

〈논 문〉 SAE NO. 943759

# 브레이크 라이닝 패드의 마찰 진동

## Friction-Induced Vibration of Brake Lining Pad

최 연 선,\*      정 성 균\*\*  
Y. S. Choi,      S. K. Jung

### ABSTRACT

Friction-induced vibration characteristics of automotive brake lining pad are investigated on the basis of experimental observations from a pin-on-disk type friction-induced vibration experimental apparatus. The measured responses of the experimental apparatus show limit cycles of quasi-harmonics type and beat phenomena due to the velocity dependence of friction force. To deduce the friction coefficient vs. relative velocity Lienard method is adopted with least square fit. It shows Scurve which characterizes a quasi-harmonic vibration. The calculation of amplitudes and frequencies of the limit cycles is done using slowly changing phase and amplitude method. The theoretical and numerical results show fairly good agreements with those of experiments.

주요기술용어 : Brake(브레이크), Friction(마찰), Quasi-harmonic vibration(가조화진동), Self-excited vibration(자려진동), Beat phenomenon(맥노리현상)

### 1. 서    론

기계부품 상호간에 접촉하여 미끄럼운동을 하면 마찰이 발생하여 마멸, 피로, 소음 등 기계계의 성능저하요인을 유발한다. NC공작기계, 로봇 등의 경우에는 접합부의 마찰로 인하여 정확한 위치제어가 곤란해지고, 자동차의 브레이크 및 클러치, 기차의 레일과 바퀴, 현수가선과 pantograph, 그리고 바이올린같은 현악기에는 마찰로 인하여 진동과 소음이 발생한다.<sup>1, 2, 3)</sup>

마찰에 의한 진동은 마찰계수가 속도와 수직항력의 함수로서 비선형특성을 가지게 되므로 stick/slip 혹은 가조화진동(quasiharmonic vibration)형태의 자려진동(self-excited vibration)이 발생한다.<sup>4)</sup> 일반적으로 저속에서는 stick/slip현상이 발생하고 미끄럼속도가 증가함에 따라 가조화진동이 발생되고 있으나 경우에 따라서는 맥노리현상<sup>5)</sup>, Creep-groan noise<sup>6)</sup>등이 발생되고 있다. 이러한 마찰진동은 외부의 가진이 없는 자율계(autonomous system)로서 마찰계수가 속도에 무

\* 정희원, 성균관대학교 기계설계학과  
\*\* 성균관대학교 기계공학과 대학원

관하다고 가정한 Coulomb마찰모델로서는 설명될 수 없는 진동으로서 상대속도변화에 따른 곡선 형태의 마찰계수변화를 가져야 한다. 그러나 마찰계수는 접촉하는 물체의 재질에 따라 각기 다른 특성을 가지므로 실험적으로 측정되어야 한다.

이에 본 연구에서는 자동차 브레이크의 경우에 발생하는 진동, 소음, 즉 squeal현상을 규명하기 위해 브레이크 라이닝 패드를 시료로한 실험장치를 제작하여 마찰진동을 실험적으로 연구하였다. 이를 위해 본 연구에서는 비선형응답으로부터 마찰계수를 측정하는 방법과 측정된 마찰계수와 실험장치의 설계변수 및 운전조건에 따른 응답을 비선형 이론해석 및 수치해석을 통하여 실험결과를 분석하였다.

## 2. 실험

### 2.1 실험장치

자동차 브레이크와 같은 마찰에 의한 진동은 외부의 기진력이 없이 단지 부품상호간의 상대운동으로 인하여 접촉면에서 마찰이 발생하는 자율계로서 그림 1과 같이 모델화할 수 있다.

여기서  $J, C, K$ 는 진동하는 물체, 즉 브레이크 라이닝 패드가 부착된 구조물의 관성모멘트, 감쇠상수, 비틀림스프링상수이며  $N$ 은 수직항력이다.  $\dot{\theta}_s$ 는 진동체의 각속도이다.  $\omega_m$ 는 브레이크가 작동하는 차륜축의 속도, 즉 마찰판의 속도로서 본 연구에서는 일정속도로 가정하였다.  $T$ 는 마찰토크로서 마찰계수  $\mu$ 와 수직항력  $N$ , 그리고

