

허미트 보간을 이용한 곡률 연속 현길이 스플라인 곡면

VC² Chord-Length Spline Surface Using Hermite Interpolant

전차수*, 주상윤**, 전명길***

C.S. Jun*, S.Y. Ju**, M.G. Jeon***

Abstract

This paper describes a method of constructing VC² Chord-length spline surface from semi-evenly spaced 3D point array. The surface uses Hermite interpolant as Ferguson surface, and it is an extension of chord-length spline curve to surface.

The proposed surface may be widely used in interpolating smoothly 3D point data obtained by measurement or engineering design.

1. 서론

점군 데이터를 곡면으로 보간하는 방법은 점군의 배열에 따라 달라진다. 표 1과 그림 1은 점군의 종류를 보여주고 있으며[1] 표 2는 사각 배열의 점군 보간곡면의 형성 방법에 관한 기존의 연구와 본 연구를 나타내고 있다.

여기서 규칙적인 사각형 배열의 점군이란 그들과 같이 위상학적으로 사각형 배열을 한

$M \times N$ 개의 점군을 말한다. 또 규칙적 사각형 배열 중에서 균일한 배열이란 그림 1(a)와 같이 각각의 가로 곡선(또는 세로곡선)을 따라 이웃하는 점간의 거리가 비슷한 것을 말하고 준 균일한 배열이란 점들 간의 간격은 균일하지 않으나 전체 가로곡선(또는 세로곡선)에 대해 이웃하는 점간 거리의 비가 균일한 것을 말한다(그림 1(b)).

본 연구에서는 준균일한 사각배열의 점군을 부드러운 곡면으로 보간하는 문제를 다루

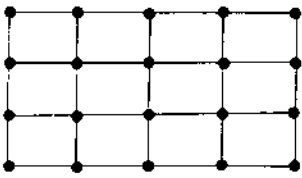
* 경상대학교 산업공학과

** 울산대학교 산업공학과

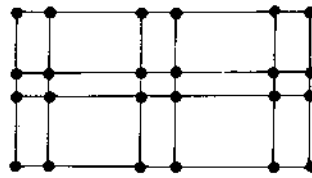
*** 현대중공업 엔진전산실

표 1. 곡면 보간을 위한 점군의 종류[1]

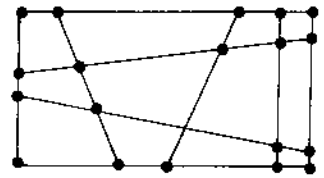
점군의 종류		곡면 형성	사용되는 곡면모형
경로를 따라서 측정된 점군	규칙적 사각형 배열을 갖는 점군	(a) 배열 간격이 균일한 경우	사각형 곡면 모형
		(b) 배열 간격이 준균일한 경우	
		(c) 배열 간격이 불균일한 경우	
	(d) 측정경로가 사각형 곡선망인 경우	다각형	
	(e) 측정경로가 일반적인 곡선망인 경우		
(f) 불규칙한 측정만으로 이루어진 경우		삼각형 곡면모형	
(g) 불규칙측정과 경로측정이 함께 있는 경우		난 이	곡면모형



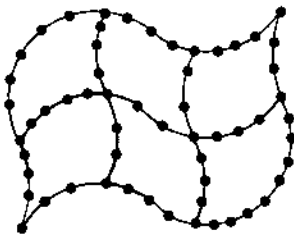
(a)



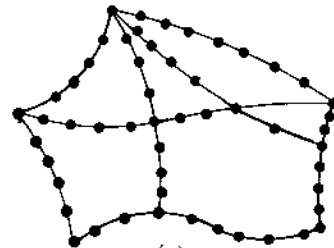
(b)



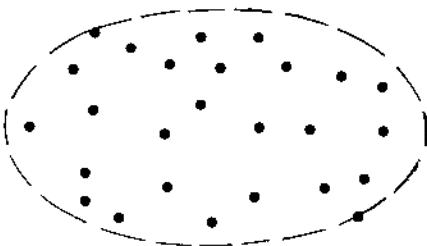
(c)



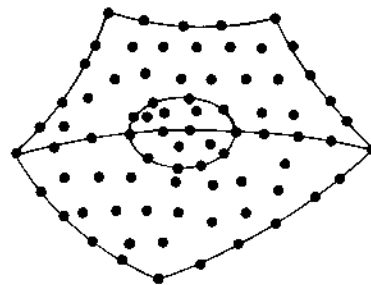
(d)



(e)



(f)



(g)

그림 1. 곡면 보간을 위한 점군의 종류[1]

표 2. 사각 배열의 점군보간 곡면의 기존 연구와 본 연구

연구 대상	형성 방법	참고 문헌	비고
균일한 배열	C ¹ 연속 곡면 : Ferguson, FMILL	Faux[5]	준균일한 경우 곡면품질 나쁨
	C ² 연속 곡면 : Ferguson	Faux[5]	3×3 차 곡면
준균일한 배열	NUB	Choi[7]	불규칙한 경우 곡면품질 나쁨
	VC ² Chord- Length Surface	본 연구	3×3 차 곡면
불균일한 배열	VC ¹ 연속곡면	신하용[1]	형성과정 복잡 6×6 차 곡면

고 있다. 준균일한 배열은 균일한 배열보다 일반적인 경우이며, 불균일 또는 불규칙적인 배열의 점군보다 좋은 품질의 곡면을 얻을 수 있으므로 많이 이용되고 있다. 몇가지 예를 들면 다음과 같다.

