

완충포장의 기초이론 및 문제연습(4)

이명훈/한국포장시스템연구소 소장

목 차

4-3. 진동증폭 : 문제 연습 (연습문제)

4-3. 진동증폭 : 문제 연습

전호에서 설명한 여러가지 사항들을 포장의 관점에서 적용해 보기로 한다.

1G의 일반적인 상태하에서 완충재가 2.0inch가 변형되는 포장제품이 있다고 가정하자.

만약 이 제품-포장시스템이, 2.5Hz에서 강제진동되고 0.1G의 최대 입가속도를 가진 차량으로 운송된다면 어떤 현상이 벌어질까? 즉 제품이 완충재 위에서 최대 변위가 얼마이고 강제진동의 결과로서 최대 출가속도는 얼마나 될까?

$\delta_{st}=2.0in, f=2.5Hz, a_{maxI}=0.1g$ 이다. 따라서

우선 주어진 데이터로 부터 자연주파수를 계산하면

$$f_n = 3.13 \sqrt{\frac{1}{\delta_{st}}} = 3.13 = \sqrt{\frac{1}{2.0}}$$

$$= 2.21Hz$$

자연 주파수가 강제 주파수보다 작으므로 반대위상의 출력운동이 될 것이라고 예상되며 증폭계수를 산출하면

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{2.5}{2.21}\right)^2}$$

$$= -3.58$$

(-부호는 입력 및 출력운동이 반대위상을 뜻한다.)

공식 [4-10]과 [4-11]에서 최대 입가속도와 최대 출가속도 간의 관계를 다음과 같이 정의했다.

$$\frac{a_{maxo}}{a_{maxI}} = M$$

따라서 $a_{maxo} = M \cdot a_{maxI} = (-3.58)(0.1g) = -0.358g/s$

최대 출가속도는 대략 0.6g이며 입진동을 가진 반대위상으로 나타난다.

완충재 상에서 제품의 변위운동은 두가지 방법 중의 하나로 나타난다.

자유진동 스프링상의 무게추의 최대 가속도가 최대진폭 및 진동주파수와 관계가 있는 것처럼(공식 3-21참조)

$$a_{max} = A(2\pi f)^2$$

강제주파수로 진동하는 완충재상의 제품의 최대가속도는 다음과 같다.

$$a_{maxo} = A_o(2\pi f)^2 \quad [4-13]$$

여기에서 a_{maxo} 는 최대 출가속도이며 A_o 는 완충재상에서 제품의 운동을 나타내는 최대출(단진폭)변위를 나타낸다. A_o 에 대해서 다시 정리하면

$$A_o = \frac{a_{maxo}}{(2\pi f)^2}$$

주어진 수치를 대입해 보면

$$A_0 = \frac{(-0.358)(386.4 \text{ in/sec}^2 \cdot g)}{(2\pi \cdot 2.5 \text{ cycles/sec})^2} = -0.56 \text{ in}$$

강제 진동하에서 이 제품은 평형지점으로 부터 ±0.56 in를 변형하게 된다. 또한 차량의 바닥면과 반대위상의 운동을 보이게 된다.

완충재상에서 제품의 변위를 측정하는 또다른 방법은 차량의 진동 바닥면을 측정하는 것이다. 공식 [4-13]에 의해서 최대변위, 최대가속도 및 진동주파수간의 상관 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$a_{\text{maxi}} = A_i (2\pi f)^2 \quad [4-14]$$

여기에서 a_{maxi} 는 최대입가속도이며 A_i 는 최대입(단진폭)변위를 나타낸다.

A_i 에 대하여 다시 정리하면

$$A_i = \frac{a_{\text{maxi}}}{(2\pi f)^2} = \frac{(0.1g)(386.4 \text{ in/sec}^2 g)}{(2\pi \cdot 2.5 \text{ cycles/sec})^2} = 0.157 \text{ in}$$

차량 바닥면의 최대 단순 진폭 변위는 0.157in이며 공식 [4-8a]의 입출간의 관계를 $\frac{A_0}{A_i} = M$ 으로 나타내

었으므로 $A_0 = M \cdot A_i = (-3.58)(0.157 \text{ in}) = -0.56 \text{ inches}$ 가 된다.

(-부호는 차량 바닥면의 입진동과 완충포장제품의 출진동이 반대위상을 나타낸다.)

종합하여 요약하자면, 이 예제에서 최대단진폭변위가 0.157 inch이고 최대가속도가 0.1g인 차량이 2.5Hz에서 입진동을 하게 되면 완충재 위의 제품은 같은 주파수에서 최대단진폭 변위가 0.56 inch이고 최대가속도는 0.358g가 됨을 알 수 있다.