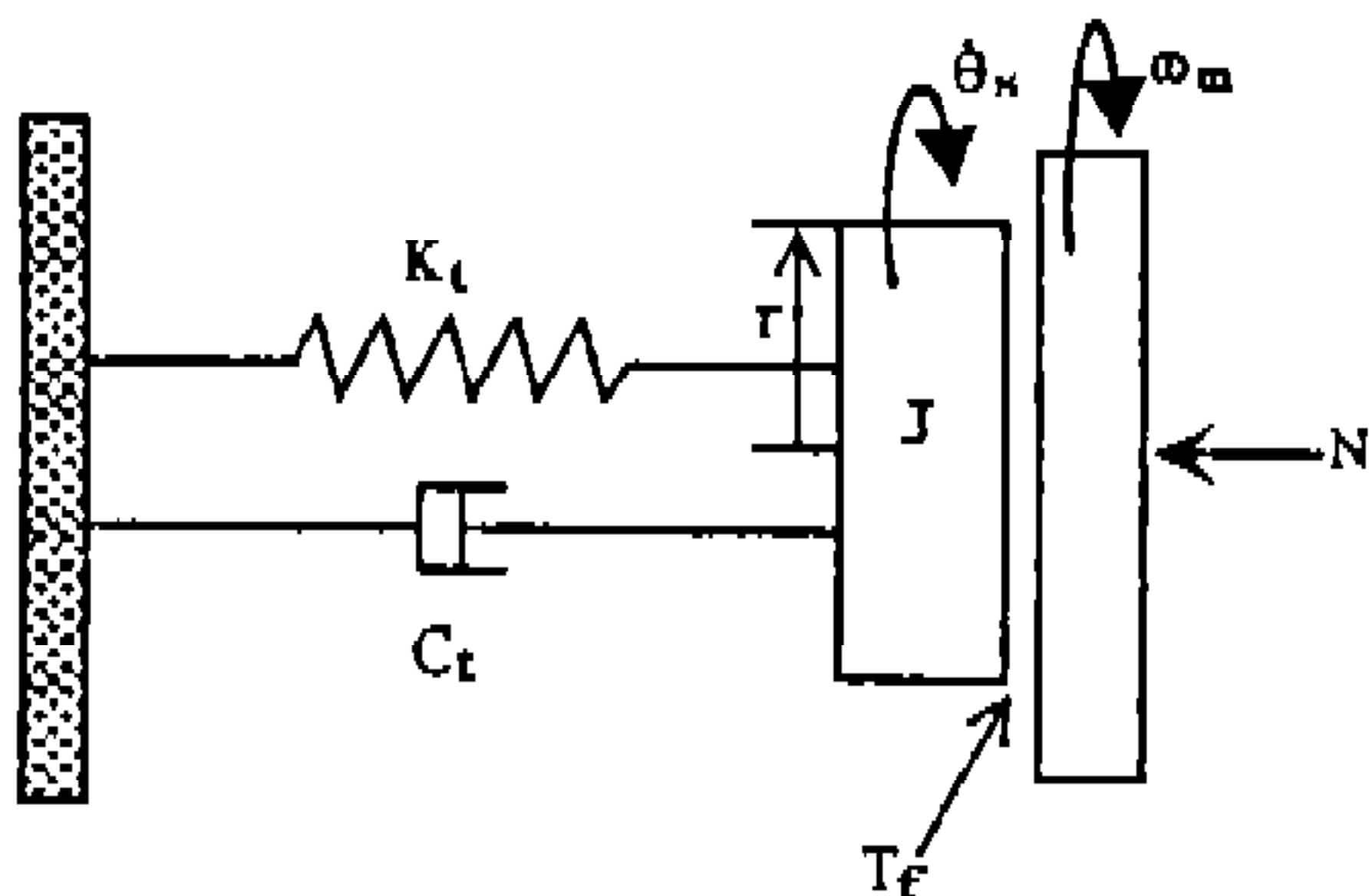


Fig.1 Friction-induced vibration system

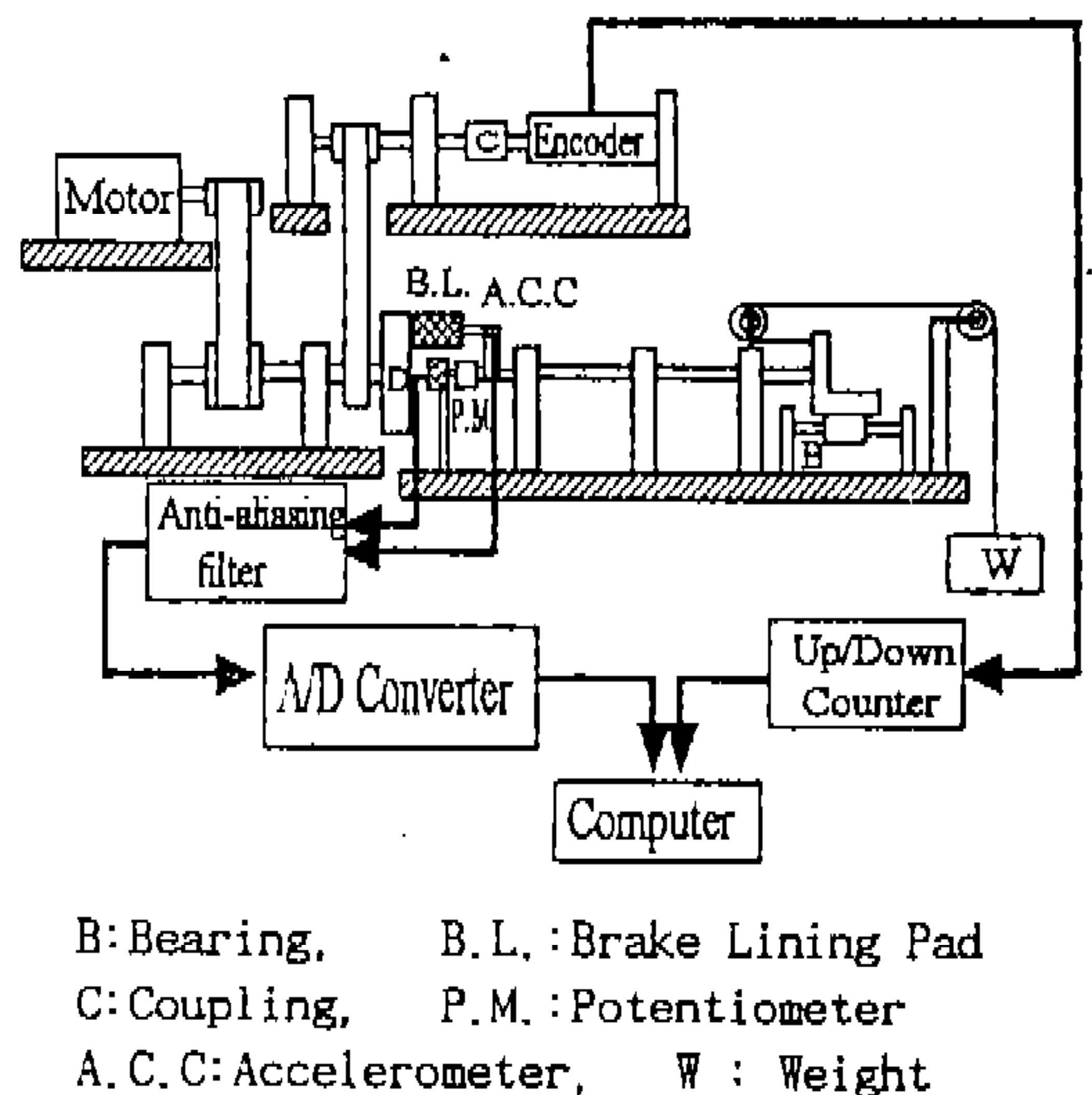
진동하는 물체의 중심으로부터 접촉하는 지점까지 거리  $r$ 을 곱한 형태로 나타낼 수 있다. 거리  $r$ 은 점 접촉이라는 가정으로부터 상수로 취급하였다. 마찰계수는 접촉부분의 재질, 표면상태, 윤활조건, 온도<sup>7,8)</sup>등에 따라 달라지며, 상대속도의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\mu = \mu(\omega_m - \dot{\theta}_s) \tag{1}$$

