

# Flow shop의 효율제고를 위한 동적 작업배정방안

## A Dynamic Dispatching Method to Improve Performance of Flow shop

이 종태\*

Jongtae Rhee\*

### Abstract

The efficiency of production system is mainly considered in the viewpoints of reducing the average flow time of products and increasing the throughput rate. The performance in these viewpoints is very depending on job dispatching of each machine in real time operation, in the case jobs are released dynamically. In this research, a heuristic dynamic dispatching method is suggested for a flow shop case where new jobs with random process times are released by an interarrival time distribution and the number of waiting jobs between each pair of machines are limited. The proposed method has been compared with some priority rule-based dispatching methods by simulation and found to be superior to them.

### 1. 서론

생산시스템의 경우 생산성을 극대화한다는 것은 최소의 비용으로 최대량의 제품을 생산하는 것이라고 할 수 있다. 비용의 최소화를 달성하기 위해서는 비용발생요소 중 큰 비중

을 차지하는 재공품재고보유량을 감소시켜야 야만 한다. 생산시스템에서 재공품재고보유량이 많아지면 재공품재고비용증가라는 직접적인 손실이 발생할 뿐 아니라 제품들의 시스템내 흐름시간이 증가함으로 인해 단납기화가 곤란해지는 결과를 낳게 된다. 그러나

\* 동국대학교 산업공학과

단위기간별 최대량의 제품을 생산한다는 입장에서 보면 충분한 재공품재고를 보유하는 것이 오히려 도움이 된다.

일반적으로 flow shop에서 기계간의 재공품재고의 양이 많으면 기계들의 이용률을 증가시켜 생산주기가 줄어들지만 제품들의 총 대기시간 및 흐름시간은 증가하게 된다. 이러한 생산 주기 및 흐름시간의 측면에서의 시스템 효율성은 기계들에서의 작업배정방법에 따라 상당히 달라질 수 있다. 효율적인 작업배정방법이란 다른 작업배정방법들과 비교할 때 같은 수준의 생산주기 또는 더 짧은 생산주기를 달성하면서도 제품들의 평균흐름시간을 줄일 수 있는 작업배정방법이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 제품들의 생산주기 및 평균 흐름시간의 측면에서의 효율이 모두 기본적으로 기계들의 유휴시간의 크기에 의해 좌우된다는 시각에서 이를 최소화하고자 하는 발견적 제품배정방법을 찾는 데 노력하였다. 기계들의 유휴시간이 증가하면 기계들의 이용률 하락에 따라 생산주기가 길어진다. 또한 시스템 내에 재공품 재고가 다수 존재하는데도 불구하고 기계들의 유휴시간이 어느 수준 이상으로 발생한다면 이는 작업배정의 잘못으로 제품들이 일부 기계에 몰려 있음을 뜻하며 결과적으로 제품들의 총 대기시간 및 평균흐름시간이 증가하게 된다.

다시 말하면 기계들의 유휴시간을 최소화시킨다는 것은 생산주기와 평균흐름시간 양 측면에서 모두 저항해야 할 목표라고 할 수 있다. Flow shop의 운영상 고려해야 할 또 다른 요소는 기계 간의 대기제품의 양이 허용 한계치에 도달함으로써 발생하는 blocking의

문제이다. 이 경우 작업배정에 따라 blocking에 의한 유휴시간이 길어질 수 있으므로 작업배정에 더욱 신중해야 한다. 본 연구에서는 이러한 상황을 함께 고려한 작업배정방안을 제시하고자 한다.

Flow shop형태의 생산시스템을 대상으로 한 작업배정방안에 관한 연구는 생산해야 할 제품집단이 미리 주어진 정적인 문제를 중심으로 행해져 왔다. 정적인 문제에서 생산주기를 최소화한다는 것은 makespan을 최소화하는 것으로 볼 수 있는데 이에 관한 연구가 여러 학자들에 의해 수행되었다[3, 4, 8, 13]. 또한 평균흐름시간을 최소화하기 위한 연구도 여러 차례 수행되었다[2, 6, 7, 9, 14]. 둘 이상의 기준을 동시에 고려한 Scheduling문제에 대해서는 몇가지 연구[1, 10, 12]가 행해진 바 있으나 이들 연구에서는 생산시스템 내의 기계대수를 1 대로 한정하였다.

생산목표가 미리 주어지지 않은 동적인 시스템의 일정운동을 위해서는 여러가지 동적인 작업배정규칙들이 제안되어 왔으며 주로 job shop형태의 생산시스템을 중심으로 적용되어 왔다[5, 11]. Flow shop이 비록 job shop에 비해 비교적 단순하다고는 하나 기계가 많아지고 생산해야 할 제품들의 종류가 다양해지면 동적인 상황에서 시스템의 미래상황을 예측하여 schedule한다고 하는 것이 거의 불가능해지므로 작업배정을 우선순위규칙 또는 발견적인 방법에 의존하는 것이 타당성을 갖는다고 할 수 있다.

본 연구에서 대상으로 하고 있는 flow shop에서는 이웃하는 기계간의 재공품재고량에 제한이 있으며 만약 대기제품의 수가 최대 대기량에 도달한 경우 앞 기계에서 가공을

마친 제품은 다음 기계에 유입하지 못하며 앞 기계에서는 새로운 제품의 가공에 들어갈 수 없다(blocking 발생)고 가정하였다. 또한 첫 번째 기계의 앞에는 새로이 유입되는 제품을 저장할 수 있는 버퍼가 있으며 새로운 제품의 시스템내 유입은 지수함수에 의한 도착시간간격분포에 따라 이루어진다고 가정하였다.

본 연구에서는 문제를 단순화하기 위해 기계간의 제품운반시간은 없다고 가정하여 운반에 관련된 의사결정은 연구범위에서 제외하였다. 또한 시스템의 운영원칙상 각 기계에서 대기 제품이 있으면서 유휴시간을 갖도록 하는 일은 없다고 하였으며 각 기계에서의 작업배정시 그 기계 앞에서 대기중인 제품들 뿐만 아니라 바로 전 기계에서 가공을 마쳤으나 blocking에 의해 이 기계로 유입되지 못하고 있던 제품이 있었다면 그 제품까지도 작업배정의 고려대상으로 포함하도록 하였다. 제시된 방안의 효율성은 모의실험을 통해 기존의 동적 작업배정규칙들을 사용한 경우와 비교하였다.

