

■ 연구논문

정기검사정책과 개선에 관한 연구

임평순 · 서용성 · 박영택

성균관대학교 산업공학과

A Study on the Periodic Inspection Policy and Its Improvement

Pyoung-Soon Im · Yong-Sung Suh · Young-Taek Park

Dept. of Industrial Engineering, Sungkyunkwan University

Abstract

Some systems such as early warning system should be inspected occasionally in order to detect failures. If the system is inspected too frequently, inspection cost increases. On the other hand, if the number of inspections is reduced too much, the undetected system downtime cost increases. Thus, it is of interest to find effective inspection schedule, which minimizes the sum of inspection and downtime costs.

When the system has increasing failure rate, inspection intervals get shorter as time goes on. But a common practice is to inspect the system at predetermined periodic intervals. In this paper, periodic inspection policy and a modified periodic inspection policy are considered. The modified policy is easily applicable and cost-effective. Some numerical examples are included in order to explain the modified inspection policy and its cost performance.

1. 서론

기술의 진보와 사회환경의 변화에 따라 소비자들은 성능이 좋고 가격이 싸면서도 높은 신뢰성을 갖는 제품을 요구하고 있다. 특히, 높은 신뢰성을 갖는 제품을 요구하기 시작한 것은 비교적 최근의 일이며 이러한 제품을 생산하기 위해서는 그것을 만들어 내는 시스템 또한 높은 신뢰성을 갖고 있어야 한다. 그러나 완벽한 신뢰도를 갖는 시스템이란 현실적으로 존재할 수 없으며 모든 시스템은 시간이 경과함에 따라 때때로 고장을 일으키고 이로 인한 손실은 발생하기 마련이다. 예를 들어, 제품을 생산하는 설비가 고장나면 불량품을

만들어 내는 손실이 발생하며, 전쟁무기나 소방설비 등과 같이 비상시에 사용되는 시스템이 고장나면 큰 위기에 처할 수 있다.

고장발생과 동시에 그것이 탐지되는 시스템은 즉시 고장난 부분을 교체해 주거나 수리해 줄 수 있다. 그런데 고장이 검사를 통하지 않고서는 발견될 수 없는 시스템의 경우에는 일반적으로 고장발생 후 얼마간의 시간이 경과한 후에 고장난 것을 알 수 있고, 이 때에 고장정지비용 및 검사비용이 수반된다. 시스템의 고장을 탐지하기 위하여 검사를 너무 자주한다면 검사비용이 많이 들고, 반대로 검사회수를 줄이면 시스템고장으로 인한 정지비용이 늘어나게 된다. 그러므로 시스템운용을 경제적으로 수행하기 위한 검사정책의 수립이 필요하다. 즉, 검사비용 및 시스템고장으로 인한 정지비용의 합을 최소화하는 최적 검사정책이 고려되어야 한다.

일반적으로 시스템이 증가고장률을 가지면 시간이 지남에 따라 고장률이 커지므로 검사시점 사이의 간격은 점점 짧아져야 한다. 그러나 이러한 비정기검사정책은 검사의 경제성은 높일 수 있지만 최적검사시점들을 찾기까지의 절차가 간단하지 않을 뿐만 아니라, 현장에서 이러한 검사정책을 적용한다는 것은 매우 번거로운 일이다. 따라서 비용효과면에서 다소 불리하더라도 검사간격을 동일하게 해주는 정기검사정책이 현실적으로 필요하게 된다.

본 연구는 이와 같은 배경에 따라 검사정책에 관한 기존의 연구들을 살펴보고 이들의 연구를 확장시켜 현장에서 편리하게 사용할 수 있는 정기검사정책과 정기검사정책의 비용효과를 크게 개선시킨 수정된 정기검사정책을 다루기로 한다.

2. 선행연구 고찰 및 이론적 배경

2.1 선행연구 고찰

시스템의 검사문제에 관하여 지금까지 많은 연구가 있었는데 이러한 연구들은 최적판단기준(optimality criteria)에 따라 비용최소화 모형, 이익최대화 모형, 가용도최대화 모형 등으로 구분할 수 있다. 본 절에서는 지금까지 연구되어 온 선행연구들 중 고장발견시점까지의 비용최소화 모형에 대한 것들을 살펴보기로 한다.

Barlow와 Proschan(1965)은 시스템고장으로부터 그것을 발견할 때까지 발생하는 고장정지비용과 검사비용의 합을 최소화하는 문제를 연구하였다. 그들은 (i) 시스템고장은 검사에 의해서만 알 수 있고, (ii) 검사에 필요한 시간은 무시할 수 있을 정도로 작으며, (iii) 검사자체가 시스템에 아무런 영향을 미치지 않는다는 가정 하에서 최적검사정책을 수립하였다.

Morey(1968)는 시스템의 고장분포를 알고 있고 검사가 불완전한 경우에 검사를 할 것인가 안할 것인가에 관한 필요충분조건을 제시하였다.

Keller(1974)는 고장정지비용에 비해 검사비용이 매우 작아서 검사회수가 많아지는 경우에는 Barlow와 Proschan의 검사정책을 사용하기 어려우므로 단위시간당 검사회수를 나타내는 연속검사밀도의 개념을 제안하였다. 또한 Keller(1982)는 Barlow와 Proschan의 축차식으로부터 Keller(1974)의 결과가 얻어짐을 증명하였다.

Kaio와 Osaki(1984)는 Keller가 제안한 연속검사밀도의 개념을 도입하여 Barlow와 Proschan의 기본모형 뿐 아니라 검사가 불완전하여 고장이 한번의 검사에 의하여 탐지되지 못할 가능성을 고려한 경우와 검사시간을 무시할 수 없는 경우에 대해서도 근사적인 검사일정을 찾는 방법을 연구하였다. 또한 Kaio와 Osaki(1986)는 지수분포를 따르는 시스템에 대하여 두가지 형태의 검사과오(; 정상인데 고장이라고 판단하는 경우와 고장인데 정상이라고 판단하는 경우)를 고려한 검사일정을 구하였다.

