

■ 연구논문

## 계수치 데이터를 위한 EWMA 관리도

안동근 · 장중순  
아주대학교 산업공학과

### Exponentially Weighted Moving Average Control Charts for Counted Data

Dong-Geun An · Joong-Soon Jang  
Dept. of Industrial Engineering, Ajou University

#### Abstract

This study is concerned with design of EWMA control charts for counted data. Control charts for the fraction defective and the number of defects are designed. Performance analysis is accomplished for validity of the designed EWMA control charts. Average run length(ARL) is adopted as a criterion for comparison.

Simulation results show that the designed EWMA control charts have shorter ARL than  $pn$ ,  $p$  and  $c$  control charts when the fraction nonconforming or the average defect number are shifted. This means that the designed control charts can detect the out-of-control state of the process more fastly than the traditional control charts.

#### 1. 서론

통계적 공정관리(Statistical Process Control : SPC)는 공정으로 부터 표본을 취하여 검사하고, 그 결과를 통계적으로 분석함으로써 공정의 관리 상태를 점검하고, 이를 바탕으로 공정을 개선할 수 있는 기초를 마련코자하는 것이다. Shewhart가 제안한 관리도법이나 공정능력 분석, 샘플링검사법등은 통계적 공정관리에서 사용되어지는 대표적인 기법들이다.

그 중에서 관리도는 공정에 대한 목표를 설정하여 이를 달성하기 위한 수단으로 사용한다. 따라서 관리도를 사용하여 생산공정의 변동을 신속하게 탐지하여 공정에서 일어나는 품질 특성치의 변동이 우연원인에 의한것인지 아니면 이상원인에 의한것인지를 판단하여

이상원인이 존재할때 그 원인을 찾고, 수정조치를 취함으로써 불량제품의 발생을 사전에 억제하고자 하는것이다.

최근의 제조 공정시스템 환경의 변화로 공정관리 분야도 많은 변화를 초래하고 있다. 통계적 공정관리의 변화는 첫째, 데이터 수집이 과거의 표본검사에 의존하던 것이 자동검사장치를 이용한 전수검사로 바뀌고있고, 둘째, 컴퓨터를 이용한 관리를 하게됨으로써 공정관리의 온라인(On-Line)화, 실시간(Real Time)화가 되고 있으며, 셋째, 공정관리가 사후관리가 아닌 예방관리 즉, 공정이 이상 상태(out-of-control)에 도달하기전에 미리 조치를 취하는 것이 가능해지고 있다(Keats [10]).

Keats(1989)는 위와 같은 상황하에서는 과거에 많이 사용하던 통계적 기법인  $\bar{X}$ 나 R 관리도 대신에 ARIMA모델과 스펙트럴분석을 포함한 시계열분석, 회귀 및 경향분석, 누적합(CUSUM)기법, 지수가중이동평균(EWMA)기법, 다변량기법, 축차샘플링, 연속생산형 샘플링 검사등이 통계적 공정관리에 사용될 것이라 하였다.

최근에 CUSUM 관리도와 더불어 EWMA 관리도는 공정 모니터링(monitoring)도구로써 많은 관심을 모으고 있다.

Roberts(1959)는 EWMA 관리도를 소개하면서 EWMA 관리도의 특성을 평가하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 사용하여 EWMA 관리도가 공정 평균의 미세한 변화를 감지하는데 유용하다는 것을 보였다. Ringer(1971), Robinson과 Ho(1978), Sweet(1986), Waldman(1986), Crowder(1987), Ng와 Case(1989)에 의해 공정 평균의 변화를 모니터링하기 위해 EWMA 관리도를 사용하였고, Lucas와 Saccucci(1990)는 EWMA 관리도의 특성들을 설명하고 CUSUM 관리도의 특성들과 비교를 했다. 그 결과 EWMA 관리도가 지니고 있는 특성들은 CUSUM 관리도가 가지고 있는 특성들과 비슷하다는 것을 보였다.

특히 Lucas(1985)는 축차 확률비 검정(SPRT)에 근거한 CUSUM 관리도를 계수치 데이터의 관리에 적용함으로써 계수(counts)율의 증가나 감소를 검색하기위해 Poisson CUSUM's와 Time-between-event CUSUM's의 사용을 제안하였고 또한 낮은 계수수준에서 계수들을 관리하기위한 CUSUM 관리도를 실제 적용해보고 수행도를 평가했다. Bhat(1990)은 생산공정에서 취한 데이터들 사이에 종속성이 존재할 때 마코프 연쇄(Markov Chain) 기법을 사용하여 계수형 관리도를 다루었다. 최근에 Glushkovsky(1994)는 속성(attribute) 데이터를 관리하기위해 G 관리도를 사용하여 전통적으로 사용하고 있는  $p$  관리도와 수행도를 비교하였다.

그러나 계량형 데이터의 관리에 널리 사용되고, 공정 평균의 미세한 이동을 탐지하는데 효과적인 EWMA 관리도(Hunter[8], Lucas와 Saccucci[12])를 공정의 계수치 데이터 관리에 적용한 연구는 아직도 이루어지지 않고 있다.

