Journal of Statistial
Theary & Methods
1994, Vol. 5, pp 75 ~ 85

계단충격가속수명시험에서의 지수분포에 대한 적합도검정

조 건 호[1)]

요약 계단 충격 가속수명시험에서 통계적 추론을 위해 가정하는 수명분포에 대한 적합도검정을 Kolmogorov-Smirnov, Kuiper, Watson, Cramér-von Mises, Anderson-Darling과 같은 비모수적 검정통계량에 대하여 몬테칼로 방법을 이용한 기각치를 구하고, 검정력 측면에서 비교, 연구한다.

1. 서 론

실생활에서 사용되는 공업제품의 수명은 보통충격수준(use stress level)하에서는 그 제품의 수명시간(life time)을 관측하기에는 많은 시간과 노력이 요구된다. 그러므로 보통충격수준 이상의 강한충격수준 (high stress level)에서 제품의 수명실험을 실시한다면 더 빠른 시간내에 수명시간을 관측할 수 있을 것이다. 이러한 시험을 가속수명시험(accelerated life testing)이라 한다. 그리고 가속수명시험에서 우리의 관심은 강한충격수준에서 실험한 수명자료의 정보로 보통충격수준에서의 수명시간에 관련된 수명분포의 통계적 추론에 있다.

가속수명모형은 부품에 가해지는 충격의 형태에 따라 일정충격(constant stress)과 계단충격(step stress)등으로 분류될 수 있다. 일정충격가속수명모형(constant-stress ALT model)은 각 충격수준에따라 부품들을 할당한 후, 각 수준에서 실험을 실시하는 모형이며, 계단충격가속수명시험(step-stress ALT)은 모든 제품에 대해 시험의 시작에는 보통충격수준(혹은 그보다 높은 수준)에서 실험을 시작하여 미리 정해진 시간 이후에는 이전보다 더 높은 강한충격수준으로 높여가며 시험하는 가속수명시험이다. 계단충격가속수명모형은 시험부품에 대해서 충격수준을 단계적으로 계속 가함으로서 좀 더 빨리 고장을 일으킬 수 있다는 장점이 있다. 이러한 계단충격가속수명시험을

1)경북 경산시 점촌동 산 75번지 경산대학교 통계학과

수식으로 모형화하기 위해 변환확률변수(tampered random variable ; DeGroot and Goel(1979))모형, 변환고장율(tampered failure rate ; Bhattacharyya and Soejoeti(1989))모형, 그리고 누적노출(cumulative exposure ; Nelson(1980))모형이 제안되었다.

흔히 가속수명시에는 보통충격수준하에서의 수명분포를 미리 가정하고 가속수명자료를 이용하여 모수에대한 통계적 추론을 하는 것이 일반적인 방법이다. 그러나 보통충격수준하에서의 자료가 미리 가정된 수명분포에대해 잘맞지않는 경우에 그 시험의 결과는 잘못된 정보를 제공할 것이며 거기에 따르는 시간과 경비의 손실은 클 것이다. 그러므로 가속수명자료가 미리 가정된 수명분포를 따라가는지를 검정하는 적합도 검정(goodness of fit)은 매우 중요하고 의미 있는 연구이다.

가속수명자료를 이용한 적합도검정에대한 연구는 거의 이루어지지 않은 상태이며, Shaked 와 Singpurwalla(1982)가 일정충격가속수명모형에서 얻어진 자료를 토대로 Kolmogorov-Smirnov 검정통계량을 이용한 적합도검정을 제안하였다. 본 연구는 계단충격시험모형에서 가속수명자료를 이용하여 분포함수의 비모수적추정량을 제안하고 제안된 추정량의 점근적 성질을 규명하며 적합도 검정을 기존의 경험적분포함수(empirical distribution function)를 이용한 비모수적 검정통계량을 이용하여 검정을 하는 방법을 제안하고자 한다.