〈 표 1 〉 고장발견시까지의 비용최소화 모형의 선행연구

연 구	수명분포	검사정책 유형	비 고
Barlow & Proschan (65)	일반분포	비정기	비용을 최소화하는 최적검사일정을 구하는 계산절차 제시
Morey (68)	일반분포	비정기	불완전한 검사
Keller (74)	일반분포	비정기	연속검사밀도 개념 도입
Keller (82)	일반분포	비정기	Barlow & Proschan(65)의 축차식으로 부터 Keller(74)의 결과가 언어짐을 증명
Kaio & Osaki (84)	일반분포	비정기	연속검사밀도를 사용한 근사적인 검사일정을 구함
Kaio & Osaki (86)	지수분포	정기	1종 및 2종 검사과오를 고려
Munford & Shahani (72)	일반분포	비정기	근사적인 검사일정
Munford & Shahani (73)	와이블분포	비정기	검사일정을 찾는 nomogram 제시
Tadikamalla (79)	감마분포	비정기	근사적인 검사일정
Kaio, Dohi, Osaki (94)	일반분포	비정기	검사자체가 고장을 유발할 가능성을 고려
Munford (81)	일반분포	정기,비정기	고장정기비용은 고장시점이 포함된 검사간격의 길이에 비례
Nakagawa & Yasui (79)	와이블분포	정기	근사적인 정기검사정책
Nakagawa & Yasui (80)	일반분포	비정기	근사적인 비정기검사정책
Nakagawa & Yasui (89)	지수분포	정기	디지털시스템의 검사정책
Sengupta (80)	일반분포	비정기	시스템의 고장이 임의의 시간 후에 노출
Sengupta (82)	지수분포	정기	불완전검사 하의 최적검사일정
Senna & Shahani (86)	와이블분포	정기	수정된 정기검사정책

한편 Munford와 Shahani(1972)는 연속되는 검사시점 사이에 정상상태로부터 고장상태로 바뀔 확률을 단일모수로 정의하여 보다 계산하기 쉬운 근사적 검사일정계획 수립방법을 제시하였다. 또한, Munford와 Shahani(1973)는 시스템의 고장분포가 와이블분포를 따르는 경우 검사일정을 찾는 데 도움이 되는 계산도표(nomogram)를 제시하였다. Tadicamalla(1979)는 Munford와 Shahani(1972,1973)의 연구를 시스템 수명이 감마분포를 따르는 시스템에 대하여 적용하였다.

Munford(1981)는 고장발생시점으로부터 고장탐지시점 사이의 기간동안에 고장정지비용이 발생한다는 기존의 비용모형과는 달리, 정확한 고장발생시점을 알 수 없을 경우 시스템고장이 발견된 검사시점과 그 직전 검사시점 사이에 산출된 제품을 모두 폐기처분할 때와 같이 고장이 포함된 검사간격동안에 고장정지비용이 발생하는 경우를 고려하였다. 또한 Kaio, Dohi와 Osaki(1994)는 검사자체가 고장을 발생시킬 수 있는 경우에 대한 검사정책을 연구하였다.

Nakagawa와 Yasui(1979)는 고장이 탐지되지 않고 방치되는 시간이 검사간격의 약 절반이 된다는 Schneeweiss(1976)의 결과를 이용하여 수명이 와이블분포를 따를 경우에 대한 근사적인 정기검사정책을 연구하였다. 또한 Nakagawa와 Yasui(1980)는 검사시점 간의 간격은 시간이 충분히 지나면 등간격에 근사한다는 것을 이용, Barlow와 Proschan(1965)의 최적해 계산절차를 단순화시켜서 검사시점을 역으로 찾는 방법을 제시하였다. Nakagawa와 Yasui(1989)는 정상상태 및 고장상태를 반복하는 디지털시스템의 고장을 영속적인 고장(permanent faults)과 간헐적인 고장(intermittent faults)으로 구분하고 간헐적인 고장탐지를 위한 검사일정을 논하였다. 또한 완전한 검사 및 불완전한 검사에 대하여 평균검사회수 및 고장발견시까지의 평균시간을 구하였다.

Sengupta(1980)는 시스템의 고장이 고장발생시점으로부터 임의의 시간이 경과한 후에 노출되는 경우에 대한 검사정책을 연구하였다. 또한 Sengupta(1982)는 검사가 불완전한 경우에는 시스템수명이 지수분포를 따른다 하더라도 최적검사정책은 정기검사정책이 아니라 첫번째 검사간격은 길고 이후의 검사간격이 동일한 형태의 수정된 정기검사정책이 최적이라는 것을 보였다. 또한 Senna와 Shahani(1986)는 시스템수명이 와이블분포를 따르는 경우 첫번째 검사간격만 다르게 해준 수정된 정기검사정책을 고려하고 검사일정을 구하기 위한 계산도표(nomogram)를 소개하였다.

2.2 고장발견시까지의 비용최소화 모형

앞 절에서 소개한 모형 중 대표적인 연구인 Barlow와 Proschan(1965) 모형과 Kaio와 Osaki(1984) 모형을 정리하면 다음과 같다.

(1) Barlow와 Proschan 모형

Barlow와 Proschan은 고장발견시까지의 총비용을 최소화하는 최적검사일정을 찾는 절차를 연구하였다. k 번째 검사시점을 t_k , 1회 검사비용을 c_1 , 단위시간당 정지비용을 c_2 로 두자. 만약 고장이 k 번째 검사와 $(k+1)$ 번째 검사사이의 어떤 시점 t 에서 발생할 경우의 비용은

$$c_i(k+1) + c_f(t_{k+1}-t) \quad (1)$$

이다. 따라서 고장발견시까지의 총기대비용은

$$C = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_k}^{t_{k+1}} [(k+1)c_i + c_f(t_{k+1}-t)] f(t) dt \quad (; t_0 \equiv 0) \quad (2)$$

이다. 그러므로 검사일정 $\{t_k\}$ 가 비용을 최소화시키는 검사절차가 되기 위한 필요조건은 모든 k 에 대해서 $\frac{\partial C}{\partial t_k} = 0$ 이 되는 것이다. 식 (2)에서 적분한계에 k_k 만 포함하는 부분만 다시 쓰면

$$C = \dots + \int_{t_{k-1}}^{t_k} [kc_i + c_f(t_k - t)] f(t) dt \\ + \int_{t_k}^{t_{k+1}} [(k+1)c_i + c_f(t_{k+1} - t)] f(t) dt + \dots \quad (3)$$

이고, 이를 편미분하면

$$\frac{\partial C}{\partial t_k} = kc_i f(t_k) + c_f \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(t) dt - (k+1)c_i f(t_k) - c_f(t_{k+1} - t_k) f(t_k) \quad (4)$$

이 된다. $\frac{\partial C}{\partial t_k} = 0$ 으로부터

$$t_{k+1} - t_k = \frac{F(t_k) - F(t_{k-1})}{f(t_k)} - \frac{c_i}{c_f} \quad (5)$$

와 같은 축차식을 얻을 수 있다. 여기서 첫번째 최적검사시점 t_1^* 만 알 수 있다면 이후의 최적검사시점 t_k^* 들은 식 (5)로부터 축차적으로 구할 수 있다. 그러나 t_1^* 를 구할 수가 없으므로 다음과 같은 방법을 이용한다.