점 데이터 보간시 end-condition의 영향으로 곡면의 내부보다는 곡면의 외곽에서 보간 오차가 커지게 되는데 곡면의 측정시에는 외곽 부근의 측정간격을 내부보다 조밀하게 하는 것이 좋다. 그림 2는 곡면 전체를 균일하게 측정한 것과 곡면의 외곽부근을 보다 조밀하게 측정하여 얻은 데이터를 곡면으로 보간한 후 원 곡면과의 보간오차를 보여주고 있다[2].

그림 3은 H사에서 설계한 선박용 프로펠러 날개면을 보여주고 있는데 그물의 교점들이 곡면 보간의 입력점이다. 준균일 배열에 가까운 경우이다.

또한 곡면에 대한 측정 데이터가 사각형 배열의 규칙성을 갖지 못한 경우 remeshing

과정을 통하여 사각형 배열로 변환하는데[3] 이때 준균일한 배열의 점군을 얻게될 때가 많다. 곡선망의 곡선 보간시에도 remeshing 과정이 쓰일 수 있으며 이것도 같은 결과를 얻게 된다.

본 연구에서 개발한 곡률연속 현길이 스플라인 곡면(VC² chord-length spline surface)은 입력 점 간의 거리를 고려함으로써 준균일한 점군을 보다 부드럽게 보간하는 것으로 Chord-length Spline곡선[4, 8]을 곡면으로 확장한 것이다. 이 곡면은 Ferguson 곡면과 같이 양3차(bicubic) Hermite interpolant를 이용하고 있으며 이것은 knot span을 현길이로 주는 Non-uniform B-spline(NUBS) 곡면[7]과 같은 결과를 얻게 된다.

2. Ferguson Surface Patch

Hermite interpolant를 이용한 양 3차(bicubic) Ferguson surface patch는 다음과 같은 때

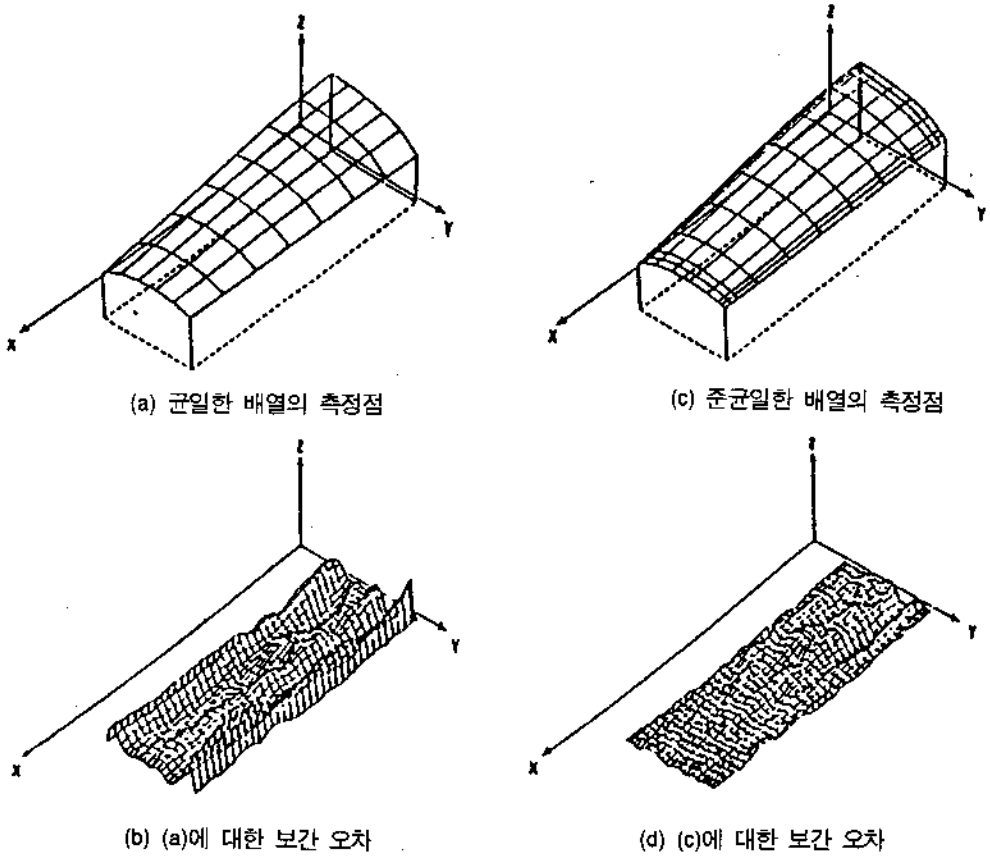


그림 2. 측정 데이터의 곡면 보간 오차[2]