본 연구의 목적은 EWMA 관리에 의한 계수치 관리도를 설계하고 그 타당성을 살펴보기 위해 수행도를 평가하는데 있다.

## 2. 불량률 데이터를 위한 EWMA 관리도

### 2.1 불량 개수를 위한 EWMA- $pn$ 관리도 설계

불량률이  $p$ 인 생산 공정으로부터 크기  $n$ 인 샘플을 취해 그 중에서 발견되는 불량개수를  $X_1, X_2, \dots, X_t, \dots$ 라 하면,  $X_t (t=1, 2, \dots)$ 들은 공정에서 개별적으로 관측된 불량개수가 된다. 이때  $X_t$ 들은 이항분포를 따르고 그 평균과 분산은 각각  $np, np(1-p)$ 이다. 이 경우 생산 공정으로부터 관측된 불량개수를 모니터링함으로써 공정을 관리할 수 있다. 그리고 이 경우 공정을 관리하기 위해 부분군내 불량개수를  $3\sigma$  관리한계를 사용하여 관리하고자 한다. 불량개수  $pn$ 를 관리하기 위한 EWMA- $pn$  관리도를 이용하려 할때 샘플내의 불량개수  $pn$ 의 평균과 분산을 추정하여야 한다. 이 때 평균과 분산은  $p$ 의 함수이므로  $p$ 를 추정해야한다.

본 연구에서는  $p$ 의 추정으로 평균불량률  $\bar{p}$ 와  $k$ 시점에서의 EWMA 예측치  $\hat{p}_k$ 를 사용한다.

EWMA- $pn$  관리 통계량을 정의하면

$$\begin{aligned} \text{EWMA-}pn &= n\hat{p}_t \\ &= \alpha np_t + (1-\alpha)n\hat{p}_{t-1} \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서

$n\hat{p}_t = t$ 시점에서 EWMA,

$np_t = t$ 시점에서 관측된 값,

$n\hat{p}_{t-1} = t-1$ 시점에서 EWMA

이고  $\alpha$ 는 0과 1사이의 상수이다.

(2.1)식으로부터 EWMA- $pn$ 의 분산은

$$V(n\hat{p}_t) = np(1-p)\left(\frac{\alpha}{2-\alpha}\right)[1-(1-\alpha)^t] \quad (2.2)$$

가 되고,  $t$ 가 증가하면 (2.2)식은

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(n\hat{p}_t) = np(1-p)\left(\frac{\alpha}{2-\alpha}\right) \quad (2.3)$$

로 극한값을 갖는다.

그러므로 EWMA- $pn$  관리도의  $\bar{p}$ 와  $\hat{p}_k$ 를 사용한 공정의 분산 추정치는

$$\hat{V}(n\hat{p}_t) = n\bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{\alpha}{2-\alpha}\right),$$

$$\hat{V}(n\hat{p}_k) = n\hat{p}_k(1-\hat{p}_k)\left(\frac{\alpha}{2-\alpha}\right)$$

이다.

따라서  $\bar{p}$ 를 사용한 중심선과 관리한계선은 다음과 같다.

$$CL = n\bar{p}$$

$$UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{\frac{\alpha n\bar{p}(1-\bar{p})}{2^{-\alpha}}}$$

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{\frac{\alpha n\bar{p}(1-\bar{p})}{2^{-\alpha}}}$$

다음은  $\hat{p}_k$ 를 사용한 관리한계선이다.

$$CL = n\hat{p}_k$$

$$UCL = n\hat{p}_k + 3\sqrt{\frac{\alpha n\hat{p}_k(1-\hat{p}_k)}{2^{-\alpha}}}$$

$$LCL = n\hat{p}_k - 3\sqrt{\frac{\alpha n\hat{p}_k(1-\hat{p}_k)}{2^{-\alpha}}}$$

## 2.2 불량개수를 위한 EWMA- $pn$ 관리도의 운용 방법

불량개수를 위한 EWMA- $pn$  관리도를 운용하기 위해서는 먼저 평활상수(smoothing constant)  $\alpha$ 를 결정하고 선정된  $\alpha$ 와 (2.1)식을 이용하여 첫번째 EWMA 값을 구한다. 즉,  $n\hat{p}_0$ 를 평균공정 불량개수  $n\bar{p}$  혹은  $k$ 시점에서의 EWMA 값  $n\hat{p}_k$ 로 놓고  $n\hat{p}_1 = \alpha n\hat{p}_k + (1-\alpha)n\hat{p}_0$ 에 의해  $n\hat{p}_1$ 를 구한다. 본 연구에서는  $k$ 를 20으로 하였다. 다음은 앞에서 구한  $n\hat{p}_1$ 을 식(2.1)의  $n\hat{p}_k$ 에 대입하면 두번째 EWMA값이 구해진다. 이런 절차를 계속적으로 행한다.

