

放電패턴을 위한 프랙탈解析技術

金 龍 洙
國立서울産業大教授

머리말

自然界에서는 樹木의 分岐, 河川의 分岐 및 리히텐 베르크(Lichtenberg)의 放電圖形 등과 같은 매우 복잡한 구조를 갖는 다양한 랜덤패턴을 볼 수 있다.

그런데 이들 패턴의 일부를 확대해 보면 본래의 것과 동일한 소위 自己相似性을 갖고 있어 1974년에 Mandelbrot씨는 이와 같이 自己相似性을 갖는 복잡한 패턴을 통일론적으로 취급하여서 프랙탈(Fractal)을 도입하였다는 것을 前號에서 언급하였다.

그후 이러한 개념이 방전현상을 비롯한 물리적 현상에서 프랙탈과 밀접한 관계가 있음이 발견되어 현재 검토가 진행되고 있다.

본고에서는 프랙탈 기술의 응용으로서 沿面放電, 電氣트리, 雷放電의 패턴 프랙탈성에 대한 컴퓨터 시뮬레이션(프랙탈 모델)과 實際放電 패턴에 대한 프랙탈해석에 있어서 일본의 Sawada, 미국의 Niemeyer 및 Wiesmann씨 등의 실험결과를 간단히 소개하고자 한다.

1. 프랙탈次元의 定義

프랙탈次元은 自己相似한 패턴을 定量的으로

특징을 부여하는 量으로서 空間的 次元과 달리 非整數값이 되며 프랙탈次元을 定義하면 하우스돌프次元과 容量性 次元을 들 수 있다. 그러나 이들 차원의 정의는 수학적으로는 엄밀한 것이 되나 有限한 스케일을 갖는 自然現象에 응용하기 위해서는 적합하지 않다는 점도 있다.

그러나 實用上 프랙탈차원을 구하는 몇가지 방법이 제안되어 있는데 여기서는 종종 사용되고 있는 粗視化의 정도를 변경하는 법과 測定關係로부터 구하는 방법에 대하여 간단히 설명한다.

첫째로 粗視化의 程度를 변경하는 방법은 기본적인 圖形(圓, 球, 線分)으로 근사화시키는 방법, 예를 들면 海岸과 같은 복잡한 곡선을 길이 r 의 線分으로 근사화할 때 그 近似에 필요한 線分の 總數 $N(r)$ 과의 사이에는

$$N(r) \propto r^{-D} \dots \dots \dots (1)$$

의 관계가 있다는 것이다. 여기서 D 는 프랙탈차원이다. r 과 $N(r)$ 을 兩對數 프랙탈로 플롯에서 이것을 직선관계로 본다면 이 패턴은 自己相似가 되고 경사의 절대치가 프랙탈차원이 된다. 이 방법을 카바法이라고 부른다.

둘째로 測定의 關係로부터 次元을 구하는 방법은 공간에 분포되어 있는 點을 고려해 보면 알 수 있다.

즉 반경 r 의 球(또는 圓)內에 분포되어 있는 點의 總數(總質量)를 $M(r)$ 이라고 하면

$$M(r) \propto r^D \dots\dots\dots(2)$$

의 관계가 성립된다. 여기서 D 는 프랙탈次元이 되며 이 경우에도 r 과 $M(r)$ 을 兩對數 그래프로 플로트하여 그 직선의 기울기로부터 프랙탈次元을 구할 수 있다. 이외에 密度相關函數法과 回轉半徑法 등도 있다는 것을 前號에서도 설명하였다.

2. 沿面放電패턴

기체, 액체, 고체를 불문하고 誘電體中 또는 誘電體界面에서 발생하는 절연파괴는 계층적인 分岐構造를 갖는 미세한 放電路로 成立되어 있는 것이 많다.

여기서는 먼저 沿面放電의 分岐構造를 記述하기 위하여 提案된 컴퓨터·시물레이션모델 중에서 대표적인 모델에 대하여 설명한다.