그림 1의 모델로부터 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$J\ddot{\theta}_s + C_t\dot{\theta}_s + K_t\theta_s = Nr\mu(\omega_m - \dot{\theta}_s) \tag{2}$$

그림 1의 자율마찰진동계를 구현하기 위해 그림 2와 같은 Pin-on-disk형태의 실험장치를 제작하였다. 구동부인 DC모터는 마찰판이 부착된 축을 벨트로 구동시키고, 엔코더는 마찰판이 부착되어 있는 축을 timing belt로 연결하여 마찰판의 회전속도를 측정하도록 구성하였다. Brake lining을 통해 일정한 하중으로 마찰판과 접촉하도록 구성하였으며, 봉은 마찰토크에 의하여 생기는 비틀림각이 크게 나타나도록 길게 제작하였다. 단, 굽힘영향에 의한 좌굴이 발생하지 않



B: Bearing, B.L.: Brake Lining Pad  
 C: Coupling, P.M.: Potentiometer  
 A.C.C: Accelerometer, W: Weight

Fig.2 Schematic diagram of the experimental apparatus

도록 중간에 지지대로 지지하였다. 여기에서 사용한 모터는 0.5마력 DC모터이다. 봉은 유리섬유봉과 황동봉을 사용하였고, 마찰판은 SM45C 탄소강으로 제작하였다. Potentiometer를 시료봉과 직렬하여 시료봉의 각변위를 측정하였고, 시료봉의 각가속도는 그림과 같이 가속도계를 브레이크 라이닝 패드 고정용 구조물에 부착하여 측정하였다. Potentiometer와 가속도계에서 나오는 신호는 anti-aliasing filter를 통하여 A/D converter를 거쳐 PC로 입력되도록 구성하였다.

비틀림스프링상수  $K_t$ 는 봉에 토크를 줄 수 있도록 부착대를 제작하여 그 부착대에 하중 가한 후, 이로 인해 발생하는 봉의 정적비틀림각을 측정함으로써 구할 수 있다. 브레이크 라이닝 패드가 부착된 상태로 봉에 고치 각변위를 주면 비틀림 자유진동이 일어난다. 이러한 비틀림 자유진동으로 얻은 실험결과로부터 주파수분석 및 대수감쇠율법으로 고유진동수  $\omega_n$ , 감쇠비  $\zeta$ 를 구할 수 있다. 봉, 브레이크 라이닝 패드 및 브레이크 부착대의 회전축에 대한 관성모멘트  $J$ 는 비틀림고유진동수  $\omega_n$ 과 비틀림스프링상수  $K_t$ 로부터 계산하였다. 위와 같은 실험을 통하여 얻어낸 실험장치 설계변수는 Table 1과 같다.

