# 다특성치 파라미터 설계의 평가척도에 관한 연구

김욱일 · 강창욱
한양대학교 산업공학과

# Performance Measure of Multiple Characteristics in Parameter Design

Wook Il Kim · Chang Wook Kang
Dept. of Industrial Engineering Hanyang University

## Abstract

So far, the Taguchi Method has dealt with multiple quality characteristics under the assumption that they are independent. Since the relationships between quality characteristics are practically important, this study proposes a new performance measure considering the correlation among characteristics.

In this paper, we impose weight on each characteristic and correlation among characteristics. The loss function of multiple characteristics is defined in accordance with combination of simple characteristic types, and it is divided into terms of loss that characteristic itself and the correlation among characteristics cause. And the proposed method uses the expected loss of multiple characteristics as the new performance measure. The data in literature are used to compare with the existing performance measures.

## 1. 서론

우리 주위의 제품들은 특성치가 하나인 것 (Univariate)보다는 2가지 이상(Multivariate, Multiple Quality Characteristics)인 경우가 많다. 예를 들면, 집적회로에서 다이(Die)와 와이어(Wire)의 결합력 문제와 그 사이에서의 전기적 저항문제를 동시에 만족시켜야 한다. 이렇듯 우리 주위에는 다특성을 가지는 제품이 많이 있지만, 다구치 방법의 대부분은 단일특성치에 관한 이론으로써, 다특성치에 관한 연구는 별반 진행되고 있지 않다. 따라서 다특성치 문제에 다구치 방법의 적용이 어려웠다.

따라서 본 연구는 다특성치 문제에서 다구치 방법을 이용한 합리적이고 편리한 방법을 제시하는데 주 목적을 둔다.

# 2. 단일특성치의 파라미터 설계

## 2.1 기호 및 용어 설명

| | |
|---|---|
| $y, y_i$ | : 특성치의 값 |
| $L(y)$ | : 특성치의 값이 $y$일 때의 손실 |
| $m, m_i$ | : 망목특성치에 있어서의 목표값 |
| $k, k_i$ | : 상수 혹은 가중치 |
| $EL(y)$ | : 단일특성치 $y$의 기대손실 |
| $Ey_i(=\bar{y}_i)$ | : 특성치 $y_i$의 기대값 혹은 평균 |
| $Var(y_i)$ | : 특성치 $y_i$의 분산 |
| $\eta(a, d)$ | : 조절변수는 $a$, 통제변수는 $d$일 경우의 특성치 $y$의 기대값으로서, 단조함수(Monotonic Function) |
| $\varepsilon(d)$ | : 순수한 오차항 |
| $\sigma^2, \sigma_i^2$ | : 특성치 $y$ 혹은 $y_i$의 순수 오차항의 분산 |
| $E[L(y) \mid \eta(a, d)=m]$ | : 망목특성치의 평균이 목표값 $m$과 일치할 때의 기대손실 |
| $L(\mathbf{Y})$ | : 다특성치의 손실 |
| $L(y_1, y_2)$ | : 다특성치의 손실(특성치가 2개인 경우) |
| $L_i(y_1, y_2)$ | : 다특성치 모형 $i$)의 손실 |
| $EL(y_1, y_2)$ | : 다특성치의 기대손실(특성치가 2개인 경우) |
| $EL_i(y_1, y_2)$ | : 다특성치 모형 $i$)의 기대손실 |
| $PeM$ | : 평가척도(Performance Measure) |

## 2.2 단일특성치의 파라미터 설계

### 2.2.1 망소특성치

철판의 기포수 같이 제품의 특성치의 값이 작을수록 좋은 경우를 말한다. 이 경우 손실함수, 기대손실, SN비는 다음과 같다.

$$L(y) = k \cdot y^2$$

$$EL(y) = k \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 \tag{1}$$

$$SN = -10 \cdot \log \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 \tag{2}$$