## 2.3 불량개수를 위한 EWMA- $pn$ 관리도와 $pn$ 관리도의 ARL비교

평균 런의 길이(ARL)는 관리도의 수행도를 비교하는데 유용하게 사용된다. 수행도가 좋은 관리도는 공정에 변동이 있을때 ARL이 보다 짧아야하고 변동이 없을때는 ARL이 보다 길어야 한다.

본 연구에서는 불량개수를 위한 EWMA- $pn$  관리도와  $pn$  관리도의 수행도를 평가하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 ARL을 구했다. 시뮬레이션은 2000번 반복시행 하였다. 시뮬레이션 결과들이 <표 2.1>, <표 2.2>, <표 2.3>, <표 2.4>, <표 2.5>, <표 2.6>과 같이 나타났다.

여기서  $\alpha$ 가 1인 경우는  $pn$  관리도의 ARL이다. 우선 <표 2.1>에서 각  $\alpha$ 에 대해 왼쪽 데이터는  $\bar{p}$ 를 사용한 경우의 ARL이고 오른쪽 데이터는  $\hat{p}_k$ 를 사용한 경우의 ARL값들이다.  $\bar{p}$ 를 사용한 경우와  $\hat{p}_k$ 를 사용한 경우를 비교하면  $p$ 변동이 있을시  $\bar{p}$ 를 사용한 ARL이 짧게 나왔다. 이것은  $\bar{p}$ 를 사용한 경우의 수행도가 좋음을 의미한다.

〈 표 2.1 〉 부분군  $n=50$  이고 불량률  $p=0.1$  일때 EWMA- $pn$  관리도의 ARL  
(왼쪽데이터 :  $\bar{p}$  사용, 오른쪽데이터 :  $\hat{p}_k$  사용)

P 변동(%)	$\alpha$ 값		0.1		0.2		0.3		0.4		0.5		1	
	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$
0	814	803	573	633	491	578	433	542	389	531	302	290		
10	123	239	106	227	113	201	129	241	131	222	146	145		
20	37	56	42	63	46	89	48	143	52	143	69	69		
30	18	24	19	25	20	35	23	55	24	90	39	37		
40	11	14	11	14	12	17	12	25	13	42	24	24		
50	8	10	7	9	7	10	8	14	9	22	14	15		
60	6	7	5	6	5	7	5	9	6	13	10	10		
70	5	5	4	5	4	5	4	6	4	8	7	6		

〈 표 2.2 〉 부분군  $n=50$  이고 불량률  $p=0.05$  일때 EWMA- $pn$  관리도의 ARL

P 변동(%)	$\alpha$ 값		0.1		0.2		0.3		0.4		0.5		1	
	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$	$\bar{p}$	$\hat{p}_k$
0	412	361	345	333	278	316								
10	211	106	113	111	125	166								
20	73	53	64	50	64	103								
30	34	27	39	39	36	66								
40	21	17	22	23	23	44								
50	15	11	14	15	15	31								
60	10	8	10	10	10	22								
70	8	6	7	6	7	15								
80	7	5	6	6	6	12								
90	6	4	3	3	4	8								
100	5	3	3	2	4	7								

〈표 2.1〉, 〈표 2.2〉, 〈표 2.4〉, 〈표 2.5〉으로부터 부분군  $n$ 이 크기에 상관없이 불량률  $p$ 가 5% 이상으로 높은 경우에는 가중파라메타  $\alpha$ 에 따라 다소 차이는 있지만 공정 불량률 변동이 없을 때에는 EWMA- $pn$  관리도의 ARL이  $pn$  관리도의 ARL보다 길게나오고 있다. 그리고 불량률 변동이 있을 때에는 EWMA- $pn$  관리도의 ARL이  $pn$  관리도의 ARL보다 짧게나옴을 알 수 있다. 이것은 공정이 이상상태에 놓여 있을 때에는 EWMA- $pn$  관리도가  $pn$  관리도보다 불량개수증가를 빨리 검색한다는 것을 의미한다. 그러므로 공정불량률이 다소 높은 경우의 공정관리에는 전통적으로 사용되고 있는  $pn$  관리도보다는 EWMA- $pn$  관리도가 유용하다.

〈 표 2.3 〉 부분군  $n=50$  이고 불량률  $p=0.01$  일때 EWMA- $pn$  관리도의 ARL

p 변동(%)	$\alpha$ 값						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1	
0	303	275	112	110	91	70	
10	112	165	77	81	67	56	
20	70	104	53	58	51	44	
30	47	71	40	44	39	37	
40	36	52	30	33	31	30	
50	27	39	23	27	24	25	
60	23	30	19	21	20	21	
70	18	25	15	18	16	18	
80	15	20	13	15	14	16	
90	14	16	12	12	12	13	
100	12	13	10	11	10	12	

〈 표 2.4 〉 부분군  $n=100$  이고 불량률  $p=0.1$  일때 EWMA- $pn$  관리도의 ARL

p 변동(%)	$\alpha$ 값						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1	
0	624	569	502	459	439	417	
10	144	122	114	144	113	166	
20	27	27	28	30	33	64	
30	13	12	12	13	14	30	
40	7	6	6	6	7	15	
50	5	4	4	4	4	8	
60	4	3	2	2	2	5	
70	3	2	2	2	2	3	