■ 검사일정계획 절차

- ① 1회의 검사비용과 첫번째 검사전에 발생하는 고장으로부터의 손실을 균형잡히게 하는, 즉,

$$c_i = c_f \int_0^{t_1} (t_1 - t) f(t) dt = c_f \int_0^{t_1} F(t) dt \quad (6)$$

를 성립시키는 t_1 을 구한다.

- ② 식 (5)로부터 축차적으로 t_2, t_3 를 구한다.
- ③ $\Delta_k = t_{k+1} - t_k > \Delta_{k-1} = t_k - t_{k-1}$ 이면 t_1 을 감소시키고, $\Delta_k < 0$ 이면 t_1 을 증가시켜서 항 ②로부터 반복한다.
- ④ $t_1 < t_2 < t_3 \dots$ 가 원하는 정밀도를 가질 때까지 계속한다.

(2) Kaio와 Osaki의 모형

Keller(1974)는 시스템 정지비용보다 검사비용이 상대적으로 작으면 검사회수가 많아 지므로 검사시점에 대한 계산량이 늘어나게 되므로 Barlow와 Proschan(1965) 모형의 절차를 이용하여 검사시점들을 구하는 방법이 매우 번잡함을 지적하였다. 이러한 번거로움을 극복할 수 있는 방법으로 단위시간당 검사회수를 나타내는 연속검사밀도의 개념을 제안하였는데, Kaio와 Osaki는 이러한 연속검사밀도를 이용하여 근사적인 검사일정을 찾는 비교적 간단한 방법을 연구하였다. 본 절에서는 Kaio와 Osaki의 비정기검사정책을 소개하기로 한다.

임의의 시점 s 에서 검사가 이루어질 확률을 $n(s)$ 라 하면 t 시점까지의 기대검사회수는 $\int_0^t n(s) ds$ 이므로 기대검사비용은 다음과 같다:

$$c_i \int_0^\infty \int_0^t n(s) ds dF(t) = c_i \int_0^\infty n(t) \bar{F}(t) dt \tag{7}$$

또한, 고장이 임의의 시점 t 에서 발생하면 고장직전의 검사시점과 고장직후의 검사시점 사이의 길이는 $1/n(t)$ 이고 고장지연시간은 약 $1/[2n(t)]$ 라 할 수 있으므로, 기대정지손실비용은

$$c_f \int_0^\infty \frac{1}{2n(t)} dF(t) \tag{8}$$

이 된다. 그러므로 고장발견시까지의 총기대비용 $C(n(t))$ 은 식 (7), (8)로부터

$$C(n(t)) = c_i \int_0^\infty n(t) \bar{F}(t) dt + c_f \int_0^\infty \frac{1}{2n(t)} dF(t) \tag{9}$$

이다. 고장발견시까지의 총기대비용을 최소화하는 $n(t)$ 를 구하기 위해 Euler 공식을 이용하여 $C'(n(t))=0$ 를 풀면

$$c_i \bar{F}(t) - \frac{c_f f(t)}{2n^2(t)} = 0 \tag{10}$$

이 되고, 이를 연속검사밀도 $n(t)$ 에 대해서 정리하면

$$n(t) = \sqrt{\frac{c_f r(t)}{2c_i}} \quad (; r(t) = \frac{f(t)}{F(t)}) \quad (11)$$

을 얻는다. 따라서 최적검사일정은 위의 연속검사밀도를 이용하여 다음과 같은 방법으로 찾을 수 있다.

$$k = \int_0^{t_k} n(t) dt; \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

즉, $n(t)$ 를 적분하여 $k=1$ 이 되는 t_1 이 첫번째 검사시점이 되고 $k=2, 3, 4, \dots$ 가 되는 t_2, t_3, t_4, \dots 가 이후의 검사시점이 된다.

3. 본 연구의 검사정책

시스템의 수명분포로서 지수분포가 아닐 경우 검사정책에 대한 선행연구들은 대부분 비정기검사정책에 관해 논하고 있다. 일반적으로 시스템이 증가고장률을 가지면 시간이 지남에 따라 고장률이 커지므로 검사시점간의 간격은 점점 짧아져야 한다. 그러나 이러한 비정기검사정책은 검사의 경제성을 높일 수 있으므로 비용최소화의 관점에서는 유리하나, 최적검사일정을 찾기까지의 절차가 간단하지 않을 뿐만 아니라 현장에서 이러한 검사정책을 적용한다는 것은 매우 번거로운 일이다. 따라서 검사정책의 현장적용을 위해서는 정기검사정책이 고려되어야 한다.

본 연구에서의 가정은 다음과 같다:

- (i) 시스템의 수명분포는 알고 있으며 일반적인 분포를 따른다.
- (ii) 시스템의 고장은 검사에 의해서만 알 수 있다.
- (iii) 검사자체에 걸리는 시간은 시스템수명에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다.
- (iv) 시스템의 고장은 검사에 의해 오류없이 탐지할 수 있다.

본 연구에서 사용된 기호는 다음과 같다:

- $f(t), F(t)$ 시스템의 고장밀도함수 및 누적고장밀도함수,
- μ 시스템 평균수명(MTTF),
- c_i 1회 검사비용,
- c_f 시스템의 고장으로 인하여 초래되는 단위시간당 비용,
- I 검사간격,
- $C(I)$ 검사간격이 I 일 때 고장발견시까지의 총비용,

3.1 정기검사정책

고장발견시까지의 기대검사비용은 다음과 같이 구할 수 있다:

$$\begin{aligned}
 E[\text{검사비용}] &= (\text{1회의 검사비용}) \times E[\text{고장발견시까지의 검사회수}] \\
 &= c_i \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) [F\{(k+1)I\} - F(kI)] \\
 &= c_i \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) [\bar{F}(kI) - \bar{F}\{(k+1)I\}] \\
 &= c_i \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI)
 \end{aligned} \tag{13}$$