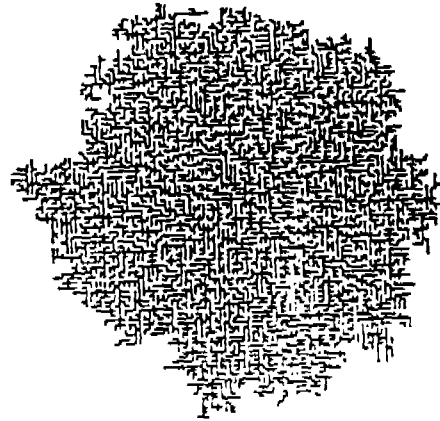
절연파괴의 분지구조를 고려하여 컴퓨터·시물레이션에 의한 확률적인 랜덤패턴을 작성하고 그의 프랙탈성에 대하여 해석한 것은 日本의 Sawada씨가 처음이다. 그는 2차원 방전패턴을 시물레이션하기 위하여 正方形格子와 亂數를 사용해서 다음과 같은 규칙으로 검토하였다.

(가) 2차원 공간을 正方形格子로 分割하고 중심에서 방전패턴을 넓혀 방전이 끝난 부분을 +1, 그 周圍를 -1 그 이외를 0이라는 數를 부여한다.

(나) -1格子중에서 亂數에 의한 1을 선출하고 이것을 +1로 변환시킨다. 동시에 이 근방의 0를 -1로 한다.

(다) 파라미터로서는 先端優先率 R 을 사용한다. 한편 (나)에서 1을 선택할 때는 패턴의 先端을 선택한 확률을 기타의 장소보다 R 배의 확률로서 우선적으로 방전시킨다.

이와 같이 5000회 방전시킨 패턴은 그림 1과 같으며 (a)는 先端優先率 $R=2$, (b)는 $R=40$, (c)



(a)

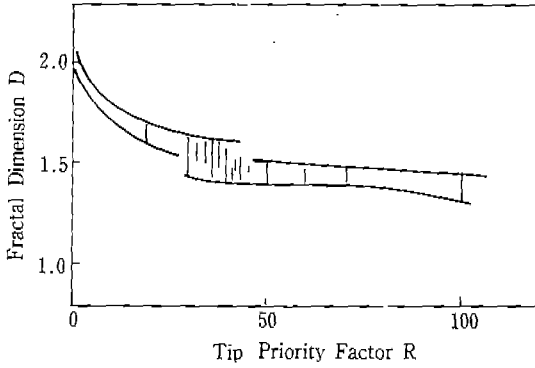


(b)



(c)

<그림 1> 시물레이션으로 얻어진 랜덤패턴(방전패턴)의 예
(※ 방전회수 5000, 先端優先率 (a) $R=2$ (b) $R=40$ (c) $R=150$)



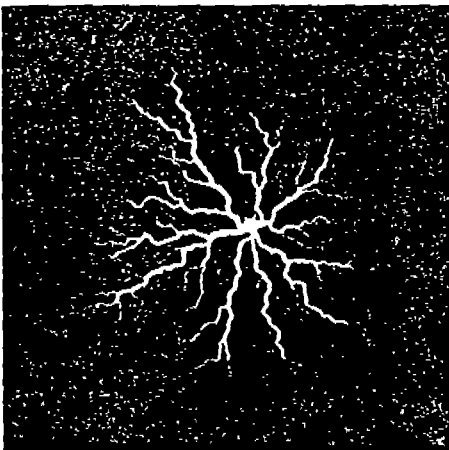
〈그림 2〉 先端優先率 R과 프랙탈次元의 관계
(방전회수 500)

는 R=150이다. R이 커짐에 따라서 내부의 가장 자리에서 잘 발달된 패턴으로부터 틈이 많은 패턴으로 변화되어감을 알 수 있다.

그림 2는 R과 패턴의 프랙탈차원의 관계를 표시한 것으로서 이 경우에 프랙탈次元은 일종의 粗視化의 程度를 변경하여 구한 것이다.

D가 R의 증대와 더불어 감소하는 것은 R이 커지면 先端만이 늘어나서 직선적인 패턴이 되므로 이해할 수 있게 된다.