2.2 실험 결과

시료봉의 끝단을 줄과 풀리로 연결하여 1kg의 추를 달아 브레이크 라이닝 패드를 일정한 수직 항력으로 마찰판에 접촉시킨 상태에서 모터를 일정속도로 구동시켰다. 자동차 브레이크가 작동하여 소음을 발생시키는 것은 대개 어느정도 속도를 가진 경우로서 본 실험에서는 100rpm에서

Table 1 Parameters of the system

parameter	shaft Glass -fiber	Brass
$J$ (Kg-m <sup>2</sup> )	1.815E-3	1.782E-3
$C_t$ (Nm-sec/rad)	2.2306E-3	1.093E-3
$k_t$ (Nm/rad)	2.7397	22.2334
$\omega_n$ (rad/sec)	38.853	111.706
$\zeta$	0.018235	0.0027456

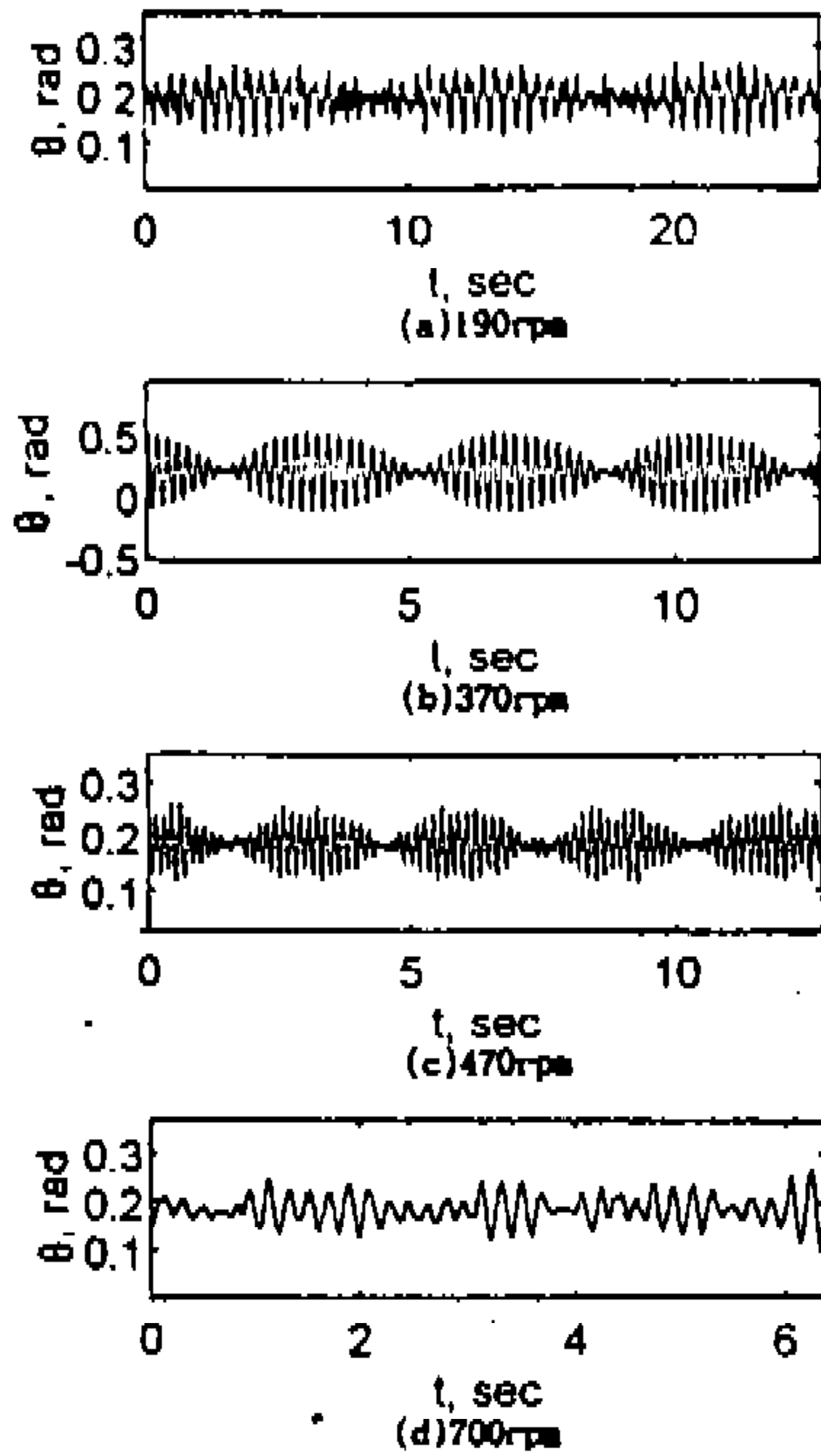


Fig.3 Angular displacement in time domain at each motor driving speed, for glass fiber shaft.

최대 1200rpm까지 모터를 구동시켰다.

그림 3은 브레이크 라이닝 패드를 부착한 유리섬유봉의 모터구동속도에 따른 회전각 변화를 도시한 것이다. 상당히 불규칙한 응답으로 보이나 일정주기성을 갖는 조화진동이고 모터의 구동속도변화에 따라 각기 다른 응답을 보이고 있다. 또한, 각각은 맥노리현상을 동반하였으며 유리섬유봉의 고유진동수 부근인 그림3(c)의 370rpm, 즉 6.17Hz에서 최대진폭을 갖고 파형도 규칙적임을 볼 수 있다. 실험을 모터 회전속도에서는 브레이크 라이닝 패드와 마찰판이 접촉한 면에서 상대속도가 영, 즉 stick이 발생하는 경우는 없었고 항상 미끄럼이 발생하고 있어 본실험장치에서는 마찰진동의 대표적인 현상인 stick/slip은 볼 수 없었다.