## 2. 생산라인의 효율성제고를 위한 작업배정

### 2.1 기계들의 유휴시간을 최소화하기 위한 작업배정

기계가 하나밖에 없는 경우라면 그 유휴시간은 새로운 제품의 도착분포에 따라 결정되며 기계에서의 제품배정순서는 유휴시간에는 전혀 영향을 미치지 않게 된다. 기계가 다수인 경우 만약 각 기계 사이에 충분한 대기제품을 보유하도록 할 수 있다면 기계들의 유휴

시간은 최소가 되며 작업배정순서에 따른 유휴시간의 차이는 거의 없을 것이다. 이 경우 기계의 이용률은 거의 1이 될 것이므로 제품의 생산주기는 각 제품의 평균 기계당 가공시간에 거의 수렴한 값이 된다. 다만 제품들의 배정순서에 따라 평균흐름시간은 큰 차이가 날 수 있다. 그러나 각 기계간에 충분한 대기제품을 보유하도록 하는 것은 허용 최대대기량을 크게 함으로써 가능한데 이 경우 제품들의 대기시간 및 흐름시간이 증가되는 결과를 낳게 된다. 단납기화가 강조되고 있는 추세로 볼 때 이와 같은 결과는 결코 바람직하지 못하다. 따라서 기계간의 최대 대기량을 적정 수준으로 제한함으로써 제품들의 대기시간을 줄여야 하지만 이 경우 기계들의 유휴시간이 증가할 위험성이 있다. 유휴시간의 발생은 시스템 전체적으로 볼 때 가공할 제품이 없어서라기보다는 제품들의 흐름이 원활하지 못하기 때문에 생기는 것이다. 즉, 앞 기계에서는 다수의 제품들이 대기 상태에 있으나 후속기계에서는 작업할 제품이 없어 유휴상태에 있는 상황이 발생하는 것이다. 이러한 상황이 자주 발생하면 기계의 이용률이 감소되어 생산주기가 길어질 뿐 아니라 제품들의 대기시간도 높은 수준이 된다. 따라서 각 기계에서의 배정시 후속기계의 유휴시간이 최소화되도록 하는 것이 가장 중요하다.

후속기계들의 유휴시간을 최소화하도록 대기제품의 최적작업배정순서를 결정한다는 것은 매우 어려운 문제인데 그 결정적인 이유는 대안의 숫자가 너무 많기 때문이다. 대안의 숫자가 많아지는 큰 원인은 어떤 기계에서 대기하고 있는 제품들의 배정순서를 정했

을 때 그 순서가 후속 기계에서도 지켜질 것으로 볼 수 없기 때문이다. 제품의 갯수가  $N$ , 기계의 갯수가  $M$ 으로 주어진 정적인 문제의 경우 schedule의 갯수는 최대  $(N!)^M$ 개가 된다. 그러나 동적인 작업배정에서는 대기제품들의 완전한 작업배정순서를 구하고자 하는 것이 아니라 각 기계에서 대기제품들 중 최우선배정제품만을 선택하려는 것이므로 문제가 비교적 간단해 진다. 또한 작업배정대안 검토시 해당기계에서의 배정순서가 그 다음 기계에서도 지켜질 것으로 가정하면 예상유희시간을 구하기가 쉬워진다. 편의상

$$M_i = i \text{ 번째 기계, } i = 1, 2, \dots$$

라고 하고  $M_N$ 에서 대기하고 있던 제품들 ( $PRODUCT_A$ 와  $PRODUCT_B$ 라고하자)이 순서대로  $M_N$ 에서 배정된 후 그 배정순서가  $M_{N+1}$ 에서 바뀌지 않는 경우와 바뀌는 경우를 고려하자(그림 1). 배정순서가 바뀌는 경우  $M_{N+1}$ 에서의 유희시간이 증가한다. 단,  $M_{N+1}$ 에 다른 선행작업이 있어서  $PRODUCT_A$ 와  $PRODUCT_B$ 가  $M_{N+1}$ 에 도달할 때까지  $M_{N+1}$ 에서 계속 그 선행작업이 진행되고 있는 경우라면  $PRODUCT_A$ 와  $PRODUCT_B$ 가  $M_{N+1}$ 에서 어떤 순서로 배정되던지  $M_{N+1}$ 의 유희시간에는 차이가 없다.(이 경우 유희시간은 없다.) 사실 그림 1을 보면 제품배정순서가 바뀌는 경우  $M_{N+1}$ 에서는 대기제품이 있는데도 유희시간을 갖는 상황이 발생하므로 이는 시스템의 운영 원칙과도 맞지 않는다. 따라서 대기제품들의 작업배정순서가 최소한 그 다음기계까지는 지켜질 것으로 가정하는 것은 타당성을 갖는다.

각 기계에서의 제품배정시 바로 다음 기계 까지만을 유희시간최소화를 위한 고려범위로 한다면 작업배정은 쉬워진다. 즉,  $M_N$ 에서의 작업배정시 대기제품들의 작업배정순서가  $M_{N+1}$ 까지는 지켜질 것으로 가정하여  $M_{N+1}$ 의 유희시간을 최소화할 수 있는 우선배정제품을 선택, 가공에 들어가면 될 것이다. (이 때  $M_N$ 의 예상 유희시간은  $M_{N-1}$ 에서의 작업배정에 따라 결정되므로 이 시점에서는 고려하지 않는다.)

현재  $M_N$ 에서의 배정대상제품이  $K$ 개( $PRODUCT_1, PRODUCT_2, \dots, PRODUCT_K$ )가 있다고 가정하자(만약  $M_{N-1}$ 에서 blocking되고 있던 제품이 있다면 그 제품도 배정대상으로 포함한다). 편의상 각  $PRODUCT_i$ 의  $M_N$ 과  $M_{N+1}$ 에서의 가공시간을 각각  $P_N^i, P_{N+1}^i$ 로 나타내기로 한다. 만약  $K = 1$ 이라면 작업배정대안은 오직 하나 밖에 없다.  $K > 1$ 이라고 하고  $M_N$ 에서의 대기제품들에 대한 배정상황을 가정하자.

$$\begin{aligned} W &= M_{N+1} \text{에 존재하는 모든 제품들이} \\ &\quad M_{N+1} \text{를 떠나게 될 때까지의 시간} \\ &= M_{N+1} \text{의 대기제품들의 } M_{N+1} \text{에서의 가} \\ &\quad \text{공시간들과 } M_{N+1} \text{에서 가공중인 제품} \\ &\quad \text{의 } M_{N+1} \text{에서의 잔여가공시간의 합} \end{aligned}$$

