

한계비용이론을 이용한 관망 조직의 최적설계

Optimal Design of Pipe Networks by Using the Marginal Cost Theory

趙 鎮 勳*

Jo, Jin-hoon

Abstract

An economically optimal design procedure for the pipe network is proposed. The conditions of pipe network which we have considered are relatively large; no limitations of pipe elements, multiple water sources, mixed conditions of reservoirs and pumping stations, etc. To solve the nonlinearity between the pipe cost and the energy cost the Rasmusen's optimal algorithm which is based on the concepts of marginal cost and critical links is adopted. For the initial flow distribution the theory of "minimum spanning tree" of E. Minioka is applied. The hydraulic calculations are accomplished by the Hardy-Cross method. When a pumping station is installed, the program may consider the pumping efficiency. The pipe materials should be decided by users, so that the design may be practically useful.

I. 서 론

과거에는 관개조직이 주로 개수로를 이용하여 구성되었으나 수자원 이용의 효율성, 관리의 편리성 및 기계화 농업 등의 이유로 관망을 이용하여 관개조직을 구성하는 경우가 점차 보편화되어 가고 있다. 현대화된 관망수요가 증가하게 됨에 따라서 관망(管網)설계의 최적화를 위해서는 비선형 형태의 비용함수 최소화가 이루어져야 하며 설계에 사용되는 관의 규격은 상업적으로 이용이 가능한 범위내에서 선택되어야 한다. 이에 더하여 수원

이 여러개이면서도 양수장이 포함되는 경우 문제는 더욱 복잡하여 진다. 많은 연구자들이 이 문제를 해결하기 위하여 여러가지 방법을 시도하였다.

Featherstone과 EL-Jumaily(1983), Quindry(1981)는 문제를 보다 단순화하기 위하여 관망(管網)조직에서 Loop부분과 Branch 부분을 분리하였다. Watanatada(1983)는 54개 절점을 가진 관망을 해석하기 위하여 Davidon-Fletcher-Powell(DFP)방법을 도입하였다. 그러나 문헌을 통하여 발표된 방법들은 상당히 강한 제한적 요소를 내포하고 있으므로 범용적으로 적용하기에 어

* 농어촌진흥공사 농어촌연구원

키워드 : 관망조직, 최적화, 펌프특성곡선, 한계비용
Minimum spanning tree, Critical link

려움이 따른다. 따라서 복합적인 조건을 갖는 대규모의 관망시스템에 대한 최적설계를 위한 방법을 개발할 필요성이 있다.

본 연구의 목적은 한계비용이론을 이용해서 일반적 조건을 갖는 관망조직을 설계하기 위한 컴퓨터 프로그램 알고리즘을 개발하여 경제적인 설계가 가능토록 하는데 있다.

PIPE-NET로 명명된 프로그램은 파스칼 언어로 작성되었으며, 용량이 작은 개인용 컴퓨터에 적합하도록 동적 데이터 구조를 갖도록 하였다.

II. PIPE-NET의 적용 이론

1. 관망조직의 분류

실제에 있어서 관망조직은 여러가지 다양한 형태의 수원을 가지게 되며 이들의 조합에 따라서 5가지 형태로 분류하였다.

- 가. Type 1 : 가장 간단한 형태로서 중력으로 물을 공급하는 단 한개의 수원이 존재한다.
- 나. Type 2 : 이 경우에도 단 한개의 수원이 존

재하나 양수장을 통하여 물을 공급하는 것이 type 1과 다른 점이다.

- 다. Type 3 : 여러개의 수원이 존재하나 모든 수원은 중력에 의하여 공급을 한다.
- 라. Type 4 : Type 3과 마찬가지로 여러개의 수원이 존재하며 모두 양수장을 통하여 공급한다.
- 마. Type 5 : 가장 복잡한 형태로서 중력에 의하여 공급하는 수원과 양수장을 통하여 공급하는 수원이 함께 존재하는 경우이다.