日本の Sawada씨가 제안한 모델에 대해서는



〈그림 3〉 SF₆가스중 유리관상의 리히텐베르크圖

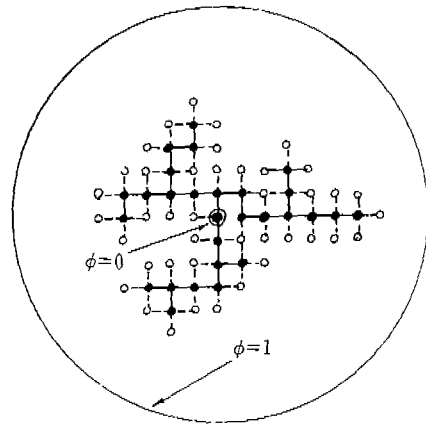
내부와 외부가 똑같이 成長確率을 가져야 하며 방전패턴의 成長時에 있어서 局部高電界를 고려하지 않으며 실제 방전패턴형상과는 다르다는 것 등이 지적되었다.

그후 Niemeyer씨는 그림 3과 같이 실제의 가스방전(SF₆ 가스)에서 얻은 2차원적인 방전(리히텐베르크圖)을 시뮬레이션하기 위하여 프랙탈개념을 적용한 라플라스場에서의 확률적인 放電成長모델을 도입하였다. 이것을 NPW모델이라고 한다.

얻어진 방전패턴은 프랙탈이 되며 실제의 방전패턴(리히텐베르크圖)과 비슷해지는 등 시뮬레이션 모델이 갖는 물리적 이미지를 어느 정도 알게 되었다.

NPW모델은 다음과 같은 규칙에 따라서 방전패턴을 성장시킨다(그림 4 참조).

(1) 2次元 正方形格子에 있어서 라플라스의 방정식 $\nabla^2\phi=0$ (ϕ : 전위)을 구한다. 이 경우 경계조건은 放電路內(等電位面이라고 가정)에서는 $\phi=0$ 으로



〈그림 4〉 格子上에서 절연파괴를 시뮬레이션하기 위하여 도입된 확률적인 모델
(※ 한편 전극은 중심점에서 다른쪽의 전극은 중심점으로부터 충분히 떨어진 사이클로서 모델화되어 있고 중심에서 太線으로 연결된 黑丸은 방전로를 나타낸다. 그리고 破線으로 연결된 白丸은 다음 방전의 후보가 된다)

로 하고 放電路로부터 충분히 떨어진 원의 외측에서 $\phi=1$ 로 한다.

(2) 방전가능한格子에 대해서 局部電界의 세기 E_i 을 구한다.

(3) 방전로 표면에서의 성장확률 P_i 는 E_i 관계로부터

$$P_i = E_i^n / \sum_j E_j^n \dots\dots\dots(3)$$

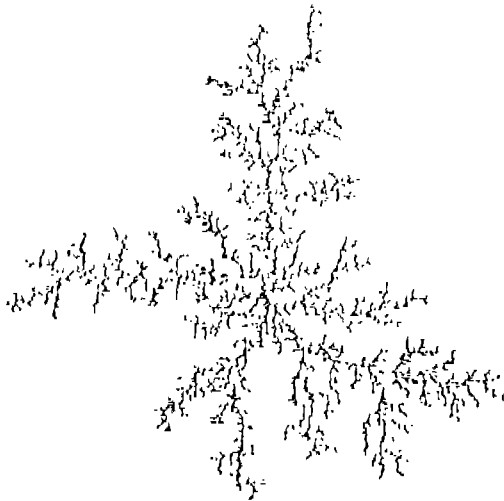
이 되며 성장확률 P_i 을 갖는 格子의 1을 선택한다.

여기서 Σ 는 방전가능한 전체의 格子에 걸쳐서 행하며 冪指數 η 은 방전프로세스의 랜덤성에 관계되는 파라미터로서 η 가 크면 클수록 방전성장 확률에 미치는 局部電界의 효과가 커진다.

(4) 선택된 格子를 성장시키는 放電路 이외에 전위 $\phi=0$ 로 한다.

(5) 스텝 (1)에서 (4)까지를 放電路가 境界值에 도달할 때까지 반복한다.