그러나 〈표 2.3〉와 〈표 2.6〉에서는 공정 불량률 변동이 없을 때에는 EWMA- $pn$  관리도의 ARL이  $pn$  관리도의 ARL보다 길게나오고 있지만 불량률 변동이 있을 때에는  $pn$  관리도의 ARL이 EWMA- $pn$  관리도의 ARL보다 짧게나옴을 알 수 있다. 특히 공정 불량률이 아주 낮은 경우에는 EWMA- $pn$  관리도가 많은 오경보(false alarm)을 나타내고 있다. 그러므로 공정불량률이 낮을 때에는 전통적으로 사용하고 있는  $pn$  관리도가 수행도가 좋을 보이고 있다.

〈 표 2.5 〉 부분군  $n=100$  이고 불량률  $p=0.05$  일때 EWMA- $pn$  관리도의 ARL

P 변동(%)	$\alpha$ 값						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1	
0	521	352	356	358	341	235	
10	89	84	95	109	95	114	
20	32	31	36	42	38	59	
30	17	16	17	20	18	34	
40	11	9	10	11	11	21	
50	8	6	7	7	8	13	
60	5	4	4	5	5	9	
70	4	3	4	4	3	6	
80	3	3	3	3	3	4	
90	3	2	2	2	2	3	
100	2	2	1	1	1	2	

〈 표 2.6 〉 부분군  $n=100$  이고 불량률  $p=0.01$  일때 EWMA- $pn$  관리도의 ARL

P 변동(%)	$\alpha$ 값						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1	
0	351	333	286	310	280	300	
10	147	115	105	118	108	192	
20	75	69	63	74	71	136	
30	46	42	42	49	50	99	
40	31	29	30	34	35	73	
50	22	21	21	25	26	54	
60	17	15	17	19	20	42	
70	13	12	13	15	15	33	
80	12	10	11	12	13	27	
90	10	8	8	10	10	22	
100	8	7	7	8	9	18	

### 2.4 불량률을 위한 EWMA- $p$ 관리도의 설계

불량률이  $p$ 인 생산 공정으로부터 크기가  $n$ 인 샘플을 취해 그 중에서 발견되는 불량개수를  $X$ 라 하자. 추출되는 불량개수에 의해 샘플(부분군)의 불량률이 각각  $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots$  와 같다면 평균은  $p$ 가 되고 분산은  $p(1-p)/n$ 이 된다. 이 경우 불량률 관리도를 EWMA- $p$  관리도로 관리하려할 때 평균과 분산이  $p$ 의 함수이므로  $p$ 를 추정해야 한다. 본 연구에서는  $p$ 의 추정으로 평균불량률  $\bar{p}$ 를 사용 EWMA- $p$  관리도를 설계하고자 한다.

$t$  시점까지의 관측불량률  $p_t, p_{t-1}, \dots, p_1$ 의 EWMA- $p$  관리 통계량을 정의하면

$$\begin{aligned} \text{EWMA-}p &= \hat{p}_t \\ &= \alpha p_t + (1-\alpha) \hat{p}_{t-1} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$= \alpha \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j p_{t-j} + (1-\alpha)^t \hat{p}_0 \quad (2.5)$$

로 쓸 수 있다.

(2.5)식으로부터 불량률을 위한 EWMA- $p$  관리도에 필요한 분산은 부분군의 크기  $n$ 이 일정하지 않은 경우 다음과 같이 되어 (2.6)식의 분산을 이용한 정확한 관리한계선을 계산하기가 복잡하다.

$$\begin{aligned} V(\hat{p}_t) &= V(\alpha p_t + \alpha(1-\alpha) p_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 p_{t-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^{t-1} p_1 + (1-\alpha) \hat{p}_0) \\ &= \alpha^2 V(p_t) + \alpha^2 (1-\alpha)^2 V(p_{t-1}) + \dots + \alpha^2 (1-\alpha)^{2(t-1)} V(p_1) \\ &= \alpha^2 \frac{p(1-p)}{n_t} + \alpha^2 (1-\alpha)^2 \frac{p(1-p)}{n_{t-1}} + \dots + \alpha^2 (1-\alpha)^{2(t-1)} \frac{p(1-p)}{n_1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

본 연구에서는 (2.6)식을 사용한 정확한 관리한계선과 샘플의 크기  $n$ 을 평균하여  $\bar{n}$ 을 사용하여 구한 분산을 사용한 수정한 관리한계선을 제시한다.