### 2.2.2 망대특성치

화학 공정에서 원하는 화학약품의 수율과 같이 제품의 특성치의 값이 크면 클수록 좋은 경우를 말한다. 망대특성치는 그 역수를 취해 망소특성치와 동일한 방법으로 취급한다. 여기서 손실함수, 기대손실, $SN$비는 다음과 같이 계산하고, 분석 방법도 망소특성치의 분석 방법과 동일하다.

$$L(y) = k \cdot \frac{1}{y^2}$$

$$EL(y) = k \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y_i^2} \tag{3}$$

$$SN = -10 \cdot \log \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y_i^2} \tag{4}$$

2.2.3 망목특성치

제품의 규격과 같이 제품의 특성치의 값이 일정한 목표가 있는 경우를 말한다. 이때 망목특성치의 손실함수와 기대손실은 다음과 같다.

$$L(y) = k \cdot (y-m)^2 \tag{5}$$

$$EL(y) = k \cdot Var(y) \tag{6}$$

망목특성치는 다음과 같이 2가지 모형으로 구분한다.

$$\text{모형A}: y = \eta(a, d) \cdot \varepsilon(d),\ \varepsilon(d) \sim iid\ N(1, \sigma^2) \tag{7}$$

$$\text{모형B}: y = \eta(a, d) + \varepsilon(d),\ \varepsilon(d) \sim iid\ N(0, \sigma^2) \tag{8}$$

위의 두 모형에서 모형A를 [망목특성치 모형A], 모형B를 [망목특성치 모형B]로 부르기로 한다.

그러면, 각 모형에 따라 적용하는 $SN$비에 대해서 알아보자.

1) 망목특성치 모형A : $y=\eta(a, d) \cdot \varepsilon(d)$, $\varepsilon(d) \sim iid\ N(1, \sigma^2)$

이 모형은 특성치 $y$의 값이 커질수록 $y$의 분산이 커지게 된다. 이때 품질특성치 $y$의 평균과 분산, 그리고 특성치의 평균이 목표값일 때의 기대손실은 다음과 같다.

$$Ey = \eta(a, d)$$

$$Var(y) = \eta^2(a, d) \cdot \sigma^2$$

$$E[L(y) \mid \eta(a, d) = m] = k \cdot \sigma^2 \cdot m^2 = k \cdot \{Var(y) / (Ey)^2\} \cdot m^2 \tag{9}$$

2) 망목특성치 모형B : $y = \eta(a, d) + \varepsilon(d)$, $\varepsilon(d) \sim iid\ N(0, \sigma^2)$

이 모형은 특성치 $y$의 크기에 관계없이 $y$의 분산은 일정하게 유지된다. 이때 품질특성치 $y$의 평균과 분산, 그리고 목표값에서의 기대손실은 다음과 같다.

$$Ey = \eta(a, d)$$

$$Var(y) = \sigma$$

$$E[L(y) \mid = \eta(a, d) = m] = k \cdot \sigma^2 = k \cdot Var(y) \tag{10}$$

# 3. 다특성치의 파라미터 설계

## 3.1 다특성치에서의 손실함수

$r$개의 특성치를 가지는 다특성치의 손실함수는 각 단일특성치의 목표값에서 Taylor 급

수로 전개하여 3차이상의 항은 무시하고 2차항까지만 고려한다. 이때 각특성치들의 목표값에서의 손실은 0이라고 가정하면, 다특성치 손실함수는 다음과 같이 정의된다.

$$L(\mathbf{Y}) = \frac{1}{2}(\mathbf{Y}-\mathbf{M})^T \nabla^2 L(\mathbf{M})(\mathbf{Y}-\mathbf{M})$$
$$= \frac{1}{2}\sum_i^r\sum_j^r h_{ij}(\mathbf{M})\cdot(y_i-m_i)\cdot(y_j-m_j)$$

여기서 $\mathbf{Y}$는 $r \times 1$의 다특성치 벡터이고, $\mathbf{M}$은 $r \times 1$의 다특성치 목표값의 벡터이며 $\nabla^2 L(\mathbf{M})$은 Hessian 행렬로 다음과 같이 정의된다.