이라고 할 때 만약  $PRODUCT_i$ 가 최우선 배정제품이라면  $PRODUCT_i$ 가  $M_{N+1}$ 에서 가공에 들어가기 직전  $M_{N+1}$ 에서는

$$\begin{aligned} D(i) &= [P_N^i - W]^+ \\ &\text{(실수값 } a \text{에 대해 } [a]^+ = \text{MAX}\{a, 0\} \text{을 나타내기로 한다.)} \end{aligned}$$

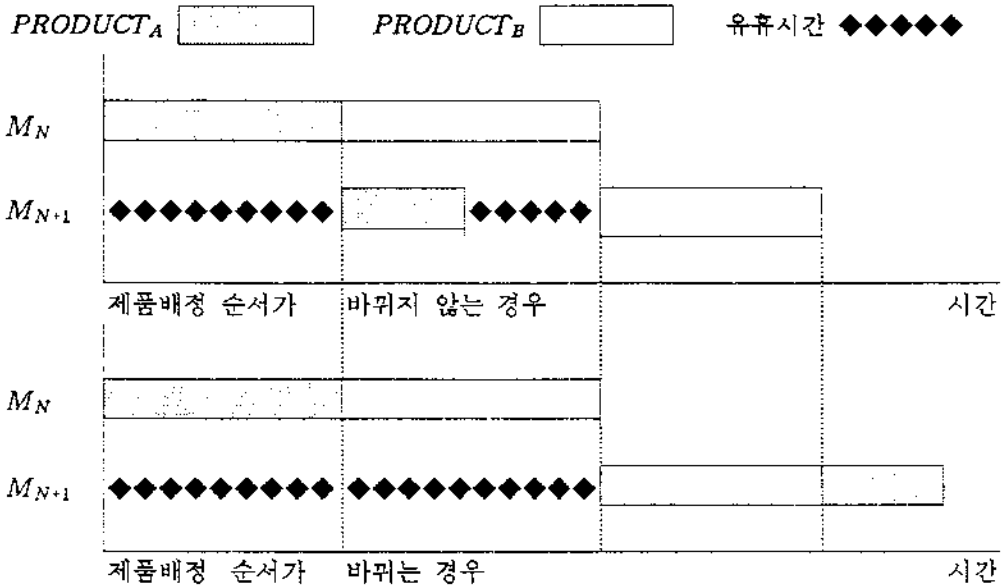


그림 1. 작업순서변경에 따른 유희시간

만큼의 유희시간이 발생한다. 만약  $D(i) > 0$  이고  $P_N^x < P_N^i$ 인 다른 제품  $PRODUCT_x$  ( $1 \leq x \leq K$ )가 존재한다면  $D(x) < D(i)$ 가 될 것이다. 그러므로  $PRODUCT_1$ 보다는  $PRODUCT_x$ 를 최우선배정하는 것이  $M_{N+1}$ 에서의 유희시간을 줄이게 될 것이다. 즉, 기계의 유희시간의 감소를 고려할 때  $PRODUCT_1$ 가 가장 먼저 배정되기 위해서는 일차적으로 다음의 식이 만족되어야 한다.

$$D(i) \leq D(x), x = 1, 2, \dots, K.$$

위의 식이 만족된다고 하고

$$\Omega = \{PRODUCT_x, 1 \leq x \leq K \mid D(x) = \min_{1 \leq n \leq K} D(n)\}$$

이라고 할 때  $\Omega$ 가 둘 이상의 제품을 포함한다고 가정하자( $D(i) = 0$ 일 때 이러한 경우가 발생할 가능성은 높다). 이제,  $PRODUCT_1$  다음으로 선택될 두 번째 배정제품을  $PRODUCT_j$ 라고 할 때  $PRODUCT_j$ 가  $M_{N+1}$ 에서 가공이 들어가지 직전  $M_{N+1}$ 에는

$$D'(i,j) = [P_N^i + P_N^j - (W + D(i) + P_{N+1}^i)]^+$$

만큼의 유희시간이 발생한다. 따라서  $M_{N+1}$ 의 유희시간을 줄여야 한다는 측면에서  $D(i,j)$ 는 다음의 식을 만족해야 한다.

$$D'(i,j) \leq D'(i, n), n = 1, 2, \dots, K (n \neq i).$$

따라서  $PRODUCT_1$ 가  $\Omega$ 에 포함된 다른 제품들보다도 먼저 배정제품으로 선택되기 위해서는

$$\underset{j \neq i}{\text{MIND}'(i,j)} \leq \underset{j \neq i}{\text{MIND}'(x,j)}, \forall \text{PRODUCT}_x \in \Omega$$

를 만족해야 한다.

위에서 우리는 유희시간을 계산하기 위해 첫번째 배정제품과 두 번째 배정제품까지만을 고려하였다.  $K > 2$ 인 경우 두 번째 배정제품이후의 배정가능제품으로 위의 논의를 연장할 수 있으나 너무 뒤 단계의 제품배정가능성을 고려하여 최우선배정제품을 선택한다는 것은 미래의 상황이 불확실한 점을 고려할 때 바람직하지 않다. 따라서 본 연구에서는 위에서와 같이 두 단계까지의 배정가능성만을 고려하여 최우선배정제품을 선택하고자 한다.

앞에서 우리는 두 번째 배정가능제품으로 현재시점의  $M_N$ 에서의 대기제품들인  $PRODUCT_1, PRODUCT_2, \dots, PRODUCT_K$  중 첫번째 배정제품을 제외한 나머지 제품들을 고려하였다. 그러나 만약 첫 번째 배정제품이  $M_N$ 에서 가공을 끝내기 전에 새로이  $M_{N-1}$ 로부터  $M_N$ 으로 유입되는 제품이 있다면 그 제품은 두 번째 배정가능제품으로 고려해야 할 것이다. 그러나 어느 제품이 새로이 유입될 것인지 예측하기는 매우 곤란하다. 다만 이미  $M_{N-1}$ 에서 어떤 제품이 가공중에 있다면 그 제품이 언제  $M_N$ 으로 유입될 것인지 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 만약 그 제품이 첫 번째 배정제품의  $M_N$ 에서의 가공완료이전에  $M_N$ 으로 유입될 것이라면 그 제품을 두 번째 배정가능제품의 하나로 고려하였다. 여기

서 참고할 것은 두번째 배정가능제품을 고려한다고 할 때 그 제품이 반드시  $PRODUCT_1$  다음으로 배정될 것이라고 보장할 수는 없다는 점이다. 그것은 첫 번째 제품이  $M_N$ 에서 가공을 끝낼 때까지 얼마나 많은 제품이  $M_{N-1}$ 으로부터  $M_N$ 으로 새로이 유입될 것인지 알 수 없으므로 미리 고려되지 못했던 유입제품이 두번째의 배정제품으로 선택될 수도 있기 때문이다.

