B \sinh \beta x + C \cos \beta x + D \sin \beta x \quad (2)$$

여기서, E는 보의 영율이고, I는 단면 2차 모멘트이며,  $\rho$ 는 보의 밀도이다. 따라서 보의 고유진동수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{1}{2\pi} (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \\ &= J \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $(\beta_n l)^2$ 은 보의 설치조건에 따른 상수이며,  $J$ 는 계기 진동상수이고, m과 l은 보의 질량과 길이이다. 파이프의 운동은 보의 운동과 유사하므로 파이프의 고유진동수는 식(3)과 동일하게 생각 할 수 있다. 속이 빈 파이프 내부의 부피를  $v$ 라 하고 밀도가  $d$ 인 유체가 파이프속에 채워지게 되면 파이프의 고유 진동수  $f_d$ 는

$$f_d = J \sqrt{\frac{EI}{(m + v d) l^3}} \quad (4)$$

이며, 유체밀도  $d$ 는 아래와 같다.

$$d = \left( \frac{f_n^2}{f_d^2} - 1 \right) \frac{m}{v} \quad (5)$$

또한 유체가 채워진 파이프의 진동 주기와 밀도는 다음 관계식을 가지게 된다.

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{f_d^2} J^2 \frac{EI}{vl^3} - \frac{m}{v} \\ &= AT^2 + B \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $A$ 와  $B$ 는 계기 상수로서 밀도값을 알고 있는 두종류의 액체를 사용함으로써 구할 수 있고, 진동 주기측정으로부터 액체밀도 측정이 가능하다.

동수 변화를  $\delta f$  라 하면

$$\frac{\delta d}{2 \cdot \rho \cdot \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right]} = \frac{\delta f}{f_n} \quad (10)$$

$$(\because f_n = f_d + \delta f, f_n > f_d, f_d \gg 1, \delta f \ll 1)$$

### 3. 센서 제작

#### 3.1 진동 파이프

Fig. 1은 제작된 센서의 기본 구조를 나타낸 것이다.

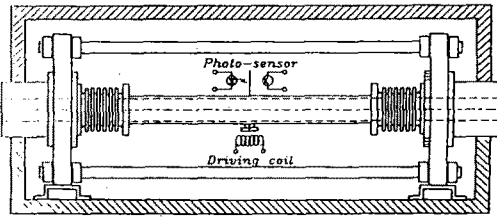


그림 1. 진동파이프의 구조도

Fig. 1. Schematic diagram of vibrating pipe

Fig. 1에 보인바와 같이 센서의 구조는 유체가 흐르는 파이프의 중간에 파이프를 강제 진동할 수 있는 exciting coil과 파이프의 진동을 감지할 수 있는 광 센서를 부착하고, 파이프의 끝에는 bellows를 설치하여 외부의 진동이 진동파이프의 진동에 영향을 주지 않도록 하였다. 센서의 정확도는 파이프 두께 및 밀도 그리고 진동수 측정의 영향을 받게 된다. 파이프의 외경과 내경을 각각  $D_1, D_2$ 라 할 때 파이프의 질량은

$$m = \rho \left( \frac{\pi}{4} \right) (D_1^2 - D_2^2) \quad (7)$$

이 되며, 밀도가  $d$ 인 유체가 채워졌을 때 유체의 질량은

$$\delta m = d \cdot l \cdot \left( \frac{\pi}{4} \right) \cdot D_2^2 \quad (8)$$

으로 표시된다. 위 두식과 식(5)로부터 유체밀도 측정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$d = \rho \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right] \left[ \left( \frac{f_n}{f_d} \right)^2 - 1 \right] \quad (9)$$