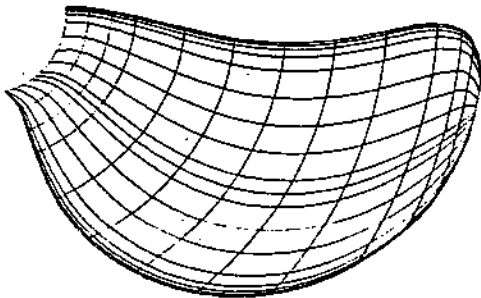


그림 3. 선박용 프로펠러 날개면

개변수 식으로 표현된다[5].

$$r(u, v) = UCQC^T V^T$$

$$\text{여기서 } U = [1 \ u \ u^2 \ u^3], \ 0 \leq u \leq 1$$

$$V = [1 \ v \ v^2 \ v^3], \ 0 \leq v \leq 1$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} r_u(0,0) & r_u(0,1) & r_{uv}(0,0) & r_{uv}(0,1) \\ r_u(1,0) & r_u(1,1) & r_{uv}(1,0) & r_{uv}(1,1) \\ r_v(0,0) & r_v(0,1) & r_{uv}(0,0) & r_{uv}(0,1) \\ r_v(1,0) & r_v(1,1) & r_{uv}(1,0) & r_{uv}(1,1) \end{pmatrix}$$

$$r_u = \frac{\partial r}{\partial u} \quad : u \text{ 방향 접선벡터}$$

$$r_v = \frac{\partial r}{\partial v} \quad : v \text{ 방향 접선벡터}$$

$$r_{uv} = \frac{\partial^2 r}{\partial u \partial v} = \frac{\partial^2 r}{\partial v \partial u}$$

: 꼬임벡터(twist vector)

위 식을 보면 하나의 Surface Patch는 Patch 네 모서리에서의 위치 벡터와 u, v방향의 접선벡터, 그리고 꼬임벡터를 양삼차 Hermite 다항식으로 보간한 것임을 알 수 있다.

3. 곡률연속 현길이 스플라인 곡면(VC² Chord-length Spline surface)

일반적으로 복잡한 형상의 곡면 전체를 식 (1)과 같은 하나의 함수식으로 정확히 표현 하기는 곤란하므로 여러개의 곡면조각(patch)을 위상학적으로 사각배열을 갖도록 연결하여 표현한다. 이를 조합곡면(composite surface)라 하면 patch간의 경계에서 일정한 연속조건을 만족하게 한다.

VC²(visual C² 또는 G²) 연속조건은 patch 간의 경계에서 위치, 접평면, 곡률이 모두 연속되는 조건을 말한다.

그림 4와 같이 (M+1)×(N+1)개의 점 데이터와 곡면 경계에서의 end condition이 주어진 경우 이를 곡면으로 보간하면 M×N개의 patch를 갖는 조합곡면이 형성되는데 각 patch들은 Ferguson surface patch와 같은 표현방식을 이용한다. 이때 곡면내부의 모든 그물점(mesh point)에서 r_u, r_v, r_{uv} 정보가 필요하게 되는데 이는 patch간의 연속조건으로

부터 구해진다.

VC² 연속조건을 만족하는 현길이 스플라인 곡면(chord-length spline surface)을 유도하는 절차는 다음과 같다.

X ₀₀	S ₀₀	S ₀₁	S _{0N}	X _{0N}
r _{u0}	r _{u0}	r _{u1}	r _{uN}	r _{uN}
r _{v0}	r _{v0}	r _{v1}	r _{vN}	r _{vN}
.
.
.
r _{M0}	r _{M0}	r _{M1}	r _{MN}	r _{MN}
X _{M0}	S _{M0}	S _{M1}	S _{MN}	X _{MN}

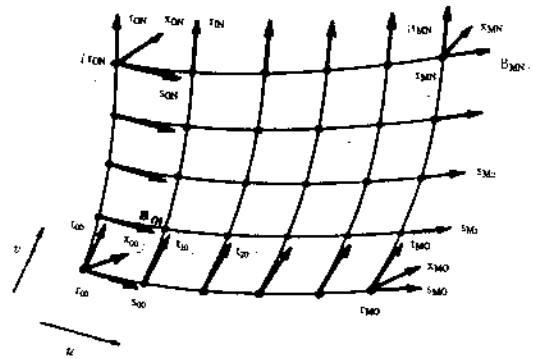


그림 4. 곡면 보간을 위한 입력데이터

3-1 인접한 patch간의 경계곡선 공유

그림 5와 같이 patch가 연결되었을 때 (i,j) 번째 patch r^{ij}(u,v), 0≤u,v≤1과 (i+1,j)번째 patch r^{i+1j}(u,v) 0≤u,v≤1 가 공통의 경계곡선을 갖기 위해서는