이상과 같은 비교적 단순한 예제를 통해 제품-포장시스템에 일어나는 보다 복잡한 진동관계를 추정해 보기로 한다.

[그림 4-6a]와 같은 제품-포장시스템이 있다고 하자.

이 제품(회로기판, 트랜지스터 혹은 유사한 기계나 전기 부품)의 자연 주파수는 3Hz이다. 이 제품은 0.27 inch의 변형을 보이는 완충재로 포장되어 있다. 이 포장제품은 4Hz의 진동주파수와 0.5g의 최대가속도(트럭의 전형적인 실 예)를 가지고 있는 트럭으로 수송될 경우 어떤 현상이 발생할까?

그림 [4-6b]는 문제해결을 위해 이 시스템을 단순 도식화 한 것이다. 제품의 무게를 m_1 이라고 하고 완충재를 선형스프링이라고 생각하자.

완충재의 정적변형(static deflection)

을 알고 있으므로 선형스프링의 자연 주파수는 다음과 같이 계산된다.

$$f_n = 3.13 \sqrt{\frac{1}{0.27}} = 6 \text{ Hz}$$

무게 m_2 에 3Hz가 선형스프링상에 나타나고 있으며 제품무게에 비해 이것의 무게는 매우 적다고($m_2 \ll m_1$) 가정한다. 이 가정과 완충재를 선형스프링으로 생각하면 앞서 언급한 방법으로 문제 해결을 시도할 수 있다.

$$a_{\text{maxi}} = A_i (2\pi f)^2$$

$$A_i = \frac{a_{\text{maxi}}}{(2\pi f)^2} = \frac{(0.5g)(386.4 \text{ in/sec}^2 g)}{(2\pi \cdot 4 \text{ cycles/sec})^2} = 0.31 \text{ inches}$$

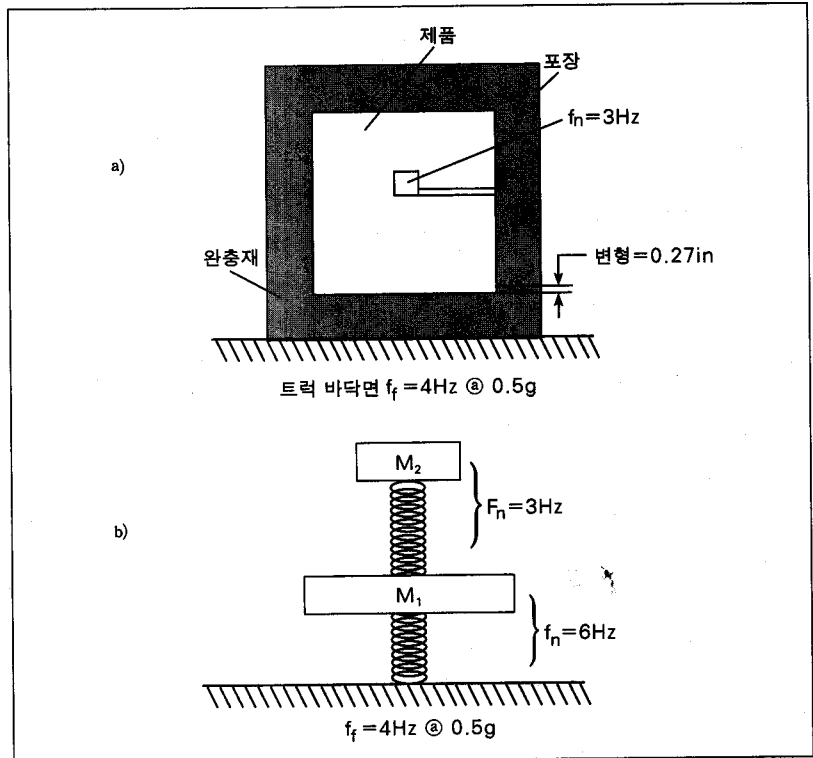
강제운동은 다음과 같이 정리된다.

강제주파수 : 4Hz

최대가속도 : 0.5g

최대단진폭변위 : 0.31 in

(그림4-6) 제품-포장시스템



완충포장제품과 트럭 바닥면을 연계시킨 증폭계수²는 다음과 같이 계산된다.

$$MTP = \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{1 - \left(\frac{4\text{Hz}}{6\text{Hz}}\right)^2} = +1.8$$

MTP의 값이 양이면 트럭 바닥면과 완충제품의 강제운동이 동일위상이라는 의미이다.

제품(m₁)의 최대단진폭 변위는 공식 $4 \cdot 8a$ 를 이용하여 계산한다.

$$\frac{A_o}{A_i} = MTP$$

$$A_o = A_i \cdot MTP = (0.31 \text{ in})(1.8) = 0.56 \text{ inches}$$

마찬가지로, 제품의 최대가속도도 공식 $4 \cdot 10$ 로부터 구해진다.

$$\frac{a_{\text{maxo}}}{a_{\text{maxi}}} = MTP$$

$$a_{\text{maxo}} = a_{\text{maxi}} \cdot MTP = (0.5g)(1.8) = 0.9g$$

제품에 대한 출운동(output motion)은 다음과 같이 규정된다.