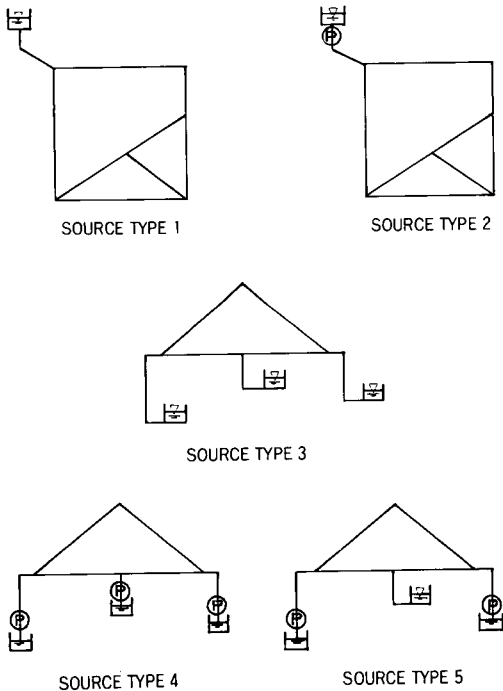
이들 5개 Type의 수원에 대한 모식도가 <Fig. 1>에 나타나 있다. 데이터 작성은 이들 수원의 분류에 따라 달라지게 되므로 먼저 대상 관망조직이 어느 형태에 속하는가를 판단하여야 한다.

2. 펌프의 선정

양수장을 통하여 물을 공급하는 경우 설계자는 펌프의 특성을 입력시켜야 한다. 적절한 펌프를 선정하기 위해서는 펌프에 대한 상당한 경험을 필요로 한다. 선정된 펌프가 소요수두와 유량을 만족시키도록 선택되었다면 첫번째 시도에서 최적 설계 값을 얻을 수 있으나 그렇지 못할 경우 PIPE-NET는 계산을 중단하고 펌프의 특성을 바꾸도록 메시지를 보낸다. 실제로 모든 펌프는 <Fig. 2>와 같은 형태의 고유한 특성곡선을 가지며, 이들 곡선은 양정 및 회전수와 유량사이의 관계를 나타낸다. 대개의 경우 펌프특성 곡선은 이차함수의 형태로 표현가능하며 PIPE-NET내에서(1)의 형태로 받아들인다. 여기서 a_0 , a_1 과 a_2 의 계수를 통하여 펌프의 특성이 결정되므로 설계자는 적절한 계수를 선정해야 할 필요가 있다.

$$H_p = a_0 + a_1Q + a_2Q^2 \quad (1)$$

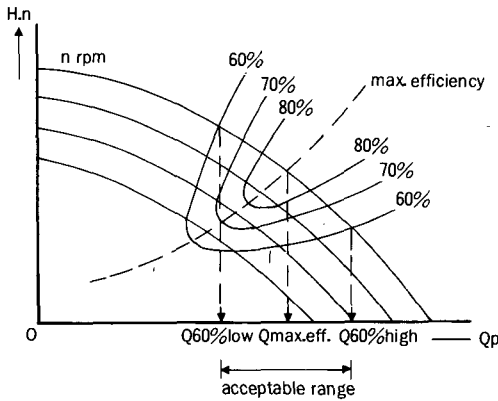
PIPE-NET는 펌프의 결정에 있어서 양정과 유량뿐 아니라 펌프의 효율도 고려하고 있다. PIPE-NET가 허용하는 효율은 60%이상인 경우이며 이 보다 낮은 효율을 나타내는 펌프는 재결정하도록 요구한다. 실제에 있어서 펌프효율이 100%인 경우는 존재하지 않으며 90%이상이면 대단히 양호한 것으로 간주된다. 따라서 PIPE-NET에서 최대 효율은 90%로 간주한다. PIPE-