파이프내에 밀도가  $\delta d$ 인 유체가 들어 있을 때 고유진

이된다. 윗식에서 우변은 진동수 변화율로서 유체 밀도의 작은 변화에 의한 진동수 변화율이 커면 측정의 정확도가 커지므로 이 변화율을 크게 하여야 한다. 여기서 정확도를 크게하는 요소는 두가지로 생각할 수 있다. 하나는 파이프 두께를 가능한 얇은 것을 사용하며 다른 하나는 밀도가 작은 재질을 사용하는 것이다. 예를들면 일정한 두께를 가진 파이프에서 외경의 크기를 크게 하면 두께비율인  $D_1/D_2$ 이 작아 지고 진동수 변화율  $\delta f/f_n$ 이 커지므로 정확도가 증가한다. 또한 밀도가 작은 재질인 유리 등을 사용하여 정확도를 증가시킬 수 있으나 본 연구에서는 산업용을 목적으로 하였기 때문에 견고하고 조립이 용이하며 내부식성이 강한 스테레스 스틸 파이프를 선택하였다. 선택한 파이프의 밀도는  $7.8 \text{ g/cm}^3$ 이며 외경과 내경은 각각 2.5 cm, 2.3 cm 이고 길이는 32 cm 이다. 파이프의 굵기는 시중에서 구하기 쉬운 것을 택한 것으로 특별한 의미는 없으며 길이는 센서의 전체적인 크기를 고려하여 사용하기에 적합하도록 하였으며, 아울러 고유진동수 측정에 있어서 충분한 감도를 가지도록 하였다.

#### 3.2 가진부와 감지부

센서의 가진부는 fig. 1과 같이 코일과 영구자석으로 구성되어 있고 감지부는 스캐너와 광센서로 구성하였다. 영구자석은 직경이 10 mm이고 높이가 3 mm인 실린더 모양으로 사마륨-코발트 17계열을 2700 가우스 정도 자화하여 만들었다. 영구자석과 진동코일 사이의 간격은 0.1 mm 정도 설치 하였으며, 진동코일은 외경과 높이가 12 mm인 알루미늄 실린더에 0.1 mm 굵기의 코일을 720번 감아 제작하였다. 파이프의 진동을 감지하는 감지부는 photo resistor와 LED를 진동센서의 고정판에 부착하고, photo resistor와 LED 사이에 스캐너를 설치하였다. 스캐너는 진동파이프에 부착하여 파이프와 함께 스캐너가 진동하면서 LED로부터 방출되는 빛을 차단함으로써 photo resistor의

출력변화를 주어 파이프의 진동수를 측정할 수 있도록 하였다.

### 3.3 측정회로

파이프의 고유 진동수를 측정하기 위해 fig. 2와 같은 회로를 구성하였다. 회로의 구성은 파이프의 진동을 지속적으로 유발시키는 가진코일에 전기적 신호를 공급하는 케환회로로 설계하였으며, 가진코일에 가하는 시그날은 감지부에서 검출된 시그날을 증폭 및 위상보정과 limiter를 통해서 구형파로 공급하여 파이프의 진동을 일정한 크기로 지속적으로 진동되도록 하였다. 가진코일에 입력된 구형파 시그널과 감지부에서 검출된 싸인파는 90도의 위상차가 생기므로 위상보정을 해야한다. 만일 위상보상이 이루어지지 않으면 distortion으로 인하여 고유진동수를 측정할 수 없게 된다. 지속적인 고유진동을 유지시키기 위해서 구형파로 변환하고 가진코일에 가하는 전류는 최대 55 mA 정도 되어야 1.4 g/cm<sup>3</sup>인 액체가 통과하였을 때 파이프가 진동하게 된다. 본 회로에서는 최대 56 mA 최소 20 mA의 전류를 가하여 미소한 밀도변화에서도 동작되도록 하였다. 전류의 크기는 영구자석과 가진코일과의 거리와도 관계되므로 거리를 가깝게 하면 적은 전류로도 진동이 가능해 진다. 본 회로에서는 코일과 자석사이의 거리를 0.1 mm 정도로 하고 전류는 최대 56 mA로 하였다.