편의상 앞 식이 만족된다고 가정하고

$$\Omega = \{ \text{PRODUCT}_n \in \Omega \mid \underset{j \neq n}{\text{MIND}'(n,j)} \leq \underset{j \neq x}{\text{MIND}'(x,j)}, \forall \text{PRODUCT}_x \in \Omega \}$$

이라고 하자. 만약  $\Omega$ 가 둘 이상의 제품을 포함할 때를 고려하여 본 연구에서는  $PRODUCT_1$ 가 최우선배정제품이 되기 위해서는

$$P_{N+1}^1 \leq P_{N+1}^x, \forall \text{PRODUCT}_x \in \Omega.$$

를 만족해야만 한다고 하였다. 그 이유는 빠른 시간 내에 많은 제품이  $M_{N+1}$ 의 가공을 마치고 그 다음 기계로 넘어가도록 하고자 하는 것이다. 즉, 현재  $M_{N+1}$ 에  $Q$ 개의 제품이 가공 또는 대기하고 있다고 할 때

$$W = \text{그 } Q\text{개의 제품들이 } M_{N+1}\text{를 떠나게 될 시간} - \text{현재시간}$$

을 나타내며  $PRODUCT_1$ 가 최우선배정될 경우  $W + P_{N+1}^1$  시간동안  $Q+1$  개의 제품이  $M_{N+1}$ 를 떠날 수 있는 반면에  $P_{N+1}^1 \leq P_{N+1}^x$  인 ( $\Omega$ 에 속한)  $PRODUCT_x$ 가 우선배정될 경

우에는  $W + P_{N+1}^*$  시간동안  $Q+1$ 개의 제품이  $M_{N+1}$ 를 떠나게 되므로 평균 흐름시간이 길어질 가능성이 높아진다. 따라서 가급적 빨리 후속기계로 유입시킬 수 있는 작업을 먼저 배정한다는 의도에서  $M_{N+1}$ 에서의 작업시간이 짧은 제품을 우선배정하고자 하는 것이다.

## 2.2 Blocking의 고려

지금까지 기계의 유휴시간을 줄이기 위한 작업배정방안을 설명하였으나 blocking이 발생할 수 있는 상황을 고려하지는 않았다.  $M_N$ 에서 작업배정할 시점에  $M_N$ 과  $M_{N+1}$  간에 많은 양의 대기제품이 있다면  $M_N$ 에서의 작업배정에 따라 blocking이 발생할 수 있다. 본 연구에서는  $M_N$ 에서 작업배정을 할 시점에 만약  $M_N$ 과  $M_{N+1}$ 사이의 대기제품수가 허용 최대 대기량에 도달해 있는 경우를 고려하여 blocking에 의한 유휴시간 발생상황을 검토하였다.

$\tau = M_{N+1}$ 에서 현재 가공중인 제품의  $M_{N+1}$ 에서의 잔여가공시간

이라고 하자(가공중인 제품이 없는 경우  $\tau = 0$ ). PRODUCT<sub>*j*</sub>를  $M_N$ 에서의 첫 번째 배정제품이라고 할 때 만약  $P_N^*$ 가  $\tau$ 보다 작으면 PRODUCT<sub>*j*</sub>의  $M_N$ 에서의 가공완료시 아직도  $M_N$ 과  $M_{N+1}$ 사이의 대기제품수가 여전히 허용 최대 대기량에 도달해 있으므로 PRODUCT<sub>*j*</sub>는  $M_{N+1}$ 로 넘어가지 못한다. 또한 이 경우  $M_N$ 에는 blocking에 의한 유휴시간이 발생하게 되며 그 시간적 길이는

$$B(i) = [\tau - P_N^*]^+$$

가 된다(이 때  $M_{N+1}$ 에서는 유휴시간이 발생하지 않는다). 만약 PRODUCT<sub>*j*</sub>가  $M_N$ 에서의 두 번째 배정제품이라고 하면 PRODUCT<sub>*j*</sub>가  $M_N$ 에서의 가공을 마친 후  $B(i)$ 만큼 기다린 이후에 PRODUCT<sub>*j*</sub>가  $M_N$ 에서의 가공에 들어갈 수 있게 된다. 결과적으로 PRODUCT<sub>*j*</sub>가  $M_{N+1}$ 에 유입되어 가공에 들어가기 직전  $M_{N+1}$ 에서 발생하는 유휴시간  $D'(i,j)$ 는 아래와 같이 수정되어야 한다. 즉,

$$D'(i,j) = [P_N^* + P_N^* + B(i) - (W + P_{N+1}^*)]^+$$

위 식에서  $B(i)$ 가 양인 경우  $D'(i,j)$ 가 증가하게 되어 PRODUCT<sub>*j*</sub>가 앞 절에서 설명한  $\Omega$ 에 속할 확률이 줄어들며 결과적으로 PRODUCT<sub>*j*</sub>가 최우선 배정제품으로 선택될 확률이 줄어든다. 이는  $M_N$ 에서의 가공시간이  $\tau$ 보다 짧은 제품들을 최우선배정할 경우 blocking에 의해  $M_N$ 의 유휴시간이 길어진다는 측면에서 타당성을 갖는다. 따라서  $M_N$ 과  $M_{N+1}$ 사이의 대기제품수가 허용 최대 대기량에 도달한 경우 앞 절에서 제시한 작업배정방안 중에서  $D'(i,j)$ 를 위와 같이 수정하여 사용함으로써 전체 시스템의 유휴시간을 줄일 수 있게 된다.

## 2.3 최우선작업배정방법(Algorithm)

지금까지 기계의 유휴시간감소를 우선적인 목표로 하는 최우선작업배정방안을 설명하였다. 이를 정리하면 다음과 같다.