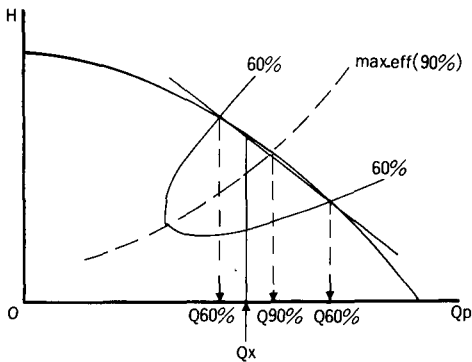
<Fig. 1> Classification of source types

NET는 60%효율을 나타내는 두 유량, $Q_p(60\% \text{ eff.}) - \text{low}$ and $Q_p(60\% \text{ eff.}) - \text{high}$ 를 입력자료로 요구하며 문제를 간단히 하기 위하여 최대 유량 $Q_p(90\%)$ 는 두개의 $Q_p(60\%)$ 값을 평균한 값을 사용한다.

〈Fig. 2〉에서 보는 바와 같이 펌프 특성 곡선은 임펠러의 회전속도에 따라 달라지게 된다. 일정한 회전수를 갖는 경우에도 펌프 효율은 유량과 비선형 관계를 갖는다. 따라서 계산된 유량에 대해서 펌프 효율을 정확히 알아낼 수 없다. 이 문제를 간단히 하기 위하여 PIPE-NET는 두개의 $Q_p(60\%)$ 범위내에서 펌프 효율과 유량사이에 선형관계가 성립한다고 가정하였다. 따라서 〈Fig. 3〉에서와 같이 두개의 $Q_p(60\%)$ 사이에 존재하는 임의의 유량에 대한 펌프의 효율은 보간법에 의하여 계산한다.



〈Fig. 2〉 Acceptable range of pump efficiency in PIPE-NET



〈Fig. 3〉 Interpolation of pump efficiency

3. 수리학적 계산

가. Hardy-Cross 방법

이 방법은 관망내 유량을 결정하는 방법으로서 매우 효율적인 방법이다. 초기값이 실제와 근접하게 설정된 경우 몇번의 반복 계산후 최종값에 수렴하게 된다. 그러나 관망의 규모가 커지게 되면 계산이 복잡하게 되어 컴퓨터를 이용하여야 하며 이 경우 초기값의 선정이 부담된다.

나. Minimum Spanning Tree

PIPE-NET는 Hardy-Cross 방법을 적용할 수 있도록 연속성을 유지하도록 초기값을 자동으로 선정하는 기능이 있으며, 이를 위하여 E. Minieka(1970)에 소개된 “Minimum spanning tree” 알고리즘을 이용하고 있다. Minimum spanning tree 알고리즘의 내용을 개략적으로 설명하면 아래와 같다.

처음에 모든 관을 길이에 따라 분류하고 (Kc 값), 색깔이 칠해지지 않았으며, 두개의 바구니가 비어있다고 가정한다.

- step 1 : 길이에 따라서 분류된 관중에서 첫번째 관을 선정하여 푸른색을 칠하고 관의 양절점을 바구니에 넣는다.
- step 2 : 두번째 관을 선택하였을 때 다음의 4가지 경우가 발생한다.

- 1) 관의 양절점이 같은 바구니에 담겨있는 경우
- 2) 한쪽 절점은 바구니에 담겨 있으나 다른 절점은 바구니에 없는 경우
- 3) 두절점 모두 바구니에 없는 경우
- 4) 양절점이 각각 다른 바구니에 담겨 있는 경우

1)의 경우가 발생하면, 해당 관을 오렌지색으로 칠한 후 step 2를 계속한다. 2)의 경우가 발생하면 관을 푸른색으로 칠하고 바구니에 담겨있지 않은 절점을 다른쪽 절점이 담겨있는 바구니에 넣는다. 3)의 경우가 발생하면, 관을 푸른색으로 칠하고 양절점을 다른 빈바구니에 넣는다. 4)의 경우가 발생하면, 관은 푸른색으로 칠하고 두 바구니를 합하여 다른 바구니에 비워둔다.

step 3 : 모든 절점이 한개의 바구니에 담기게 되면 푸른색을 칠한 관들로 Spanning tree의 구성이 가능하므로 알고리즘을 종료한다. 그렇지 않을 경우 Step 2로 돌아가서 동일과정을 반복한다.