그림 4는 각각의 응답에 대한 스펙트럼분석결과 중 주요주파수성분만을 도시한 것으로서 크게 두가지 성분이 있음을 알 수 있다. 즉 모터의 회전속도성분과 유리섬유봉의 고유진동수에 해

당하는 주파수성분이다. 특히 고유진동수성분이 최대주파수성분인 경우가 많고 고유진동수 근처에 또 다른 주파수성분이 있어 맥노리가 있음을 보여 준다. 그림 5는 유리섬유봉보다 고유진동수가 높은 황동봉으로 실험한 경우로서 그림 4의 유리섬유봉과 같이 약간의 모터 회전속도성분과 황동봉의 고유진동수성분이 나타났음을 알 수 있다. 즉 마찰진동은 기계계의 고유진동수와 유사한 주파수성분을 가진다는 것이 다시 한번 확인되었다.

그림 6은 모터의 회전속도를 변화시키면서 얻은 봉의 평균회전각을 도시한 것이다. 다시말해서, 각각의 모터회전속도에 대해 봉의 각변위를 평균한 것으로서 봉의 정적변위(static angular displacement)를 나타낸다.

유리섬유봉이나 황동봉의 경우 평균 회전각은 모터 회전속도와 관계없이 일정한 값을 가짐을 알 수 있다.

그림 7은 모터의 회전속도변화에 따른 변위의 진폭을 도시한 것으로서, 유리섬유봉과 황동봉 모두 모터의 회전속도가 고유진동수 부근을 지날 때 최대진폭을 나타냄을 알 수 있다. 유리섬유봉의 경우 모터의 회전속도가 증가하여 고유진동수보다 큰 경우 일반 1자유도계의 조화가진 경우와 달리 진폭이 거의 없음을 알 수 있다.

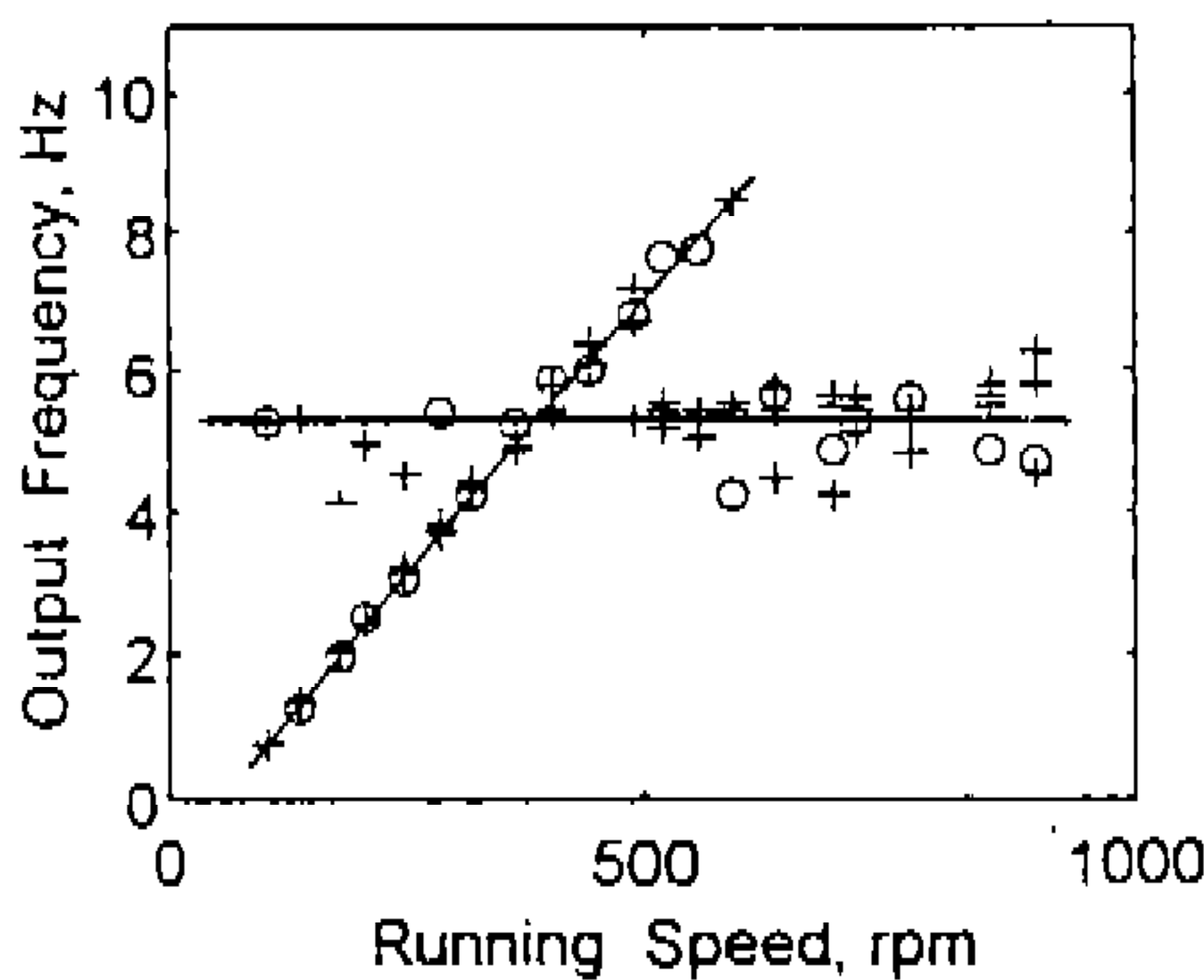


Fig.4 Frequency components of each response for glass-fiber (experimental : [+ : 1st, o : 2nd], numerical : [-])

