

# 가스터빈 부품의 피로수명 예측



최 승 주

(재료기술부 내열재료그룹)

- '72-'76 서울공대(학사)
- '76-'78 한국과학원(석사)
- '78-'81 한국과학기술연구소(연구원)
- '81-'85 Rensselaer Polytechnic Institute(박사)
- '86-'87 Rensselaer Polytechnic Institute(연구원)
- '87-'93 미국 Textron Lycoming Company(연구원)
- '93-현재 한국기계연구원 책임연구원



박 노 광

(재료기술부 내열재료그룹)

- '73-'77 연세대 금속공학과(학사)
- '77-'79 한국과학원 재료공학과(석사)
- '83-'87 호주 Monash University(박사)
- '89-'90 미국 The University of Michigan(연구원)
- '79-현재 한국기계연구원 책임연구원

## 1. 머릿말

가스터빈에 있어서 피로수명예측(Fatigue Life Prediction)은 부품의 손상진단(Component Failure Analysis) 뿐만 아니라 부품의 설계(Component Design)에도 사용된다. 그 이유는 예상치 못한 피로파괴 때문에 생기는 재난과 경제적 손실을 방지하기 위한 것 외에도 비효율적인 Overdesign에 따른 Performance Penalty를 줄일 목적 때문이다. 따라서 가스터빈 부품의 피로파괴에 대한 설계를 할때 Endurance Limit 내에서 설계하는 것 보다 정확한 피로수명 예측법을 사용하여 부품의 설계 적정화를 이루고 전체적으로 가스터빈의 비효율(Specific Fuel Efficiency)을 높이는 것이 바람직하다. 여기서 소개 하고자 하는 것은 현재 보편적으로 가스터빈 설계회사에서 피로수명 예측에 사용되는 Local Strain Approach 법이다. 이 방법은 가스터빈 부품이 규정된 수명내에 피로파괴가 일어나지 않도록 부품의 Worst Case Loading 상태에서 수명을 예측하는 방법이며 재료의 피로특성치를 통계적으로 구하여 피로파괴가 일어날 확률이 0.13 퍼센트인 (Minimum-3Sigma)의 최저 물성 특성치를 사용한다.

## 2. 터빈 중요부품 Design Criteria

가스터빈 엔진 부품은 크게 Rotating Component와 Stationary Component로 나뉜다. Rotating Component중 중요부품은 압축기(Compressor)와 터빈(Turbine)의 디스크(Disk) 및 블레이드(Blade), Spacer, Shaft, Bearing과 Seal등이 있고, Stationary Component로는 Compressor stator, Tur-

bine Nozzle, Housing과 Combustor를 들수 있다. 이 부품들은 고온에서 가혹한 응력 및 부식조건 하에서 사용되므로 부품설계시 피로수명을 극대화하기 위해서는 실제 부품 작동상태, 온도 및 응력상태 등에 대한 정확한 분석과 엔진의 Mission Cycle에 따른 신뢰성 있는 부품수명 예측법이

표 1. 가스터빈 중요부품 Design Criteria

부 품	Design Csiteria
Turbine Disk Compressor Disk	<ul style="list-style-type: none"> <li>○Low Cycle Fatigue</li> <li>○Burst</li> <li>○Stage Resonance and Vibration</li> <li>○Dimensional Changes</li> <li>○Thin Web Buckling</li> <li>○Crack Growth From Defects</li> </ul>
Turbine Blade Compressor Blade	<ul style="list-style-type: none"> <li>○Low Cycle Fatigue</li> <li>○Foreign Object Damage</li> <li>○Resonance or Flutter</li> <li>○Creep or Stress Rupture</li> <li>○Corrosion/Oxidation</li> </ul>
Spacer Shaft Bearing Seal	<ul style="list-style-type: none"> <li>○Critical Speed</li> <li>○Deflection Strain Energy</li> <li>○Stability Margins</li> <li>○Load Transmission</li> <li>○Blade/Vane Clearance</li> </ul>
Stator Nozzle	<ul style="list-style-type: none"> <li>○Low Cycle Fatigue</li> <li>○Foreign Object Damage</li> <li>○Resonance</li> <li>○Creep or Stress Rupture</li> <li>○Corrosion/Oxidation</li> </ul>
Housing	<ul style="list-style-type: none"> <li>○Low Cycle Fatigue</li> <li>○Resonance</li> <li>○Creep</li> <li>○Stiffness</li> <li>○Thermal Distortion and Incompatibility</li> <li>○Buckling</li> <li>○Containment(e.g. Blade Loss)</li> </ul>
Combustor	<ul style="list-style-type: none"> <li>○Low Cycle Fatigue</li> <li>○High Cycle Fatigue</li> <li>○Fatigue-Creep Interaction</li> <li>○Buckling</li> </ul>

요구된다. 이와 같은 것은 시장경쟁력이 있는 엔진을 개발할 때 특히 중요하게 된다. 가스터빈 중요부품의 설계시에 고려되는 주요 Design Criteria를 표 1에 정리하였다. 표 2는 부품의 피로수명에 영향을 주는 인자들을 요약한 것이다.