가속수명시험에서 흔히 사용되는 분포로는 지수분포(exponential distribution), 와이블(Weibull)분포, 로그-정규(log-normal)분포 등이다. 그 중, 이 연구에서는 적합도 검정에대한 귀무가설(null hypothesis)분포로 지수분포를 고려하는데, 지수분포는 상수위험율(constant failure rate)을 가지는 분포로서 안정화된 공정에서 생산된 부품의 수명분포로 흔히 가정되는 분포이며, 공학이나 의학분야에서 응용범위가 넓고 그 통계적 성질이 널리 알려진 분포이다. 그러므로 이 연구에서는 변환확률변수모형하에서 보통충격수준에서의 수명분포가 지수분포로 가정하고 이 모형에 포함된 모수들의 최우추정량(maximum likelihood estimator)을 소개한다. 또,가속수명자료를 이용하여 자료가 지수분포를 하는지에 대한 타당성을 적합도검정을 통하여 검정하는 절차를 제안한다. 그리고 기존의 알려진 경험적분포함수를 이용한 적합도 검정통계량들을 제안하고 몬테칼로모의실험(Monte-Carlo simulation)을 이용하여 기각치(critical value)를 구하고 검정력(power of test)측면에서 어느 통계량이 더 우수한지를 대립가설(alternative hypothesis)하에서 몇 개의 분포를 고려하여 비교하고자 한다.

2절에서는 변환확률변수모형에서 관찰치로부터 모수들을 추정하고 3절에서는 가속수명자료를 이용한 적합도 검정통계량들을 제안하고, 검정절차를 소개한다. 그리고 귀무가설하에서 제안된 통계량들의 기각치를 몬테칼로방법으로 구하고, 4절에서는 대립가설분포로 Weibull, Log-normal분포를 고려하여 검정력측면에서 제안된 통계량들을 비교한다.

2. 계단 충격가속수명모형과 모수추정

Degroot와 Goel(1979)이 제안한 계단충격변환확률변수모형은 보통충격수준(use stress level), $V_u(=V_1)$로부터 미리 정하여준 시간, 충격변환시점(stress change time), τ에서 강한충격수준(higher stress level), $V_2(\ >V_1)$로 변환할 때, 부품에 대한 충격변환의 효과는 부품의 남아있는 수명시간에 어떤 미지의 가속요인(acceleration factor), α를 곱함으로써 나타낼 수 있다는 생각을 모형화하고 이 모형을 부분계단변환확률변수모형(partially step-stress TRV model)이라고 소개했다. 이러한 모형을 설명하기 위해서, T를 V_u하에서의 수명시간이라하고, $F(t\mid\underline{\delta})$는 벡터(vector)인 모수 $\underline{\delta}$를 가지는 T의 분포함수라고 하자. Y를 가속수명시험하에서의 수명시간이라 할 때, 실험부품에대한 가속수명시간은 다음과 같이 표시된다.

$$Y=\begin{cases} T & ,\ T\le\tau \\ \tau+\alpha(T-\tau) & ,\ T>\tau \end{cases} \tag{2.1}$$

여기서 $0<\alpha<1$ 이고, α는 보통충격수준 V_u하에서 수명시간에 비해서 강한충격수준으로 변화시 수명시간이 얼마만큼 짧아지는가를 나타내는 미지의 요인이다.

가속수명시간 Y에 일치하는 분포함수(distribution function)를 G라 한다면,

$$G(y)=\begin{cases} F(y\mid\underline{\delta}) & ,\ Y\le\tau \\ F(\tau+\dfrac{y-\tau}{\alpha}\mid\underline{\delta},\alpha) & ,\ Y>\tau \end{cases}$$

여기서 $\underline{\delta}$와 α는 가속수명시험자료들을 이용하여 추정되어야 한다.