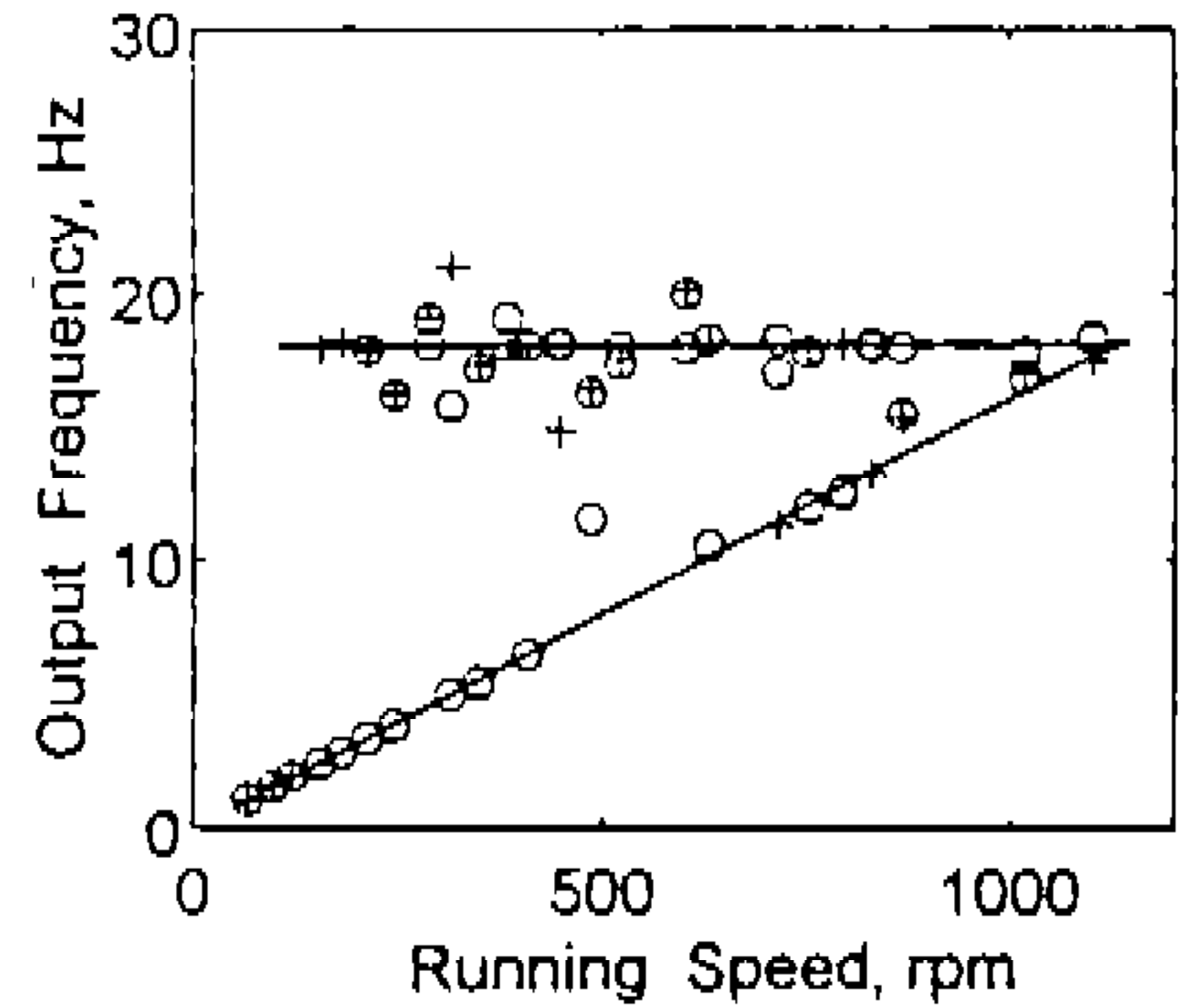


Fig.5 Frequency components of each response for brass (experimental : [+ : 1st, o : 2nd], numerical : [-])