표 2. 가스터빈 부품의 피로수명에 영향을 주는 인자

<ul style="list-style-type: none"> <li>Complexity of Design</li> <li>Frequency of Cycling</li> <li>Cycle Duration</li> <li>Mean Stress</li> <li>Multiaxial Stress Effects</li> <li>Exposure Time to High Temperature Environment</li> <li>History of Prior Cycling</li> <li>Variability of Component Usage</li> <li>Material Anisotropy</li> <li>Metallurgical Change</li> <li>Material Processing Techniques</li> <li>Synergistic Effect</li> </ul>
--

### 3. 금속의 피로현상과 수명예측

1830년 처음으로 금속의 피로현상이 발견된 이래 구조물 및 기계부품 파괴의 60퍼센트 이상이 피로에 의한 것으로 규명되었고 각 분야에 Technology가 발달한 오늘날에도 기계적 원인에 의한 파괴의 90퍼센트 이상이 피로에 의한 것이라 추정될 만큼 금속의 피로현상은 우리의 일상생활과 밀접한 관계를 가지고 있다.

가스터빈 부품의 피로파괴는 디스크의 블레이드가 끼워지는 Disk Fir Tree 부분, Disk Bolt Hole 부분 및 Disk Bore등 응력 집중이 일어나는 부분과 Blade Root Serration 부분에 소성변형이 누적되어 일어나게 된다. 부품에 Cyclic Loading 이 반복되는 동안 응력이 집중되는 부위는 Cumulative Damage를 받게 되고 이는 균열의 생성 (Crack Initiation)과 전파 (Crack Propagation)로 이어지게 된다. 피로균열의 생성과 전파를 나누는 뚜렷한 경계는 없지만 가스터빈 엔진디스크의 경우 표면에 약

0.76mm 길이의 균열이 생길때까지는 Crack Initiation Period로 정의하고 있다.

전통적으로 가스터빈 부품의 수명 즉 Service Bulletin Life는 균열생성까지의 Cycle만 고려했으나 최근 미국공군에서는 Damage Tolerance Design과 Retirement For Cause등의 개념<sup>2)</sup>을 토대로 Fracture Mechanics와 재료의 Crack Propagation 특성을 이용하여 디스크의 수명을 예측 하고자 하는 새로운 시도 즉 ENSIP(Engine Structural Integrity Program) Technology의 개발이 이루어지고 있고 미국의 경우 우리나라 공군의 차세대 전투기로 결정된 F-16기의 추진기관인 PWA사의 F100 엔진에 처음으로 적용시키고 있다.

ENSIP Technology 개발의 동기는 기존의 수명 예측 방법으로 퇴역한 디스크 중 1000개중에 1개 꼴로 균열이 발견되는 현재 사용되는 수명예측 방법의 부정확성에 기인한다. ENSIP에 의한 부품의 수명예측은 아직 많은 연구개발이 필요한 분야이다.

가스터빈 부품의 수명을 예측하기 위해서는 부품에 사용되는 재료의 특성을 알아야 한다. 수명예측에 필요한 데이터는 재료의 밀도, 열팽창 계수, 열전도도와 같은 Physical Properties와 인장강도, 연신율, 크립파단강도등 Mechanical Properties와 Fatigue Properties 및 Corrosion과 같은 Environment 영향 그리고 부품의 가공조건에 따른 Surface Condition 등을 총망라한다.

수명예측을 위한 Information Flow를 도식화하면 표 3<sup>2)</sup>과 같이 터빈의 Mission에 대한 정확한 분석과 열전달해석, 응력해석과 진동해석의 순서로 수명예측이 진행되고 정확한 수명예측을 위해서는 많은 노력과 경비가 소요되므로 부품의 중요도에 따라 Life Analysis의 등급을 표 4에서와 같이 달리하고 있다. 표 4는 미국의 한 엔진제조 회사에서 사용하는 방법으로 엔진회사마다 그 방법이 다를 수도 있다. 부품의 피로 수명을 예측하기 위한 피로시험은 Rotating Beam Test나 Axial Load Test의 두가지 방법이 있으나 Axial Load Test가 보편적으로 사용되고 있다. 그 이유는 Rotating Beam Test는 시험편내에 Stress Gradient가 존재하기 때문에 일반적인 문제에 시험결과를 적용할 수가 없기 때문이다. 피로시험에 사용되는 시험편은 Hour Glass Type과 Uniform Section Type의 두가지가 있으나 Hour Glass Type은 시험편의 Failure가 일어나는 곳이 반드시 최소단면적을 갖는 곳이 아닐 경우 응력을 계산할 때 문제가 되므로 현재는 주로 Uniform Section Type의 시험편이 사용된다.<sup>3)</sup>