가속수명시험에서 만약 가속요인 α를 알고 있는 경우, Y를 관측한다면 T를 식 (2.1)을 이용하여 알아낼 수있다. 그러나 대부분의 가속수명시험에서는 가속요인 α를 모르기 때문에 관측된 자료를 이용하여 추정해야한다. 일단 α가 추정된다면 (2.1)을 이용하여 강한충격수준에서 관측된 자료를 보통수준에서는 얼마나 살 것인지에 대한 정보를 알아 낼 수 있다.

보통충격수준 V_u하에서의 수명시간 T가 척도모수 θ를 가지는 지수분포를 따르는 확률변수라 한다면 그 때 분포함수(d.f.)는 $F_0(t\mid\theta)=1-e^{-\theta t}\ ,t>0$이다. 그리고 변환확률변수모형(2.1)하에서 관측되는 가속수명시험자료들을 크기순으로 나열하여 $y_1<y_2<\cdots<y_n$이라 하고 $\underline{y}=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$이라 두면, 충격변환시점,

τ 이전에 관측된 수명자료의 수를 m 이라 하자. 즉, $y_m < \tau < y_{m+1}$. 변환확률변수모형하에서의 우도함수(likelihood function)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L(\theta, \alpha \mid \underline{y}) &= \prod_{i=1}^{n} g(y_i \mid \theta, \alpha) \\ &= \prod_{i=1}^{m} \{f(y_i \mid \theta)\} \cdot \prod_{i=m+1}^{n} \{\frac{1}{\alpha} f(\tau + \frac{y_i - \tau}{\alpha} \mid \theta, \alpha)\} \\ &= \theta^n \alpha^{-(n-m)} \exp[\ -\theta\{\sum_{i=1}^{m} y_i + \sum_{i=m+1}^{n} (\tau + \frac{y_i - \tau}{\alpha})\}]\ . \end{aligned}$$

그리고 log우도함수는 아래와 같다.

$$\log L(\theta, \alpha \mid \underline{y}) = n \log \theta - (n-m) \log \alpha - \theta R_1 - \frac{\theta}{\alpha} R_2$$

여기서 $R_1 = \sum_{i=1}^{m} y_i + \tau \cdot (n-m)$, $R_2 = \sum_{i=m+1}^{n} (y_i - \tau)$이다. 모수 θ와 α에대한 최우추정량들은

$$\hat{\theta} = \frac{m}{\sum_{i=1}^{m} y_i + \tau \cdot (n-m)}$$

와

$$\hat{\alpha} = \frac{m \cdot \{\sum_{i=m+1}^{n} (y_i - \tau)\}}{(n-m) \cdot \{\sum_{i=1}^{m} y_i + \tau \cdot (n-m)\}}$$

이다. Mohamed(1989)는 3단계-계단충격변환확률변수모형에서 모수들의 최우추정량들의 강일치성(strong consistence)와 점근적 정규성(asymptotic normality)을 밝혔다. 그의 결과를 토대로 $\hat{\theta}$와 $\hat{\alpha}$의 강일치성은 명백히 만족된다.

3. 경험적분포함수형 적합도 검정통계량

음이 아닌 연속인 확률변수(non-negative continuous random variable) T의 분포함수를 F_0라하고 F_0로부터 추출된 n개의 확률표본(random sample)을 $\underline{T} = (T_1, T_2, \cdots, T_n)$이라 하자. $\underline{T}$를 이용하여 분포함수 F_0에대한 비모수적추정량(nonparametric estimator)인 경험적분포함수(empirical distribution function)를 F_n이

라 한다면,

$$F_n(t)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I[\ T_i \le t]$$

이고, 여기서 $I[\ \cdot\ ]$ 는 지표함수(indicator function)이다.