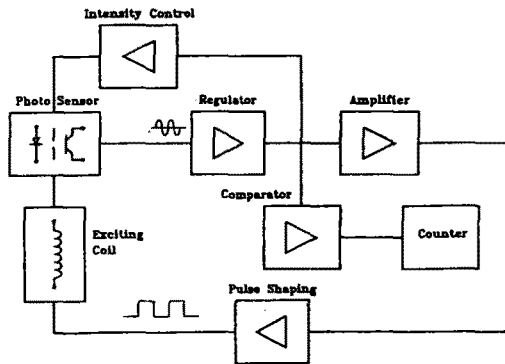


그림 2. 고유진동수를 측정하기 위한 전기적회로의 구조도

Fig. 2. Schematic diagram of the electrical circuit for natural frequency measurements

## 4. 측정결과 및 검토

### 4.1 고유진동수 측정

제작된 파이프의 고유진동수는 실온에서 frequency counter(HP 5316A)로 측정하였으며 측정의 안정도는 0.01 Hz이었다. 진동 파이프의 고유 진동수는 약 197 Hz이었으며 dynamic signal analyzer(HP, 35660A)로 spectrum을 분석한 값과 일치하였다. Fig. 3은 파이프 진동을 분석한 spectrum을 보인 것이다. 이 값은 길이가 32 cm이고 영율이 29 x10<sup>6</sup> psi (2.1 x 10<sup>9</sup> g/cm<sup>2</sup>)인 스텐레스 스틸 파이프의 고정조건을 free - free로 하여 면적모멘트가 0.543인 것을 식(3)으로 계산하였을 때 70 Hz가 된다. 이는 파이프의 경계조건 및 질량이 실제보다 약간의 차이가 있기 때문인 것으로 보인다. 그러나 측정센서의 기능은 직선성에 좌우되며 조립과정에서 초래하는 진동상수의 변화는 센서의 성능에 영향을 주지 않기 때문에 문제되지는 않는다.

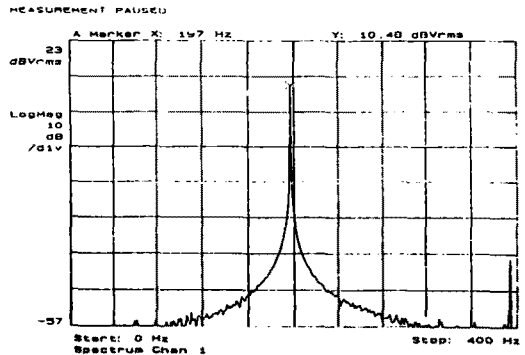


그림 3. 공기중에서의 진동파이프의 진동 스펙트럼  
Fig. 3. Frequency spectrum of the oscillation for vibrating pipe filled with air

### 4.2 직선성 및 감도

계기상수 및 직선성을 구하기 위해 0.8 g/cm<sup>3</sup> ~ 1.4 g/cm<sup>3</sup> 범위의 밀도용액을 사용하였다. 밀도용액으로는 alcohol(0.8~0.9 g/cm<sup>3</sup>)과 ethylenglycol(1.0~1.1 g/cm<sup>3</sup>) 그리고 1.2 g/cm<sup>3</sup>이상은 HgI<sub>2</sub>와 KI 혼합한 수용액을 사용하였다. 밀도용액은 정확도가 0.001 %인 고체밀도 기준물로 정유계 질량측정법으로 교정하였으며 교정정확도는 0.01 %이다. 측정 온도는 22.5 °C이며 ± 0.05 °C의 안정된 상태에서 시험하였다. Fig. 4는 직선성을 시험한 결과이며 이를 최소자승법으로 일차식으로 fitting하여 식(11)와 같은 결과를 얻었으며 계기상수 A는 0.614824 x 10<sup>5</sup> 이고 B는 -1.58657로 나타났다.