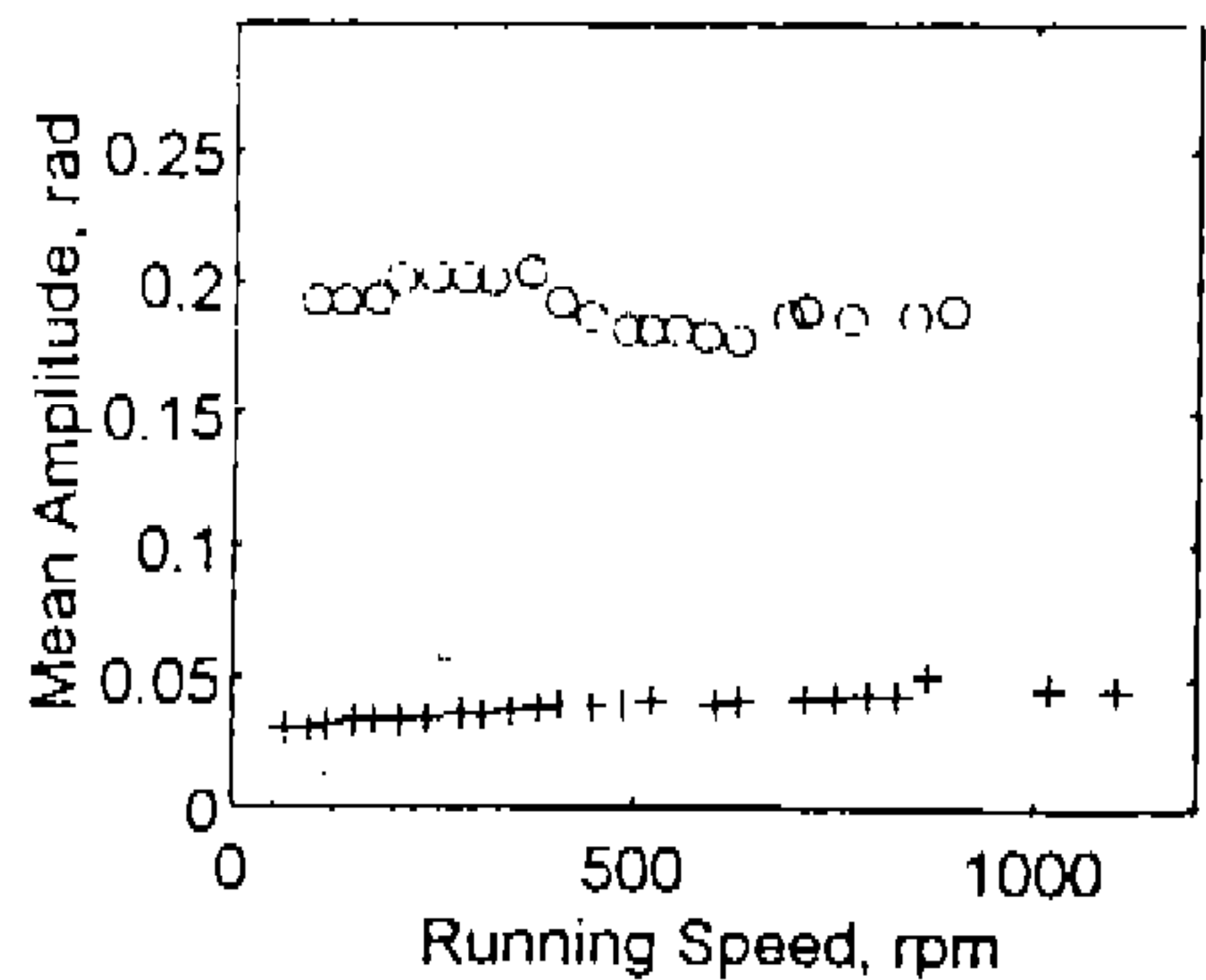


Fig.6 Mean amplitude vs. running speed (o : glass-fiber, + : brass)