그림 5는 NPW모델에 의해 얻어진 $\eta=15,000$ 회 방전후의 패턴이다. 이 경우 프랙탈次元은 약 1.75가 되며 실제의 방전패턴으로부터 얻은 프랙탈次元은 약 1.7로서 양호하게 일치하였다. 또한



<그림 5> 2차원 라플라스場에서 시뮬레이션으로 얻어진 방전패턴의 예(5000회 방전, $D=1.75\pm 0.02$)

<표 1> η 와 프랙탈次元 D 의 관계

(여기서 η 은 성장확률과 국부전계와의 관계식에서 사용된 冪지수)

η	D
0	2
0.5	1.89 ± 0.01
1	1.75 ± 0.02
2	~ 1.6

표 1은 冪指數 η 을 변경할 때의 프랙탈次元으로서 프랙탈次元 D 는 (2)식을 기본으로 하여 測度의 관계로부터 구한 것이다.

즉 중심에서 거리 r 과 r 원내에 있어서 브랜치數 $\eta(r)$ 의 관계는

$$\eta(r) \propto r^{D-1} \dots\dots\dots(4)$$

이 되며 이 식으로부터 D 를 구한다.

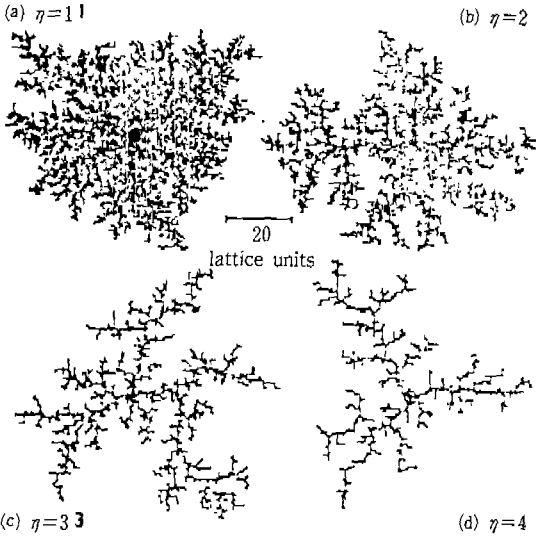
$\eta=1$ 의 결과는 DLA(Diffusion Limited Aggregation) 구조와 일치하였고 $\eta=0$ 일 때는 패턴표면의 어느 점에서도 성장확률이 일정한 腫瘍·肝 등을 모델화한 Eden모델이 되어 프랙탈次元은 空間次元과 같아졌다.

앞에서 설명한 NPW모델은 2차원 라플라스場에서의 放電패턴이 시뮬레이션되었고 그후 2차원 라플라스場으로부터 實際의 場에 가까운 3차원 라플라스場으로 확장되었다.

그림 6은 NPW모델을 기초로 한 3차원 라플라스場으로서 2차원 방전을 시뮬레이션한 결과로서 $\eta=1, 2, 3, 4$ 일 때에 프랙탈次元은 각각 $D=1.96, 1.82, 1.78, 1.69$ 값으로 되었다.

한편 $\eta=1$ 일 때 2차원 라플라스場(그림 5 참조)과 3차원 라플라스場(그림 6 참조)의 양쪽을 비교하면 3차원場 쪽이 큰 프랙탈次元에 되어 있다. 원인의 하나는 경계조건이 다르다는 것 즉 전극 구성이 다르다는 것을 들 수 있다.

沿面放電패턴의 모델화에 관해서는 활발한 연구가 진행되고 있으나 아직은 實際의 放電패턴에 대해서는 계통적인 프랙탈 해석이 적다.



〈그림 6〉 3차원 라플라스場에서 시뮬레이션으로 얻어진 방전패턴의 예 ($\eta=1, 2, 3, 4$)

그림 7은 大氣中 正의 이온임펄스전압을 인가 하였을 때에 얻어진 實放電패턴(沿面스트리머)의 한가지 예이다.