$$r^{i+1j}(0,v) = r^{ij}(1,v), 0 \leq v \leq 1, \quad (2)$$

을 만족해야 한다. 각 patch의 식을 식 (1)과 같이 풀어 정리하면

$$[1000]CQ^{i+1j}C^T V = [1111]CQ^{ij}C^T V$$

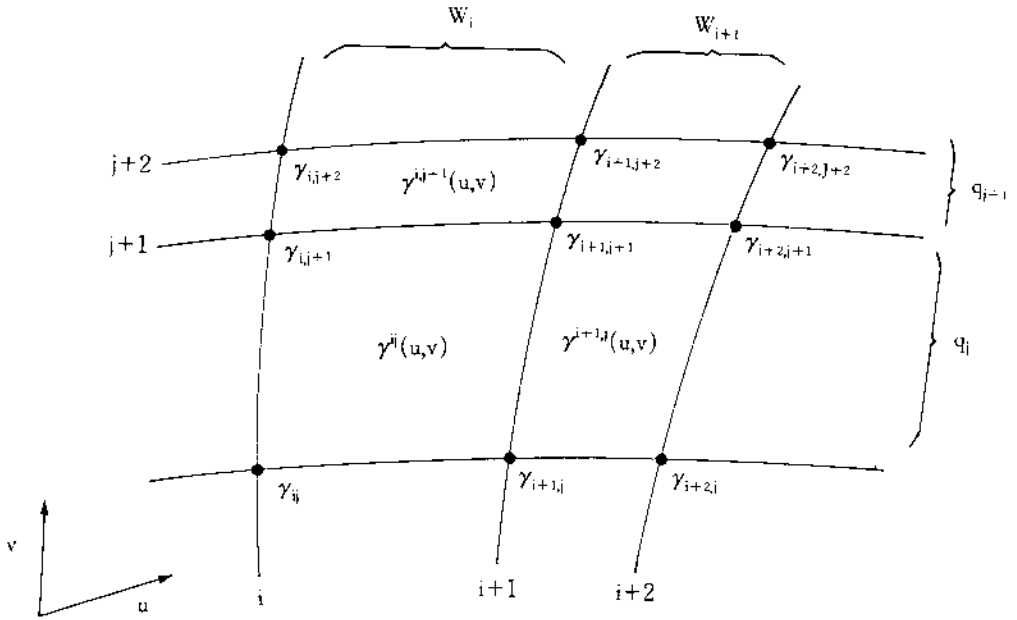


그림 5. 조합곡면에서 patch의 연결

이 된다. 여기서 위의 식은 모든 v 값에 대하여 만족되므로

$$[1000]CQ^{i+1,j} = [1111]CQ^{i,j}$$

이고, 이를 정리하면 다음과 같다.

$$r^{i+1,j}(0,0) = r^{i,j}(1,0) \quad (3)$$

$$r^{i+1,j}(0,1) = r^{i,j}(1,1)$$

$$r_v^{i+1,j}(0,0) = r_v^{i,j}(1,0)$$

$$r_v^{i+1,j}(0,1) = r_v^{i,j}(1,0)$$

$$0 \leq v \leq 1$$

v 방향으로 인접한 두 patch $r^{i,j}(u,v)$ 와 $r^{i+1,j}(u,v)$ 에 대해서도 공통의 경계곡선을 갖는 조건을 적용하면

$$r^{i+1,j}(u,0) = r^{i,j}(u,1), 0 \leq u \leq 1,$$

이고, 이를 위와 같이 정리하면 다음과 같다.

$$r^{i+1,j}(0,0) = r^{i,j}(0,1) \quad (4)$$

$$r^{i+1,j}(1,0) = r^{i,j}(1,1)$$

$$r_u^{i+1,j}(0,0) = r_u^{i,j}(0,1)$$

$$r_u^{i+1,j}(1,0) = r_u^{i,j}(1,1)$$

3-2 인접한 patch 간의 접평면 연속

u 방향으로 인접한 두 patch $r^{i,j}(u,v)$ 와 $r^{i+1,j}(u,v)$ 의 공통 경계곡선을 따라 접평면 연속이 되기 위해서는

$$\frac{r_u^{i+1,j}(0,v) \times r_v^{i+1,j}(0,v)}{|r_u^{i+1,j}(0,v) \times r_v^{i+1,j}(0,v)|} = \frac{r_u^i(1,v) \times r_v^i(1,v)}{|r_u^i(1,v) \times r_v^i(1,v)|}$$

를 만족해야 한다. 이 식에 식(2)를 적용하고 다시 정리하면

$$r_u^{i+1,j}(0,v) = w_{i+1} r_u^i(1,v) + r_v^i(1,v)$$

$$w_{i+1} > 0$$

ξ : 임의의 실수

이 되는데 임의수 ξ 를 0으로 두면

$$r_u^{i+1,j}(0,v) = w_{i+1} r_u^i(1,v)$$

$$w_{i+1} = \frac{|r_u^{i+1,j}(0,v)|}{|r_u^{i,j}(1,v)|}$$

이다. 여기서 두 patch의 flow rate의 비 w_{i+1} 을 weighting factor라 부르는데 Ferguson composite surface에서는 이를 항상 1이 되게 하고 있다. 이 식을 patch의 식 (1)에 代入하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} r_u(0,0) \\ r_u(0,1) \\ r_{uv}(0,0) \\ r_{uv}(0,1) \end{pmatrix}^{i+1,j} = w_{i+1} \begin{pmatrix} r_u(1,0) \\ r_u(1,1) \\ r_{uv}(1,0) \\ r_{uv}(1,1) \end{pmatrix}^{i,j} \quad \begin{matrix} i=0,1,2,\dots,M-1 \\ j=0,1,2,\dots,N \end{matrix} \quad (6)$$

v방향으로 인접한 두 patch $r^{ij}(u,v)$ 와 $r^{i+1,j}(u,v)$ 에 대해서도

$$r_v^{i+1,j}(u,0) = q_{j+1} r_v^{i,j}(u,1), \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$q_{j+1} = \frac{|r_v^{i+1,j}(u,0)|}{|r_v^{i,j}(u,1)|}$$

