

## ■ 연구논문

캔 공정의 최적공정평균을 결정하는 데 있어서  
측정오차의 영향

홍성훈

전북대학교 산업공학과

이민구

아주대학교 산업공학과

Effect of Measurement Error on the Determination of  
the Optimal Process Mean for a Canning Process

Sung-Hoon Hong

Dept. of Industrial Engineering, Chonbuk National University

Min-Koo Lee

Dept. of Industrial Engineering, Ajou University

## Abstract

Consider a canning process where cans are filled with an expensive ingredient. Cans weighting above the specified limit are sold in a regular market for a fixed price, and underfilled cans are emptied and refilled at the expense of a reprocessing cost. In this paper, the effect of measurement error on the determination of the optimal process mean for a canning process is examined. It is assumed that the quantity  $X$  of ingredient in a can is normally distributed with unknown mean and known variance, and the observed value  $Y$  of  $X$  is also normally distributed with known mean and variance. A profit model is constructed which involves selling price, cost of ingredients, reprocessing cost, and cost from an accepted nonconforming can, and methods of finding the optimal process mean and the cutoff value on  $Y$  are presented. It is shown that the optimal process mean increases, and the expected profit decreases when the measurement error is relatively large in comparison to the process variance.

## 1. 서론

제품의 개발과정을 크게 제품설계, 공정설계 및 제조의 세 단계로 나눌 수 있다고 할 때, 종래의 품질관리 활동은 관리도나 샘플링 검사 등을 주로 이용한 제조공정의 통제에 치우쳤다고 할 수 있다. 그러나 1980 년대에 들어오면서 이러한 검사중심의 수동적인 관리활동에서 벗어나 보다 적극적인 예방중심의 관리활동에 대한 중요성이 강조되고 있다. 즉 공정설계나 제품설계 과정에서의 품질관리 활동이 제조공정의 품질관리 활동에 비해 품질향상이나 비용절감 면에서 훨씬 효과적이라는 것이다 [Riew, 1989]. 공정설계 단계의 품질관리 활동 중 대표적인 방법의 하나가 생산공정의 평균을 합리적으로 결정하고자 하는 최적공정평균 결정법이다. 공정평균을 경제적으로 결정하는 문제는 대체로 다음과 같다.

화학공업, 식품공업 및 의약품공업 등에서 흔히 볼 수 있는 예로서 각 제품 단위당 주성분의 함량에 대해 규격하한이 존재한다고 하자. 만일 주성분의 함량을 결정하는 공정평균을 낮게 설정하면 함량부족에 따른 불량품으로 인해 손실비용이 늘어나고, 반대로 공정평균을 높게 설정하면 초과해서 들어간 주성분의 양으로 인해 많은 비용이 들게된다. 이와같이 규격에 미달하는 제품으로 인한 손실비용과 초과해서 들어간 원료로 인한 비용사이의 관계에 의해 공정평균을 어디에 설정하는 것이 경제적인가를 결정하여야 한다. 이 문제에 대해서는 최근까지도 여러 학자들에 의해 많은 연구가 진행되고 있다. Hunter와 Kartha (1977)는 규격을 만족하는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격에 미달하는 제품은 할인판매하는 경우에 기대이익을 최대로 하는 공정평균을 구하였다. Bisgaard는 (1984)은 규격에 미달하는 제품은 미달하는 양에 비례해 제품의 판매가격이 감소하는 경우 최적공정평균을 구하였다. Golhar (1987)는 고가의 내용물을 담아 만든 캔 제품에서 캔 속에 들어간 내용물의 양이 규격하한을 넘는 제품은 일정한 가격에 판매하고, 규격에 미달하는 제품은 캔을 비우고 재가공 할 때 기대이익을 최대로 하는 공정평균을 결정하였다. Golhar와 Pollock (1988)은 캔 공정에서 규격하한을 초과하는 제품이라도 내용물이 너무 많이 들어간 제품을 판매하는 것은 회사입장에서는 손해이므로, 내용물의 양에 대한 상한제한을 설정하여 공정평균 뿐 아니라 상한제한도 동시에 결정하는 문제를 다루었다. 또한 Schmidt와 Pfeifer (1991)는 캔 공정에서 생산능력이 제한되어 있는 경우 최적공정평균과 상한제한을 결정하였으며, Boucher와 Jafari (1991)는 계수형 샘플링 검사에 기초해 제품의 품질을 검사할 때 공정평균과 로트의 합격·불합격 판정기준을 동시에 결정하는 문제를 다루었다.