### 1) 정확한 관리한계선

이 경우의 관리한계선은 각 부분군마다 분산이 다르기 때문에 (2.6)식의 분산을 이용하여 각 부분군의 관리한계선을 구한다.  $p$ 의 추정으로  $\bar{p}$ 를 사용하는 방법으로 첫번째 부분군의 관리한계선과 중심선을 구하면 다음과 같다.

$$\text{CL} = \bar{p}$$

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\sqrt{V(\hat{p}_t)}$$

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\sqrt{V(\hat{p}_t)}$$

### 2) 수정한 관리한계선

EWMA- $p$  관리도의 관리한계선에 사용할 분산을 구하기 위해 각 부분군의 크기를 평균하여 사용하는 근사적인 방법이다. 이때에 각 부분군의 크기들의 편차가 커서는 안된다. 분산은 (2.6)식으로부터

$$\begin{aligned} V(\hat{p}_t) &= \alpha^2 \frac{p(1-p)}{\bar{n}} + \alpha^2 (1-\alpha)^2 \frac{p(1-p)}{\bar{n}} + \dots + \alpha^2 (1-\alpha)^{2(t-1)} \frac{p(1-p)}{\bar{n}} \\ &= \alpha^2 \frac{p(1-p)}{\bar{n}} \left[ \frac{1 - [(1-\alpha)^2]^t}{1 - (1-\alpha)^2} \right] \end{aligned}$$



가 되어  $t$ 가 증가함에 따라 극한값

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \text{Var}(\hat{p}_t) = \frac{p(1-p)}{n} \left( \frac{\alpha}{2-\alpha} \right) \quad (2.7)$$

을 갖는다.

(2.7)식의 분산과 평균불량률  $\bar{p}$ 를 사용하여 수정한 관리한계선을 구하면 다음과 같다.

$$\text{CL} = \bar{p}$$

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\alpha\bar{p}(1-\bar{p})}{n(2-\alpha)}}$$

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\alpha\bar{p}(1-\bar{p})}{n(2-\alpha)}}$$

## 2.5 불량률을 위한 EWMA- $p$ 관리도의 운용 방법

불량률을 위한 EWMA- $p$  관리도의 운용방법은 (2.4)식을 이용하여 2.2절에서 설명한 불량개수를 위한 EWMA- $pn$  관리도의 운용 방법과 동일하게 실시한다.

## 2.6 불량률을 위한 EWMA- $p$ 관리도와 $p$ 관리도의 ARL 비교

시뮬레이션결과들이 <표2.8>, <표2.9>, <표2.10>과 같이 나타났다. 여기서  $\alpha$ 가 1인 경우는  $p$  관리도의 ARL이다. 각 표에서 각  $\alpha$ 에 대해 왼쪽데이터는 정확한 관리한계선을 갖는 ARL값들이고 오른쪽데이터는 수정한 관리한계선을 갖는 ARL값들이다. 3개의 표로부터 정확한 관리한계선과 수정한 관리한계선을 사용한 ARL 값이 비슷하게 나오고 있지만 정확한 관리한계선을 사용할때의 ARL이 수정한 관리한계선을 사용할때의 ARL보다 변동이 없을때는 길게나오고 변동이 있을때는 짧게 나오므로 정확한 관리한계선을 사용할때가 수행도가 좋다.

<표 2.7>, <표 2.8>로부터 불량률  $p$ 가 5%이상으로 높은 경우에서는 평활 상수  $\alpha$ 에 따라 다소 차이는 있지만 공정 불량률 변동이 없을 때에는 EWMA- $p$  관리도의 ARL이  $p$  관리도의 ARL보다 길게나옴을 알 수 있다. 그리고 불량률 변동이 있을 때에는 EWMA- $p$  관리도의 ARL이  $p$  관리도의 ARL보다 짧게나옴을 알 수 있다. 이것은 공정이 이상상태에 놓여 있을 때에는 EWMA- $p$  관리도가  $p$  관리도보다 불량률 변동을 빨리 검색한다는 것을 의미한다. 그러므로 공정불량률이 다소 높은 경우의 공정관리에는 전통적으로 사용되고 있는  $p$  관리도보다는 EWMA- $p$  관리도가 유용하다. 그러므로 공정불량률이 높을 때에는 전통적으로 사용하고 있는  $p$  관리도보다 본 연구에서 사용한 EWMA- $p$  관리도의 수행도가 좋음을 알 수 있다.

그러나 <표 2.9>에서는 공정 불량률 변동이 없을 때에는 EWMA- $p$  관리도의 ARL이  $p$  관리도의 ARL보다 길게나오고 있지만 불량률 변동이 있을 때에는  $p$  관리도의 ARL이 EWMA- $p$  관리도의 ARL보다 짧게나옴을 알 수 있다. 그러므로 공정불량률이 낮을 때

에는 전통적으로 사용하고 있는  $p$  관리도가 수행도가 좋음을 보이고 있다. 또한 <표 2.9>에서는 불량률이 작아짐으로 인해 관리하지 못하는 경우가 발생되고 있는 것이다. 결과적으로 오경보를 주고있는 것이다. 특히 최근에 각 회사별로 P.P.M 관리가 많이 시행되고 있는데 P.P.M 관리에 있어서 전통적인 관리도나 EWMA 관리도만 가지고는 관리할 수 없음을 알 수 있다. 그러므로 불량률이 낮은 P.P.M 관리에 필요한 관리안 마련이 시급하다고 하겠다.