**최우선작업배정방법**

- i = 첫 번째 배정가능제품의 index,
- j = 두 번째 배정가능제품의 index,
- 첫 번째 배정가능대상제품의 집합 A = M<sub>N</sub>에서 현재 대기하고 있는 제품들 및 현재 M<sub>N-1</sub>에서 가공을 마쳤으나 Blocking에 의해 M<sub>N</sub>으로 유입되지 못하고 있는 제품(존재하는 경우)을 포함하는 집합,
- 두 번째 배정가능대상제품의 집합 B = A의 제품들 중 첫 번째 배정제품으로 결정된 제품을 제외한 제품들 및 현재 M<sub>N-1</sub>에서 가공 중인 제품(존재하는 경우)이 첫 번째 배정제품의 M<sub>N</sub>에서의 가공완료될 시점까지 M<sub>N</sub>에 도달한다면 그 제품을 포함하는 집합,
- L = 기계간의 허용 최대 대기량,
- W = M<sub>N+1</sub>에 현재 존재하는 모든 제품들이 M<sub>N+1</sub>을 떠날 때까지의 시간,
- τ = M<sub>N+1</sub>에서 현재 가공중인 제품의 M<sub>N+1</sub>에서의 잔여가공시간(가공중인 제품이 없는 경우 τ = 0),

단계 0) 만약 M<sub>N</sub>이 마지막 기계라면 최소 가공시간규칙법(SPT)에 의해 최우선배정제품을 선택한다.

단계 1) Ω = {PRODUCT<sub>x</sub> | 1 ≤ x ≤ K | D(x) = MIN<sub>1 ≤ n ≤ K</sub> D(n)}

(여기서 D(i) = [P<sub>N</sub><sup>i</sup> - W]<sup>+</sup>)

가 하나의 제품만을 포함한다면 그 제품을 우선배정한다.

단계 2) Ω가 다수의 제품을 포함할 경우

$$\text{MIND}'(x,j), \forall \text{PRODUCT}_x \in \Omega$$

$$1 \leq j \leq K$$

$$j \neq x$$

가 하나의 제품만을 포함한다면 그 제품을 최우선 배정한다.

\* 단, M<sub>N</sub>과 M<sub>N+1</sub>사이의 대기제품의 수가 L보다 작은 경우

$$D'(i,j) = [P_N^i + P_N^j - (W + D(i) + P_{N+1}^j)]^+$$

이고 M<sub>N</sub>과 M<sub>N+1</sub>사이의 대기제품의 수가 L인 경우

$$D'(i,j) = [P_N^i + P_N^j + [\tau - P_N^i]^+ - (W + P_{N+1}^j)]^+$$

단계 3) Ω가 다수의 제품을 포함한다면 Ω에 속한 제품 중 M<sub>N+1</sub>에서의 가공시간이 가장 짧은 제품(둘 이상일 경우 임의선택)을 최우선 배정한다.

작업배정의 예

가정 : 현재시간 = 0.

M<sub>N</sub>이 마지막 기계가 아님.

M<sub>N</sub>앞의 대기제품 = {PRODUCT<sub>1</sub>, PRODUCT<sub>2</sub>, PRODUCT<sub>3</sub>, PRODUCT<sub>4</sub>}.

M<sub>N-1</sub>에서는 현재 가공중인 제품이 없음.

W = 10.

τ = 7.

(P<sub>N</sub><sup>1</sup>, P<sub>N+1</sub><sup>1</sup>) = (9, 2),

(P<sub>N</sub><sup>2</sup>, P<sub>N+1</sub><sup>2</sup>) = (5, 7),

(P<sub>N</sub><sup>3</sup>, P<sub>N+1</sub><sup>3</sup>) = (6, 1),

(P<sub>N</sub><sup>4</sup>, P<sub>N+1</sub><sup>4</sup>) = (12, 3).

$$\Omega = \{ \text{PRODUCT}_n \in \Omega \mid \text{MIND}'(n,j) \leq \dots \}$$

$$1 \leq j \leq K$$

$$j \neq n$$



1)  $M_N$ 과  $M_{N+1}$  사이의 제품 대기량이 허용 최대 대기량  $L$  보다 작은 경우

i	D(i)	j	$D^*(i,j)$ (*는 최소값을 의미)	$P_{N+1}^i$
1	$[9-10]^+=0$	2	$[9+5-(10+0+2)]^+=2^*$	
		3	$[9+6-(10+0+2)]^+=3$	
		4	$[9+12-(10+0+2)]^+=9$	
2	$[5-10]^+=0$	1	$[5+9-(10+0+7)]^+=0^*$	7
		3	$[5+6-(10+0+7)]^+=0^*$	
		4	$[5+12-(10+0+7)]^+=0^*$	
3	$[6-10]^+=0$	1	$[6+9-(10+0+1)]^+=4$	1
		2	$[6+5-(10+0+1)]^+=0^*$	
		4	$[6+12-(10+0+1)]^+=7$	
4	$[12-10]^+=2$			

\*  $\Omega = \{\text{PRODUCT}_1, \text{PRODUCT}_2, \text{PRODUCT}_3\}$   
 $\Omega' = \{\text{PRODUCT}_2, \text{PRODUCT}_3\}$   
 $\Omega'$ 의 제품들 중  $N+1$  번째 기계에서의 가공시간이 짧은 제품 =  $\text{PRODUCT}_3$   
 이므로  $\text{PRODUCT}_3$ 를 최우선 배정.

2)  $M_N$ 과  $M_{N+1}$  사이의 제품 대기량이 허용 최대 대기량  $L$  인 경우

i	D(i)	j	$D^*(i,j)$ (*는 최소값을 의미)
1	$[9-10]^+=0$	2	$[9+5+[7-9]^+-(10+2)]^+=2^*$
		3	$[9+6+[7-9]^+-(10+2)]^+=3$
		4	$[9+12+[7-9]^+-(10+2)]^+=9$
2	$[5-10]^+=0$	1	$[5+9+[7-5]^+-(10+7)]^+=0^*$
		3	$[5+6+[7-5]^+-(10+7)]^+=0^*$
		4	$[5+12+[7-5]^+-(10+7)]^+=2$
3	$[6-10]^+=0$	1	$[6+9+[7-6]^+-(10+1)]^+=5$
		2	$[6+5+[7-6]^+-(10+1)]^+=1^*$
		4	$[6+12+[7-6]^+-(10+1)]^+=8$
4	$[12-10]^+=2$		

\*  $\Omega = \{\text{PRODUCT}_1, \text{PRODUCT}_2, \text{PRODUCT}_3\}$   
 $\Omega' = \{\text{PRODUCT}_3\}$   
 $\Omega'$ 가  $\text{PRODUCT}_3$ 만을 포함하므로  $\text{PRODUCT}_3$ 를 최우선 배정.