표 3. 수명예측의 유통도

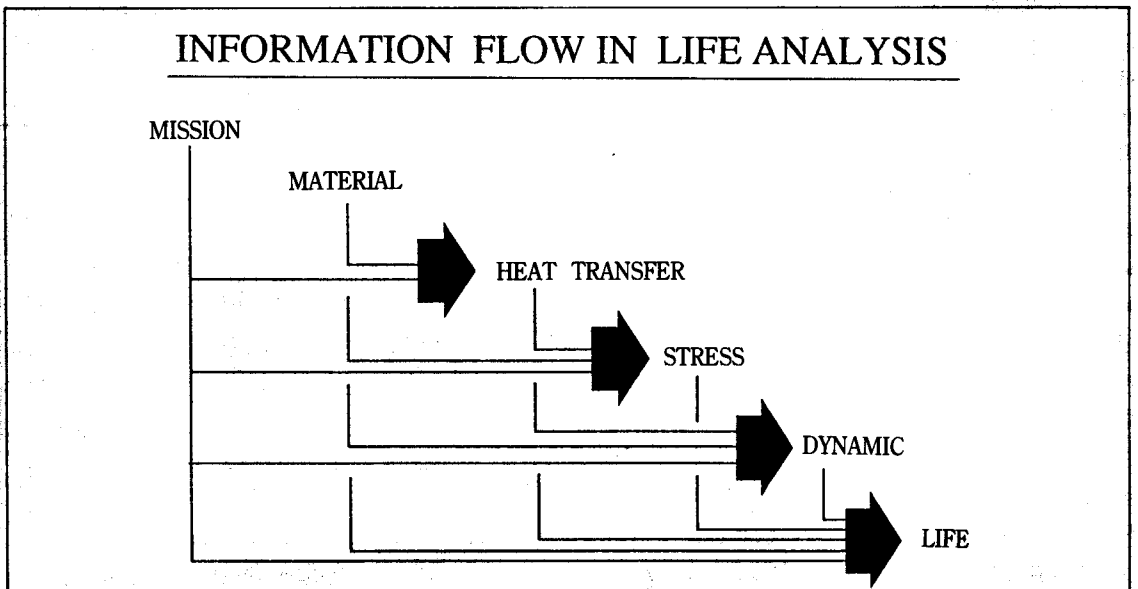


표 4. 수명예측 분석의 등급

LIFE ANALYSIS			
	LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 3
ANALYSIS :	<ul style="list-style-type: none"> <li>• NO A RATIO EFFECTS</li> <li>• FATIGUE DATA :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- NOTCH BAR LOAD CONTROL</li> <li>- STRAIN CONTROL</li> </ul> </li> <li>• BASED ON STEADY STATE ANALYSIS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• NO A RATIO EFFECTS</li> <li>• FATIGUE DATA :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- NOTCH BAR LOAD CONTROL</li> <li>- STRAIN CONTROL</li> </ul> </li> <li>• BASED ON TRANSIENT ANALYSIS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A RATIO CORRECTIONS</li> <li>• STRAIN CONTROL LCF DATA</li> <li>• NON LINEAR DAMAGE</li> <li>• MISSION ANALYSIS</li> </ul>
VERIFICATION :	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FIELD EXPERIENCE</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FIELD EXPERIENCE</li> <li>• ENGINE LCF TEST</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FIELD EXPERIENCE</li> <li>• ENGINE LCF TEST</li> <li>• SPIN TEST NEW PARTS</li> <li>• EXTENDED SERVICE LIFE PROGRAM</li> </ul>

피로시험편에 Cyclic Loading을 가할 경우 Steel은 일반적으로 잘 알려져 있듯이 Fatigue Limit 즉 Endurance Limit을 나타낸다. 즉 어느 응력 이하에서는 아무리 오래 Cyclic Loading을 가하여도 피로파괴가 일어나지 않는다는 것이다. 그러나 가스터빈의 중요부품에 사용되는 재료들은 거의 이러한 Fatigue Limit의 현상을 보이지 않는다. 따라서 인장시험과 같이 쉽게 얻어질 수 있는 데이터를 이용하여 데이터를 얻는데 시간과 경비가 많이 소요되는 Strain-Life Curve를 추정하는 방법<sup>4, 5)</sup>을 사용할 수가 없고 반드시 시험을 통한 데이터를 토대로 수명예측과 부품의 설계적정화가 이루어져야 한다.

금속의 피로응력에 대한 저항성을 나타내는 Strain-Life Curve는 그림 1과 같은 LCF(Low Cycle Fatigue) 커브와 여러개의 S-N Curve를 종합해 놓은 그림 2와 같은 Goodman Diagram을 들 수

있다. 이 두 Curve가 가스터빈 부품의 수명예측에 가장 보편적으로 많이 쓰이며 Goodman Diagram은 부품의 HCF(High Cycle Fatigue) 수명을 계산할 때 사용된다.