위의 논문들은 모두 제품의 품질특성을 항상 정확히 측정할 수 있다는 가정아래 연구되었다. 그러나 현실상황에서는 검사작업의 물리적 성질, 검사자 오류, 측정장비를 포함한 작업환경, 그리고 측정기기들의 측정능력차 등에 의해 품질검사에는 항시 측정오차가 수반하게 된다. 이러한 측정오차가 관리도, 샘플링검사를 포함한 여러가지 품질관리기법에 미치는 영향은 Case와 Bennett (1977), Owen과 Chou (1983), Kanazuka (1986), 그리고 Tang과 Schneider (1987, 1990) 등 여러 학자들에 의해 연구되었으며, 이들은 측정오차가 품질관리기법에 상당히 큰 영향을 준다고 밝히고 있다. 본 논문에서는 연속생산공정

에서 공정평균을 결정할 때 측정오차의 영향을 분석하고자 한다. 앞에서 열거한 바와 같이 공정평균 결정에 관한 여러 모형이 있으나, 본 논문에서는 최근 여러 논문에서 인용되고 있는 Golhar (1987)의 캔 공정 모형을 기본모형으로 사용하고자 한다. 물론 Hunter와 Kartha (1977) 또는 Bisgaard 등 (1984)의 모형에서도 동일한 절차에 의해 측정오차의 영향을 분석할 수 있다.

## 2. 모형구성

본 논문에서 사용하는 기호와 가정은 다음과 같다.

기호 :

$X$  : 캔 속의 내용물 양

$Y$  : 내용물 양  $X$ 의 측정값

$L$  : 내용물 양  $X$ 에 대한 규격하한

$\omega$  : 캔의 합격·불합격 여부를 판정하는  $Y$ 의 기각치

$\mu$  : 캔 속의 내용물 양을 결정하는 공정평균

$f(x)$  :  $X$ 의 주변확률밀도함수

$m(y)$  :  $Y$ 의 주변확률밀도함수

$g(y|x)$  :  $X=x$ 일 때  $Y$ 의 조건부확률밀도함수

$t(x|y)$  :  $Y=y$ 일 때  $X$ 의 조건부확률밀도함수

$h(x, y)$  :  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률밀도함수

$\phi(\cdot), \Phi(\cdot)$  : 표준정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수

$\Psi(\cdot, \cdot; \rho)$  : 상관계수  $\rho$ 를 갖는 표준이변량정규분포의 누적분포함수

$a$  : 제품의 판매가격

$b$  : 불량제품의 판매로 인한 손실비용

$c$  : 캔에 들어가는 내용물 한 단위당 비용

$r$  : 재가공비용

가정 :

1. 캔 속의 내용물 양  $X$ 는 평균  $\mu$ , 분산  $\sigma_x^2$ 인 정규분포, 즉  $f(x) \sim N(\mu, \sigma_x^2)$ 이다. 또한  $\sigma_x^2$ 은 알고 있다.
2.  $X=x$ 일 때 이의 측정값  $Y$ 는 평균  $x$ , 분산  $\sigma_m^2$ 인 정규분포, 즉  $g(y|x) \sim N(x, \sigma_m^2)$ 이다. 또한  $\sigma_m^2$ 은 알고 있다.

캔 공정에서 최적공정평균을 구하는 문제는 다음과 같다. 캔 속의 내용물 양을  $X$ 라 하고  $X$ 에 대한 규격하한  $L$ 이 존재한다. 생산된 모든 캔 속의 내용물 양을 검사하여  $X \geq L$ 인 제품은  $a$ 의 가격에 판매하고,  $X < L$ 인 제품은 캔을 비우고  $r$ 의 비용에 재가공한다. 이 때 단위제품당 이익함수  $P(x; \mu)$ 는

$$P(x; \mu) = \begin{cases} a - cx, & x \geq L, \\ E[P(x; \mu)] - r, & x < L, \end{cases} \quad (1)$$

이 된다. Golhar (1987)은 (1) 식으로 부터 기대이익함수  $E[P(x; \mu)]$ 의 표현식을 구하고, 이를 최대화하는 최적공정평균  $\mu^*$ 를 수리적인 방법에 의하여 구하였다.