이고, 이를 정리하면

$$\begin{pmatrix} r_v(0,0) \\ r_u(1,0) \\ r_{uv}(0,0) \\ r_{uv}(1,0) \end{pmatrix}^{i+1,j} = q_{j+1} \begin{pmatrix} r_v(0,1) \\ r_v(1,1) \\ r_{uv}(0,1) \\ r_{uv}(1,1) \end{pmatrix}^{i,j} \quad \begin{matrix} i=0,1,2,\dots,M \\ j=0,1,2,\dots,N-1 \end{matrix} \quad (7)$$

이제까지 유도된 식 (3), (4), (6), (7)으로 부터 patch의 식 $r^{\mu}(u,v)$ 을 구성하는 Q-matrix Q^{ij} 를 다음과 같이 두면 모든 patch 간에 위치 연속과 접평면 연속조건을 만족하게 된다. 아래와 비슷한 식은 참고문헌 [8,9]에도 소개된 바 있다.

$$Q^{ij} \equiv \begin{pmatrix} r_{i,j} & r_{i,j+1} & q_j t_{i,j} & t_{i,j+1} \\ r_{i+1,j} & r_{i+1,j+1} & q_j t_{i+1,j} & t_{i+1,j+1} \\ w_i s_{i,j} & w_i s_{i,j+1} & w_i q_j x_{i,j} & w_i x_{i,j+1} \\ s_{i+1,j} & s_{i+1,j+1} & q_j x_{i+1,j} & x_{i+1,j+1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} w_i &> 0, q_j > 0 \\ \text{for } i &= 0, 1, 2, \dots, M-1 \\ j &= 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned}$$

식 (8)에서 r_u, s_u, t_u, x_u 는 각각 입력된 점군 데이터의 그물점(mesh point)에서의 위치 벡터, u 방향 접선벡터, v 방향 접선벡터, 꼬임벡터를 나타내는데 이 식은 인접하는 patch 사이에서 그물점의 4가지 벡터 정보를 공유하는 관계를 나타내고 있다. 또한 이 식에서 w_i 와 q_j 는 열 또는 행을 따라 동일한 값을 갖게 되는데 (즉, $w_i = w_{i0} = w_{i1} = \dots = w_{i,N-1}, q_j = q_{0j} = q_{1j} = \dots = q_{M-1,j}$) 이것은 준균일한 배열의 점군에 대한 제한 조건이다.

3-3 인접한 patch간의 곡률연속

u방향으로 인접한 두 patch $r^{ij}(u,v)$ 와 $r^{i+1,j}(u,v)$ 가 곡률연속을 만족하기 위해서는 두 patch는 이미 동일한 경계곡선을 공유하고 있으므로 경계곡선을 가로지르는 모든 u 방향 등매개곡선이 곡률연속조건을 만족하면 된다. 즉,

$$\frac{r_u^{i+1,j}(0,v) \times r_{uu}^{i+1,j}(0,v)}{|r_u^{i+1,j}(0,v)|^3} = \frac{r_u^{i,j}(1,v) \times r_{uu}^{i,j}(1,v)}{|r_u^{i,j}(1,v)|^3} \quad 0 \leq u \leq 1$$

여기에 식 (4)를 代入하면

$$r_{uu}^{i+1,j}(0,v) = w_{i+1}^2 r_{uu}^{i,j}(1,v) + \mu r_u^{i,j}(1,v)$$

인데 임의로 $\mu=0$ 으로 두면

$$r_{uu}^{i+1,j}(0,v) = w_{i+1}^2 r_{uu}^{i,j}(1,v)$$

이고, 이를 patch의 식 (1)에 代入하여 정리

하면 다음과 같은 2개의 점화식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}
 &w_i w_{i+1}^2 s_{ij} + 2w_{i+1}(w_{i+1} + 1)s_{i+1,j} + s_{i+2,j} \\
 &= 3r_{i+2,j} + (w_{i+1}^2 - 1)r^{i+1,j} - w_{i+1}^2 r_{ij} \quad (9) \\
 &\text{for } i=0, 1, 2, \dots, M-2 \\
 &\quad j=0, 1, 2, \dots, N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &w_i w_{i+1}^2 x_{ij} + 2w_{i+1}(w_{i+1} + 1)x_{i+1,j} + x_{i+2,j} \\
 &= 3t_{i+2,j} + (w_{i+1}^2 - 1)t^{i+1,j} - w_{i+1}^2 t_{ij} \quad (10) \\
 &\text{for } i=0, 1, 2, \dots, M-2 \\
 &\quad j=0, 1, 2, \dots, N
 \end{aligned}$$