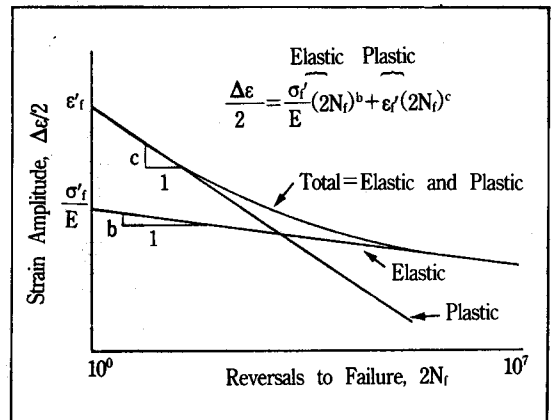


그림 1. Typical Strain-Life Curve

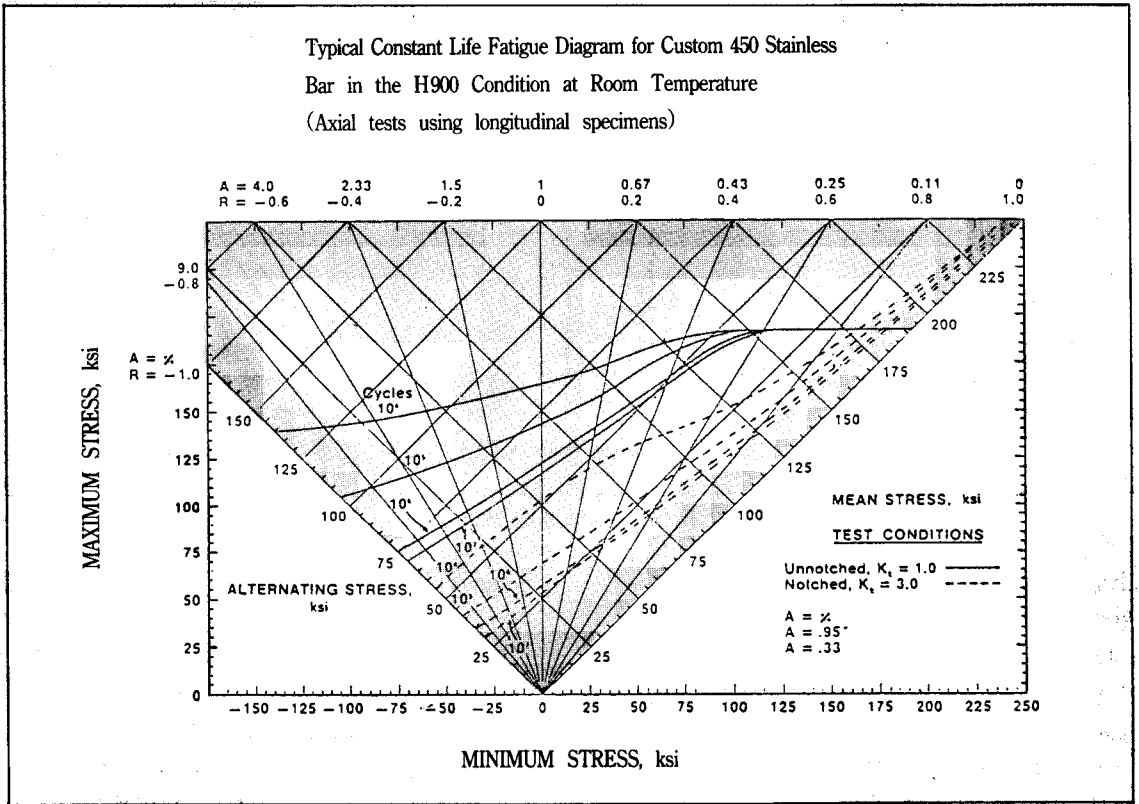


그림 2. Custom 450 강의 Goodman Diagram

그림 1의 Total Strain Amplitude ( $\frac{\Delta \epsilon}{2}$ )는 Elastic Component와 Plastic Component로 나뉘는데 각각 Component는 Log-Log Scale 상에서 직선으로 나타난다. Cyclic Loading의 Strain이 클수록 즉 저주기 피로에서는 Plastic Component가 수명을 좌우하고 Strain이 작은 고주기 피로에서는 Elastic Component가 좌우한다. 여기서 네 개의 상수  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\epsilon'_f$ 과  $c$ 는 재료의 기본적인 피로특성을 설명하는 것으로서 가해진 Strain이 큰 저주기 피로에서는  $\epsilon'_f$ 이 클수록 즉 Ductility가 큰 금속이, 가해진 Strain이 작은 고주기 피로에서는  $\sigma'_f$ 이 큰 즉 Strength가 큰 금속이 부품의 피로수명을 극대화 시키는데 유리하다는 것을 보여준다.