< 표 2.7 > 불량률  $p=0.1$  일때 EWMA- $p$  관리도의 ARL  
 왼쪽데이터 : 정확한 관리한계선을 갖는 ARL  
 오른쪽데이터 : 수정한 관리한계선을 갖는 ARL

$p$ 변동(%)	$\alpha$ 값		0.1		0.2		0.3		0.4		0.5		1	
	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2
0	716	540	549	597	506	534	488	497	457	458	365	365		
10	129	229	139	163	139	151	142	142	127	140	155	155		
20	36	42	40	39	40	41	45	42	41	45	70	70		
30	20	17	20	15	22	16	23	17	25	19	37	37		
40	12	10	12	9	13	9	13	9	14	10	23	23		
50	8	7	7	6	8	5	8	5	9	5	15	15		
60	6	5	5	4	5	4	5	4	6	4	10	10		
70	5	5	4	3	3	4	4	4	4	4	7	7		
80	4	4	3	2	2	3	3	3	2	3	5	5		
90	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3		
100	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2		

< 표 2.8 > 불량률  $p=0.05$  일때 EWMA- $p$  관리도의 ARL

$p$ 변동(%)	$\alpha$ 값		0.1		0.2		0.3		0.4		0.5		1	
	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2
0	488	646	655	624	538	538	435	425	361	369	279	279		
10	460	468	223	228	179	180	158	159	143	146	150	150		
20	114	111	73	77	65	70	62	68	68	67	87	87		
30	50	41	41	32	39	31	39	32	39	33	56	56		
40	28	21	24	18	23	18	24	18	25	19	37	37		
60	14	10	11	8	11	9	11	9	12	8	27	27		
70	11	8	9	7	8	6	9	5	10	6	20	20		
80	8	6	7	5	6	4	6	4	7	5	12	12		
90	6	5	6	4	5	4	5	4	5	4	9	9		
100	5	4	5	3	4	3	4	3	4	3	7	7		

〈 표 2.9 〉 불량률  $p=0.01$  일때 EWMA- $p$  관리도의 ARL

P 변동(%)	$\alpha$ 값		0.1		0.2		0.3		0.4		0.5		1	
	0	638	596	517	622	557	504	351	494	265	321	118	118	
10	295	310	267	299	293	254	209	285	169	195	73	73		
20	146	132	151	140	176	155	132	171	114	132	55	55		
30	88	78	93	92	116	115	94	115	83	93	42	42		
40	66	61	60	61	76	72	63	76	58	65	34	34		
50	43	40	48	48	54	58	47	54	43	48	28	28		
60	35	33	35	36	39	48	35	40	33	36	21	21		
70	28	26	28	28	31	35	28	29	27	27	18	18		
80	23	22	23	21	18	27	17	15	16	15	15	15		
90	20	19	19	19	15	18	14	10	14	10	13	13		
100	17	15	16	17	13	15	11	9	12	8	11	11		

### 3. 결점수 데이터를 위한 EWMA 관리도

#### 3.1 결점수를 위한 EWMA- $c$ 관리도 설계

계수형 데이터는 속성(attributes) 또는 결점수(defects)로 분류된다. 속성은 양품 또는 불량품과 같은 데이터로서 이항분포를 따르고, 결점수는 흠과 같은 것으로 포아송분포를 따른다. 하나의 제품에 약간의 결점이 있어도 불량으로 처리되지 않고 사용 가능한 경우가 있다. 이러한 경우 실제로 제품을 사용하는 데는 별지장이 없을 수도 있지만 제품의 기능이 저하되거나 가치가 감소될 것이다. 제품의 결점수  $X_1, X_2, \dots, X_t, \dots$  를 관리하려 할 때 공정의 평균과 분산은  $\lambda$ 이다. 이와 같은 경우 제품의 결점수를 관리하기 위해 EWMA- $c$  관리도를 사용하려 할 때 평균과 분산  $\lambda$ 를 추정하여야 한다. 본 연구에서는  $\lambda$ 의 추정으로 평균 결점수인  $\bar{\lambda}$ 을 사용한다.

EWMA 관리를 사용하여 관리하고자 할때 EWMA- $c$  관리도를 정의하면

$$\begin{aligned}
 \text{EWMA-}c &= \hat{\lambda}_t \\
 &= \alpha \lambda_t + (1-\alpha) \hat{\lambda}_{t-1}
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

여기서

$\hat{\lambda}_t$  =  $t$ 시점에서 EWMA,

$\lambda_t$  =  $t$ 시점에서 관측된 값,

$\hat{\lambda}_{t-1}$  =  $t-1$ 시점에서 EWMA

이고  $\alpha$ 는 0과 1사이의 상수이다.

(3.1)식으로부터 EWMA- $c$  분산을 구하면

$$V(\hat{\lambda}_t) = \lambda \left( \frac{\alpha}{2^{1-\alpha}} \right) [1 - (1-\alpha)^{2t}] \quad (3.2)$$

가 된다.  $t$ 가 증가하면 (3.2)식은

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(\hat{\lambda}_t) = \lambda \left( \frac{\alpha}{2^{1-\alpha}} \right) \quad (3.3)$$

으로 극한값을 갖는다.