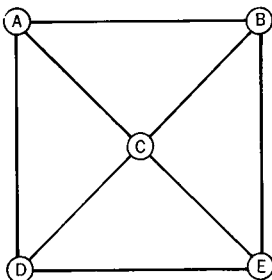
다음에 Minimum spanning tree의 간단한 예를 들었다. <Fig. 4>에 주어진 관망에 대한 spanning tree로 구성하기 위하여 먼저 관의 길이 (또는 중량)이 작은 것부터 큰 순서로 배열한 결과가 다음의 순서로 이루어진다고 가정한다 :

(a, b), (d, e), (a, d), (b, e), (c, d), (c, e), (b, c), (a, c). 위에서 설명한 알고리즘의 순서에 따라 실행을 하면 아래와 같은 결과를 얻게 된다.

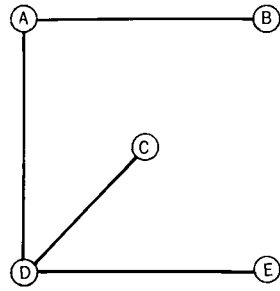
절점	중량	색깔	바구니 1	바구니 2
(a, b)	2	푸른색	a,b	비어있음
(d, e)	4	푸른색	a,b	d,e
(a, d)	7	푸른색	a,b,d,e	비어있음
(b, e)	11	주황색	a,b,d,e	비어있음
(c, d)	15	푸른색	a,b,d,e,c	비어있음

모든 절점이 하나의 바구니에 집결되었으므로 알고리즘의 실행을 중단하였다.

위에서 푸른색으로 칠해진 4개의 관(a, b), (d, e), (a, d), (c, d)가 minimum spanning tree를 구성되 하는 요소가 되며 이를 그림으로 나타내면 <Fig. 5>와 같다.



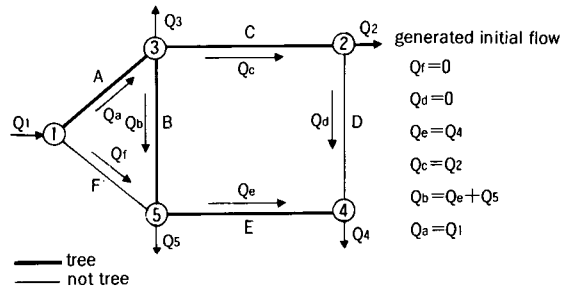
<Fig. 4> Example of minimum spanning tree



<Fig. 5> Minimum spanning tree

라. 초기 유량설정

일단 Minimum spanning tree가 결정되면, 각 관에 대한 초기 유량은 다음과 같이 계산된다. 먼저 한개의 절점만이 Spanning tree에 연결된 절점을 시점으로하여 유량을 배분한다. Spanning tree에 해당되지 않는 관요소를 흐르는 유량은 0으로 가정한다. <Fig. 6>의 예에서 Minimum spanning tree는 A, B, C, E이며 발생된 초기 유량의 관계식을 보여준다. 이렇게 설정된 초기유량은 각 관내의 손실 수두를 계산한 후 Hardy-Cross방법을 이용하여 보정한다.



<Fig. 6> Example of flow initialization

4. 경제성 분석

총 소요비용(TC)은 전체 관비용(TPC)과 전체 에너지 비용(TEC)를 합한 것이므로

$$TC = TPC + TEC \tag{2}$$

로 표현된다. TPC와 TEC사이에 비선형 관계가 존재하며 이 관계를 모식도로 표현하면 <Fig. 7>과 같다. 여기서 TPC는 다음식으로 표현된다.

$$TPC = \sum_{i=1}^n L_i C d_i \quad (3)$$

TPC=전체관 비용(원)

L_i = i 번째 관길이(m)

$C d_i$ =관직경에 따른 단위길이당 가격(원/m)

펌프의 연간 가동 비용(AEC)는 다음식으로 표현한다.

$$AEC = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q \cdot T \cdot F}{1000\mu} \quad (4)$$

H : 양정고(m)

Q : 양수량(m/s)

T : 연간 가동시간(hr)

μ : 펌프효율

ρ : 물의 밀도

g : 중력 가속도(m/s²)

F : 에너지 비용(원/kwh)

관망조직의 기대 수명을 n 년으로 할 때 이 기간 동안 소요되는 총에너지 비용(TEC)은 다음과 같이 표현된다.