캔 속의 내용물 양을 관측하는 데 측정오차가 존재하는 경우는 내용물 양의 참값  $X$ 는 관측할 수 없으며,  $X$  대신 이의 측정값  $Y$ 에 의해서 캔의 합격여부를 판정하게 된다. 즉  $Y \geq \omega$  인 캔은 합격되어  $a$ 의 가격에 판매되고,  $Y < \omega$  인 캔은 캔을 비우고 재가공한다. 이 때 측정오차로 인해  $Y \geq \omega$  인 캔 중에는  $X < L$  인 불량품이 포함될 수 있으며, 이로인해 단위제품당  $b$ 의 손실비용이 발생하게 된다. 따라서 측정오차가 있는 경우 이익함수  $P(x; \mu, \omega)$ 는

$$P(x; \mu, \omega) = \begin{cases} a - cx, & y \geq \omega, x \geq L, \\ a - cx - b, & y \geq \omega, x < L, \\ E[P(x; \mu, \omega)] - r, & y < \omega, \end{cases} \quad (2)$$

이 된다.  $f(x)$ 를  $X$ 의 주변확률밀도함수,  $g(y|x)$ 를  $X=x$  일 때  $Y$ 의 조건부확률밀도함수라 할 때,  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률밀도함수  $h(x, y)$ 는

$$h(x, y) = g(y|x)f(x), \quad (3)$$

이 되고, 이 때  $h(x, y)$ 는 평균  $(\mu, \mu)$ , 분산  $(\sigma_x^2, \sigma_x^2 + \sigma_m^2)$ , 그리고 상관계수  $\rho = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_m^2}}$ 를 갖는 이변량정규분포임을 보일 수 있다 (유도과정은 부록 1을 참조). 또한  $Y$ 의 주변확률밀도함수  $m(y) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y)dx$ 는 평균  $\mu$ , 분산  $\sigma_x^2 + \sigma_m^2$ 인 정규분포임을 알 수 있다.

(2) 식으로부터 기대이익함수  $E[P(x; \mu, \omega)]$ 는

$$E[P(x; \mu, \omega)] = \int_{-\infty}^{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} (a - cx)h(x, y)dx dy + \int_{\omega}^{\infty} \int_{-\infty}^L (a - cx - b)h(x, y)dx dy + \int_{\omega}^{\infty} [E[P(x; \mu, \omega)] - r]m(y)dy, \quad (4)$$

이 되고, 이를 정리하면

$$E[P(x; \mu, \omega)] = a - c(L + \sigma_x \xi) + r - \frac{c\sigma_x \rho \phi(\eta) + b\Psi(-\xi, \eta; -\rho) + r}{\Phi(\eta)}, \quad (5)$$

이 된다 (유도과정은 부록 2 참조). 단 (5)식에서  $\xi = \frac{\mu - L}{\sigma_x}$  이고,  $\eta = \frac{\mu - \omega}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_m^2}}$  이다.

따라서 최적공정평균  $\mu^*$ 와  $Y$ 의 최적기각치  $\omega^*$ 는 (5)식을 최대화하는  $\xi^*$ 와  $\eta^*$ 를 구한 후,

$$\begin{cases} \mu^* = L + \sigma_s \xi^*, \\ \omega^* = (L + \sigma_s \xi^*) - \eta^* \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_m^2}. \end{cases} \quad (6)$$

의 관계식으로 부터 구할 수 있다.