그러므로 EWMA- $c$  관리도의 관리한계선을 공정의 평균 결점수 추정값  $\bar{\lambda}$ 을 공정의 분산으로 사용하면

$$\hat{V}(\hat{\lambda}_t) = \bar{\lambda} \left( \frac{\alpha}{2^{1-\alpha}} \right)$$

이므로 중심선과 관리한계선은 다음과 같다.

$$CL = \bar{\lambda}$$

$$UCL = \bar{\lambda} + 3\sqrt{\frac{\alpha\bar{\lambda}}{(2^{1-\alpha})}}$$

$$LCL = \bar{\lambda} - 3\sqrt{\frac{\alpha\bar{\lambda}}{(2^{1-\alpha})}}$$

### 3.2 결점수를 위한 EWMA- $c$ 관리도의 운용 방법

결점수를 위한 EWMA- $c$  관리도의 운용방법은 (3.1)식을 이용하여 2.2절에서 설명한 불량개수를 위한 EWMA- $np$  관리도의 운용 방법과 동일하게 실시한다.

### 3.3 결점수를 위한 EWMA- $c$ 관리도와 $c$ 관리도의 ARL비교

시뮬레이션결과들이 <표 3.1>, <표 3.2>, <표 3.3>과 같이 나타났다. 여기서도  $\alpha$ 가 1인 경우는  $c$  관리도의 ARL이다. 각 표에서  $\alpha$ 에 따라 다소 차이가 있지만 결점수 변동이 있을 때에는 EWMA- $c$  관리도의 ARL이  $c$  관리도의 ARL보다 짧게나옴을 알 수 있다. 이것은 공정이 이상상태에 놓여 있을 때에는 EWMA- $c$  관리도가  $c$  관리도보다 결점수증가를 빨리 검색한다는 것을 의미한다.

〈 표 3.1 〉 결점수  $\lambda=1$  일때 EWMA- $c$  관리도의 ARL

$\lambda$ 변동(%)	$\alpha$ 값					
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1
0	476	330	244	195	163	274
10	191	158	126	109	100	178
20	96	92	77	69	65	121
30	57	55	51	48	46	92
40	37	35	34	32	32	69
50	26	24	25	25	24	50
60	20	19	19	18	18	40
70	16	15	15	15	15	32
80	13	12	12	12	13	26
90	11	10	10	10	9	20
100	9	8	8	8	9	17

〈 표 3.2 〉 결점수  $\lambda=5$  일때 EWMA- $c$  관리도의 ARL

$\lambda$ 변동(%)	$\alpha$ 값					
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1
0	388	390	339	291	283	288
10	95	99	98	100	96	135
20	31	35	40	41	44	48
30	18	18	20	21	22	30
40	11	10	11	12	13	18
50	8	7	7	7	8	12
60	6	5	5	5	5	8
70	5	4	4	4	4	6
80	4	3	3	3	3	4

### 4. 결론

본 연구에서는 계량형 데이터의 관리에 널리 사용되고 공정의 미세한 변동을 탐지하는데 효과적인 EWMA 관리도를 계수형 데이터에 적용하여 EWMA- $pn$ , EWMA- $p$ , EWMA- $c$  관리도를 설계하였다. 그리고 전통적으로 계수형 데이터 관리에 사용되고 있는  $pn$ ,  $p$ ,  $c$  관리도와 수행도를 평가하였다.

불량개수  $pn$ 를 관리하기 위한 EWMA- $pn$  관리도를 이용할 때에는 샘플내의 불량개수

〈 표 3.3 〉 결점수  $\lambda=10$  일때 EWMA-c 관리도의 ARL

$\lambda$ 변동(%)	$\alpha$ 값					
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1
0	494	415	355	328	307	280
10	52	63	69	73	76	105
20	19	20	22	25	27	49
30	11	10	9	11	11	23
40	7	6	5	6	6	12
50	5	4	3	4	4	7
60	4	3	3	3	2	4
70	3	2	2	2	2	3

$pn$ 의 평균과 분산을 추정하여야 한다. 이 때 평균과 분산은  $p$ 의 함수이므로  $p$ 를 추정해야 한다. 본 연구에서는  $p$ 의 추정값으로 평균불량률  $\bar{p}$ 를 사용한 경우의 EWMA- $pn$  관리도와  $k$ 지점에서의 EWMA 예측치  $\hat{p}_k$ 를 사용한 EWMA- $pn$  관리도를 설계하였다.

불량률을 위한 EWMA- $p$  관리도는 부분군의 크기  $n$ 이 일정하지 않은 경우 각 부분군의 크기를 그대로 적용한 정확한 관리한계선과 각 부분군의 크기를 평균하여 사용한 수정한 관리한계선을 구했다. 이 경우에도  $p$ 의 추정값으로 평균불량률  $\bar{p}$ 를 사용하여 EWMA- $p$  관리도를 설계하였다.