앞에서 언급하였듯이 가스터빈 디스크나 블레이드의 응력 집중이 일어나 소성변형이 일어나는 부분은 Disk Tenon, Disk Bolt Hole, Disk Bore와 Blade Fir Tree 등의 부분이다. 이와같은 응력집중이 일어나는 부분은 그림 3에서와 같이 국부적으로

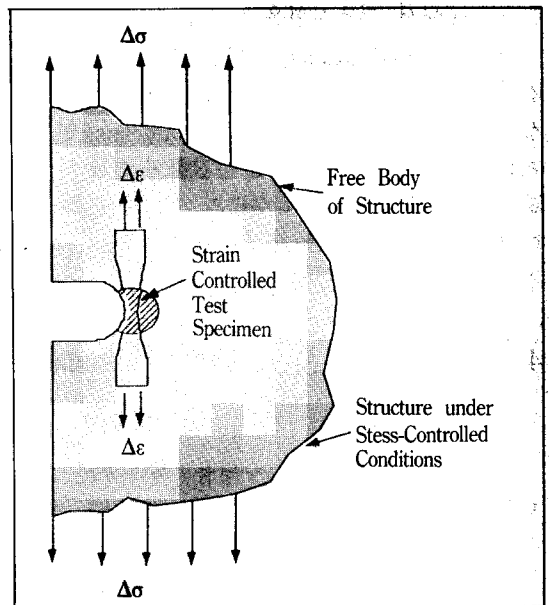


그림 3. Strain Controlled Test Specimen Simulation for Stress Concentrations

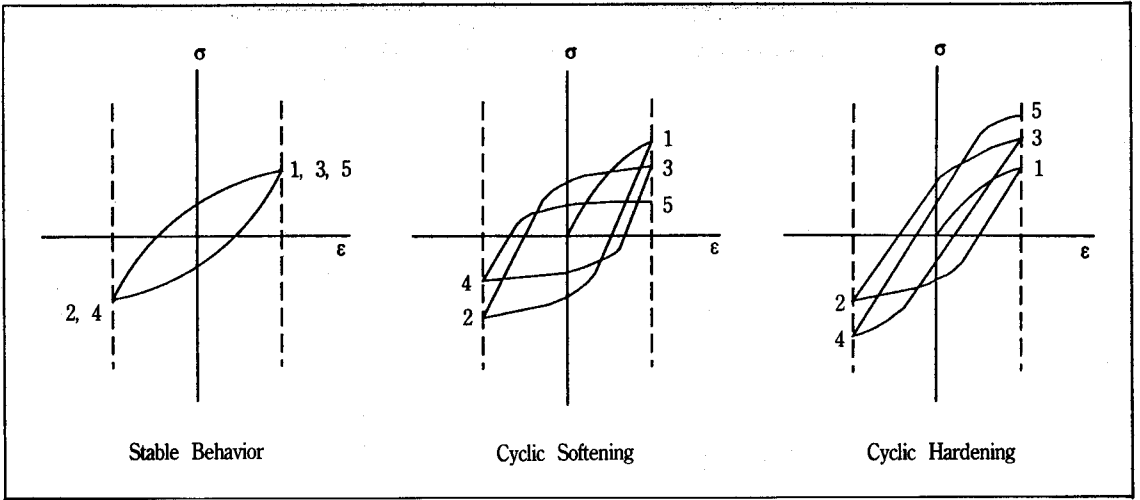


그림 4. Schematic Representation of Material Cyclic Behavior

소성변형을 일으키는 부위를 제외한 다른 부분은 탄성변형 만이 일어나므로 부품전체가 Load Controlled Condition에 있다 해도 응력집중이 일어나 소성변형이 일어난 부분은 Strain Controlled Condition하에 있게된다. 따라서 부품의 수명 즉 균열이 생기기 까지의 Cycle수를 얻기 위해서는 그림 3에서 같이 Uniform Section 시험편이 응력집중이 일어나는 곳에 있다고 가정하고 Strain Controlled Condition에서 피로시험을 하게된다.

금속이 Cyclic Loading을 받을 때 그림 4에서와 같이 Stable, Softening 또는 Hardening과 같은 현상을 나타낸다. 이러한 Softening/Hardening 현상은 가해진 Strain의 크기에 따라 복잡하게 변화 되기도 하지만 일반적으로 피로수명의 50 퍼센트에 다 다르기 전에 Stable Stress-Strain Behavior 즉, 안정된 Hysteresis Loop을 형성한다.

#### 4. Local Strain Approach와 Cumulative Damage

가스터빈 부품의 피로수명을 예측하는 가장 보편적인 방법으로 Local Strain Approach<sup>6, 7)</sup>를 들 수 있는데 그 방법을 간단하게 설명하고 다음에 실제 예를 들어 그 방법을 소개 하고자 한다.