$$\nabla^2 L(\mathbf{M}) = \begin{matrix} \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_1 \partial y_1} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_1 \partial y_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_1 \partial y_r} \\ \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_2 \partial y_1} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_2 \partial y_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_2 \partial y_r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_r \partial y_1} & \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_r \partial y_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial^2 L(\mathbf{M})}{\partial y_r \partial y_r} \end{matrix} \qquad (11)$$

또한 $h_{ij}(\mathbf{M})$는 $\nabla^2 L(\mathbf{M})$ 행렬의 $i$번째 행(Row)의 $j$번째 열(Column)을 의미하고 따라서, $\nabla^2 L(\mathbf{M}) = \{h_{ij}(\mathbf{M})\}$이며, $(y_i - m_i)$는 $(\mathbf{Y}-\mathbf{M})$ 벡터의 $i$번째 요소이다. 이때 $\nabla^2 L(\mathbf{M})$는 양정치(Positive Definite)행렬로 손실을 최소화시키는 최적해가 존재함을 알 수 있다 [Tong, 1991].

앞에서 언급한대로 망대특성치는 역수를 취해 줌으로써 망소특성치로 취급할 수 있으므로, 다특성치 손실함수는 망소특성치와 망목특성치들의 조합이라고 할 수 있다. 망목특성치의 모형은 식 (7), (8)과 같이 두 가지가 존재하므로 다특성치의 손실함수는 다음과 같이 총 여섯가지의 쌍대특성치 조합으로 구성된다.

모형1) 망소특성치와 망소특성치
모형2) 망소특성치와 망목특성치 모형A
모형3) 망소특성치와 망목특성치 모형B
모형4) 망목특성치 모형A와 망목특성치 모형A
모형5) 망목특성치 모형A와 망목특성치 모형B
모형6) 망목특성치 모형B와 망목특성치 모형B

즉, 다특성치 손실함수는 위의 모형 하나로만 이루어질 수도 있고, 모형 여러개가 합쳐져서 이루어질 수도 있다. 또한 같은 모형 여러개로써 다특성치 손실함수를 구성할 수도 있다. 각 모형에따른 기대손실과 평가척도는 다음과 같이 계산할 수 있다.

## 3.2 다특성치의 평가척도와 기대손실

### 3.2.1 망소특성치와 망소특성치

$y_1$과 $y_2$는 각각 망소특성치이며, 손실함수 $L_1(y_1, y_2)$는 다음과 같다.

$$L_1(y_1, y_2) = k_1 \cdot y_1^2 + 2 \cdot k_2 \cdot y_1 y_2 + k_3 \cdot y_2^2 = l_{11} + l_{12} + l_{13} \tag{12}$$

여기서 $l_{11} = k_1 \cdot y_1^2$, $l_{12} = 2 \cdot k_2 \cdot y_1 y_2$, $l_{13} = k_3 \cdot y_2^2$ 이다. 이때 $l_{11}$, $l_{12}$, $l_{13}$ 각 항에 대한 기대손실은 다음과 같다.

ⓐ $l_{11}$ 항의 기대손실: 식 (1)과같이 망소특성치의 기대손실과 같다.

$$E[l_{11}] = E[k_1 \cdot y_1^2] = k_1 E y_1^2 = k_1 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_{1i}^2$$

ⓑ $l_{12}$ 항의 기대손실: 특성치들 간의 관계에 의해 야기되는 기대손실은 다음과 같다.

$$E[l_{12}] = E[2 \cdot k_2 \cdot y_1 y_2] = 2 \cdot k_2 \cdot E[y_1 y_2] = 2 \cdot k_2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \{y_{1i} y_{2i}\}$$

ⓒ $l_{13}$ 항의 기대손실: 식 (1)과같이 망소특성치의 기대손실과 같다.

$$E[l_{13}] = E[k_3 \cdot y_2^2] = k_3 \cdot E y_2^2 = k_3 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_{2i}^2$$

위에서 계산된 ⓐ, ⓑ, ⓒ 각 기대손실을 모두 합하면 다음과 같이 다특성치 모형1)의 기대손실 $E[L_1(y_1, y_2)]$가 된다.