- 진동주파수 : 4Hz
- 최대가속도 : 0.9g
- 최대 단진폭변위 : 0.56 inches

—트럭바닥면과 동일 위상 운동
다음 단계는 제품의 운동에 대한 3Hz인자의 반응을 추정하는 것인데, 이 인자와 제품을 연계시킨 증폭계수²는 다음과 같이 계산된다.

$$M_{PC} = \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{1 - \left(\frac{4\text{Hz}}{3\text{Hz}}\right)^2} = -1.3$$

M_{PC}의 값이 음이므로 이 인자의 운동은 완충제품의 운동과 반대위상이다. 앞서와 같은 방법으로 인자의 최대단진폭 변위는 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{A_o}{A_i} = M_{PC}$$

$$A_o = A_i \cdot M_{PC} = (0.56)(-1.3) = -0.73 \text{ inches}$$

또한 인자의 최대 가속도는

$$\frac{a_{\text{maxo}}}{a_{\text{maxi}}} = M_{PC}$$

$$a_{\text{maxo}} = a_{\text{maxi}} \cdot M_{PC} = (0.9g)(-1.3) = -1.17g$$

인자에 대한 출운동은 다음과 같이 규정된다.

- 진동주파수 : 4Hz

- 최대가속도 : 1.17g
- 최대 단진폭 변위 : 0.73 inches
- 트럭 바닥면 및 제품과 반대위상 운동

이상과 같은 분석 결과를 놓고 보면, 트럭 바닥면에서 발생하는 입진동(Input Vibration)은 내부인자의 운동에 심각한 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

따라서 화물을 적재하기 전에 다음과 같은 요소들이 먼저 고려되어야 한다.

—제품이 0.9g에서 4Hz의 진동에 얼마나 오랫동안 견딜 수 있는가?

—내부인자가 1.17g에서 4Hz의 진동에 얼마나 오랫동안 견딜 수 있는가?

—제품 내부에 인자의 진폭 변위를 수용할 수 있을만큼 충분한 공간이 확보되어 있는가?

만약 위의 고려 사항들 중 어느 하나라도 부정적인 답이 나온다면 유통시키기전에 재설계가 필요하다.

*1. "TP"는 트럭으로부터 제품으로 운동이 전이됨을 의미한다.

*2. "PC"는 제품으로부터 내부인자로 운동이 전이됨을 의미한다.

〈연습문제〉

1. 포장제품이 진동 테이블 위에서 진동되고 있을 때 진동테이블과 포장제품에 부착된 가속도측정기가 각각 0.85g와 0.6g의 가속도를 기록하였다면 강제주파수와 자연주파수는 어느쪽이 더 큰가?

(답 : 강제주파수)

2. Fragility가 17g이고 자연주파수가 10Hz인 전구가 20Hz에서 진동하는 테이블에 고정되어 있다. 전구가 파손되지 않는 범위내에서 테이블의 최대 Stroke는 얼마인가?

(답 : 2.5 inch)

* Fragility : 제품이 손상을 입지 않고 견딜수 있는 최대가속도를 의미한다.

Stroke : 2배수 진폭 즉 진폭의 윗끝에서 아래끝까지를 나타낸다.

3. 자연주파수가 7Hz인 포장제품이 최대가속도가 0.5g이며 5Hz에서 진동하는 트레일러로 운송될 경우 이 포장제품은 어떤 현상을 보일 것인가?

(답 : 제품의 가속도 a_g가 1보다 클때 제품은 트레일러와 반대위상을 보일 것이므로 이 제품은 트레일러내에서 튀게 된다.)

4. 두 개의 스프링 무게추 시스템이 0.4g에서 진동하고 Stroke가 0.5인치인 진

동테이블에 나란히 고정되어 있다고 하자. 운동이 시작되면 두 시스템은 같은 최대가속도를 보이지만 서로 반대위상을 가지고 있다. 한 시스템의 자연주파수가 8Hz라고 한다면 또다른 시스템의 자연주파수는 얼마인가?

(답 : 3Hz)

5. 포장제품(제품+완충재)이 0.5g의 가속도와 0.2인치의 stroke를 가진 진동테이블 위에 놓여 있다. 제품에 부착된 진동측정기가 0.2g의 가속도를 기록하였다면 진동테이블의 주파수는 얼마인가? 완충재의 최대 압축은 몇 인치인가?

(답 : 7Hz, 0.84 inch)