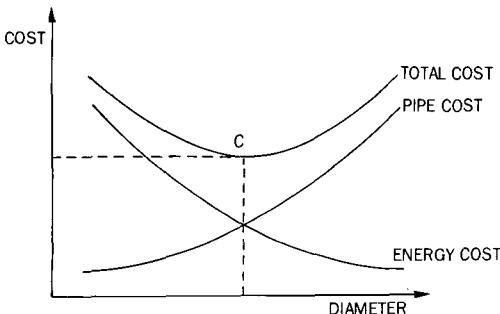
$$TEC = AEC \left[\left(\frac{1}{i+1}\right)^0 + \left(\frac{1}{i+1}\right)^1 + \left(\frac{1}{i+1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{i+1}\right)^{n-1} \right] \quad (5)$$

여기서 $\left(\frac{1}{i+1}\right)^{n-1}$ 은 $n-1$ 년 번째의 감소계수이다.

식 (5)는 다음과 같이 단순화 할 수 있다.

$$TEC = AEC \left[1 + \frac{1}{i} - \frac{1}{i(i+1)^{n-1}} \right] \quad (6)$$

관(管)비용과 에너지 비용 사이의 비선형 관계를 해결하기 위하여 Rasmusen(1976)이 소개한 한계비용과 Critical link의 알고리즘을 이용하였다.



<Fig. 7> Typical relationship between pipe and energy cost

-Critical link

관망(管網)내의 절점중에서 최대 소요수두를 갖는 절점을 Critical node라 하고 이 절점과 수원을 연결하는 관들을 Critical link라 한다. 만약 이 Critical node가 요구하는 수두를 공급한다면 이 절점에서 초과수두는 0이 되며 다른 절점에서는 초과수두를 갖게 된다. 따라서 에너지 비용의 축소는 Critical link내의 압력손실을 축소함으로써 얻어질 수 있다. 아울러 Critical link에 속하지 않는 관들은 초과수두를 낮출 수 있으며 더 작은 관경의 사용이 가능해진다. 어느 특정한 관의 직경을 줄일 것인가, 늘릴 것인가하는 문제는 추가 에너지 비용과 추가 관비용 사이의 한계 비용절감에 달려 있다.

-한계 에너지 비용

양수장에서 한계 에너지 비용(MEC)은 다음과 같이 표현된다.

$$MEC = \frac{TEC}{H_m} \quad (7)$$

H_m : 양수에 의한 공급수두

양수장이 여러개 있는 경우 MEC는 다음과 같다.

$$MEC = \frac{TEC}{H_w} \quad (8)$$

H_w : 전체 양수장의 공급 수두의 평균값

한계 에너지 비용이 Critical link를 따라서 일정하다면

$$MEC_i = MEC \quad (9)$$

이며 다른 절점에서의 한계에너지 비용은 다음 식과 같이 표현된다.

$$MEC_i = \left(\sum_{k=1}^n Q_{ki} \cdot MEC_k \right) / \sum_{k=1}^n Q_{ki} \quad (10)$$

여기서 Q_{ki} 는 절점 k에서 i까지의 유량이다.

-관경의 조정

H_p^0 를 현재 설정된 관 P(직경 D_p^0)를 따라 발생하는 수두손실이라 하고 H_p^{0+1} 을 더 큰 관경 D_p^{0+1} 을 설치하였을 때 발생하는 수두손실이라 하면 두 경우의 압력차이는 $H_p^0 - H_p^{0+1}$ 이며 한계에너지 비용 절감액(MES)은 $(H_p^0 - H_p^{0+1}) \cdot MEC_i$ 이다. 모든 관은 여유수두차 $H_p^e =$

$H_j - H_{req}$ 를 가지므로 이 여유수두차는 보다 작은 관경으로 물을 공급할 수 있게 한다.