$$d = 0.614814 T^2 \times 10^5 - 1.58657 \text{g/cm}^3 \quad (11)$$

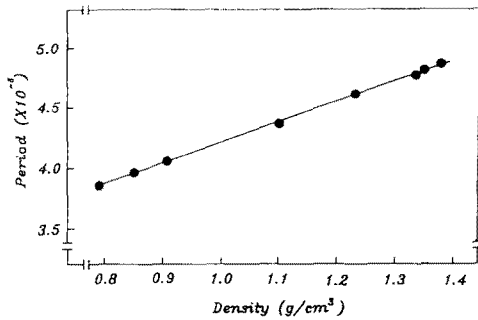


그림 4. 액체밀도에 대한 진동파이프의 주기  
Fig. 4. Period of vibrating pipe according to the liquid density

센서의 감도는 식(11)을 미분하여 얻을 수 있다. 진동 파이프의 고유진동수를 197 Hz로 하고 진동수의 분해능을 0.02 Hz로 할 때 감도는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \delta d &= 2 \times 0.614814 \times 10^5 \times T \times \delta T \\ &= 0.00032 \text{ g/cm}^3 \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)에 보인바와 같이 센서의 감도는 0.00032 g/cm<sup>3</sup>을 보였다.

### 4.3 온도

파이프의 고유진동수는 물리적성질과 조립상태에 따라 결정되므로 온도의 영향을 많이 받게 된다. 식(3)에서 온도의 영향을 받는 요소는 영울과 면적모멘트 그리고 길이의 변화이다. 온도에 의한 진동수 변화율은

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{f_n} \cdot \frac{\delta f_n}{\delta \theta} \\ &= \frac{1}{2} (\alpha_E + \alpha_1 + 3\alpha) = 3.5\alpha \end{aligned} \quad (13)$$

과 같다. 여기서,  $\alpha_E$  는 영울에 의한 진동수 변화율이며  $\alpha_1$  는 모멘트에 의한 진동수 변화율로서 진동 파이프의 온도에 의한 진동수 변화율은 3.5  $\alpha$ 가 된다. 선팽창계수( $\alpha$ )가  $1.7 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ 인 스테인레스 스틸 파이

프의 경우 진동센서의 온도에 의한 진동수 변화율은  $6 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ 이 되므로 0.012 Hz/  $^\circ\text{C}$ 이 된다. Fig. 5는 제작된 센서에 대한 온도변화를 보인 것으로서 진동수가 온도변화에 따라 비례적으로 감소함을 알 수 있다. 이 변화를 최소자승법으로 1차식으로 fitting 하면 다음식과 같으며 진동수변화가 0.024 %/ $^\circ\text{C}$ 인 0.0475 Hz/ $^\circ\text{C}$ 로 나타났으며 이론값보다 큰값을 보였다.

$$f_x = -0.0475t + 197.939 \text{ (Hz)} \quad (14)$$

이는 조립상태에 의한 것으로 온도영향을 받아 조립상태가 미소하게 느슨해진 때문으로 판단된다. 결과적으로 진동센서의 조립부분은 가능하면 용접하는 것이 바람직하며 온도보상 장치를 설치하여 오차를 줄여야만 한다.

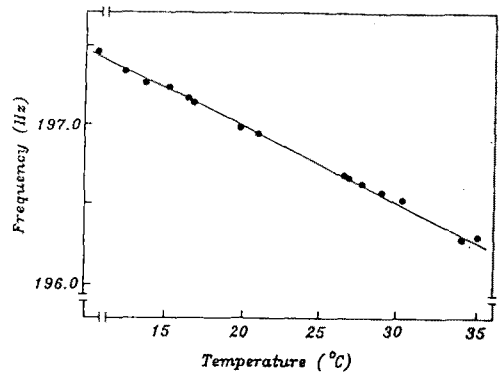


그림 5. 진동파이프의 온도에 의한 주파수 변화  
Fig. 5. Frequency variation due to temperature for the vibrating pipe