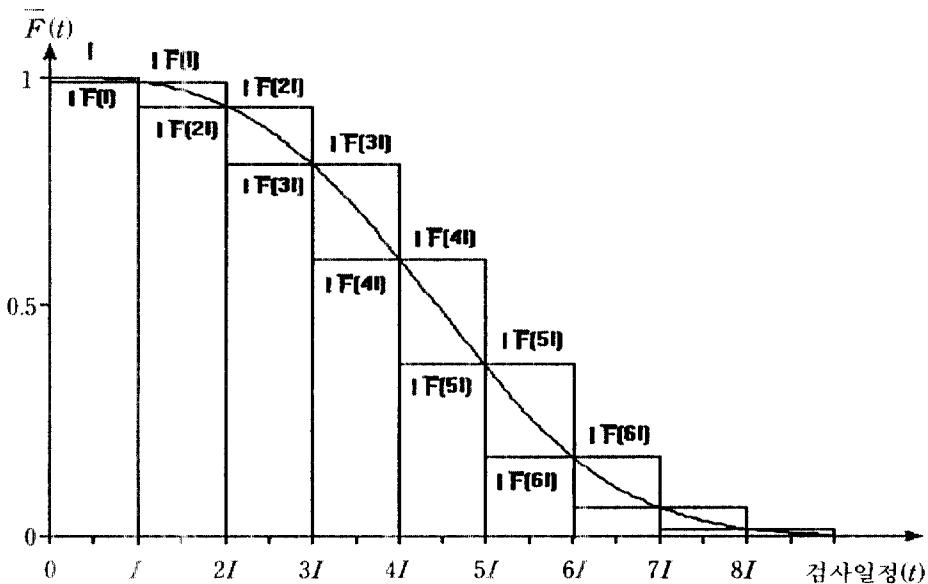
또한, 고장발견시까지의 기대정지비용은 다음과 같이 구할 수 있다:

$$\begin{aligned}
 E[\text{정지비용}] &= c_f E[(\text{고장이후 최초검사시점}) - (\text{고장시점})] \\
 &= c_f [I \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI) - \mu]
 \end{aligned} \tag{14}$$

그러므로 고장발견시까지의 총비용은 식 (13)과 식 (14)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$C(I) = c_i \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI) + c_f [I \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI) - \mu] \tag{15}$$

따라서 최적정기검사간격은 식 (15)를 최소화하는 I 가 된다. 여기서 총비용 $C(I)$ 를 최소화하는 정기검사간격 I^* 는 다음과 같은 근사식을 이용하여 구할 수 있다:



< 그림 1 > 평균수명의 근사화

$$I \sum_{k=1}^{\infty} \bar{F}(kI) \leq \int_0^{\infty} \bar{F}(t) dt \leq I \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI) \quad (16)$$

이므로(; <그림 1> 참조)

$$\int_0^{\infty} \bar{F}(t) dt \leq I \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI) \leq \int_0^{\infty} \bar{F}(t) dt + I \quad (17)$$

로 쓸 수 있다. 따라서

$$\mu \leq I \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI) \leq \mu + I \quad (18)$$

이므로

$$\sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}(kI) = \frac{\mu}{I} + \frac{1}{2} \quad (19)$$

가 성립한다. 식 (19)를 고장발견시까지의 비용을 나타내는 식 (15)에 대입하면

$$C(I) = \frac{c_i \mu}{I} + \frac{1}{2} + \frac{c_f I}{2} \quad (20)$$

와 같은 간단한 비용식을 얻을 수 있다. 최적검사간격 I 를 얻기 위해

$$C'(I) = -\frac{c_i \mu}{I^2} + \frac{c_f}{2} = 0 \quad (21)$$

로부터

$$I^* = \sqrt{\frac{2c_i \mu}{c_f}} \quad (22)$$

을 얻는다.

지금까지 정기검사정책의 총비용식과 총비용을 최소화하는 근사적인 정기검사간격을 도출하였는데 이러한 정기검사정책은 시스템의 평균수명만 알면 정기검사간격을 구할 수 있다는 장점을 갖는다.

3.2 수정된 정기검사정책

앞 절에서 다룬 정기검사정책은 시스템이 일반적인 수명분포를 따를 때 Barlow와

Proschan(1965) 모형 및 Kaio와 Osaki(1984) 모형 등의 비정기검사정책들과 비교하여 비용효과면에서 상당히 불리한 경우가 있다. 예를 들어 시스템 가동을 시작한 초기에는 고장발생가능성이 거의 없다가 어떤 시점 이후에 고장발생가능성이 커지는 경우에는 정기검사정책은 바람직하지 못할 것이다. 따라서 이러한 경우에는 첫번째 검사시점을 길게 잡아주고 이후의 검사간격을 동일하게 해주는 수정된 정기검사정책을 고려하면 비용효과가 개선될 수 있을 것이다. 이러한 수정된 정기검사정책은 Senna와 Shahani(1986)가 고려한 바 있는데 그들은 고장발견시까지의 비용을 최소화하는 첫번째 검사시점과 그 이후의 검사간격을 모두 탐색(search)에 의하여 구하고 있다. 본 연구의 수정된 정기검사정책은 검사시점의 결정을 보다 간단히 할 수 있도록 연속검사밀도를 이용하여 첫번째 검사시점을 구하고, 이후의 정기검사간격만 탐색적으로 결정하는 방법을 고려하기로 한다.

첫번째 검사시점을 T_1 , 그 이후의 검사간격을 I 라 두면 고장발견시까지의 기대검사비용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E[\text{검사비용}] &= (\text{1회의 검사비용}) \times E[\text{고장발견시까지의 검사회수}] \\
 &= c_i \{ 1F(T_1) + 2[F(T_1+I) - F(T_1)] \\
 &\quad + 3[F(T_1+2I) - F(T_1+I)] + \dots \} \\
 &= c_i \left[1 + \sum_{k=0}^{\infty} \overline{F}(T_1+kI) \right] \tag{23}
 \end{aligned}$$

또한, 고장발견시까지의 기대정지비용은 다음과 같다:

$$\begin{aligned}
 E[\text{정지비용}] &= c_r E[(\text{고장이후 최초검사시점}) - (\text{고장시점})] \\
 &= c_r \left[T_1 + I \sum_{k=0}^{\infty} \overline{F}(T_1+kI) - \mu \right] \tag{24}
 \end{aligned}$$

그러므로 고장발견시까지의 총기대비용은 식 (23), (24)에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C(T_1, I) = c_i \left[1 + \sum_{k=0}^{\infty} \overline{F}(T_1+kI) \right] + c_r \left[T_1 + I \sum_{k=0}^{\infty} \overline{F}(T_1+kI) - \mu \right] \tag{25}$$

여기서 첫번째 검사시점 T_1 은 Kaio와 Osaki 모형의 (11)식과 (12)식으로부터

$$\int_0^{T_1} n(t) dt = \int_0^{T_1} \sqrt{\frac{c_f r(t)}{2c_i}} dt = 1 \tag{26}$$

을 만족해야 한다. 또한 고장발견시까지의 총기대비용 $C(T_1, I)$ 를 최소화하는 이후의 정기검사간격 I^* 는 탐색에 의해 찾을 수 있다.