$$E[L_1(y_1, y_2)] = E[l_{11}] + E[l_{12}] + E[l_{13}] \tag{13}$$

3.2.2 망소특성치와 망목특성치 모형A

$y_1$은 망소특성치이고, $y_2$는 망목특성치 모형A, 즉 $y_2 = \eta(a, d) \cdot \varepsilon(d)$, $\varepsilon(d) \sim iid\ N(1, \sigma^2)$를 따르며, 손실함수 $L_2(y_1, y_2)$은 다음과 같다.

$$L_2(y_1, y_2) = k_1 \cdot y_1^2 + 2 \cdot k_2 \cdot y_1(y_2 - m) + k_3 \cdot (y_2 - m)^2 = l_{21} + l_{22} + l_{23} \tag{14}$$

여기서 $l_{21} = k_1 \cdot y_1^2$, $l_{22} = 2 \cdot k_2 \cdot y_1(y_2 - m)$, $l_{23} = k_3 \cdot (y_2 - m)^2$ 이다. 이때 $l_{21}$, $l_{22}$, $l_{23}$ 각 항에 대한 기대손실은 다음과 같다.

ⓐ $l_{21}$ 항의 기대손실: 식 (1)과 같이 망소특성치의 기대손실과 같다.

$$E[l_{21}] = E[k_1 \cdot y_1^2] = k_1 \cdot E y_1^2 = k_1 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_{1i}^2$$

ⓑ $l_{22}$ 항의 기대손실: $l_{22}$에 의해 야기되는 손실은 $y_2$의 평균에서의 산포와 $y_1$과의 곱 그리고 $\bar{y}_2$의 목표값 $m$으로부터의 편차와 $y_1$과의 곱으로 분리할 수 있다.

$$l_{22} = 2 \cdot k_2 \cdot y_1(y_2 - \bar{y}_2) + 2 \cdot k_2 \cdot y_1(\bar{y}_2 - m)$$

이때 $2 \cdot k \cdot y_1(\bar{y}_2 - m)$항은 조절 변수를 통하여 $\bar{y}_2$와 $m$을 일치시킬 수 있으므로 기대손실은 0이 되어, $l_{22}$의 기대손실은 다음과 같으며,

$$\begin{aligned} E[l_{22}] &= E[2 \cdot k_2 \cdot y_1(y_2 - m)] \\ &= 2 \cdot k_2 \cdot E[y_1 \cdot \eta(a, d)\{\varepsilon(d) - 1\}] \end{aligned} \tag{15}$$

$\bar{y}_2$가 목표값 $m$에 있을 경우 $l_{22}$의 기대손실은 다음과 같다.

$$E[l_{22} \mid \eta(a,d)=m] = E[l_{22} \mid \eta(a,d)=m]$$
$$= 2 \cdot k_2 \cdot E[y_1 \cdot \frac{\eta(a,d)\{\varepsilon(d)-1\}}{\eta(a,d)} \cdot m$$
$$= 2 \cdot k_2 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \{ y_{1i} \cdot \frac{(y_{2i}-\overline{y}_2)}{\overline{y}_2} \} \cdot m$$

ⓒ $l_{23}$항의 기대손실: 식 (9)와 같이 망목특성치 모형A의 기대손실과 같다.

$$E[l_{23} \mid \eta(a,d)=m] = E[k_3 \cdot (y_2-m)^2 \mid \eta(a,d)=m]$$
$$= k_3 \cdot \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{2i}-\overline{y}_2)^2}{\overline{y}_2^2} \cdot m^2$$

위에서 계산된 ⓐ, ⓑ, ⓒ 각 기대손실을 모두 합하면 다음과 같이 다특성치 모형2)의 기대손실 $E[L_2(y_1, y_2)]$이 된다.

$$E[L_2(y_1, y_2)] = E[l_{21}] + E[l_{22}] + E[l_{23}] \tag{16}$$

### 3.2.3 망소특성치와 망목특성치 모형B

$y_i$은 망소특성치, $y_2$는 망목특성치 모형B)인 경우, $y_2$가 목표값 $m$에서의 기대손실은 다음과 같다.