Local Strain Approach의 기본적인 방법은 우선 부품의 Strain History를 알고 재료의 Cyclic Stress-

Strain 거동과 Strain-Life 관계를 안다는 가정하에 다음과 같은 단계로 분석한다.

- (1) Nominal Strain을 Local strain으로 바꾼다.
- (2) Local strain으로부터 Local stress를 구한다.
- (3) 각 Hysteresis Loop들을 정하고 그 각 Hysteresis Loop들의  $\Delta\epsilon$ ,  $\Delta\sigma$ ,  $\sigma_{max}$ 와  $\sigma_{min}$ 등을 구한다.
- (4) 각기 다른 Hysteresis Loop에 연계된 피로수명을 계산한다.
- (5) Miner's Rule<sup>9)</sup>을 적용하여 Composite History에 대한 피로 수명을 결정한다.

Step(1)의 Nominal strain을 Local strain으로 바꾸는 것은 Neuber's Rule<sup>9)</sup>을 이용하여 계산한다. Neuber's Rule은 소성변형이 국부적으로 일어날때 Local Stress와 Strain의 Concentration Factor의 곱은 항상 일정하게 Elastic Stress Concentration Factor의 제곱과 같다는 것으로 이것을 식으로 표시하면

$$k_\sigma \cdot k_\epsilon = k_t^2$$

$$\text{즉 } \frac{\sigma}{s} \cdot \frac{\epsilon}{e} = k_t^2 \text{ 이다.}$$

여기서  $\sigma$ 와  $\epsilon$ 은 Local Value이고  $s$ 와  $e$ 는 Nominal Value이다. 이것을 정리하면

$$\sigma \cdot \epsilon = (k_t e^2) \cdot E = \text{Constant}$$

의 관계식이 얻어진다. 이 Neuber's Rule과 Cyclic Stress Strain Curve 그리고 Hysteresis Loop을 이용하여  $\Delta\sigma$ ,  $\Delta\varepsilon$ ,  $\sigma_{max}$ ,  $\varepsilon_{max}$  등을 구할 수 있다.

Step(3) - step(5)는 목재를 산위에서 산아래로 운반하는 헬리콥터 처럼 Block Loading이 걸리거나 Strain Amplitude의 크기가 다른 Cycle들이 복잡하게 한 Cycle을 이룰 경우 각 Block 또는 Cycle에 대한 Damage를 Mean Stress 영향을 고려하여 구하고 Miner가 제시한 Linear Cumulative Damage 방법을 이용하여 피로수명을 예측하는 방법이다. 이 방법은 여러 다른 Level의 Creep Damage가 존재할 때 크립수명을 계산하는 Robinson Life Fraction Rule<sup>10)</sup>과 비슷한 방법이다.

### 5. Local Strain Approach에 의한 LCF 수명 예측의 실제

가스터빈 제조회사의 한 엔지니어가 수명예측이 필요한 터빈디스크 부품을 FEM(Finite Element Method) 법으로 상세분석을 한 결과 600°C의 온도에서  $\sigma = 1380 \text{ MN/m}^2$ 의 응력이 국부적으로 Disk Tenon에 존재하고 그 부분이 Disk의 Life Limiting Location임을 알았다. 600°C에서 디스크 소재의 Strain Controlled LCF Curve가 있다고 할때 Disk Tenon에서 최대응력과 최대 변형을 그리고 수명 등을 구하는 예를 들어보자.

문제를 간단히 하기 위하여 디스크 소재가 그림 5와 같이 Elastic/Perfectly Plastic 거동을 하는 재료라 가정하고 재료의 온도에 따른 탄성계수와 항복강도(Yield Strength)가 표 5와 같다고 하자.

표 5. 온도에 따른 디스크 소재 특성 변화

온도(°C)	탄성계수(GN/m <sup>2</sup> )	항복강도(MN/m <sup>2</sup> )
540	175	900
600	160	830
650	150	720

엔진이 Start-Stop (즉 Zero to Max to Zero)을 할 때 Disk Tenon 부위의 Elastic Loading을 도식화 하면 그림 6과 같다. Neuber's Rule을 적용하면