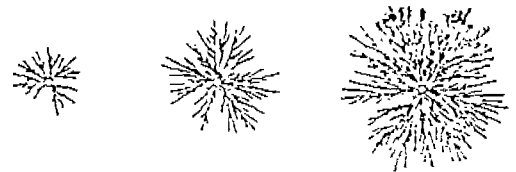
印加電壓을 $V_0=20, 30, 40\text{kV}$ 로 증대하였을 때 얻어진 프랙탈次元도 재차 $D=1.64, 1.69, 1.81$ 과 같이 크게 되어 있다.

그림 8은 上記의 實放電패턴을 시뮬레이션하기

위하여 2차원 라플라스場에서 스트리머상의 전압 강하와 스트리머가 進展할 수 있는 電界의 臨界 値를 고려하여 시뮬레이션하였을 때의 결과이다. 이 경우에 프랙탈次元은 印加電壓 $V_0=20, 30, 40\text{kV}$ 로 하였을 때에 각각 $D=1.63, 1.68, 1.83$ 이 되어 實際 放電패턴의 결과에 가까운 값이 되었다.

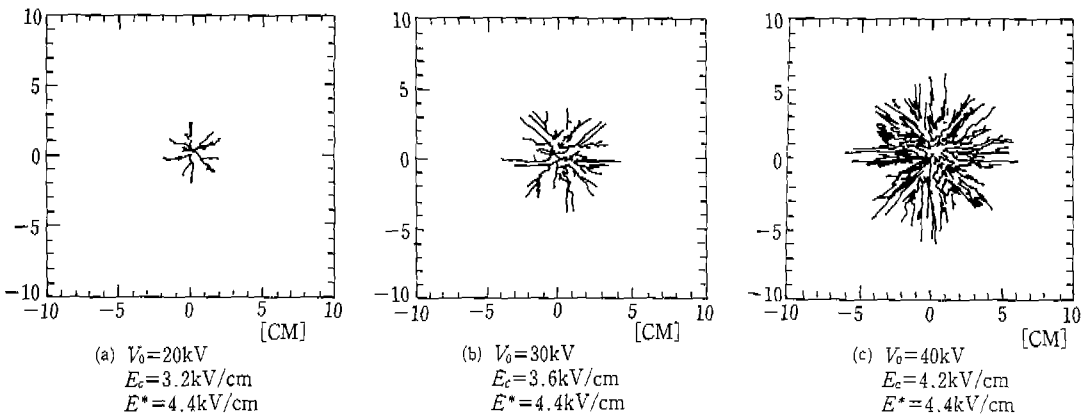
3. 電氣트리패턴

실제로 사용되고 있는 機器의 絶緣層에 있어서 電氣트리(이후 간단히 트리라고 한다)의 발생이 확인된 것은 高電壓用 폴리에틸렌케이블이 최초이다. 그후 실제의 트리를 模擬한 針-平板電極



(a) $V_0=20\text{kV}$ (b) $V_0=30\text{kV}$ (c) $V_0=40\text{kV}$

〈그림 7〉 실제의 실험으로 얻어진 沿面放電패턴(大氣中 正임펄스 沿面스트리머)



〈그림 8〉 시뮬레이션으로 얻어진 스트리머패턴(여기서 V_0 : 인가전압, E_c : 스트리머상에서의 전압강하를 고려한 전계, E^* : 스트리머가 진전할 수 있는 臨界値)



〈그림 9〉 2차원 트리의 시뮬레이션 예
($F_c \neq 0, F_s \neq 0, F_s < F_c$)

모델로서 트리에 관한 많은 연구가 있었으나 形狀패턴에 대한 계통적인 연구는 그다지 되어 있지 않다.

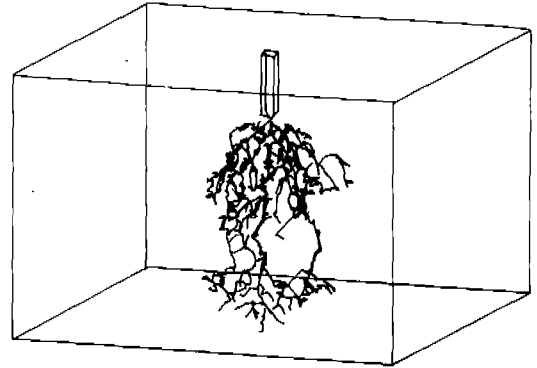
한편 固體絶緣物中에서 발생하는 트리패턴은 전형적인 프랙탈구조이므로 최근 트리의 進展을 해석하기 위하여 沿面放電에 있어서 컴퓨터·시뮬레이션 모델로 類似한 프랙탈모델이 도입되어 있다.