### 3. 최적공정평균 및 $Y$ 의 최적기각치 결정

기대이익함수(5) 식이  $\xi$ 와  $\eta$ 에 대하여 위로 볼록한 단봉함수라면  $\frac{\partial E[P(x; \mu, \omega)]}{\partial \xi} = 0$ 와  $\frac{\partial E[P(x; \mu, \omega)]}{\partial \eta} = 0$ 를 동시에 만족하는  $\xi$ 와  $\eta$  값이  $\xi^*$ 와  $\eta^*$ 가 된다. 그러나 기대이익함수는 분모에  $\Phi(\eta)$ , 분자에  $\phi(\eta)$ 와  $\Psi(\xi, \eta; -\rho)$  항을 포함하고 있으므로, 기대이익함수가 위로 볼록한 단봉함수임을 수학적으로 증명할 수는 없었다. 따라서 Golhar (1987)에서 사용한 것과 동일한 방법에 의하여 기대이익함수에 포함된 모수들의 여러 값에서 수리적으로 분석하였고, 그 결과  $\frac{\partial E[P(x; \mu, \omega)]}{\partial \xi} = 0$ 와  $\frac{\partial E[P(x; \mu, \omega)]}{\partial \eta} = 0$ 를 동시에 만족하는  $\xi^*$ 와  $\eta^*$  값은 단지 하나만 존재하였으며, 이 값에서의 Hessian 행렬은 음정치(negative definite) 행렬이 됨을 알 수 있었다. 즉 (5) 식은  $\xi$ 와  $\eta$ 에 대해 위로 볼록한 단봉함수임을 알 수 있었다. (5) 식을  $\xi$ 와  $\eta$  값에 대해 편미분하기 위하여 다음의 관계식을 이용한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi(-\xi, \eta; -\rho)}{\partial \xi} &= -\phi(\xi) \Phi\left(\frac{\eta - \rho\xi}{\sqrt{1-\rho^2}}\right), \\ \frac{\partial \Psi(-\xi, \eta; -\rho)}{\partial \eta} &= \phi(\eta) \Phi\left(\frac{-\xi + \rho\eta}{\sqrt{1-\rho^2}}\right), \end{aligned}$$

위의 식을 이용하여  $\frac{\partial E[P(x; \mu, \omega)]}{\partial \xi} = 0$ 와  $\frac{\partial E[P(x; \mu, \omega)]}{\partial \eta} = 0$ 을 동시에 만족하는  $\xi^*$ 와  $\eta^*$  값은 다음식으로 부터 구할 수 있다.

$$\phi(\xi) \Phi\left(\frac{\eta - \rho\xi}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) = \frac{c\sigma_x}{b} \Phi(\eta), \quad (7a)$$

$$\rho[\phi(\eta) + \eta\Phi(\eta)] + \frac{b[\Psi(-\xi, \eta; -\rho) - \Phi(\eta)\Phi\left(\frac{-\xi + \rho\eta}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)]}{c\sigma_x} = \frac{-r}{c\sigma_x}, \quad (7b)$$

식 (7a)와 (7b)를 보면  $\xi^*$ 와  $\eta^*$ 는  $\rho$ ,  $\frac{c\sigma_x}{b}$ , 및  $\frac{r}{c\sigma_x}$  등 3변수의 함수가 된다는 것을 알 수 있다.  $\rho$ ,  $\frac{c\sigma_x}{b}$ , 및  $\frac{r}{c\sigma_x}$ 의 여러 값에 대하여 (7a), (7b) 식을 만족하는  $\xi^*$ 와  $\eta^*$  값을 IMSL (International Mathematical and Statistical Libraries)을 이용해서 구한 값이 <표 1>에 정리되어 있다.

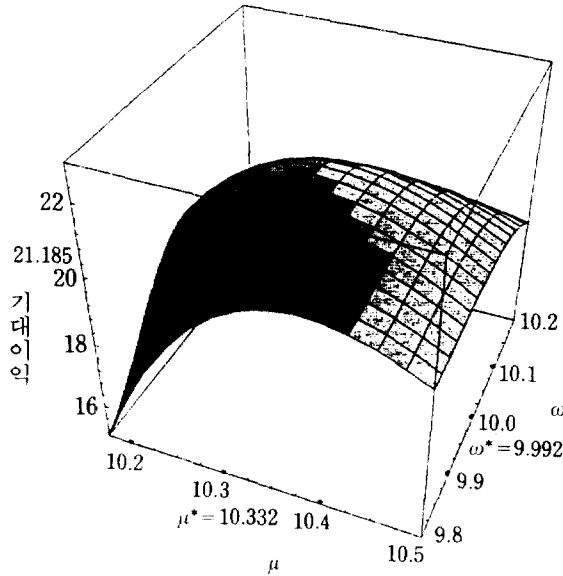
< 표 1 >  $\rho$ ,  $\frac{c\sigma_x}{b}$ , 및  $\frac{r}{c\sigma_x}$ 에 대응하는  $\xi^*$ 와  $\eta^*$  값