연속인 분포함수 F_0를 갖는 음이 아닌 확률변수 T에대한 확률적분변환(probability integral transformation), $Z=F_0(T\ ;\theta)$,를 고려하면, 확률변수 Z는 $[\ 0,1]$ 구간 상에서 일양분포(uniform distribution)한다. 그리고 확률변수 Z의 분포함수는 $F^*(z)=z,\ \ 0\le z\le 1$이다. 확률표본 $T_1, T_1, \cdots, T_n$에대하여 $Z_i=F_0(T_i\ ;\theta),\ \ i=1,2,\cdots,n$의 값을 준다고 가정하고 $F_n^*(z)$를 Z_i에대한 경험적분포함수라 하자. 결국 $F_n(t)-F_0(t)=F_n^*(z)-F^*(z)=F_n^*(z)-z$로 표시된다. 여기서 순서화된 $Z_i, i=1,2,\cdots,n$을 $Z_{(1)}\langle Z_{(2)}\langle\cdots\langle Z_{(n)}$이라 하고 $\overline{Z}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z_i$라 하자. Z_i값을 이용하여 검정통계량을 나타내면 아래와 같다. 먼저

$$D^+=\max_{1\le i\le n}\{\frac{i}{n}-Z_{(i)}\},\ D^-=\max_{1\le i\le n}\{Z_{(i)}-\frac{i-1}{n}\},$$

라하자. Kolmogorov-Smirnov통계량은

$$D=\max_{1\le i\le n}\{D^+, D^-\},$$

이고, Kuiper통계량은

$$V=D^+ + D^-,$$

이다. Cramér-von Mises통계량은

$$W^2=\sum_{i=1}^{n}\{Z_{(i)}-\frac{2i-1}{2n}\}^2+\frac{1}{12n},$$

이 되고, Anderson-Darling통계량,

$$A^2=-n-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)[\ \log(Z_{(i)})-\log(1-Z_{(n+1-i)})]\ ,$$

이된다. 그리고 Watson통계량은

$$U^2=W^2-n(\overline{Z}-0.5)^2,$$

이 된다. 위의 통계량을 이용하여 적합도검정을 하기 위해서는 $Z_i=F_0(T_i\ ;\underline{\delta})$를 계산해야 하는데, 이 때 모수 $\underline{\delta}$를 모르는 경우에는 모수의 추정을 필요로 한다. 즉

$\hat{Z}_i = F_0(T_i; \hat{\delta})$를 이용하여 Z_i에 $\hat{Z}_i$를 대입하여 통계량들을 계산한다.

가속수명자료를 이용한 적합도 검정을 위에 정의된 통계량들을 이용하여 아래와 같은 방법으로 검정할 수 있다. $Y_1 < Y_2 < \cdots < Y_m < \tau < Y_{m+1} < \cdots < Y_n$을 변환확률변수모형에서 충격변환시점 τ를 갖는 순서화된 계단충격가속수명자료라 하자. 2절에서 추정된 가속요인 $\hat{\alpha}$를 이용하여 $Y_i, i=1,2,\cdots,n$들을 보통충격수준 V_u하에서의 수명시간 $T_i, i=1,2,\cdots,n$으로 아래와 같은 절차를 통하여 외삽(extrapolate)할 수있다. 계단충격가속시험시작시간부터 보통충격수준 V_u에의해 충격이 누적된 부품이 τ 시간이후 강한충격수준 V_2를 받아서 고장을 일으킨 부품의 가속수명시간은

$$Y_i = \tau + \alpha(T_i - \tau), \quad i = m+1, m+2, \cdots, n$$

이다. 그러므로, α에 대한 최우추정량 $\hat{\alpha}$를 이용한다면 보통충격수준 V_u하에서의 수명시간

$$\hat{T}_i = \begin{cases} T_i, & i = 1, 2, \cdots, m \\ \dfrac{Y_i - \tau}{\hat{\alpha}} + \tau, & i = m+1, m+2, \cdots, n \end{cases}$$

로 환원할 수있다. 그러므로 $\hat{T}_i$, $i=1,2,\cdots,n$을 이용하여 앞에서 가정된 F_0에대한 추정량으로서 경험적분포함수 $\hat{F}_n$는 아래와 같이 제안할 수 있다.

$$\hat{F}_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} I[\hat{T}_i \le t] .$$

Mohamed(1989)에 의하여 $\hat{\alpha}$는 α에대한 강일치(strong consistence)추정량이고, Taylor전개와Glivenko-Cantelli정리에 의하여 $\hat{F}_n$에대한 통계적 성질은 아래의 정리 3.1과 같다.