미국의 Wiesman씨는 앞에서 설명한 확률적인 방전성장모델(NPW)을 토대로 하여 재차모델을 針-平板電極構成에서 트리파괴와 같은 局部絶緣破壞를 취급하는 一般化 시뮬레이션 모델로 발전시켰다.

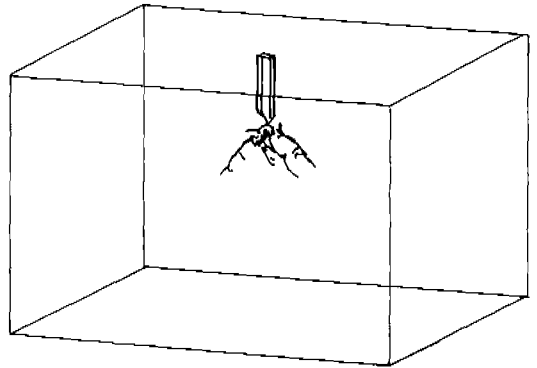
이 모델은 기본적으로는 NPW모델을 채용하고 있으며 NPW모델에는 고려되어 있지 않은 放電成長을 위한 電界의 臨界值 F_c 와 放電路內의 내부전계 F_s 를 도입하였다.

즉 조건에 따라서 방전이 도중에 정지하든가 또는 방전이 對向電極에 도달하는 절연파괴의 기준을 설정하였다.

$F_c = F_s = 0$ 의 조건에서는 트리는 그대로 성장을 계속해서 절연파괴에 이르는 결과가 되나 이것은 기본적으로는 $\eta = 1$ 일 때의 NPW모델에 상당한다. 트리내부에 적당한 전압강하가 존재하면 트리성장이 對向電極에 도달하지 않고 도중에 休止



(a) $\Delta V_{ch} = 0$



(b) $\Delta V_{ch} = 0.025V$

〈그림 10〉 3차원 트리의 시뮬레이션 예 (V : 인가전압)

하게 된다(그림 9 참조).

일정한 F_c 하에서 F_s 를 증대하면 分岐비율이 증가하여 안정된 트리패턴을 얻는다. 요약하면 2개의 파라미터 F_c, F_s 는 트리가 도중에 休止되든가 또는 그대로 성장해서 對向電極에 도달하는가를 결정한다.

그런데 실제의 트리는 3차원적으로 성장하므로 2차원의 시뮬레이션에서는 의미가 없으므로 3차원의 시뮬레이션이 필요하다. 그림 10은 트리가 성장하기 위한 臨界值나 트리내의 전압강하를 고려한 경우의 3차원 시뮬레이션 트리의 한 예이다.

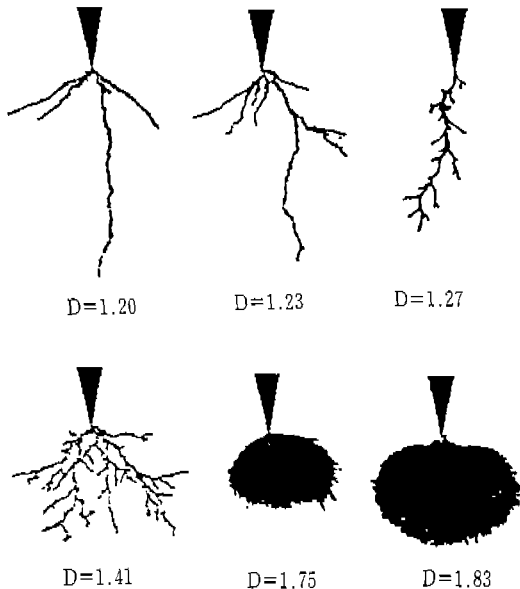
그림 10의 (a)와 (b)의 상위점은 트리放電路上的 전압강하 ΔV_{ch} 의 값이 다를 뿐이다. 즉 (b)그림

쪽이 전압강하가 크기 때문에 트리의 진전이 짧게 되어 있다. 이 모델에서는 트리발생 이전의 단위체적당 劣化領域의 數 ρ_a , γ (劣化領域은 局部電界의 γ 乘에 비례), β (트리진전방향은 국부전계의 β 승에 비례) 등의 파라미터도 고려되고 있다.