$\rho = 0.9$

$c\sigma_x/b$	0.001		0.0025		0.005		0.010		0.025	
	$\xi^*$	$\eta^*$	$\xi^*$	$\eta^*$	$\xi^*$	$\eta^*$	$\xi^*$	$\eta^*$	$\xi^*$	$\eta^*$
.1	1.174	-.189	1.057	-.180	.963	-.171	.861	-.161	.713	-.143
.2	1.427	.121	1.310	.132	1.213	.141	1.110	.152	.959	.172
.3	1.578	.309	1.459	.320	1.362	.330	1.257	.342	1.104	.364
.4	1.686	.447	1.567	.458	1.469	.468	1.363	.481	1.208	.504
.5	1.771	.555	1.650	.566	1.552	.577	1.446	.590	1.289	.614
.6	1.840	.644	1.719	.656	1.619	.666	1.512	.681	1.354	.705
.7	1.899	.720	1.777	.732	1.677	.743	1.569	.757	1.410	.783
.8	1.949	.786	1.827	.799	1.726	.810	1.618	.825	1.457	.851
.9	1.994	.844	1.871	.857	1.769	.869	1.660	.884	1.498	.911
1.0	2.033	.897	1.909	.910	1.808	.922	1.698	.937	1.536	.966
2.0	2.289	1.245	2.160	1.259	2.055	1.274	1.941	1.292	1.769	1.328
3.0	2.431	1.447	2.300	1.464	2.192	1.480	2.074	1.501	1.895	1.543
4.0	2.529	1.590	2.395	1.608	2.285	1.626	2.163	1.649	1.979	1.698
5.0	2.601	1.700	2.466	1.719	2.353	1.738	2.229	1.764	2.039	1.818
6.0	2.659	1.789	2.521	1.809	2.407	1.829	2.281	1.857	2.086	1.918
7.0	2.706	1.863	2.567	1.884	2.451	1.906	2.322	1.936	2.123	2.003
8.0	2.746	1.927	2.605	1.949	2.488	1.972	2.357	2.005	2.154	2.078
9.0	2.780	1.983	2.638	2.007	2.519	2.031	2.387	2.065	2.179	2.145
10.0	2.810	2.033	2.667	2.057	2.547	2.082	2.412	2.119	2.201	2.205

<예제> Golhar (1987)의 논문에서 사용한 것과 동일한 예제를 사용하여 최적공정평균 결정과정에서 측정오차의 영향을 알아보고자 한다. 제품의 판매가격  $a=230$  (천원, 이하 단위는 천원으로 한다), 재가공비용  $r=10$ , 단위당 원료비  $c=20$ , 규격하한  $L=10$  이고 공정표준편차  $\sigma_x=0.2$  이다. 측정오차가 없을 때의 최적공정평균은 10.230이고 그 때의 기대이익은 23.029 이다. 만일  $\sigma_m=0.1$ 을 갖는 측정오차가 존재하고 불량제품의 판매로 인한 손실비용  $b=70$  이라면 최적공정평균  $\mu^*=10.332$ ,  $Y$ 의 최적기각치  $\omega^*=9.992$  이고 이 때의 기대이익은 21.185가 된다. 즉 측정오차의 존재로 인해 기대이익면에서 약 8.7%의 손실이 발생하게 됨을 알 수 있다. <그림 1>은  $\mu$ 가 (10.175, 10.5) 구간, 그리고  $\omega$ 가 (9.8, 10.2) 구간에서  $\mu$ 와  $\omega$ 값의 변화에 따른 기대이익의 변화를 나타낸 그림으로, 측정오차가 존재하는 경우 기대이익함수는  $\mu^*=10.332$ ,  $\omega^*=9.992$ 에서 최대값을 갖는 단봉함수임을

알 수 있다. 〈표 2〉는  $\sigma_m$  과  $b$  의 값이 최적공정평균과,  $Y$  의 최적기각치, 그리고 기대이익에 미치는 영향을 보여주고 있다. 공정자체의 변동에 비해 측정오차에 기인한 변동이 상대적으로 커짐에 따라 기대이익과  $Y$  의 최적기각치는 감소하고, 최적공정평균은 증가하게 됨을 알 수 있다. 또한 불량품의 판매로 인한 손실비용이 커지면 기대이익은 감소하지만, 최적공정평균과  $Y$  의 최적기각치는 증가하게 된다.