3. 모의실험

앞에서 설명한 작업배정방법을 기계 대수, 제품의 평균도착시간간격, 그리고 기계간 최

대대기량을 달리한 여러가지 경우의 Flow shop에 대해 모의실험하였다. 모의실험에서는 새로운 제품이 평균  $\mu$ 의 지수분포에 의한 도착시간간격분포에 따라 도착하며 첫 번째 기계 앞에 있는 버퍼에 하나의 대기제품라도 존재하는 경우 주문이 받아들여지지 않고 떠난다고 가정하였다(버퍼 크기 = 1). 제품들의 총 대기시간에는 버퍼에서 대기하는 시간을 포함하였다. 또한 제품의 기계별 가공시간은 첫 번째 기계로의 유입시 최소값 1과 최대값 100사이에서 무작위로 결정되도록 하였다. 표 1 - 표 3에는 기계수가 5, 10, 15, 20, 25대인 경우에 대해서 각각 여러가지의  $\mu$  값과 최대대기량  $L$  값에 대한 모의실험의 결과를 요약하였다. 표들에서는 본 연구에서 제안된 작업배정방법을 사용한 결과와 최소가공시간규칙법, 최소잔여가공시간규칙법(대기제품들 중 잔여공정들의 가공시간을 합한 값이 최소인 제품을 선택하는 방법), 그리고 선입선출법을 사용한 결과를 비교하였다. 각 경우에 있어서 모의실험은 시스템의 상태가 Steady state에 들어갔다고 판단될 때까지 수행한 다음 이후의 결과를 분석하였다. 즉, 제품이 500개가 생산될 때마다의 평균기계이용률을 계산하여 이 값이 점차 수렴되어 0.01 이내의 변동을 보일 때 시스템이 Steady state에 들어갔다고 판단하였다. 또한 제안된 배정방법의 효율성을 기타 배정방법들의 효율성과 비교하기 위해 시스템 내의 총 대기시간과 생산주기치에 대해 t-test에 의한 검정을 하였는데 표본집단의 크기는 가급적 오차를 줄이기 위해 5000개로 하였다. 표 1 - 표 2들에서 괄호 안의 값은 t-test값을 나타내는데 그 값이 총 대기시간에 관한 것이라면 특

표 1. 기계가 5대인 경우의 모의실험 결과

( $\mu$  = 평균도착시간간격, L = 최대대기량)

$\mu$	L	이용률	총 대기 시간	생 산 주 기	$\mu$	L	이용률	총 대기 시간	생 산 주 기
20	2	0.867	250.357	58.100	40	2	0.777	153.887	65.354
		0.864	274.880( 5.871)	58.339( 0.345)			0.776	155.707( 0.737)	65.326( -0.035)
		0.856	286.685( 7.909)	58.918( 1.213)			0.779	164.964( 4.208)	65.221( -0.170)
		0.840	306.496( 18.949)	60.108( 2.858)			0.769	182.382( 12.657)	66.047( 0.866)
	4	0.918	351.884	54.898		4	0.784	163.174	64.738
		0.916	436.715( 7.778)	54.916( 0.028)			0.785	165.345( 0.712)	64.712( -0.033)
		0.911	442.120( 7.639)	55.383( 0.767)			0.784	174.288( 3.231)	64.782( 0.058)
		0.891	464.483( 19.927)	56.584( 2.595)			0.783	205.598( 15.389)	64.885( 0.190)
	6	0.934	427.930	53.958		6	0.785	162.833	64.724
		0.934	489.236( 4.111)	53.995( 0.059)			0.785	165.096( 0.742)	64.704( -0.026)
		0.931	519.395( 5.778)	54.084( 0.205)			0.785	175.459( 3.570)	64.717( -0.009)
		0.915	642.881( 25.888)	55.202( 1.964)			0.785	208.070( 16.270)	64.734( 0.013)
	8	0.941	471.410	53.614		8	0.785	162.833	64.724
		0.945	524.556( 2.929)	53.408( -0.332)			0.785	165.096( 0.742)	64.704( -0.026)
		0.938	545.335( 3.987)	53.743( 0.210)			0.785	175.409( 3.557)	64.717( -0.009)
		0.933	713.071( 21.694)	53.934( 0.514)			0.785	208.704( 16.427)	64.727( 0.004)
30	2	0.846	214.327	59.411	50	2	0.714	122.805	71.129
		0.842	228.142( 3.889)	59.679( 0.382)			0.714	125.380( 1.230)	71.133( 0.004)
		0.837	236.704( 5.965)	60.058( 0.937)			0.715	127.446( 2.155)	71.119( -0.011)
		0.823	260.681( 16.773)	61.163( 2.455)			0.712	143.282( 10.279)	71.344( 0.243)
	4	0.877	271.609	57.196		4	0.716	122.759	70.958
		0.875	299.530( 3.679)	57.340( 0.215)			0.716	124.787( 0.971)	70.963( 0.006)
		0.873	313.146( 5.469)	57.469( 0.417)			0.716	128.681( 2.588)	70.957( -0.000)
		0.864	354.122( 17.265)	58.167( 1.440)			0.716	146.711( 11.802)	70.961( 0.004)
	6	0.884	304.067	56.731		6	0.716	122.774	70.945
		0.883	311.088( 0.813)	56.778( 0.070)			0.716	124.808( 0.973)	70.950( 0.006)
		0.882	346.227( 4.235)	56.967( 0.363)			0.716	128.729( 2.601)	70.946( 0.001)
		0.879	425.244( 19.748)	57.208( 0.711)			0.716	146.669( 11.778)	70.963( 0.020)
	8	0.883	292.958	56.842		8	0.716	122.774	70.945
		0.883	301.000( 0.948)	56.846( 0.005)			0.716	124.808( 0.973)	70.950( 0.006)
		0.883	353.530( 5.539)	56.858( 0.024)			0.716	128.729( 2.601)	70.946( 0.001)
		0.880	453.978( 25.319)	57.085( 0.364)			0.716	146.669( 11.778)	70.963( 0.020)

각 항의 수치는 제안된 제품배정방법의 결과치  
 최소가공시간규칙법의 결과치(t-test 값)  
 최소잔여가공시간규칙법의 결과치(t-test 값)  
 선입선출법의 결과치(t-test 값)

표 2. 기계가 10대인 경우의 모의실험 결과

( $\mu$  = 평균도착시간간격, L = 최대대기량)