트리방전로상의 전압강하가 커지면 트리진전은 짧아지며 또한 局部電界의 霧指數인 γ , β 는 프랙탈차원에 영향을 주게 된다.

트리에 관해서는 實際放電패턴에 대한 프랙탈해석이 일부분 이루어지고 있다. 다만 실제의 트리는 3차원적으로 성장된 패턴이므로 프랙탈해석은 현재로는 2차원적으로 투영된 도형에 대하여 행하여지고 있다. 이를 위하여 먼저 트리의 현미경사진을 이미지 스캐너에 세트하고 퍼스널 컴퓨터로 읽어들이거나 또는 현미경에 접속된 CCD카메라를 통해서 직접 읽은 후 카버법 등의 手法로서 프랙탈次元을 구한다.

그림 11은 폴리에틸렌과 아크릴樹脂中에 생긴

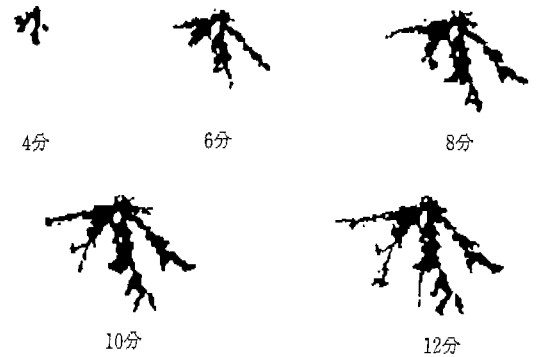


〈그림 11〉 실제의 電氣트리로부터 얻은 2차원적 투영된 패턴

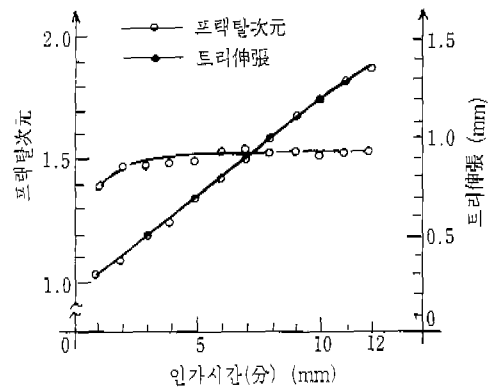
실제의 트리에로서 트리狀, 灌木狀, 綠藻類狀으로 形狀이 변화하는 것을 나타내는데 프랙탈次元 D 가 크게 되어 있음을 보여주고 있다.

또한 그림 12, 13은 아크릴樹脂를 이용해서 교류전압의 인가시간을 변화시켰을 때의 트리進展 길이와 프랙탈차원을 나타낸 것이다. 印加時間이 길어지면 트리의 진전길이가 커지나 프랙탈次元은 거의 일정한 1.6값이 되어 있다. 즉 트리는 진전이 확대되어도 그 형상은 相似的으로 진전되어감을 알 수 있다.

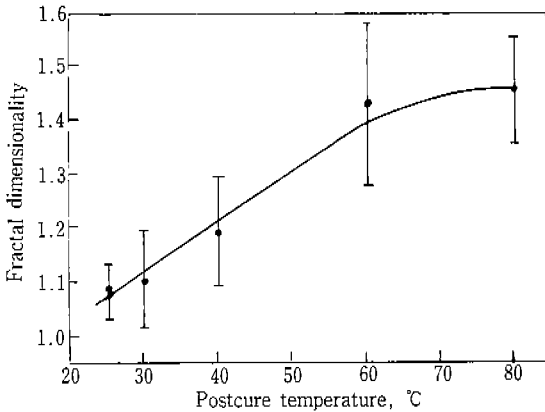
또한 그림 14는 架橋폴리에스텔樹脂를 사용하



〈그림 12〉 아크릴수지중에서 얻어진 교류트리의 진전모양(시간특성)