4. 수치예 분석

본 장에서는 시스템의 수명이 각각 와이블분포와 정규분포를 따를 경우에 대해서 본 연구에서 제시한 수정된 정기검사정책의 검사일정의 특성을 분석하고, 정기검사정책 및 수정된 정기검사정책의 비용효과를 대표적인 비정기검사정책인 Barlow와 Proschan(1965) 모형과 비교분석하기로 한다.

4.1 시스템의 수명이 와이블분포를 따를 경우

다음과 같은 와이블분포의 신뢰도함수, 평균수명 및 고장률함수를 고려하자.

$$\begin{aligned}\bar{F}(t) &= e^{-(\omega)^{\beta}} \\ \mu &= \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad \left(\frac{1}{\lambda} = \text{characteristic life}\right) \\ r(t) &= \lambda\beta(\lambda t)^{\beta-1}\end{aligned}$$

이 경우 정기검사정책의 검사간격은 식 (22)로부터

$$I^* = \sqrt{\frac{2c_i\mu}{c_f}} = \sqrt{\frac{2c_i}{\lambda c_f} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

이 된다.

수정된 정기검사정책을 적용할 경우 첫번째 검사시점 T_1 은 식 (26)으로부터

$$\begin{aligned}\int_0^{T_1} n(t) dt &= \int_0^{T_1} \sqrt{\frac{c_f r(t)}{2c_i}} dt \\ &= \sqrt{\frac{c_f \beta \lambda^{\beta}}{2c_i}} \int_0^{T_1} t^{\frac{\beta-1}{\beta}} dt = 1\end{aligned}$$

을 만족해야 하므로

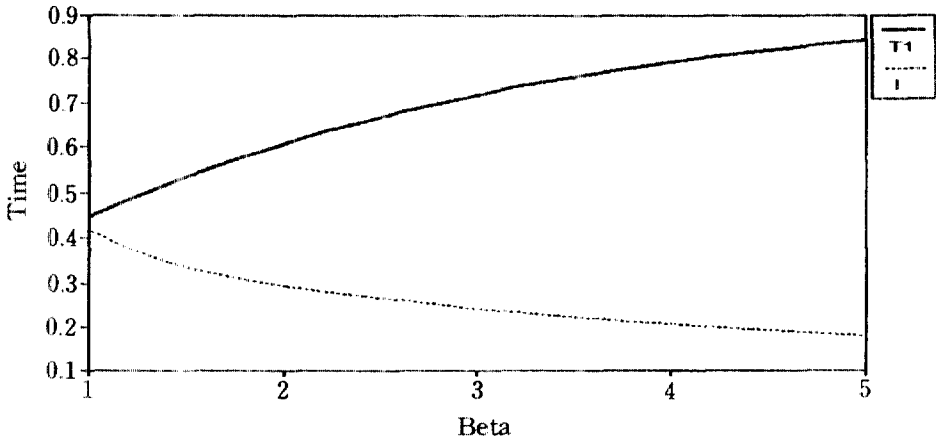
$$T_1 = \left(\frac{(\beta+1)^2 c_i}{2c_f \beta \lambda^{\beta}}\right)^{\frac{\beta}{\beta+1}}$$

이 된다.

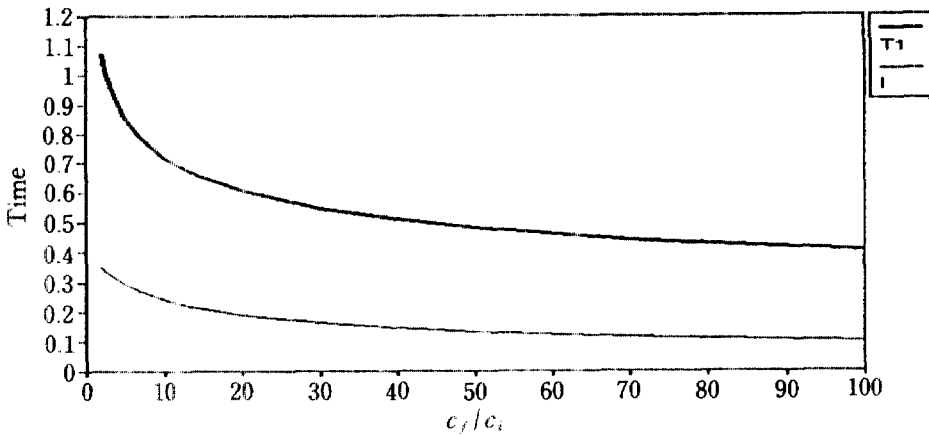
〈표 2〉는 1회 검사비용 $c_i = 1000$, 와이블분포의 척도모수 $\lambda = 1$ 일 경우에 대해서, 단위시간당 정지비용(c_f) 및 형상모수 (β)의 변화에 따른 수정된 검사정책의 첫번째 검사시점 (T_1)과 이후의 검사간격(I)을 나타낸 것이다. 〈그림 2〉와 〈그림 3〉은 〈표 2〉에 나타난 T_1 과 I 값이 형상모수 β 및 c_f/c_i 의 변화에 따라 어떻게 변하는가를 그림으로 나타낸 것이다.

〈 표 2 〉 수정된 검사정책의 검사일정 (: $c_i = 1000, \lambda = 1$)

c_f/c_i	검사간격	β				
		1	2	3	4	5
2	T_1	1.000	1.040	1.075	1.093	1.103
	I	0.858	0.493	0.351	0.269	0.214
5	T_1	0.633	0.766	0.855	0.910	0.947
	I	0.572	0.377	0.296	0.242	0.206
10	T_1	0.447	0.608	0.719	0.792	0.843
	I	0.416	0.296	0.243	0.208	0.181
20	T_1	0.316	0.483	0.604	0.690	0.751
	I	0.300	0.226	0.192	0.169	0.150
100	T_1	0.141	0.282	0.404	0.500	0.575
	I	0.138	0.114	0.102	0.093	0.086



〈 그림 2 〉 β 의 변화에 따른 T_1 및 I 의 변화 (: $c_f/c_i = 10$)



〈 그림 3 〉 c_f/c_i 의 변화에 따른 T_1 및 I 의 변화 (: $\beta = 3$)

와이블분포에서는 형상모수(β)가 커지면 초기 고장률은 줄어들고 일정시점 이후에는 고장률이 급격하게 증가하므로, <그림 2>에서 형상모수(β)가 커질수록 첫번째 검사시점(T_1)은 길어지고 그 이후의 정기검사간격(I)은 짧아지는 것을 볼 수 있다. 또한 단위시간당 정지비용이 검사비용에 비하여 상대적으로 커지면 검사회수를 늘리는 것이 유리하므로 수정된 검사정책의 첫번째 검사시점(T_1) 및 이후의 정기검사간격(I)은 짧아지는 것을 <그림 3>에서 볼 수 있다.