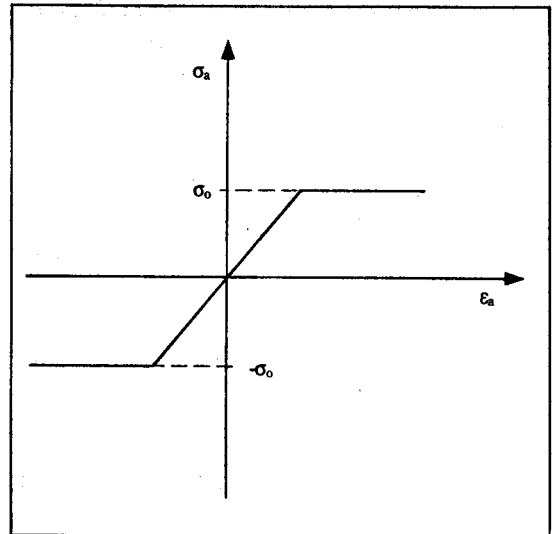


그림 5: Elastic/Perfectly Plastic Material Behavior

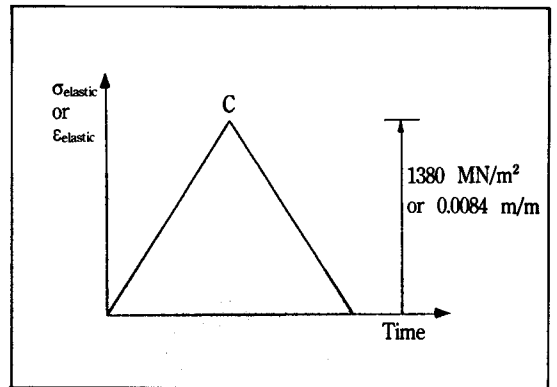


그림 6. Disk Tenon Elastic Loading Cycle During Start-Stop

$$\sigma_{max} \cdot \varepsilon_{max} = (\sigma_{elastic}) \cdot (\varepsilon_{elastic})$$

$$\text{즉 } \varepsilon_{max} = \frac{(\sigma_{elastic})^2}{\sigma_{max} \cdot E} \text{ 이다}$$

디스크 소재가 Elastic/Perfectly Plastic Material 이므로  $\sigma_{max}$ 는 600°C에서의 항복강도인 830 MN/m<sup>2</sup> 과 같다.

$$\begin{aligned} \text{따라서, } \varepsilon_{max} &= \frac{(1380)^2}{(830)(160,000)} \\ &= 0.0143 \text{ m/m} \end{aligned}$$

즉 엔진 작동시 최대변형을  $\epsilon_{max}=0.0143$  m/m는 그림 7의 P점을 가리킨다.

엔진이 정지되어 Unloading이 일어날 때 P점에서 부터 일어나고 이것을 도식화 하면 그림 8과 같이 된다. Unloading 응력  $\sigma_{unloading}=1380$  MN/m<sup>2</sup>이  $2\sigma_0$  (=1660 MN/m<sup>2</sup>) 보다 작으므로 Unloading은 Elastic 범위 내이고 Unloading은 그림 8의 Q점까지 일어난다. 따라서 엔진이 Start-Stop의 한 Cycle을 이룰 때 Disk Tenon의 Cycle을 요약하면 그림 9와 같고 첫번 Cycle 후에 일어나는 다음 Cycle들은 P와 Q점에서 일어나게 된다. 이 결과를 정리하면 표 6과 같다.

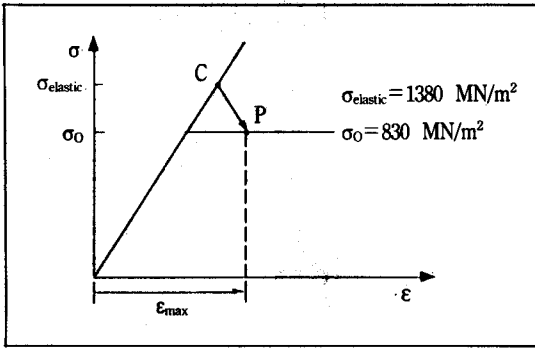


그림 7. Calculation of Max Stress and Strain

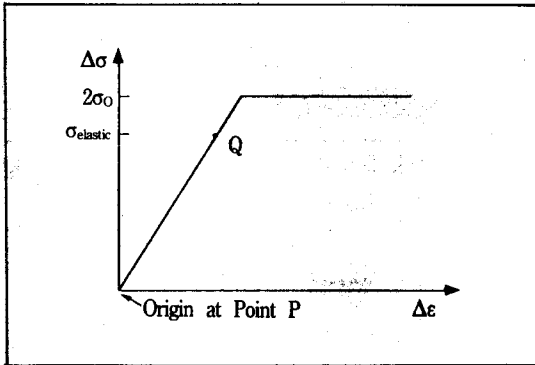


그림 8. Unloading Curve from Point P

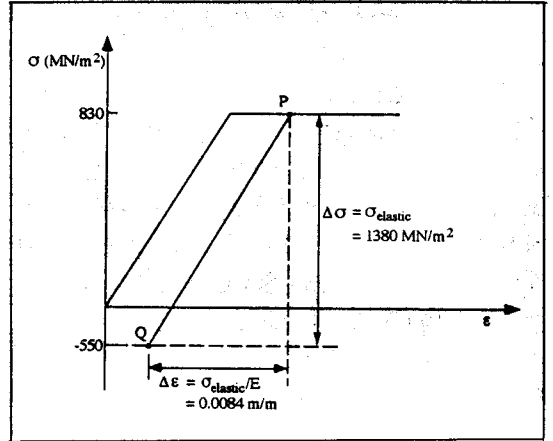


그림 9. Summary of Cyclic Loading at Disk Tenon

표 6에서 특기 할만한 사항은 재료의 소성변형 효과 때문에 실제 응력과 변형을 상대는 Fully Reversed Condition에 가까워진 것을 알 수 있다. 그림 10에 나타낸 디스크 소재의 600°C에서의 Strain-Life 관계에서  $\Delta\epsilon=0.0084$  m/m 일때의 예측되는 디스크의 피로수명은 700 Cycle 임을 알 수 있다.