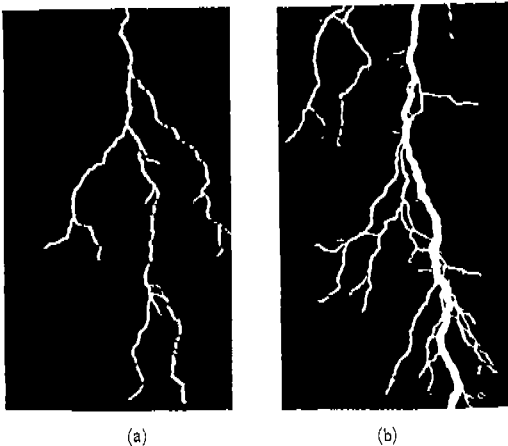
〈그림 13〉 아크릴수지중에서 얻어진 교류트리의 인가시간에 의한 프랙탈차원 및 트리의 伸張 변화



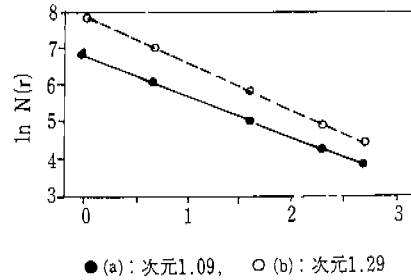
〈그림 14〉 폴리에스테틸수지로 얼어진 교류트리의 포스트 큐어온도와 프랙탈차원의 관계

고 架橋反應時 포스트큐어溫度(Postcure Temperature)를 변경할 때의 교류트리의 프랙탈次元을 조사한 것으로서 포스트큐어溫度가 상승하면 프랙탈차원이 커짐을 알 수 있다.

포스트큐어溫度가 上昇하면 架橋反應이 進진되어 樹脂中の 네트워크가 縮진되고 영(young)率의 증가나 높은 유리轉移溫度를 얻는다. 따라서 트리도 進진되기 어렵고 트리形狀도 分岐가 많은 密한 트리가 되어 포스트큐어온도가 낮은 경우의 직선적 트리와 비교해서 수명적으로도 보다 안전하다고 한다.



〈그림 15〉 自然雷의 放電路



〈그림 16〉 그림 15의 放電雷에 대한 프랙탈次元

4. 雷放電패턴

雷放電路도 복잡한 分岐나 꺾어지는 곳이 존재하므로 放電路의 구조가 프랙탈로 되어 있음을 예상할 수 있다. 실제의 뇌방전로에 관해서 프랙탈해석을 행한 예는 아직 적으나 自然雷의 2차원적인 사진으로부터 해석한 예를 보면 자연뇌도 역시 프랙탈성을 갖고 있다고 보고되어 있다.

그림 15는 自然雷의 放電路에 관한 2차원적인 静止寫眞의 한 예로서 그림 16은 각각 사진에서 粗視化方法으로 구한 프랙탈次元을 나타낸다.

그림 16에서 방전패턴이 프랙탈로 되어 있음을 알 수 있으며 또한 (a), (b)그림을 비교하면 (b)쪽이 프랙탈차원이 크다는 것을 상상할 수 있다. 실제로 그림 16으로부터 프랙탈차원은 (a)에서는 1.09, (b)에서는 1.29가 구해졌다고 한다.

지금까지 컴퓨터·시물레이션 모델의 해석이나 실제로 얻은 방전패턴의 해석으로부터 沿面放電, 電氣트리 및 雷放電 등의 구조가 프랙탈성을 갖는다는 것을 명확히 하였다. 한편 시물레이션 모델에 관해서는 패턴이 라플라스방정식(또는 포앗송방정식)을 만족하는 場에서 成長해야 하고 패턴성장은 표면에서의 局所的인 성장률(성장확률이 국부전계의 n 승에 비례)에 따라야 하며 방전을 위한 臨界値나 放電路上에서의 전압강하를 고려해야 할 것이다. 앞으로는 데이터를 축적하고 프랙탈차원과 재료물성의 관계나 프랙탈차원의 물리적 의미를 명확히 할 필요가 있을 것이다.