설계된 각 관리도의 수행도평가를 보면, EWMA- $pn$  관리도에서는  $p$ 의 추정값으로  $\bar{p}$ 를 사용한 경우가  $\hat{p}_k$ 를 사용한 경우보다 좋은 수행도를 보였다. 그리고 EWMA- $pn$ , EWMA- $p$  관리도와 전통적으로 사용되는  $pn$ ,  $p$  관리도의 수행도를 ARL를 통해 평가해 본 결과는 공정 불량률이 비교적 높은 경우에는 본 연구에서 사용한 EWMA- $pn$ 이나 EWMA- $p$  관리도가 전통적으로 사용된  $pn$  관리도나  $p$  관리도에 비해 수행도가 좋게 나타났다.

그러나 공정 불량률이 낮은 경우에는 공정 불량률 변동이 없을 때 EWMA- $pn$  관리도와 EWMA- $p$  관리도의 ARL이  $pn$  관리도나  $p$  관리도의 ARL 보다 길게 나왔지만 불량률 변동이 생길 경우에는 본 연구에서 설계한 EWMA- $pn$ , EWMA- $p$  관리도의 ARL이  $pn$ ,  $p$  관리도의 ARL보다 길게 나왔다.

이것은 공정에 이상이 발생했을 때 본 연구에서 설계한 EWMA- $pn$ , EWMA- $p$  관리도보다  $pn$ ,  $p$  관리도가 공정의 이상상태를 빨리 감지한다는 것을 의미하고 특히 불량률이 아주 낮을 때에는 공정의 미세한 변동검색에는 많은 오정보를 주는 것으로 나타났다. 하지만 공정 불량률이 낮을 때에는 미세한 변동 탐지에는 좋지않지만 보다 큰 변동은  $pn$  관리도나  $p$  관리도보다 보다 빨리 탐지함을 알 수 있다.

한편 결점수를 위한 EWMA- $c$  관리도와  $c$  관리도에서는 EWMA- $c$  관리도의 수행도가 전통적으로 사용하는  $c$  관리도에 비해 좋음을 알 수 있었다.

본 연구에서는 세가지 관리도의 기본적인 틀만을 고려한 것이므로 앞으로 누적합(CUSUM)기법의 적용과 지수가중이동평균(EWMA)기법 관점에서 좀더 심도있게 다루어야 할 것이다.

## 참고문헌

- [ 1 ] 배도선 (1992), 「통계적품질관리」, 영지문화사.
- [ 2 ] 황의철 (1992), 「품질경영」, 박영사.
- [ 3 ] Bhat, U. N. (1990), "Attribute Control Charts for Markov Dependent Production Processes," *IIE Transactions*, Vol. 22, No. 2, pp. 181–188.
- [ 4 ] Crower, S. V. (1987), "A Simple Method for Studying Run-Length of Exponentially Weighted Moving Average Charts," *Technometrics*, Vol. 29, No. 4, pp. 401–407.
- [ 5 ] Crower, S. V. (1987), "Average Run Lengths of Exponentially Weighted Moving Average Charts," *J. Quality Technology*, Vol. 19, No. 3, pp. 161–164.
- [ 6 ] Domangue, R. and Patch, S. C. (1991), "Some Omnibus Exponentially Weighted Moving Average Statistical Process Monitoring Schemes," *Technometrics*, Vol. 33, pp. 299–313.
- [ 7 ] Glushkovsky, E. A. (1994), " 'ON-LINE' G-Control Chart for Attribute Data," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 10, pp. 217–227.
- [ 8 ] Hunter, J. S. (1986), "The Exponentially Weighted Moving Average," *J. Quality Technology*, Vol. 18, No. 18, pp. 203–210.
- [ 9 ] Keats, J. B. and Hubele, N. F. (1989), *Statistical Process Control in Manufacturing*, Marcel Dekker.
- [ 10 ] Keats, J. B. (1990), "Process Control in Automated Manufacturing: Some Key Issues," *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*, Marcel Dekker.
- [ 11 ] Keats, J. B. and Montgomery, D. C. (1991), *Statistical Process Control in Manufacturing*, Marcel Dekker.
- [ 12 ] Lucas, J. M. and Saccucci, M. S. (1990), "Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements," *Technometrics*, Vol. 32, pp. 1–12.
- [ 13 ] Lucas, J. M. (1985), "Counted Data CUSUM's," *Technometrics*, Vol. 27, No. 2, pp. 129–144.
- [ 14 ] Lucas, J. M. (1989), "Control Schemes for Low Count Levels," *J. Quality Technology*, Vol. 21, No. 3, pp. 199–201.
- [ 15 ] Montgomery, D. C. (1991), *Introduction to Statistical Quality Control*, John Wiley & Sons.
- [ 16 ] Ng, C. H. and Case, K. E. (1989), "Development and Evaluation of Control Chart Using Exponentially Weighted Moving Averages," *J. Quality Technology*, Vol. 21, No. 2, pp. 242–250.