$$E[L_3(y_1, y_2)] = k_1 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_{1i}^2 + k_2 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \{ y_{1i} \cdot (y_{2i}-\overline{y}_2)\}$$
$$+ k_3 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{2i}-\overline{y}_2)^2 \tag{17}$$

### 3.2.4 망목특성치 모형A와 망목특성치 모형A

$y_1$, $y_2$ 모두 망목특성치 모형A)인 경우, $y_1$, $y_2$가 목표값 $m_1$, $m_2$에서의 기대손실은 다음과 같다.

$$E[L_4(y_1, y_2)] = k_1 \cdot \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{1i}-\overline{y}_1)^2}{\overline{y}_1^2} \cdot m_1^2$$
$$+ 2 \cdot k_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{1i}-\overline{y}_1)(y_{2i}-\overline{y}_2)}{\overline{y}_1 \cdot \overline{y}_2} \cdot m_1 \cdot m_2$$
$$+ k_3 \cdot \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{2i}-\overline{y}_2)^2}{\overline{y}_2^2} \cdot m_2^2 \tag{18}$$

### 3.2.5 망목특성치 모형B와 망목특성치 모형A

$y_1$은 망목특성치 모형B), $y_2$는 망목특성치 모형A)인 경우, $y_1$, $y_2$가 $m_1$, $m_2$에서의 기대손실은 다음과 같다.

$$E[L_5(y_1, y_2)] = k_1 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{1i}-\bar{y}_1)^2 + 2\cdot k_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{1i}-\bar{y}_1)(y_{2i}-\bar{y}_2)}{\bar{y}_2}\cdot m_2 + k_3 \cdot \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{2i}-\bar{y}_2)^2}{\bar{y}_2^2}\cdot m_2^2 \tag{19}$$

3.2.6 망목특성치 모형B와 망목특성치 모형B

$y_1$, $y_2$ 모두 망목특성치 모형B)인 경우, $y_1$, $y_2$가 $m_1$, $m_2$에서의 기대손실은 다음과 같다.

$$E[L_5(y_1, y_2)] = k_1 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{1i}-\bar{y}_1)^2 + 2\cdot k_2 \cdot \sum_{i=1}^{n}(y_{1i}-\bar{y}_1)(y_{2i}-\bar{y}_2) + k_3 \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{2i}-\bar{y}_2)^2 \tag{20}$$

위의 다특성치 각 모형에서 구한 다특성치 기대손실을 데시벨 단위로 변환시켜 줌으로써 새로운 평가척도로 채택한다. 즉, 각 다특성치 모형에서 계산된 기대손실 $E[L_i(y_1, y_2)]$의 데시벨 단위의 평가척도는 다음과 같다.

$$PeM = -10 \cdot \log E[L_i(y_1, y_2)],\ i=1, \cdots, 6 \tag{21}$$

식 (21)에서 제시한 평가척도를 이용하여 최적공정조건을 선택하고, 최적공정조건에서의 기대손실을 계산해 보면 기대손실 $E[L_i(y_1, y_2)]$는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$E[L_i(y_1, y_2)] = 10^{-10/PeM}$$

만약, 특성치들 간에 상관관계가 없이 서로 독립이라면, 각 다특성치 모형에서 ⓑ 즉, 특성치들 간의 관계에 의해 야기되는 손실항을 제외시키고 분석을 해주는 것이 합당하다.

## 4. 수치 예제

### 4.1 실험의 개요

본 실험은 자동차의 액정계기판에 들어가는 집적소자(IC Chip)에서 다이와 와이어가 얼마나 단단하게 필요한 위치에 붙어 있느냐 하는 결합력(Bonding Strength)과 결합부위에서의 전기적저항력(Electrical Resistance of the Bond)의 두가지 특성치가 있는 문제이다. 이때 결합력은 망대특성치가 되며, 전기적 저항은 망소특성치가 된다. 따라서, 다특성치 모형1)에 해당한다. 각각의 설계변수와 수준은 〈Table 1〉과 같다.