정리 3.1 $\hat{F}_n$는 F_0에대하여 일양적 강일치성(uniformly strong consistence)을 만족하는 추정량이다.

그러므로 위에서 제안된 적합도검정통계량 D, V, W^2, A^2, U^2에포함된 경험적분포함수 $F_n(t)$대신에 $\hat{F}_n(t)$를 사용함으로서 계단충격가속수명 시험자료에대한 적

합도검정을 제안할 수 있다.

먼저, 우리가 고려한 적합도 검정에서 확률적분변환 $Z_i = F_0(T_i\ ;\theta, \alpha)$이므로 모수 θ, α의 추정이 필요하다. 2절에서 구한 θ, α의 최우추정량을 이용하여 아래와 같은 확률변수를 고려하면

$$Z_i^* = F_0(\ \hat{T}_i\ ;\ \hat{\theta},\ \hat{\alpha}\ ) = 1 - \exp\{-\hat{\theta}\ \hat{T}_i\},\quad i = 1, 2, \cdots, n$$

정리3.1 에의해 귀무가설: $H_0 : T_1, T_2, \cdots, T_n \sim F_0(t\ ;\ \theta) = 1 - e^{-\theta t}$ 에대한 적합도 검정절차를 다음과 같은 단계로 나타낼 수 있다.

1. $\hat{T}_1 < \hat{T}_2 < \cdots < \hat{T}_n$ 로 올림차순(ascending order)화

2. 확률변수 Z_i^*, $i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n$를 생성

3. 검정통계량

$$D^{*+} = \max_{1 \le i \le n}\{\frac{i}{n} - Z_i^*\},\ D^{*-} = \max_{1 \le i \le n}\{Z_i^* - \frac{i-1}{n}\},$$

$$D^* = \max_{1 \le i \le n}\{D^{*+}, D^{*-}\},$$

$$V^* = D^{*+} + D^{*-},$$

$$W^{*2} = \sum_{i=1}^{n}\{Z_i^* - \frac{2i-1}{2n}\}^2 + \frac{1}{12n},$$

$$A^{*2} = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)[\ \log(Z_i^*) - \log(1 - Z_{n+1-i}^*)]\ ,$$

$$U^{*2} = W^{*2} - n(\ \overline{Z}^* - 0.5)^2;\quad \overline{Z}^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Z_i^*$$

들을 계산

4. 표 3-1에 주어진 기각치(critical value)를 이용하여 검정

위의 주어진 통계량들에 대한 기각치를 계산하기 위하여 일양분포에대한 난수(random number)를 발생시키는 'IMSL'의 부프로그램(subroutine) 'GGUBS'를 확률적분변환을 이용하여 지수분포에대한 난수를 발생시켰다. 그리고 각 표본의 수($n = 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 100$)에대하여 10000개의 통계량을 만들고, 모델에 포함된 모수들을 최우추정량으로 추정한 후, 각 통계량에 대한 가상분포를 만들고, 유의

수준 $\alpha(=0.2, 0.1, 0.05, 0.01)$에대하여 가상분포의 $100(1-\alpha)$번째 백분위수(percentile)를 10번반복추정하여 그 평균을 기각치로 선택하였다. 그 결과는 표 3-1에 나타내었다. 표 3-1을 이용하면 주어진 표본의 수에 따라 위의 통계량을 계산한 다음, 제안된 검정절차를 따라 적합도검정을 실시할 수 있다. 그리고 표본의 수가 표 3-1에 주어진 표본과 다른 경우에는 수치해석적인 내삽법(interpolation)을 이용하여 근사적인 기각치를 구하여 사용할 수있다.