〈 그림 1 〉  $\mu$  와  $\omega$  값의 변화에 따른 기대이익

〈 표 2 〉  $\sigma_m$  및  $b$  값의 변화에 따른  $\mu^*$ ,  $\omega^*$  및 기대이익

$\sigma_m$	$\rho$	$b$	$\mu^*$	$\omega^*$	기대이익
0.04	0.9806	70	10.278	10.017	22.107
		100	10.286	10.028	21.952
0.07	0.9439	70	10.308	10.012	21.578
		100	10.321	10.030	21.320
0.10	0.8944	70	10.332	9.992	21.185
		100	10.350	10.017	20.842
0.13	0.8384	70	10.351	9.956	20.910
		100	10.372	9.988	20.499
0.16	0.7809	70	10.364	9.904	20.725
		100	10.389	9.943	20.262

## 4. 결론

본 논문에서는 캔 공정의 최적공정평균을 결정하는 데 있어서 측정오차의 영향을 분석하였다. 캔 속의 내용물 양  $X$ 와  $X=x$  일 때 이의 측정값  $Y$ 는 모두 정규분포를 따르고 각각의 분산은 모두 알고 있다고 가정하였다. 제품의 판매가격, 캔 속에 들어가는 내용물 비용, 재가공비용, 그리고 불량제품의 판매로 인한 손실비용 등으로 구성된 이익함수모형을 설정하고, 이를 최대화 하는  $\mu^*$ 와  $Y$ 의 최적기각치  $\omega^*$ 를 구하였다.  $\mu^*$ 와  $\omega^*$ 를 구하는데 있어서 기대이익함수가  $\mu$ 와  $\omega$ 에 대해 위로 볼록한 단봉함수임을 수학적으로 증명할 수는 없었다. 그러나  $\mu$ 와  $\omega$  값의 의미있는 구간에서 수리적으로 분석한 결과 단봉함수임을 알 수 있었다. 수리적인 분석과정에서는 386 PC를 사용하였으며 IMSL과 FORTRAN 언어를 이용하였는데,  $\mu^*$ 와  $\omega^*$ 를 구하는데 필요한 시간은 대부분의 경우 20초를 초과하지 않았다. 예제를 통해 분석해 본 결과 공정자체의 변동에 비해 측정오차에 기인한 변동이 상대적으로 커짐에 따라  $\mu^*$  값은 증가하고 기대이익은 감소하게 됨을 알 수 있었다. 한편 불량제품의 판매에 기인한 손실비용  $b$  값의 증가도  $\mu^*$  값을 증가시킴을 알 수 있었다.

이 분야에 대한 추후 연구과제로는 본 논문에서 사용한 캔 공정 이외에 최적공정평균을 결정하는 여러 다른 모형에 대해서도 측정오차의 영향을 분석할 수 있다고 생각되며, 또한 측정오차의 영향분석 뿐 아니라 측정오차의 정밀도를 경제적으로 결정하는 문제도 고려할 수 있다고 생각된다.

부록 1 :  $h(x, y)$ 의 분포 유도

$$\begin{aligned} h(x, y) &= g(y|x)f(x) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_m} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(y-x)^2}{\sigma_m^2} + \frac{(x-\mu)^2}{\sigma_x^2}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_x\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_m^2}\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}Q\right). \end{aligned} \quad (A1)$$

단 (A1) 식에서

$$\begin{aligned} Q &= \frac{(x-\mu)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu+\mu-x)^2}{\sigma_m^2} \\ &= \left(\frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{1}{\sigma_m^2}\right)(x-\mu)^2 - 2\frac{1}{\sigma_m^2}(x-\mu)(y-\mu) + \frac{1}{\sigma_m^2}(y-\mu)^2 \\ &= \frac{1}{1-\rho^2}\left\{\left(\frac{x-\mu}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x-\mu}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-\mu}{\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_m^2}}\right) + \left(\frac{y-\mu}{\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_m^2}}\right)^2\right\}, \end{aligned} \quad (A2)$$

이 된다. 이로부터  $h(x, y)$ 는 평균  $(\mu, \mu)$ , 분산  $(\sigma_x^2, \sigma_x^2 + \sigma_m^2)$ , 그리고 상관계수  $\rho$ 를 갖는 이변량정규분포임을 알 수 있다.