어느 관에 대한 한계 에너지 비용 절감액은

$$MES = (H_p^0 - H_p^{0+1} - H_p^E) \cdot MEC_i \quad (11)$$

로 표현된다. 추가되는 관비용은

$$APC = L_p \cdot [C(D_p^{0+1}) - C(D_p^0)] \quad (12)$$

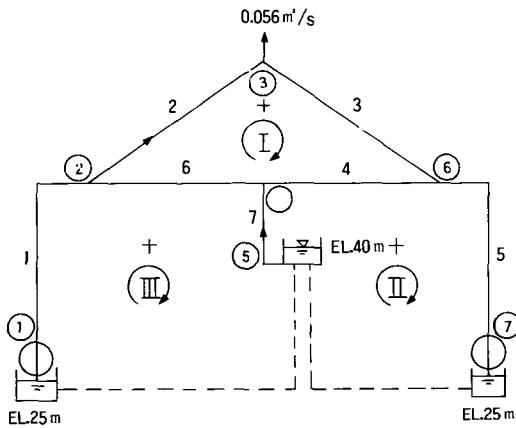
으로 표현된다. 따라서 만약 $MES > APC$ 이면 관경을 D_p^{0+1} 로 증가시켜야 하며 반대로 $APC > MES$ 이면 관경을 줄여야 한다. 여기서

$$APS = L_p \cdot [C(D_p^0) - C(D_p^{0+1})] \quad (13)$$

$$AEC = MEC_i \cdot (H_p^{0+1} - H_p^0 - H_p^E) \quad (14)$$

III. 관망(管網) 최적설계의 적용 예

다음에 양수에 의한 공급원과 중력에 의한 공급원이 함께 존재하는 경우(Source type 5)에 대하여 최적설계한 예를 보여준다. <Fig. 8>은 대상지



<Fig. 8> Given situation of source type 5

역의 관망구조를 나타내며 <Table. 1>은 각 관의 길이와 각 절점에서의 필요수두를 나타낸다. <Fig. 8>에서 수원은 절점 ①, ⑤ 및 ⑦에 위치하며 절점 ⑤는 저수지를 나타내고 ①과 ⑦은 양수장을 통하여 물의 공급이 이루어 짐을 나타낸다. 절점 ①과 ⑦의 양수장에 설치된 펌프특성은 동일하며 다음과 같다.

$$H_p = -60162.0 Q_p^2 - 198.4 Q_p + 21 \quad (15)$$

여기서 Q_p 의 단위는 m^3/s 이고 H_p 의 단위는 m이다.

PIPE-NET에 의하여 계산된 결과는 다음과 같다.

-Input data :

- 1) 년금리 : 0.2
- 2) 관망시스템의 수명년한 : 20년
- 3) 연간 양수장 가동시간 : 2000시간
- 4) 에너지 가격 : 5원 (kw/h)
- 5) 선택가능한 관의 종류 : 10가지
- 6) 선택 가능한 관의 특성

관경(cm)	가격(원/ m)	마찰계수
8.0	800.0	0.0100
10.0	1000.0	0.0120
15.0	1500.0	0.0130
20.0	2000.0	0.0145
25.0	2500.0	0.0140
30.0	3600.0	0.0139
35.0	4200.0	0.0148
40.0	4800.0	0.0143
45.0	5800.0	0.0148
50.0	6500.0	0.0139

<Table 1> Parameter of network

pipe No.	length(m)	node No.	required head(m)
1	300.0	1	-
2	600.0	2	33.0
3	600.0	3	35.0
4	300.0	4	32.0
5	300.0	5	-
6	300.0	6	33.0
7	300.0	7	-