이때 Pirrung 논문에서의 최적수준조합은 $A_2B_2C_1D_1E_1$이 되는데[Pirrung, 1986], 이

는 특성치들간의 상관관계를 고려하지 않은 결과이다. 따라서 본 논문에서는 특성치들간의 상관관계를 고려하는 새로운 평가척도로써 해결 방법을 제시하고자 한다.

물론 $k_1$, $k_2$, $k_3$등 상수들의 정확한 값을 알고 있어야만 올바른 분석이 가능하지만, 본 수치 예제에서는 새로이 제시하는 계산 절차와 기존이론의 계산 절차와의 비교만을 행한다는 목적이므로 $k_1$, $k_2$, $k_3$를 임의로 가정했다.

〈 Table 1 〉 Factors and Factor Levels

| Factor | Factor Levels |
|---|---|
| A : Adhesive Type | 4 Levels (D1, H-20-E, 88-1, H-20E-175) |
| B : Cure Time | 2 Levels (90 minute in 90℃, 60 minute in 120℃) |
| C : Conductor Mat'l. | 2 Levels(Cu, Hi) |
| D : Polyurethane Coating on Assembly | 2 Levels(Yes, No) |
| E : I. C. Post Coating | 2 Levels(Tin, Silver) |

실험계획법은 다음과 같이 $L_8$의 직교 배열표를 사용하였으며, 각 특성치의 자료는 〈Table 2〉, 〈Table 3〉과 같다.

〈Table 2〉 Resistance Data

| $L_8$ | A B C D E | RESISTANCE (Ω) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 2 3 4 5 | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 1 1 1 1 | 20 | 10 | 20 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 20 | 20 |
| 2 | 1 2 2 2 2 | 470 | 470 | 470 | 470 | 470 | 470 | 470 | 470 | 470 | 470 |
| 3 | 2 1 1 2 2 | 7 | 5 | 5 | 6 | 5 | 6 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 4 | 2 2 2 1 1 | 800 | 560 | 560 | 530 | 560 | 450 | 600 | 600 | 660 | 460 |
| 5 | 3 1 2 1 2 | 4,740 | 4,740 | 4,730 | 4,730 | 4,740 | 4,740 | 4,740 | 4,730 | 4,730 | 4,730 |
| 6 | 3 2 1 2 1 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 7 | 4 1 2 2 1 | 1,180 | 530 | 820 | 380 | 870 | 370 | 1,190 | 970 | 1,180 | 950 |
| 8 | 4 2 1 1 2 | 9 | 8 | 8 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 |

〈 Table 3 〉 Bond Strength Data

| $L_8$ | A B C D E | BOND STRENGTH (PONDS) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 2 3 4 5 | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 1 1 1 1 | 640 | 580 | 460 | 880 | 1,000 | 620 | 700 | 880 | 560 | 600 |
| 2 | 1 2 2 2 2 | 400 | 530 | 620 | 580 | 570 | 550 | 550 | 610 | 610 | 600 |
| 3 | 2 1 1 2 2 | 540 | 750 | 630 | 620 | 680 | 640 | 550 | 580 | 580 | 560 |
| 4 | 2 2 2 1 1 | 800 | 940 | 940 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 800 |
| 5 | 3 1 2 1 2 | 840 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 570 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 840 |
| 6 | 3 2 1 2 1 | 800 | 750 | 750 | 880 | 820 | 850 | 830 | 820 | 920 | 800 |
| 7 | 4 1 2 2 1 | 490 | 600 | 600 | 660 | 550 | 490 | 600 | 540 | 490 | 510 |
| 8 | 4 2 1 1 2 | 600 | 980 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

## 4.2 실험 자료의 분석

본 논문에서는 각 특성치들 간에 서로 관계를 가지고 있다고 가정한다. 만약 특성치들 간에 관계가 없다는 것을 이미 알고 있다면, 다음의 손실함수에서 둘째 항을 빼고 계산한다. 본 수치예제의 경우 손실함수는 다음과 같다.

$$L(y_1, y_2) = k_1 \cdot y_1^2 + 2 \cdot k_2 \cdot y_1 \cdot \frac{1}{y_2} + k_3 \cdot \frac{1}{y_2^2}$$

이때 $k_1 = 1/800^2$, $k_2 = 0.5$, $k_3 = 800^2$로 가정한다. $k_1$의 값은 $y_1$의 평균제곱의 역수, $k$의 값은 $y_2$의 평균제곱에 근접하도록 채택했다. 이 값은 각각의 특성치에 대한 가중치가 거의 동일하다는 가정을 하고 그에 따라 결정하였다.