부록 2 : 식 (5)의 유도.

(4)식을 다시 정리하면

$$E[P(x; \mu, \omega)] = \frac{\int_0^x \int_{-x}^x (a-cx)h(x, y)dx dy - b \int_0^x \int_{-x}^L h(x, y)dx dy - r \int_{-x}^{\infty} m(y)dy}{1 - \int_{-x}^{\infty} m(y)dy}, \quad (\text{A3})$$

이 된다. 그런데 (A3) 식에서

$$\begin{aligned} \int_0^x \int_{-x}^x (a-cx)h(x, y)dx dy &= \int_0^x \left\{ \int_{-x}^x (a-cx)t(x | y)dx \right\} m(y)dy \\ &= \int_0^x \left\{ a-c \left( \mu + \rho \frac{\sigma_x}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_m^2}} (y-\mu) \right) \right\} m(y)dy \\ &= (a-c\mu)\Phi(\eta) - c\rho \frac{\sigma_x}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_m^2}} \int_0^x (y-\mu)m(y)dy, \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

이다. 여기서  $\int_0^x ym(y)dy = \mu\Phi(\eta) + \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_m^2}\phi(\eta)$  이므로 (Bisgaard 등 (1984 참조), (A4) 식은

$$\int_0^x \int_{-x}^x (a-cx)h(x, y)dx dy = (a-c\mu)\Phi(\eta) - c\rho\sigma_x\phi(\eta), \quad (\text{A5})$$

이 된다. 또한

$$\int_0^x \int_{-x}^L h(x, y)dx dy = \Psi(-\xi, \eta; -\rho), \quad (\text{A6})$$

이므로, (A5) 식과 (A6) 식을 (A3) 식에 대입하면 (5) 식을 얻을 수 있다.

## 참고문헌

- [ 1 ] Bisgaard, S., Hunter, W. G., and Pallesen, L. (1984), "Economic Selection of Quality of Manufactured Product," *Technometrics*, Vol. 26, pp. 9-18.
- [ 2 ] Boucher, T. O., and Jafari, M. A. (1991), "The Optimum Target Value for Single Filling Operations with Quality Sampling Plans," *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, pp. 44-47.
- [ 3 ] Case, K. E., and Bennett, G. (1977), "The Economic Effect of Measurement Error on Variables Acceptance Sampling," *International Journal of Production Research*, Vol. 15, pp. 117-128.
- [ 4 ] Golhar, D. Y. (1987), "Determination of the Best Mean Contents for a Canning Problem," *Journal of Quality Technology*, Vol. 19, pp. 82-84.
- [ 5 ] Golhar, D. Y., and Pollock, S. M. (1988), "Determination of the Optimal Process Mean and the Upper Limit for a Canning Problem," *Journal of Quality Technology*, Vol. 20, pp. 188-192.
- [ 6 ] Hunter, W. G., and Kartha, C. P. (1977), "Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process," *Journal of Quality Technology*, Vol. 9, pp. 176-181.
- [ 7 ] Kanazuka, T. (1986), "The Effect of Measurement Error on the Power of  $\bar{X}-R$  Charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, pp. 91-95.
- [ 8 ] Owen, D. B. and Chou, Y. M. (1983), "Effect of Measurement Error and Instrument Bias on Operation Characteristics for Variables Sampling Plans," *Journal of Quality Technology*, Vol. 15, pp. 107-117.
- [ 9 ] Riew, M. C. (1989), "Economic Selection of Specification Limits for a Given Target Value," *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, Vol. 15, pp. 57-64.
- [ 10 ] Schmidt, R. L. and Pfeifer, P. E. (1991), "Economic Selection of the Mean and Upper Limit for a Canning Problem with Limited Capacity," *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, pp. 312-317.
- [ 11 ] Tang, K. and Schneider, H. (1987), "The Effects of Inspection Error on a Complete Inspection Plan," *IIE Transactions*, Vol. 19, pp. 421-428.
- [ 12 ] Tang, K. and Schneider, H. (1990), "Cost Effectiveness of Using a Correlated Variable in a Complete Inspection Plan When Inspection Error is Present," *Naval Research Logistics*, Vol. 37, pp. 893-904.