v 방향에 대해서도 같은 방법으로 정리하면

$$\begin{aligned}
 &q_i q_{i+1}^2 t_{ij} + 2q_{i+1}(q_{i+1} + 1)t_{ij+1} + t_{ij+2} \\
 &= 3r_{i,j+2} + (q_{i+1}^2 - 1)r^{ij+1} - q_{i+1}^2 r_{ij} \quad (11) \\
 &\text{for } i=0, 1, 2, \dots, M \\
 &\quad j=0, 1, 2, \dots, N-2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &q_i q_{i+1}^2 x_{ij} + 2q_{i+1}(q_{i+1} + 1)x_{ij+1} + x_{ij+2} \\
 &= 3s_{i,j+2} + (q_{i+1}^2 - 1)s^{ij+1} - q_{i+1}^2 s_{ij} \quad (12) \\
 &\text{for } i=0, 1, 2, \dots, M \\
 &\quad j=0, 1, 2, \dots, N-2
 \end{aligned}$$

그런데 x_{ij} 를 얻는 점화식은 식 (10)과 식 (12)의 두가지가 있는데 이 두식의 결과는 tensor product surface의 특성상 동일하다. 이는 Ferguson composite surface의 경우와 비슷한 방법으로 쉽게 증명할 수 있다[5].

3-4 현길이 스플라인 곡면의 형성절차

앞절에서 유도한 현길이 스플라인 곡면을 입력데이터로부터 형성하는 절차는 다음과 같다.

① 사각형 배열의 점군 데이터 r_{ij} , $i=0, 1, 2, \dots, M$, $j=0, 1, 2, \dots, N$ 을 입력 받는다.

② 다음과 같은 end condition을 입력받거나 내부에서 자동 추정한다[6].

$$\begin{aligned}
 &\{s_{0j}, s_{Mj}\}, j=0, 1, 2, \dots, N \\
 &\{t_{i0}, t_{iN}\}, i=0, 1, 2, \dots, M \\
 &\{x_{00}, x_{M0}, x_{0N}, x_{MN}\}
 \end{aligned}$$

③ 점군 데이터의 현의 거리(chord length)의 평균으로 부터 weighting factor w_i 와 q_j 를 결정한다.

$$w_0 = 1 \quad (13)$$

$$w_i = \frac{\sum_{j=0}^N |r_{i+1,j} - r_{ij}|}{\sum_{j=0}^N |r_{ij} - r_{i-1,j}|} \quad i=1,2,3,\dots,M-1$$

$$q_0 = 1$$

$$q_j = \frac{\sum_{i=0}^M |r_{ij+1} - r_{ij}|}{\sum_{i=0}^M |r_{ij} - r_{ij-1}|} \quad i=1,2,3,\dots,N-1$$

④ 점화식 (9)로 부터 모든 s_{ij} 를 구한다.

⑤ 점화식 (11)로 부터 모든 t_{ij} 를 구한다.

⑥ 점화식 (10)으로 부터 $\{x_{i0}, x_{iN}\}$ $i=0, 1, 2, \dots, M$ 을 구하고, 점화식 (12)로 부터 나머지 x_{ij} 를 구한다. 또는 점화식 (12)로 부터 $\{x_{0j}, x_{Mj}\}$ $j=0, 1, 2, \dots, N$ 을 구하고, 점화식 (10)로 부터 나머지 x_{ij} 를 구한다.

⑦ 식 (8)로 부터 patch행렬 Q^u 를 계산하고 곡면의 다항식 계수행렬 $A^u = CQ^u C$ 를 계산하여 저장한다.

4. 현길이 스플라인 곡면의 평가

현길이 스플라인 곡면의 weighting factor w_i 와 q_j 가 1로 주어지면 이는 C^2 Ferguson Composite Surface(이후 Ferguson 곡면)이 된다. Ferguson곡면과 현길이 스플라인 곡면(현길이 곡면)을 비교하기 위하여 전형적인 예를 들어보자.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 12^2 \quad (14)$$

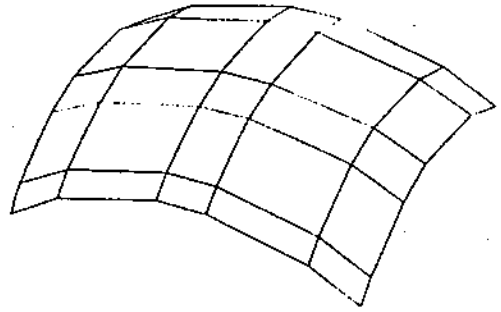
인 구면의 식으로 부터 그림 6(a)와 같이 준 균일한 배열의 점군을 얻은 후 두가지 곡면 보간 방식으로 보간하였다.

그림 6(b)(c)는 곡면의 각 patch를 u, v 방향으로 5등분한 등매개변수 곡선을 그린 것인데 현길이 곡면이 Ferguson곡면보다 훨씬 부드럽게 보간되었음을 알 수 있다. 표 3은 두 곡면에 대해서 원래의 구면과의 보간 오차를 나타내고 있는데 본 예의 경우 현길이 곡면은 Ferguson곡면보다 76~100배 정도 보간 오차가 작다.