다음은 검사정책들의 비용을 비교해 보기로 하자. Barlow와 Proschan 모형의 비용을 C_B , 정기검사(periodic inspection)정책의 비용을 C_P , 수정된 정기검사(modified periodic inspection)정책의 비용을 C_M 이라고 하자. 다음의 <표 3>은 단위시간당 정지비용(c_f) 및 형상모수(β)의 변화에 따른 세가지 검사정책 모형의 비용을 나타낸 것이다.

<표 3> c_f 및 β 의 변화에 따른 검사정책의 비용 ($c_i=1000, \lambda=1$)

c_f/c_i	β	1	2	3	4	5
	Policy					
2	C_B	2715	2201	1943	1780	1666
	C_P	2746	2383	2350	2368	2380
	C_M	2734	2207	1956	1793	1676
5	C_B	3861	3137	2749	2489	2301
	C_P	3880	3477	3480	3485	3448
	C_M	3870	3169	2811	2563	2377
10	C_B	5162	4223	3701	3343	3077
	C_P	5175	4710	4723	4758	4800
	C_M	5167	4290	3825	3491	3234
20	C_B	7008	5782	5083	4591	4221
	C_P	7017	6453	6475	6522	6560
	C_M	7011	5906	5303	4584	4500
100	C_B	14817	12458	11050	10025	9233
	C_P	14821	13809	13864	13968	14056
	C_M	14817	12876	11798	10930	10201

<표 3>의 예에서는 단위시간당 정지비용(c_f)이 증가할수록 비용은 늘어나고 형상모수(β)가 증가할수록 비용은 줄어든다.

정기검사정책과 수정된 정기검사정책의 상대적 비용을 살펴보기로 하자. 여기서 상대적 비용이란 Barlow와 Proschan의 비정기검사정책 하의 비용(C_B)에 대한 정기검사정책의 비용(C_P) 및 수정된 정기검사정책의 비용(C_M)의 비율을 말한다. 즉, 정기검사정책 모형의 상대적 비용(E_P)을 $C_P/C_B \times 100$, 수정된 정기검사정책의 상대적 비용(E_M)을 $C_M/C_B \times 100$ 이라 하자. 다음의 <표 4>는 단위시간당 정지비용(c_f) 및 형상모수(β)의 변화에

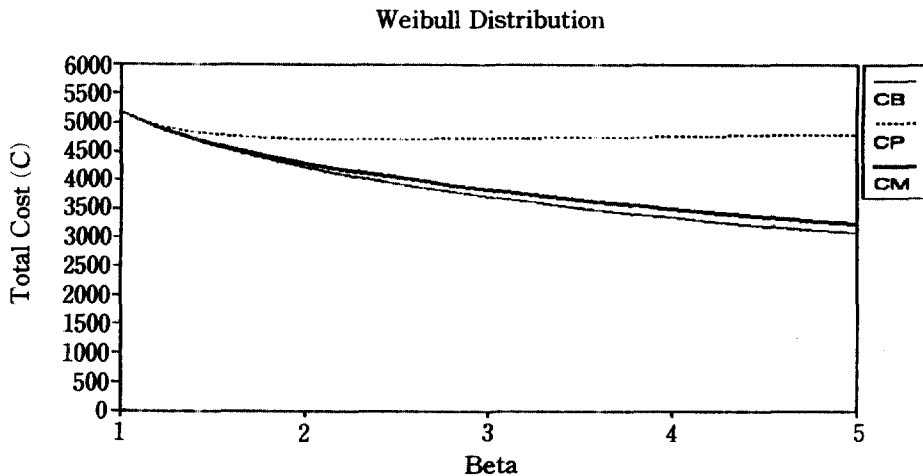
다른 상대적 비용을 나타낸 것이다.

〈 표 4 〉 c_f 및 β 의 변화에 따른 검사정책의 비용 ($c_i = 1000, \lambda = 1$)

c_f/c_i	Policy β	1	2	3	4	5
	2	E_P	101.1	108.3	121.0	133.1
E_M		100.7	100.3	100.6	100.7	100.6
5	E_P	100.4	110.8	126.6	140.0	150.0
	E_M	100.2	101.0	102.3	103.0	103.3
10	E_P	100.2	111.5	127.6	142.3	156.0
	E_M	100.1	101.6	103.3	104.4	105.1
20	E_P	100.1	111.6	127.4	142.1	155.4
	E_M	100.0	102.1	104.3	105.7	106.6
100	E_P	100.0	110.8	125.5	139.3	152.2
	E_M	100.0	103.4	106.8	109.0	110.5

〈 표 4 〉에서 정기검사정책은 형상모수(β)가 1일 경우에는 Barlow와 Proschan 모형의 비용과 거의 같다고 볼 수 있으나 형상모수(β)가 커질수록 비용효과가 나빠짐을 알 수 있다. 그러나 수정된 정기검사정책은 형상모수(β)가 큰 경우에도 Barlow와 Proschan 모형의 비용에 거의 근접함을 알 수 있다.

다음의 〈 그림 4 〉는 지금까지 살펴본 세가지 검사정책의 비용이 단위시간당 정지비용 $c_f = 10000$, 1회 검사비용 $c_i = 1000$ 일 때, 형상모수 β 의 변화에 따라 어떻게 변하는가를 나타낸 것이다.



〈 그림 4 〉 형상모수(β)의 변화에 따른 세가지 검사정책 모형의 비용 ($c_f = 10000, c_i = 1000$)

4.2 시스템의 수명이 정규분포를 따를 경우

정규분포의 평균이 μ 이고 표준편차가 σ 일 때 고장률함수는 다음과 같다.

$$r(t) = \frac{\phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)}$$

그러므로 수정된 정기검사정책의 첫번째 검사시점은 식 (26)으로부터

$$\int_0^{T_1} n(t) dt = \int_0^{T_1} \left(\frac{c_f r(t)}{2c_i}\right)^{1/2} dt = \int_0^{T_1} \left(\frac{c_f \phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)}{2c_i [1-\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)]}\right)^{1/2} dt = 1$$