위의 자료를 이용하여 각 항에 대한 기대손실을 계산하면 〈Table 4〉와 같고, 각 수준조합에서의 기대손실 및 평가척도는 〈Table 5〉와 같다.

〈 Table 4 〉 Expected Loss of Each Term

| $L_8$ | $k_1 \frac{1}{n} \sum y_{1i}^2$ | $k_2 \frac{1}{n} \sum y_{1i} \frac{1}{y_{2i}}$ | $k_3 \frac{1}{n} \sum \frac{1}{y_{2i}^2}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $3.4375 \times 10^{-4}$ | $2.2416 \times 10^{2}$ | 1.5572 |
| 2 | $3.4516 \times 10^{-2}$ | $8.4882 \times 10^{-1}$ | 2.1265 |
| 3 | $4.9688 \times 10^{-5}$ | $9.2742 \times 10^{-3}$ | 1.7518 |
| 4 | $6.7242 \times 10^{-1}$ | $6.6765 \times 10^{1}$ | 0.7289 |
| 5 | $3.5032 \times 10^{-1}$ | 5.2730 | 0.8264 |
| 6 | $1.5625 \times 10^{-4}$ | $1.2210 \times 10^{-2}$ | 0.9577 |
| 7 | 1.2556 | 1. 5621 | 2.1570 |
| 8 | $5.8906 \times 10^{-5}$ | $6.5163 \times 10^{-3}$ | 0.7564 |

〈 Table 5 〉 Expected Loss and Performance Measure

| $L_8$ | Expected Loss | PeM | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1.5800 | − 1. 9865 | |
| 2 | 3.3205 | −5. 2120 | |
| 3 | 1.7611 | −2. 4579 | |
| 4 | 2.0689 | −3.1575 | Total(PeM) = −34. 6163 |
| 5 | 41.1310 | −16. 1417 | Mean(PeM) = −4. 3270 |
| 6 | 0.9700 | 0.1322 | |
| 7 | 4.9748 | −6.9677 | |
| 8 | 0.7630 | 1.1748 | |

평가척도를 분석하여 ANOVA 표를 만들면 〈Table 6〉과 같다.

〈 Table 6 〉 PeM ANOVA

| Factor | d.f | SS | MSE | $\rho$ |
|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 36.8207 | 12.1972 | 17.7162 |
| B | 1 | 52.4870 | 52.4870 | 25.2539 |
| C | 1 | 100.4044 | 100.4044 | 48.3093 |
| D | 1 | 3.9276 | 3.9276 | 1.8897 |
| E | 1 | 14.1972 | 14.1972 | 6.8309 |
| Total | 7 | 207.8369 | | 100.00 |

위의 실험에서는 오차항에 대한 제곱합은 존재하지 않는다. 따라서 평균 제곱합이 가장 적은 요인 D를 오차항에 Pooling시켜서 다른 요인들의 유의성 여부를 검정할 수도 있지만, 본 수치 예제에서는 각 인자가 유의하다는 가정을 하고 각 요인에 대한 최적 수준조합을 찾기로 한다. 각 요인의 수준에 따른 기대 평가척도를 계산하면 다음과 같다.

$$\mu_{A1} = -3.5992,\quad \mu_{A2} = -2.8077,\quad \mu_{A3} = -8.0048,\quad \mu_{A4} = -2.8965$$
$$\mu_{B1} = -6.8885,\quad \mu_{B2} = -1.7656$$
$$\mu_{C1} = -0.7844,\quad \mu_{C2} = -7.8697$$
$$\mu_{D1} = -5.0277,\quad \mu_{D2} = -3.6264$$
$$\mu_{E1} = -2.9949,\quad \mu_{E2} = -5.6592$$