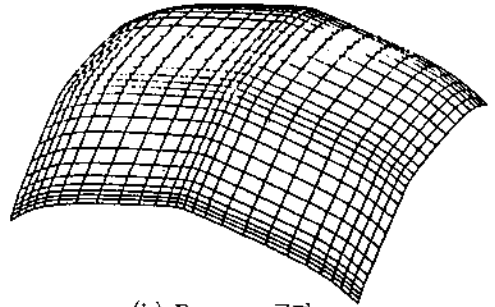
그림 7은 두 곡면의 등매개변수곡선을 따라 구한 곡면의 Gaussian 곡률의 그래프를 보여주고 있는데 이 역시 현길이 곡면이 Ferguson 곡면 보다 우수함을 나타낸다.

그림 8은 두 방법에 의해 보간된 곡면 등매개변수 곡선의 flow rate $|ru|$ 의 그래프를 그린 것이다. Ferguson곡면의 경우는 patch간의 경계에서 flow rate가 연속되고 있으나 patch 내부에서 값의 변화가 크게 나타났다. 현길이 곡면에 있어서는 patch경계에서 flow rate가 불연속되나 patch내부에서는 거의 일정한 값을 유지하고 있다.

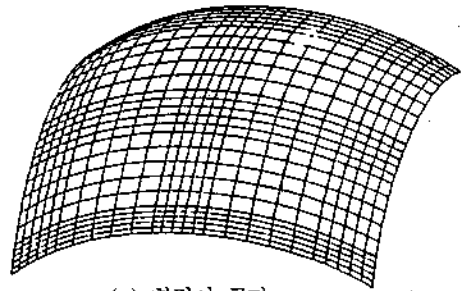
그림 8(c)는 VC^2 현길이 곡면을 C^2 곡면이 되도록 재매개변수화(reparametrization)한 후



(a) 입력점 배열



(b) Ferguson 곡면



(c) 현길이 곡면

그림 6. 준균일한 배열을 한 구면 데이터의 보간 예

의 flow rate를 보여주고 있다. 전체 곡면에 걸쳐 매우 균일한 값을 유지하고 있음을 알 수 있다. VC^2 현길이 곡면의 (i,j) 번째 patch에서의 매개변수를 (u_i, v_j) 라 할 때 재매개변수화된 곡면의 매개변수 (s_i, t_j) 는 다음과 같다.

표 3. 구면 데이터의 보간 오차

보 간 곡 면	오 차 범 위 (δ)
Ferguson Surface	-0.223071~0.261723
현길이 곡면	-0.003461~0.002533

여기서 $\delta = z(r_x(u,v), r_y(u,v) - r_z(u,v))$
 z 는 구면의 식(14) 양함수
 r_x, r_y, r_z 는 보간곡면 $r(u,v)$ 의 x, y, z 성분

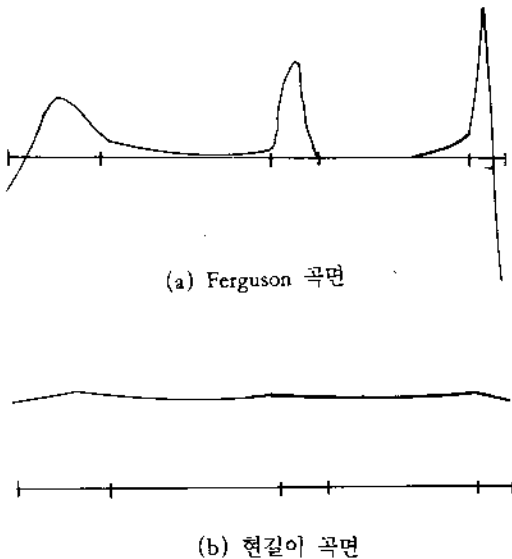


그림 7. 보간된 곡면의 Gaussian 곡률 그래프

$$s_i = u_j \prod_{k=0}^i w_k, \quad i=0,1,2,\dots,M-1$$

$$t_j = v_i \prod_{k=0}^j q_k, \quad i=0,1,2,\dots,N-1$$

그림 9는 구면으로부터 매우 불균일하게 점군데이터를 얻어 현길이 곡면으로 보간한 결과를 보여주고 있는데 이 경우는 현길이 간의 비율이 일정하지 않으므로 현길이 곡면이 적합하지 못함을 나타내고 있다. 그림 9(c)는 이 데이터를 6×6 차의 VC² Bezier곡면