표 3-1 제안된 통계량에대한 기각치

α	K-S	Kuiper	CVM	A-D	WAT	n	K-S	Kuiper	CVM	A-D	WAT	n
0.20	.18393	.30554	.07949	.55230	.07194	15	.16076	.26559	.07929	.54874	.07114	20
0.10	.20383	.33713	.10202	.69211	.09211		.17726	.29158	.09917	.69531	.09061	
0.05	.22399	.36402	.12538	.86654	.11313		.19482	.31785	.12305	.86039	.11043	
0.01	.27198	.42737	.19336	1.42401	.17108		.23053	.35585	.17774	1.56506	.16449	
0.20	.14450	.23925	.07910	.55531	.07155	25	.13437	.21959	.07984	.55859	.07037	30
0.10	.16202	.26307	.10075	.70551	.09153		.14762	.24170	.09832	.71285	.09015	
0.05	.17672	.28383	.12227	.89768	.11029		.16040	.25656	.11824	.93473	.10692	
0.01	.20373	.32169	.17049	1.41637	.15048		.18478	.28636	.16648	1.32087	.15523	
0.20	.12388	.20364	.07839	.56692	.07009	35	.11646	.18994	.07775	.55818	.06975	40
0.10	.13707	.22067	.09841	.71629	.08744		.12859	.20554	.09768	.72169	.08898	
0.05	.14835	.23485	.11838	.90618	.10673		.14139	.22269	.12057	.89567	.10559	
0.01	.17094	.26921	.16225	1.34172	.15132		.15877	.25014	.17310	1.35618	.14859	
0.20	.10862	.17868	.07893	.56458	.06950	45	.10283	.16989	.07971	.57669	.07062	50
0.10	.12093	.19312	.09649	.72419	.08574		.11440	.18385	.09648	.71596	.08506	
0.05	.13088	.20645	.11498	.88131	.10310		.12501	.19801	.11287	.87034	.10394	
0.01	.15340	.23823	.16285	1.24006	.14911		.14618	.22597	.16146	1.23576	.14921	
0.20	.07450	.11966	.07540	.53167	.06692	100						
0.10	.08262	.12915	.09233	.65299	.08256							
0.05	.08975	.13779	.11713	.83181	.09887							
0.01	.11235	.16034	.18973	1.39818	.16859							

4. 검정력 비교

3절에서 구한 귀무가설(H_0)하에서의 기각치를 이용하여 몇 개의 대립가설분포하에서 제안된 통계량들에 대한 검정력을 비교하려 한다. 표4-1은 대립가설의 각 분포에서 표본의 크기 $n=15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 100$인 난수를 1000번 발생시켜 검정

통계량들을 계산한 후, 표3-1에 주어진 유의수준 0.05에서의 기각치와 비교하여 그 기각치보다 큰 경우(귀무가설(H_0)를 기각하는 경우)에대한 비율(ratio)를 구한 결과이다.

표 4-1 주어진 통계량들에대한 검정력

H1	n	K-S	Kuiper	CVM	A-D	WAT
Weibull	15	.20600	.16600	.23400	.32600	.19500
Lognormal		.15700	.13400	.17800	.11300	.15700
Weibull	20	.25100	.19900	.29000	.39500	.24600
Lognormal		.20200	.18400	.25200	.18400	.22500
Weibull	25	.29200	.24700	.33500	.42300	.28400
Lognormal		.21700	.23600	.28900	.21800	.27200
Weibull	30	.33000	.27800	.41600	.46100	.35500
Lognormal		.24400	.31000	.34300	.25000	.32600
Weibull	35	.39100	.32900	.44800	.52200	.37800
Lognormal		.29000	.37600	.41100	.34300	.40600
Weibull	40	.39600	.35900	.46800	.54400	.40800
Lognormal		.31600	.36900	.41400	.37700	.43500
Weibull	45	.46000	.40900	.53400	.61600	.44800
Lognormal		.36900	.45000	.45300	.42600	.47200
Weibull	50	.48100	.41700	.59500	.65000	.48600
Lognormal		.36700	.47200	.52200	.49200	.51600
Weibull	100	.74600	.72200	.81900	.88500	.76400
Lognormal		.67300	.80700	.76400	.89600	.84900

표 4-1의 결과로 아래와 같은 결과를 얻을 수 있다.