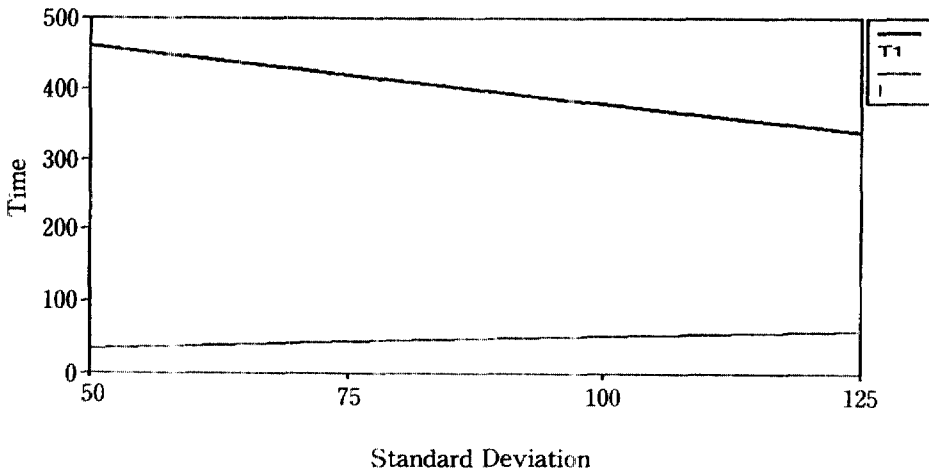
을 만족해야 한다. 여기서 $\phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$ 는 표준정규분포의 확률밀도함수이며, $\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$ 는 표준정규분포의 누적밀도함수를 나타낸다. $\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$ 의 계산을 위해서는 Polya 근사식을 적용할 수 있다.

이 수치에는 1회 검사비용 $c_i=1000$ 으로 두고, 평균수명 $\mu=500$ 인 경우이다. 다음의 <표 5>는 단위시간당 정지비용(c_f) 및 표준편차(σ)의 변화에 따른 수정된 검사정책의 첫번째 검사시점(T_1) 및 이후의 검사간격(I)을 나타낸 것이다. <그림 5>와 <그림 6>은 <표 5>에 나타난 T_1 과 I 값이 σ 및 c_f/c_i 값의 변화에 따라 어떻게 변하는가를 그림으로 나타낸 것이다.

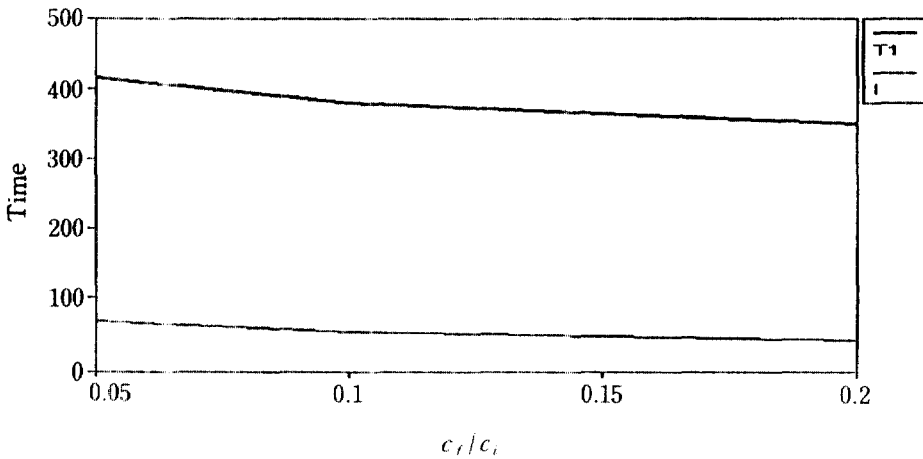
< 표 5 > 수정된 검사정책의 검사일정 (; $c_i=1000, \mu=500$)

c_f/c_i	검사간격 σ	50	75	100	125
		T_1	480.0	450.0	415.0
0.05	I	40.2	54.0	66.3	76.8
	T_1	460.0	420.0	380.0	340.0
0.1	I	32.5	43.6	52.4	59.2
	T_1	440.0	395.0	350.0	300.0
0.2	I	26.3	33.9	40.5	45.6

<그림 5>에서 표준편차가 커지면 분포모양이 낮고 넓게 퍼지게 되므로 첫번째 검사시점(T_1)은 짧아지고, 이후의 정기검사간격(I)은 길어진다. <그림 6>에서 단위시간당 정지비용이 검사비용에 비하여 상대적으로 증가하면 수정된 검사정책의 첫번째 검사시점(T_1)과 이후의 정기검사간격(I)은 짧아진다.



〈 그림 5 〉 σ 의 변화에 따른 T_1 및 I 의 변화 ($c_f/c_i = 0.1$)



〈 그림 6 〉 c_f/c_i 의 변화에 따른 T_1 및 I 의 변화 ($\sigma = 100$)

다음은 비정기검사정책과 정기검사정책, 그리고 수정된 정기검사정책의 비용을 분석해 보기로 하자. 〈표 6〉은 단위시간당 정지비용(c_f) 및 표준편차(σ)의 변화에 따른 세가지 검사정책 모형의 비용을 나타낸 것이다.

〈표 6〉 c_f 및 σ 의 변화에 따른 검사정책의 비용 ($c_i = 1000, \mu = 500$)

c_f/c_i	Policy	σ			
		50	75	100	125
0.05	C_B	3294	3955	4514	5015
	C_P	7526	7571	7571	7571
	C_M	3403	4133	4768	5313
0.1	C_B	4515	5475	6295	7019
	C_P	10500	10500	10500	10500
	C_M	4730	5831	6731	7510
0.2	C_B	6293	7670	8844	9884
	C_P	14642	14642	14642	14642
	C_M	6731	8278	9587	10780

Barlow와 Proschan의 모형에 대한 정기검사정책의 상대적 비용 $E_P (= C_P/C_B \times 100)$ 와, 수정된 정기검사정책의 상대적 비용 $E_M (= C_M/C_B \times 100)$ 이 〈표 7〉에 정리되어 있다.

〈표 7〉 c_f 및 σ 의 변화에 따른 상대적 비용 ($c_i = 1000, \mu = 500$)

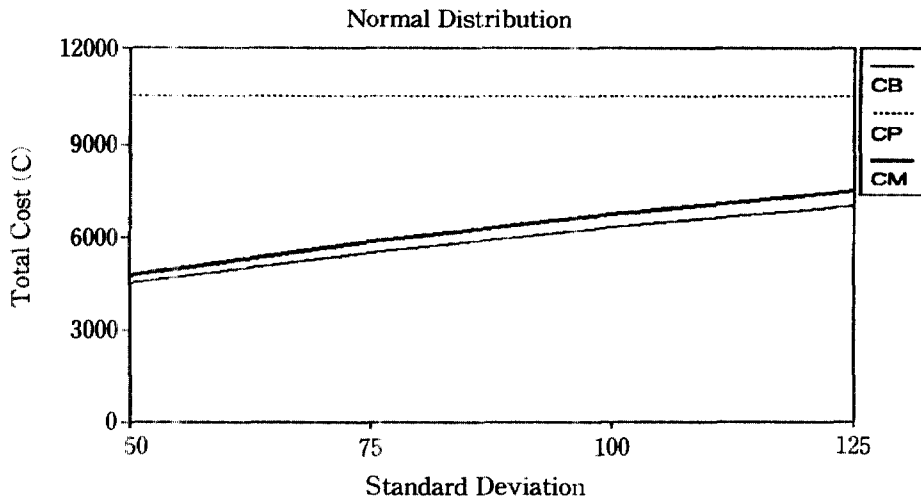
c_f/c_i	Policy	σ			
		50	75	100	125
0.05	E_P	228.4	191.4	167.7	151.0
	E_M	103.3	104.5	105.6	105.9
0.1	E_P	232.5	191.8	166.8	149.6
	E_M	104.7	106.5	106.9	107.0
0.2	E_P	232.7	190.9	165.6	148.1
	E_M	107.0	108.2	108.4	109.1