$\mu$	L	이용률	총대기시간	생산주기	$\mu$	L	이용률	총대기시간	생산주기		
20	2	0.862	537.591	58.844	40	2	0.784	341.629	64.443		
		0.855	600.743( 9.615)	59.174( 0.473)			0.786	351.215( 2.234)	64.324( -0.153)		
		0.847	605.872( 8.555)	59.820( 1.423)			0.782	368.704( 5.586)	64.645( 0.266)		
		0.823	666.523( 27.771)	61.467( 3.704)			0.774	421.924( 21.622)	65.266( 1.049)		
	4	0.915	758.186	55.297		4	0.794	345.707	63.760		
		0.910	912.696( 9.673)	55.572( 0.426)			0.794	349.654( 0.855)	63.743( -0.023)		
		0.903	843.017( 4.748)	56.030( 1.150)			0.792	390.700( 7.339)	63.921( 0.214)		
		0.885	1052.669( 32.217)	57.197( 2.883)			0.792	451.374( 26.723)	63.915( 0.200)		
	6	0.926	818.372	54.647		6	0.794	345.531	63.757		
		0.924	1017.861( 9.362)	54.732( 0.132)			0.794	349.350( 0.825)	63.793( 0.047)		
		0.921	1063.258( 8.816)	55.022( 0.592)			0.794	397.637( 7.986)	63.829( 0.097)		
		0.910	1302.475( 42.890)	55.628( 1.511)			0.794	468.740( 29.730)	63.823( 0.085)		
	8	0.930	872.505	54.437		8	0.794	345.954	63.783		
		0.928	993.877( 4.937)	54.500( 0.098)			0.794	349.350( 0.731)	63.793( 0.013)		
		0.927	1174.255( 9.198)	54.615( 0.010)			0.794	397.623( 7.905)	63.813( 0.041)		
		0.913	1440.993( 40.923)	55.440( 1.560)			0.793	467.892( 29.373)	63.847( 0.083)		
	30	2	0.838	424.608		60.429	50	2	0.716	261.735	70.794
			0.835	467.746( 8.303)		60.649( 0.305)			0.714	265.420( 1.097)	70.963( 0.186)
			0.832	516.252( 13.886)		60.904( 0.673)			0.710	277.068( 4.049)	71.250( 0.515)
			0.814	565.595( 35.085)		62.155( 2.361)			0.708	302.556( 12.902)	71.519( 0.795)
4		0.862	482.005	58.770	4	0.721		266.267	70.286		
		0.868	546.659( 7.828)	58.370( -0.578)		0.721		271.698( 1.465)	70.274( -0.013)		
		0.860	582.426( 9.882)	58.891( 0.179)		0.721		290.737( 5.484)	70.221( -0.075)		
		0.853	720.324( 39.685)	59.365( 0.847)		0.721		331.168( 18.536)	70.280( -0.008)		
6		0.867	514.208	58.458	6	0.721		265.668	70.286		
		0.868	543.385( 3.211)	58.360( -0.144)		0.721		271.820( 1.651)	70.274( -0.013)		
		0.865	637.612( 9.709)	58.556( 0.147)		0.721		290.926( 5.641)	70.272( -0.017)		
		0.868	791.863( 41.385)	58.393( -0.096)		0.720		331.301( 18.619)	70.302( 0.017)		
8		0.868	519.678	58.368	8	0.868		519.678	58.368		
		0.868	539.591( 2.120)	58.342( -0.039)		0.868		539.591( 2.120)	58.342( -0.039)		
		0.868	669.840( 10.230)	58.339( -0.044)		0.868		669.840( 10.230)	58.339( -0.044)		
		0.869	792.366( 38.493)	58.328( -0.059)		0.869		792.366( 38.493)	58.328( -0.059)		

각 항의 수치는 제안된 제품배정방법의 결과치  
 최소가공시간규칙법의 결과치(t-test 값)  
 최소잔여가공시간규칙법의 결과치(t-test 값)  
 선입선출법의 결과치(t-test 값)

표 3. 기계가 15대, 20대, 25대인 경우 총대기시간

( $\mu$  = 평균도착시간간격, L = 최대대기량)

$\mu$	L	기계수 15	기계수 20	기계수 25	$\mu$	L	기계수 15	기계수 20	기계수 25		
20	2	856.346	1157.504	1432.770	40	2	472.503	665.524	845.735		
		902.315	1247.042	1542.519			507.105	711.065	939.352		
		910.083	1236.870	1543.741			549.126	800.564	1039.042		
		1016.233	1358.483	1785.500			626.875	920.103	1140.827		
	4	1117.977	1535.177	1995.526		4	481.024	717.197	848.674		
		1144.537	1704.791	2465.275			507.148	733.337	873.075		
		1469.720	1951.112	2396.985			590.210	890.665	1041.490		
		1697.295	2093.655	2632.567			636.048	1028.639	1179.769		
	6	1297.727	1645.814	2063.235		6	487.865	719.795	853.832		
		1383.272	1931.747	2919.680			503.534	734.745	875.203		
		1744.449	2343.461	2772.967			598.665	897.440	1045.293		
		2103.136	3076.867	3465.121			673.103	1006.757	1159.652		
	8	1423.180	1697.861	2467.623		8	487.865	719.633	849.569		
		1501.424	1834.511	2478.846			503.534	734.135	871.594		
		1908.668	2435.187	3002.471			595.904	903.208	1044.703		
		2597.716	3610.068	4780.030			673.092	1020.848	1166.890		
	30	2	650.926	904.845		1183.142	50	2	367.191	507.147	625.852
			773.996	991.253		1259.081			384.848	519.170	654.801
			811.850	1068.801		1389.724			389.494	582.843	699.653
			908.781	1281.986		1557.974			444.949	613.350	753.339
		4	775.118	1049.817		1217.640		4	379.776	503.699	652.532
			819.251	1121.181		1366.846			387.667	506.462	659.153
			982.025	1388.820		1561.458			418.592	544.577	730.532
			1141.549	1579.310		1930.009			468.522	614.067	814.527
6		781.599	1101.064	1258.851	6	379.472		500.985	650.557		
		830.450	1166.317	1395.059		387.585		506.613	659.428		
		1070.263	1508.434	1759.094		418.669		554.779	716.945		
		1289.921	1753.690	2001.583		466.049		622.930	829.621		
8		806.751	1113.921	1319.361	8	806.751		1113.921	1319.361		
		831.883	1132.072	1376.551		831.883		1132.072	1376.551		
		1126.621	1583.133	1783.788		1126.621		1583.133	1783.788		
		1322.436	1916.143	2100.051		1322.436		1916.143	2100.051		

각 항의 수치는 제안된 제품배정방법의 결과치  
 최소가공시간규칙법의 결과치  
 최소잔여가공시간규칙법의 결과치  
 선입선출법의 결과치

정유의수준에 의한 양의 값(유의수준이 90%인 경우 1.282) 이상인 경우 제안된 작업배정방안을 사용함으로써 총 대기시간이 짧아짐을 의미한다. 그러나 반대로 특정유의수준에 의한 음의 값(유의수준이 90%인 경우 -1.282) 이하라면 오히려 길어짐을 의미한다.