Final output result

No	n/ c	D	L	from	to	h[act1]	h[act2]	Q[pipe]	H-loss
1	0.0130	15.0	300.0	1	2	39.3	37.5	0.009	1.8
2	0.0145	20.0	600.0	2	3	37.5	35.1	0.019	2.4
3	0.0140	25.0	600.0	6	3	37.9	35.1	0.037	2.8
4	0.0140	25.0	300.0	4	6	38.6	37.9	0.028	0.7
5	0.0130	15.0	300.0	7	6	39.3	37.9	0.009	1.4
6	0.0130	15.0	300.0	2	4	37.5	38.6	-0.009	1.1
7	0.0140	25.0	300.0	5	4	40.0	38.6	0.037	1.4

Cost analysis

***Total pipe cost=5,550,000.0

***Total energy cost=1,185,504.2

***Total cost of the project=6,735,504.2

end of the result

참고문헌

IV. 결 론

본고에서는 수원이 여러개이며 물의 공급 형태가 양수에 의한 경우와 중력에 의한 경우가 공존하는 경우에도 적용이 가능한 관망(管網) 최적설계 기법을 제안하였다. 관망설계에 고려되는 여러 비용사이에 서로 비선형의 관계가 존재하므로, 이에 대한 대책으로 Rasmusen의 Critical link와 한계 비용 이론을 도입하였다. 그 결과 빠른 시간내에 시산의 과정을 거친 후 최소 비용 설계안을 도출할 수 있었다. 관망의 조직이 복잡할 경우 초기 유량의 배분에 매우 많은 노력이 필요하게 되나 E.Minieka의 "minimum spanning tree" 이론의 도입으로 초기 유량의 자동배분이 가능하였다. 관설계에 사용되는 관의 사용은 사용자로 하여금 결정토록 하였으므로 상업적으로 구입이 가능한 관경으로 설계가 가능하다. 펌프가 사용되는 경우에 대한 특성을 명시하는 문제는 그리 단순하지 않으나 약간의 경험과 시행착오 과정을 거친 후에는 적절한 범위를 찾을 수 있을 것이다. PIPE-NET는 모든 관요소가 관망의 구성요소로서 존재하여야 하므로 Branch형태의 요소를 허용치 않는 단점이 있으며 수원이 여러개인 경우 수원끼리 가상회로를 구성하여야 하는 단점이 있다. PIPE-NET에서 고려할 비용은 에너지 비용과 관비용이며 다른 비용은 무시하였으므로 실제의 상황과는 다를 수 있으므로 제3의 비용이 중요시되는 경우에는 사용이 곤란하다. 차후에 이상에 열거한 단점들에 대한 개선이 요구된다.

1. Deb A. K., 1976. Optimazation of water Distribution Network Systems, Journal of the Environtal Engineering Division, ASEC, Vol. 102, No.EE4, Aug., pp.837-851.
2. Featherstone R. E., and K. K. EL-Jumaily., 1983. Optimal Diameter Selection for pipe Networks, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 109, No.HY2, Feb., pp.221-234.
3. Minieka E., 1970. Optimization Algorithms for Networks and Graphs, A series of Reference books and Textbooks, Marcel Dekker, Inc., New York, Basel.
4. Quindry G. E., E. D. Brill., and J. C. Liebman., 1981. Optimazation of Looped Water Distribution Systems, Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol.107, No. EE4, Aug., pp.665-679.
5. Rasmusen H. J., 1976. Simplified Optimization of Water Distribution Systems, Journal of the Environtal Engineering Division, ASCE, Vol. 10, No.EE2, Apr., pp.313-327.
6. Shamir U., 1974. Optimal Design and Operation of Water Distribution Systems, water resources Research, Vol.10. No.1, Feb., pp.27-36.
7. Watanatada T., 1983. Least-cost Design of Water Distribution Systems, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.99, HY9, Sept., pp.1497-1512.

약 력

조 진 훈



1984. 서울대학교 농과대학 농공학과 졸업
 1988. 벨지움 Leuven 대학교, M.S.
 1992. 프랑스 Grenoble 대학교, Ph.D.
 현재 농이촌진흥공사 농공기술연구소 연구원