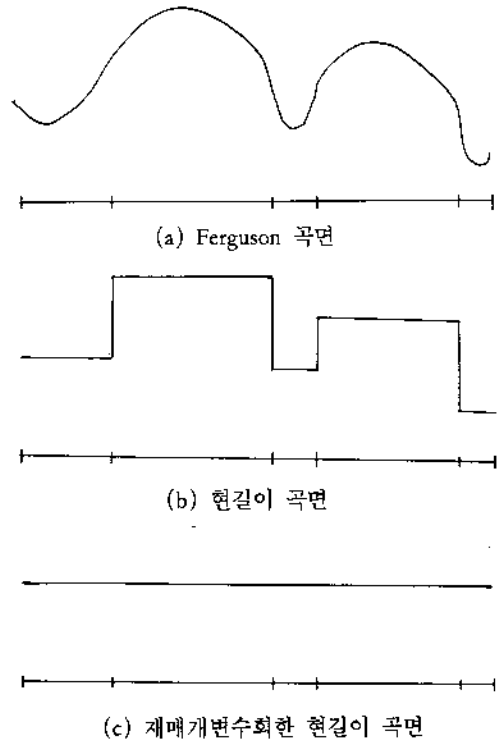


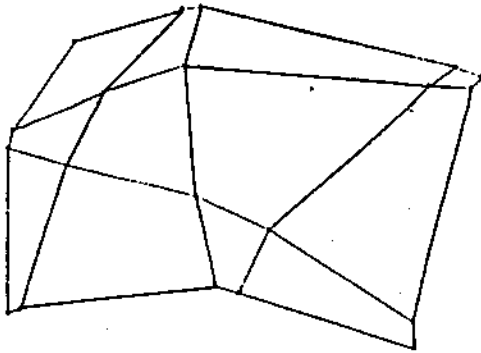
그림 8. 보간된 곡면의 flowrate 그래프

으로 보간한 결과인데 이에 대한 자세한 설명은 참고문헌[7]에 소개되어 있다.

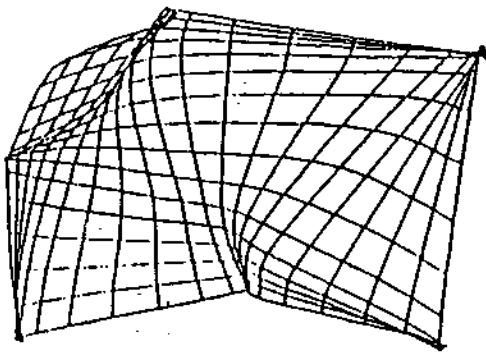
5. 결론

본 연구에서는 사각형 배열의 점군 데이터를 보간하는 곡률 연속 현길이 스플라인 곡면의 형성 방법을 제안하고 이를 기존의 Ferguson 곡면과 비교, 평가하였다. 본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

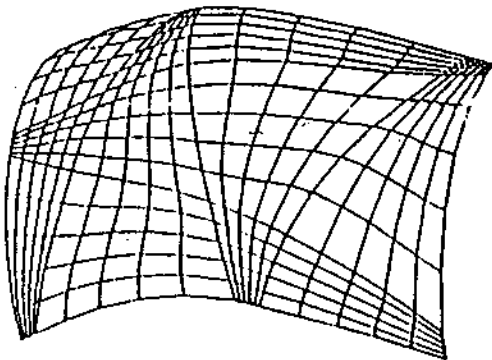
- (1) 본 곡면은 Ferguson 곡면과 같이 Hermite Interpolant를 이용하고 있으며, 이는 chord-length spline을 곡면으로 확장한 것이다.
- (2) 본 곡면은 knot span을 현길이로 주는 Non-uniform B-spline(NUBS) 곡면[7]과 사



(a) 입력점 배열



(b) 현길이 곡면



(c) VC¹ Bezier 곡면(6×6치)

그림 9. 매우 불균일한 점군의 보간 예[7]

실상 같은 결과를 얻게된다.

(3) 준균일한 배열 점군은 측정, 공학적 설계시에 많이 생성되는데 본 곡면은 이러한 데이터를 Ferguson 곡면보다 부드럽게 보간한다. 그러나 매우 불균일한 점군의 보간에는 Ferguson 곡면과 마찬가지로 적합하지 못하다.

참 고 문 헌

- [1] 신하용, 삼차원 공간상의 불규칙한 점군을 보간하는 곡면 모델링에 관한 연구, 박사학위논문, 과학기술원, 1991.
- [2] Kawabe,s., Kimura,F. and Sate,T., "Generation of NC Commands for Sculptured Surface Machining from 3-Coordinates Measuring Data", Annals of the CIRP, Vol29, No.1,pp.369-372, 1980.
- [3] 전차수, 3차원 측정 데이터로부터 자유 곡면의 NC 가공, 석사학위논문, 한국과학기술원, 1985
- [4] Kjellander,J. and Bjorkenstan,U.S., "Cubic Curve Fitting Using Variable Segment Stiffness for Computer Aided Design", Computers in Mechanical Engineering, pp. 61-66, Nov.,1983.
- [5] Faux,I.D. and Pratt,M.J., Computational Geometry for Design and Manufacture, Ellis Horwood, 1981.
- [6] 최병규, 곡면모형 및 3차원 NC 가공, 방한출판사, 1985.
- [7] Choi,B.K., Surface Modelling for CAD /CAM, Elsevier, 1991.
- [8] Farin,G., Gurses and Surfaces for Comput-

er Aided Geometric Design - A Practical
Guide, 2nd. ed., Academic Press, 1990.

[9] Mortenson, M.E., Geometric Modelling,
John Wiley & Sons, 1985.