각 요인들의 최적수준조합은 $A_2B_2C_1D_2E_1$이 되며, 기대 평가척도 및 기대손실은 다음과 같이 계산된다.

$$E(PeM) = \hat{\mu}(A_2B_2C_1D_2E_1) = 5.3292$$
$$EL(y_1, y_2) = 10^{-E(PeM)/10} = 0.2931$$

반면 Pirrung의 논문의 결과에따른 최적수준조합인 $A_2B_2C_1D_1E_1$의 기대 평가척도 및 기대손실은 다음과 같다.

$$E(PeM) = \hat{\mu}(A_2B_2C_1D_1E_1) = 3.9279$$
$$EL(y_1, y_2) = 10^{-E(PeM)/10} = 0.4048$$

위의 결과에서 알 수 있듯이 Pirrung의 최적수준조합을 다특성치의 손실함수에 대입한 경우, 기대손실은 본 논문의 기대손실에 비하여 약 1.33배가 된다.

## 5. 결론

다특성치가 단일특성치에 비하여 다루기 힘든 부분은 특성치들 간의 상관관계 때문이다. 본 연구에서는 이 문제를 해결하기 위하여 특성치들 간의 관계를 포함하는 다특성치

손실함수에서 각 항의 기대손실의 합 즉, 다특성치 기대손실이 가장 작은 조건을 최적공정 조건으로 결정하는 방법을 사용하였다.

다특성치 기대손실에서는 망목특성치 모형A가 포함되어 있는 손실함수는 항상 목표값에서의 기대손실을 구해주어야 한다. 왜냐하면 해당 망목특성치 모형A가 총 기대손실에 미치는 영향과 망소·망대특성치들이 총 기대손실에 미치는 영향을 같게하기 위해서 이다. 그렇지 않을 경우, 망목특성치가 총 기대손실에 미치는 영향을 과대 혹은 과소 평가되게 된다.

3장에서 다특성치의 손실함수를 크게 여섯가지의 모형으로 나누어서 모형에 따라 각기 다른 평가척도를 사용하였다. 이는 단일특성치에 있어서도 망목특성치의 모형에 따라 각기 다른 *SN*비를 사용해야만하는 문제점에서 파생되었다. 따라서 망목특성치가 어떠한 모형에 속하는지를 정확히 알아야만 단일특성치는 물론 다특성치에 있어서도 올바른 평가척도를 이용하여 적절한 파라미터 설계를 할 수 있다.

## 참고문헌


[1] Box, G. E. P.(1988), "Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations(with discussion)," *Technometrics*, Vol. 30, pp. 1-40.

[2] Kackar, R. N.(1985), "Off-Line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method," *Journal of Quality Technology*, Vol. 17, pp. 176-209.

[3] Kackar, R. N.(1985), "Taguchi's Quality Philosophy : Analysis and Comment," *Quality Progress, December*, pp. 21-29.

[4] Leon, R. V., Shoemaker, A. C., and Kackar, R. N.(1987), "Performance Measure Independent of Adjustment: An Explanation and Extension of Taguchi's Signal to Noise Ratio," *Technometrics*, Vol. 29, pp. 253-285.

[5] Pirrung(1986), "Optimization of Bond Strength and Contact," *ITT SWF (West Germany)*, Fourth Symposium on Taguchi Method, American Supplier Institute, pp. 305-316.

[6] Tong, S. H.(1991), "Parameter Design under Multiple Performance Characteristics," M. S. Thesis, Department of Industrial Engineering, KAIST

[7] Taguchi, G.(1986), *Introduction to Quality Engineering*, Asian Productivity Organization, Tokyo.

[8] Thomas J. H.(1992), "Optimal Controllers for Nonsymmetric and Nonquadratic Loss Functions," *Technometrics*, Vol. 34, pp. 298-306.

[9] Vijayan N. N (1992), "Taguchi's Parameter Design: A Panel Discussion," *Technometrics* Vol. 34, pp. 127-161.

[10] Vining, G. G. and Myers, R. H.(1990), "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach," *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, pp. 38-45.