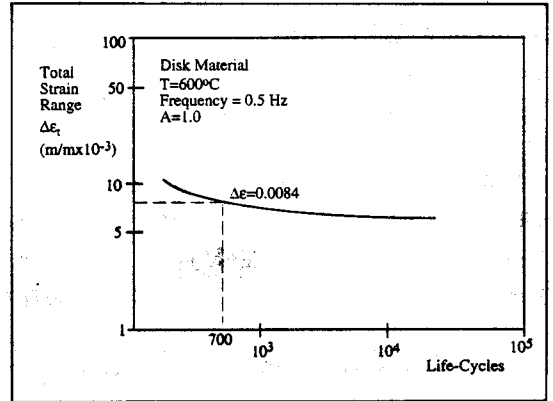


그림 10. LCF Curve of a Disk Material at 600°C

표 6. Disk Tenon에서의 Loading Parameter

Type of Analysis	$\sigma_{max}$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{min}$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{mean}$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\Delta\epsilon$ (m/m)	$\epsilon_{max}$ (m/m)	$\epsilon_{min}$ (m/m)
Elastic	1380	0	690	1380	0.0084	0.0084	0
Elastic/Plastic	830	-550	140	1380	0.0084	0.0143	0.0059



## 6. 맺음말

이상과 같이 간단하게 Local Strain Approach에 의한 디스크의 피로수명 예측 방법을 소개하였다. 그러나 아무리 이론적으로 논리가 정연한 수명 예측법을 사용한다 해도 실제 Field에서 측정된 수명과는 언제나 차이가 있을 수 있으며 수명 예측의 신뢰도를 낮추는 인자로서 Heat Transfer Analysis와 Stress Analysis의 Analytical Accuracy, Mission으로 정의한 Duty Cycle에서 벗어난 실제의 엔진 Cycle, 부정확한 가스온도의 측정 그리고 Material Behavior에 대한 데이터의 부족 등을 들 수 있다. 또한 수명 예측시 우리가 흔히 무시하는 것 들로서 Surface와 Grain Orientation의 영향, Load Sequence (High-Low vs. Low-High) 영향, Data Scatter와 Multi-axial Stress Field의 영향 등이다. 아직 이러한 문제들을 다 고려한 수명예측법은 없으며 앞으로 이에 대한 연구가 필요하다. 특히 차세대 가스터빈으로 효율이 높은 에너지 절약형 엔진이 대두되고 이 경우 터빈입구 온도의 상승으로 디스크의 Rim 온도가 760°C까지 기대되고 있어 필연적으로 예상되는 Fatigue-Creep-Oxidation의 상호작용에 따른 Synergistic Effect가 피로수명에 미치는 영향등을 조사하고 기존에 사용되는 피로수명 예측법을 수정 보완하는 연구가 필요하다.

## 7. 참고문헌

1. M.S. Mills et al, "미공군 Retirement For

- Cause에 대한 보고서" Vol.1-3, (1987).
2. "Life Analysis Methodology Review", Oct. (1990).
  3. "Standard recommended practice for constant-amplitude low-cycle fatigue testing(E606), Annual Book of ASTM Standard Vol 03.01.
  4. J.H. Ong, "An Evaluation of Existing Methods for the Prediction of Axial Fatigue Life From Tensile Data", Int. J. Fatigue 15, No.1, (1993) p.13.
  5. S.S. Manson, "Fatigue : A Complex Subject- Some Simple Approximations", Exp. Mech. SESA(1965) p.193.
  6. N.E. Dowling, "Fatigue Life Prediction for Complex Load versus Time Histories", Trans ASME, J. Eng. Mater. Tech., 105 (1983) p.206.
  7. D. Schutz and J.J. Genhanz, "Critical Remarks on the Fatigue Life Evaluation Methods based on Local Stress-Strain Behavior," ASTM STP 637, (1977) p.209.
  8. M.A. Miner, "Cumulative Damage in Fatigue", ASME J. of Applied Mechanics, Vol.12, (1945) p.159.
  9. H. Neuber, J. Appl. Mech., 28 (1961) p.544.
  10. E.L. Robinson, Trans. ASME, Vol.60 (1983) p. 253.