자료의 수가 작은 경우는, 대립가설의 분포가 와이블분포인 경우는 Anderson-Daring통계량의 검정력이 가장 우수하였고, 그 다음이 Cramér-von Mises 통계량, Kolmogorov-Smirnov통계량, Watson통계량, Kuiper통계량의 순이었고, 로그정규분포의 경우에 검정력은 Cramér-von Mises통계량, Kolmogorov-Smirnov통계량이나 Watson통계량, Kuiper통계량, Anderson-Daring통계량 순 이었다.

표본의 수가 특히 큰 경우, 대립가설의 분포가 와이블분포인 경우는 Anderson-Daring통계량이나, Cramér-von Mises통계량, 의 검정력이 우수하였고 Kolmogorov-Smirnov통계량, Watson통계량, Kuiper통계량의 순이었고, 로그정규분포의 경우에 검정력에서는 Anderson-Daring통계량과Watson통계량의 검정력이 우수하였다.

가속수명자료를 이용하여 여기서 제안된 통계량으로 적합도 검정을 하는 경우에

표본의 수가 큰 경우나 작은 경우에 Anderson-Daring통계량과 Cramér-von Mises 통계량의 사용이 바람직함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] Bhattacharyya, G. K. and Soejoeti, Z. (1989) A Tampered Failure Rate Model for Step Stress Accelerated Life Test, *Communications in Statistics-Theory and Methodology,* Vol. 81, 1627-1648.

[2] Chandra, M., Singpurwalla, N. D. and Stephens, M. A. (1981) Kolmogorov Statistics for Tests of Fit for the Extreme-value and Weibull Distributions, *Journal of the American Statistical Association,* Vol. 76, No. 375, 729-731.

[3] DeGroot, M.H. and Goel, P.K. (1979) Bayesian Estimation and Optimal Designs in Partially Accelerated Life Testing, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 26,223-235.

[4] Durbin, J. (1973) Weak Convergence of the Sample Distribution Function With Estimated Parameters, *Annals of Statistics*, Vol. 1, 279-290.

[5] Mohamed T. M. (1989) *Estimation of Functions of Scale Parameters and Problems in Step-Stress Accelerated Life Tests*, Ph.d. Dissertation, University of Wisconsin, Madison.

[6] Nelson, W. (1980) Accelerated Life Testing -- Step-Stress Models and Data Analyses, *IEEE Transactions on Reliability,* R-29, No. 2, 103-108.

[7] Nelson, W. (1990) *Accelerated Testing - Statistical Model, Test Plans, and Data Analyses*, John Wiley and Sons, New York.

[8] Serfling, R.J. (1980) *Approximation Theorems of Mathematical Statistics*, John Wiley and Sons, New York.

[9] Shaked, M. and Singpurwalla, N. D. (1982) Nonparametric Estimation and Goodness-of-Fit Testing of Hypotheses for Distributions in Accelerated Life Testing, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-31, No. 1, 69-74.

Goodness of Fit Testing for Exponential Distribution in Step-Stress Accelerated Life Testing

Abstract In this paper, I introduce the goodness-of-fit test statistics for exponential distribution using accelerated life test data. The ALT lifetime data were obtained by assuming step-stress ALT model, specially TRV model introduced by DeGroot and Goel(1979). The critical values are obtained for proposed test statistics, Kolmogorov-Smirnov, Kuiper, Watson, Cramér-von Mises, Anderson-Darling type, under various sample sizes and significance levels. The powers of the five test statistic are compared through Monte-Calro simulation technique.