## 5. 결론

내경과 외경이 각각 2.3 cm과 2.5 cm인 스테인레스 스틸 파이프를 길이 32 cm의 진동센서를 제작하고 가진 코일과 광센서로 가진부와 감지부를 설치하여 유체 밀도 측정용 센서를 개발하였다. 제작된 센서는 22.5  $^\circ\text{C}$ 의 온도에서 밀도범위가 0.8~1.4 g/cm<sup>3</sup>인 액체로 성능시험을 하였을 때 0.0027 %의 직선성과 0.032 %의 감도를 보이고, 온도범위 10~35  $^\circ\text{C}$ 에서 진동수 변화율이 0.024 %/ $^\circ\text{C}$ 로 보이므로 파이프의 진동주기를 이용한 산업용 유체밀도 측정센서는 0.03 %의 정밀제작이 가능함을 보였다.

## 참고문헌

- [1] Paul L. Magaris , " Determination the Density of Liquids", Bell & Howell/CEC Division (1979)
- [2] 蓑輪善藏, 密度 および 濃度 , コロナ社, 東京 (昭和51)
- [3] "Les Précautions a Prendre Pour Mesurer La Densité Des Liquides", Mesures - Régulation - Automatisation , pp. 9-17(1981)
- [4] A. Karolus, " La Contance Des Generateurs a Diapasons ", Annales Francaises de Chronometrie (3) , pp. 181-198 (1953)
- [5] D. E. Laberge, " Determination of Specific Gravity of Malt Extracts, Worts, and Beer", J. O. the American Society of Brewing Chemists, Vol. 37, No. 2, pp. 105-106 (1979)
- [6] Zhu Guozhen and Xu Laoli," Measurements of Viscosity and Density by a Vibational Sphere ", Rev. Sci. Instrum., Vol. 56, No. 8, pp. 1639-1642 (1985)
- [7] O. Kratky, H. Leopold and H. Stabinger , " The Determination of the Specific Volume of Proteins by the Mechanical Oscillator Technique", Methods in Enzymology Academicpress, Newyork London, Vol. 27, Part D, pp. 98- 110 (1973)
- [8] 仙田 修 " 彈性振動を利用した流體の密度測定 " 時計學會誌, No. 67, pp. 32-46 (1973)
- [9] Henry J. Albert and Robert H. Wood, "High-Precision flow densimeter for fluids at temperatures to 700 K and Pressures to 40 MPa", Rev. Sci. Instrum. Vol.55, No.4, pp. 589-593(1984)

## 著 者 紹 介



## 장 경 호

1949년 2월 12일생. 1977년 한남대학교 물리학과 졸업(학사). 1981년 한남대학교 대학원 물리학과 졸업(석사). 1978년 ~ 현재 한국표준과학연구원 선임연구원. 주관심분야 : 질량, 부피, 밀도측정

의 표준유지 및 정밀측정기 개발



## 김 광 표

1960년 9월 17일생. 1989년 대전공업대학 전자과졸업(학사). 1985년~1986년 한국쌍신전기. 1986년~현재 한국표준과학연구원 연구원. 주관심분야 : 역학분야 질량 측정 및 관련기기 개발



## 이 용 재

1957년 9월 22일생. 1988년 한국방송통신대학교 전산학과 졸업(학사). 1978년 ~ 1982년 한국중공업 정밀측정실. 1982년 ~ 현재 한국표준과학연구원 역학연구부 질량·힘 그룹. 주관심분야 : 역학

분야 정밀측정 및 관련기기 개발



## 안 병 덕

1949년 3월 19일생. 1971년 한남대학교 물리학과 졸업(학사). 1973년 연세대학교 대학원 물리학과 졸업(석사). 1987년 숭실대학교 대학원 물리학과 졸업(박사). 1979년 ~ 현재 한국표준과학연구원 선임연구원.

구원 선임연구원.