또한 t-test값이 생산주기에 관한 것이라면 특정유의수준에 의한 양의 값 이상인 경우 제안된 작업배정방안을 사용함으로써 생산주기가 짧아짐(만약 특정유의수준에 의한 음의 값 이하라면 오히려 길어짐)을 의미한다. 각 표에서는 최대대기량의 수준이 2 와 8 사이의 값들에 대한 결과치를 보여주고 있는데 결과치에서 보듯이 최대대기량의 수준이 커질 수록 총 대기시간이 증가하며 생산주기가 감소한다. (그런데 최대대기량이 어느 정도 수준이상이 되면 결과치에 거의 차이가 없는 경우가 있어서 이러한 경우의 결과치는 표에 나타내지 않았다.)

모의실험결과로부터 제안된 작업배정방법을 사용하는 경우 기타 방법들을 사용하는 경우들에 비해 총 대기시간이 작아지는 것을 알 수 있다. 그러나 생산 주기 측면에서는 제안된 작업배정방법이 기타 방법들에 비해 통계적 유의 수준을 고려할 때 개선된 결과가 나온 경우가 있긴 하나 전반적으로 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 이는 작업배정방법을 향상시킴으로써 총 대기시간 또는 평균흐름시간을 감소시키는 것에 비해 생산주기를 감소시키는 것이 더욱 어렵다는 것을 의미한다고 할 수 있다.

#### 4. 결론 및 향후의 연구방향

본 논문에서는 flow shop에서의 평균흐름시간 및 생산주기의 측면에서의 효율성 향상을 위한 발견적인 동적작업배정방안을 제시하였다. 제시된 방안은 기계들의 유휴시간을 최소화하고자 하는 시각에서 개발되었으며 blocking상황이 발생할 경우 이에 의한 유휴시간발생확률을 줄일 수 있도록 고려되었다. 모의실험대상 flow shop에서는 새로운 제품의 도착시간간격이 지수분포에 의해 이루어지고 기계 간의 대기제품의 양에 허용 최대 대기량이라는 제한이 있으며 첫 번째 기계 앞에는 크기가 1인 버퍼가 있음을 가정하였다. 모의실험 결과 제안된 방안은 최소가공시간규칙법, 최소잔여가공시간규칙법, 선입선출법 등에 비해 제품들의 시스템내 총 대기시간(결과적으로 평균흐름시간)을 줄일 수 있으며 생산주기는 큰 차이가 없음을 발견하였다. 본 연구에서 제시한 방안은 고전적인 작업배정규칙들에 비해 약간 복잡하나 컴퓨터를 이용하는 생산운영시스템에서는 문제가 되지 않을 것으로 생각된다.

생산 시스템에서 평균흐름시간측면의 효율성과 생산주기 측면의 효율성은 상호 비선형 반비례 관계에 있는데 기계간의 재공품재고량의 크기가 이러한 두 측면에서의 효율성에 미치는 영향을 더욱 면밀히 분석해야만 할 필요성이 있다. 그 것은 그 두 측면의 효율성을 다 함께 향상시키기 위해 필수적인 작업이라고 여겨진다. 본 연구에서는 제품의 납기일준수문제는 다루지 않았으며 또한 기계간 운반시간을 고려하지는 않았으나 제시된 배정방법에 이러한 측면을 추가하는 것은 크

게 어렵지 않을 것으로 여겨진다. 또한 본 연구는 job shop의 경우로 연장적용할 수 있는데 그 경우 작업배정순서와 routing모두를 고려해야만 한다. 이들은 다음의 연구과제가 될 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] Bagchi, U., "Simultaneous Minimization of Mean and Variation of Flow Time and Waiting Time in Single Machine Systems," *Oper. Res.*, 37, 118-125, 1989.
- [2] Bansal, S.P., "Minimizing the Sum of Completion Times of n-jobs over m-machines in a Flow shop," *AIIE Trans.*, 9, 306-311, 1977.
- [3] Campbell, H.G., Dudek, R.A. and Smith, M.L., "A Heuristic Algorithm for the n-job, m-machine Sequencing Problem," *Management Sci.*, 16, 630-637, 1970.
- [4] Dannenbring, D.G., "An Evaluation of Flow shop Sequencing Heuristics," *Management Sci.*, 23, 1174-1182, 1977.
- [5] Graves, S.C., "A Review of Production Scheduling," *Oper. Res.*, 29, 646-675, 1981.
- [6] Gupta, J.N.D., "Heuristic algorithm for multi-stage Flow shop scheduling problem," *AIIE Trans.*, 4, 11-18, 1972.
- [7] Ho, J.C. and Chang, Y.L., "A new Heuristic for the n-job, m-machine Flow-shop Problem," *Eur. J. Oper. Res.*, 52, 194-202, 1991.
- [8] King, J.R. and Spachis, A.S., "Heuristics for Flow shop Scheduling," *Int J. Prod. Res.*, 18, 343-357, 1980.
- [9] Miyazaki, S., Nishiyama, N. and Hashimoto, F., "An adjacent pairwise approach to the mean Flowtime scheduling problem," *J. Oper. Res. Society Japan*, 21, 287-299, 1978.
- [10] Nelson, R.T., Sarin, R.K. and Daniels, R. L., "Scheduling with Multiple Measures : The One Machine Case," *Management Sci.*, 32, 464-479, 1986.
- [11] Panwalkar, S.S. and W. Iskander, "A Survey of Scheduling Rules," *Oper. Res.*, 25, 45-61, 1977.
- [12] Sen, T. and Gupta, S.K., "A branch and Bound Procedure to Solve a Bicriterion Scheduling Problem," *IIE Trans.*, 15, 84-88, 1983.
- [13] Stinson, J.P. and Smith, A.W., "A Heuristic Programming Procedure for Sequencing the Static Flow shop," *Int. J. Prod. Res.*, 20, 753-764, 1982.
- [14] Szwarc, W., "The Flow-shop problem with mean Completion time criterion," *IIE Trans.*, 15, 172-176, 1983.