〈표 7〉에서 볼 수 있듯이 정기검사정책의 비용효과는 전체적으로 나쁘다. 그러나 수정된 정기검사정책의 비용효과는 Barlow와 Proschan 모형에 근접하는 것을 볼 수 있다.

다음의 〈그림 7〉은 단위시간당 정지비용 $c_f = 100$, 1회 검사비용 $c_i = 1000$ 일 때 세가지 검사정책의 비용이 표준편차의 변화에 따라 어떻게 변하는가를 그림으로 나타낸 것이다.

5. 결론

시스템의 고장이 확률적으로 발생하고, 검사를 통하지 않고서는 고장을 발견할 수 없는 경우에는 고장을 탐지하지 못함으로 인해 발생하는 비용과 고장탐지를 위한 검사비용의 합을 최소화하는 검사일정을 수립하는 것은 시스템의 경제적 운용 측면에서 중요한 문제이다.



〈 그림 7 〉 표준편차(σ)의 변화에 따른 세가지 검사정책의 비용 ($c_f = 100, c_r = 1000$)

시스템 수명이 증가고장률을 갖는 일반적인 분포를 따르는 경우에 대한 최적검사일정을 구하는 방법이 Barlow와 Proschan에 의해 제안되었으나 최적검사일정을 찾기까지의 절차가 매우 번잡하다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 Keller는 연속검사밀도의 개념을 도입하였으며, 이 검사밀도의 개념을 이용하여 Kaio와 Osaki는 비교적 쉽게 근사적인 검사일정을 찾는 방법을 연구하였다. 그러나 이 연구들은 검사시점간의 간격이 일정하지 않아 현장에서 실제로 적용하기에는 번잡한 면이 있다.

본 연구에서는 현장실무자가 간편하게 사용할 수 있는 정기검사정책을 고려하고, 근사식을 이용하여 검사간격을 구하였다. 그러나 이러한 정기검사정책은 시스템 가동초기에는 고장발생가능성이 거의 없다가 일정시간이 지난 이후에 고장발생가능성이 있는 경우 비정기검사정책에 비해 비용효과가 상당히 떨어진다. 이러한 문제점을 개선하기 위하여 본 연구에서는 첫번째 검사시점만 별도로 정하고 이후의 검사간격은 동일하게 해주는 수정된 정기검사정책을 고려하였으며, 수정된 정기검사정책의 첫번째 검사시점은 연속검사밀도함수를 이용하여 구하였다. 본 연구에서 다루어진 수정된 정기검사정책은 비정기검사정책과 비교하여 사용이 간편할 뿐만 아니라 비용효과면에서도 양호하므로 현장에서 실제 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

[1] Barlow, R. E. and Proschan, F. (1965), *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
 [2] Kaio, N., Dohi, T. and Osaki, S. (1994), "Inspection Policy with Failure Due to Inspection," *Microelectronics and Reliability*, Vol. 34, No. 4, pp. 599-602.

- [3] Kaio, N. and Osaki, S. (1984), "Some Remarks on Optimum Inspection Policies," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-33, No. 4, pp. 277-279.
- [4] Kaio, N. and Osaki, S. (1986), "Optimal Inspection Policy with Two Types of Imperfect Inspection Probabilities," *Microelectronics and Reliability*, Vol. 26, No. 5, pp. 935-942.
- [5] Keller, J. B. (1974), "Optimum Checking Schedules for Systems Subject to Random Failure," *Management Science*, Vol. 21, No. 3, pp. 256-260.
- [6] Keller, J. B. (1982), "Optimum Inspection Policies," *Management Science*, Vol. 28, No. 4, pp. 447-450.
- [7] Morey, R. C. (1968), "A Criterion for the Economic Application of Imperfect Inspections," *Operations Research*, Vol. 16, No. 3, pp. 695-698.
- [8] Munford, A. G. (1981), "Comparison among Certain Inspection Policies," *Management Science*, Vol. 27, No. 3, pp. 260-267.
- [9] Munford, A. G. and Shahani, A. K. (1972), "A Nearly Optimal Inspection Policy," *Operations Research Quarterly*, Vol. 23, No. 3, pp. 373-379.
- [10] Munford, A. G. and Shahani, A. K. (1973), "An Inspection Policy for the Weibull Case," *Operations Research Quarterly*, Vol. 24, pp. 453-458.
- [11] Nakagawa, T. and Yasui, K. (1979), "Approximate Calculation of Inspection Policy with Weibull Failure Times," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-28, No. 5, pp. 403-404.
- [12] Nakagawa, T. and Yasui, K. (1980), "Approximate Calculation of Optimal Inspection Times," *Journal of Operational Research Society*, Vol. 31, No. 9, pp. 851-853.
- [13] Nakagawa, T. and Yasui, K. (1989), "Optimal Testing Policies for Intermittent Faults," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-38, No. 5, pp. 577-580.
- [14] Schneeweiss, W. G. (1976), "On the Mean Duration of Hidden Faults in Periodically Checked Systems," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-25, No. 5, pp. 346-348.
- [15] Sengupta, B. (1982), "An Exponential Riddle," *Journal of Applied Probability*, Vol. 19, pp. 737-740.
- [16] Sengupta, B. (1980), "Inspection Procedures When Failure Symptoms are Delayed," *Operations Research*, Vol. 28, No. 3, pp. 768-776.
- [17] Senna, V. and Shahani, A. K. (1986), "A Simple Inspection Policy for the Detection of Failure," *European Journal of Operational Research*, Vol. 23, No. 2, pp. 222-227.
- [18] Tadikamalla, P. R. (1979), "An Inspection Policy for the Gamma Failure Distributions," *Journal of Operational Research Society*, Vol. 30, No. 1, pp. 77-80.