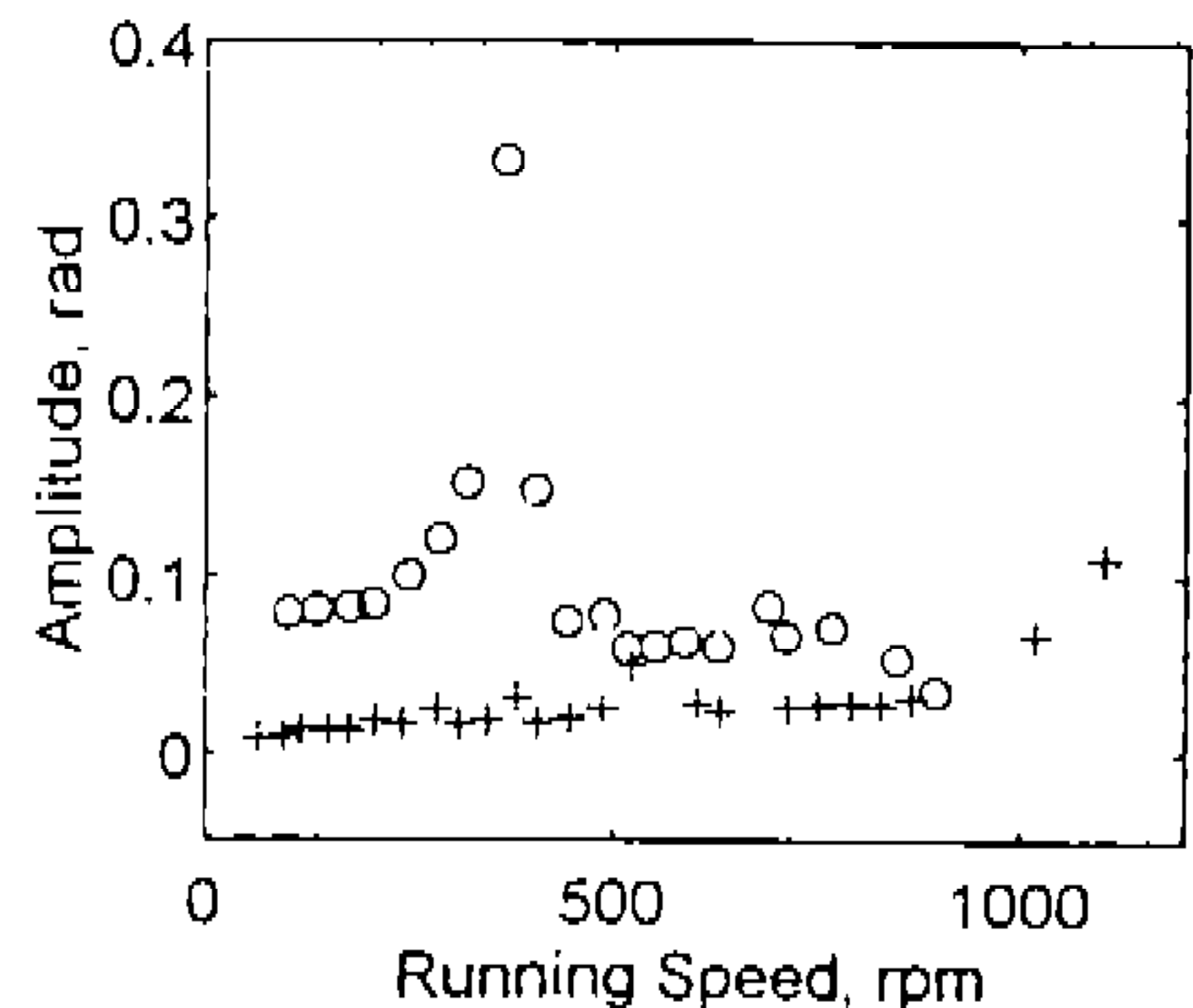


Fig.7 Amplitude fluctuation vs. running speed (o : glass-fiber, + : brass)

이상의 실험결과들을 통하여 브레이크 라이닝 패드의 마찰진동은 마찰력변화에 따른 자력진동으로서 가조화진동형태의 limit cycle이 됨을 보여주고 있다. 실험적으로 나타난 모터의 회전속도와 같은 주파수성분은 붕이 마찰판과 접촉시 붕의 중심이 마찰판의 중심과 약간 차이가 있거나 마찰판이 약간의 경사를 가짐으로써 브레이크 라이닝패드가 일정한 수직항력을 가지지 못함에 기인한 것으로 이해할 수 있다. 또한 맥노리현상은 마찰력이 하나의 상대속도에 단일값으로 결정되기 보다는 특정값 주위에 분산되어 나타남으로서 다수의 가조화 진동이 동시에 발생하는 것으로 이해할 수 있다.

### 3. 이론 해석

실험결과에서 나타난 응답은 결국 식(2)의 마찰력 성분에서 기인하는 것으로서 상대속도 변화에서 기인하는 것으로서 상대속도 변화에 따른 마찰력이 정확하게 측정되어야 하고, 측정된 마찰력변화로부터 이론적으로 가조화진동이 발생함을 보이고 가조화진동의 진폭과 주기가 계산되어야 한다.

#### 3.1 마찰곡선

식(2)은 속도항에 비선형성이 있는 자율계(autonomous system), 즉 상대속도변화에 따른 마찰력변화가 진동을 일으키는 자력진동(self-excited vibration)으로서 Lienard법<sup>9)</sup>으로 설명될 수 있다.

먼저 식(2)를 다음과 같이 치환하면,

$$x = \theta,$$

$$y = \dot{x} = \dot{\theta},$$

$$v = \omega_m$$

$$f(v-y) = Nr\mu(\omega_m - \dot{\mu}_a)$$

다음과 같이 된다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(v-y) - c_1 y - k_1 x}{Jy} \quad (3)$$

마찰력과 감쇠력은 속도의 함수이므로 식(3)을

정리하면 아래와 같이 된다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\phi(y) - x}{\alpha y} \tan\theta \quad (4)$$

여기서

$$\alpha = J/k_1$$

$$\phi(y) = \{f(v-y) - c_1 y\} / k_1$$

즉 그림 8에서와 같이 상평면상에서 속도의 비선형항이  $x = \phi(y)$ 의 곡선으로 나타날때 상평면상의 한 점 P에서의 적분곡선(integral curve)은 P점에서 x축과 평행하게 그어  $x = \phi(y)$ 곡선과 만난점 R에서 다시 y축과 평행하게  $\alpha y$ 만큼 이동시킨 점 S에서 점 P를 연결한 PS와 수직인 선으로 P점을 지나게 된다.

그림 9는 가조화진동의 경우를 Lienard법으로 도시한 것이다. 여기서, 적분곡선은  $x = \phi(y)$ 을 지날 때 x축과 평행하게 되고 x축을 지날 때는 y축과 평행하다. 따라서, 속도가 구동속도 v보다 작으면서 limit cycle을 형성하는 가조화진동이

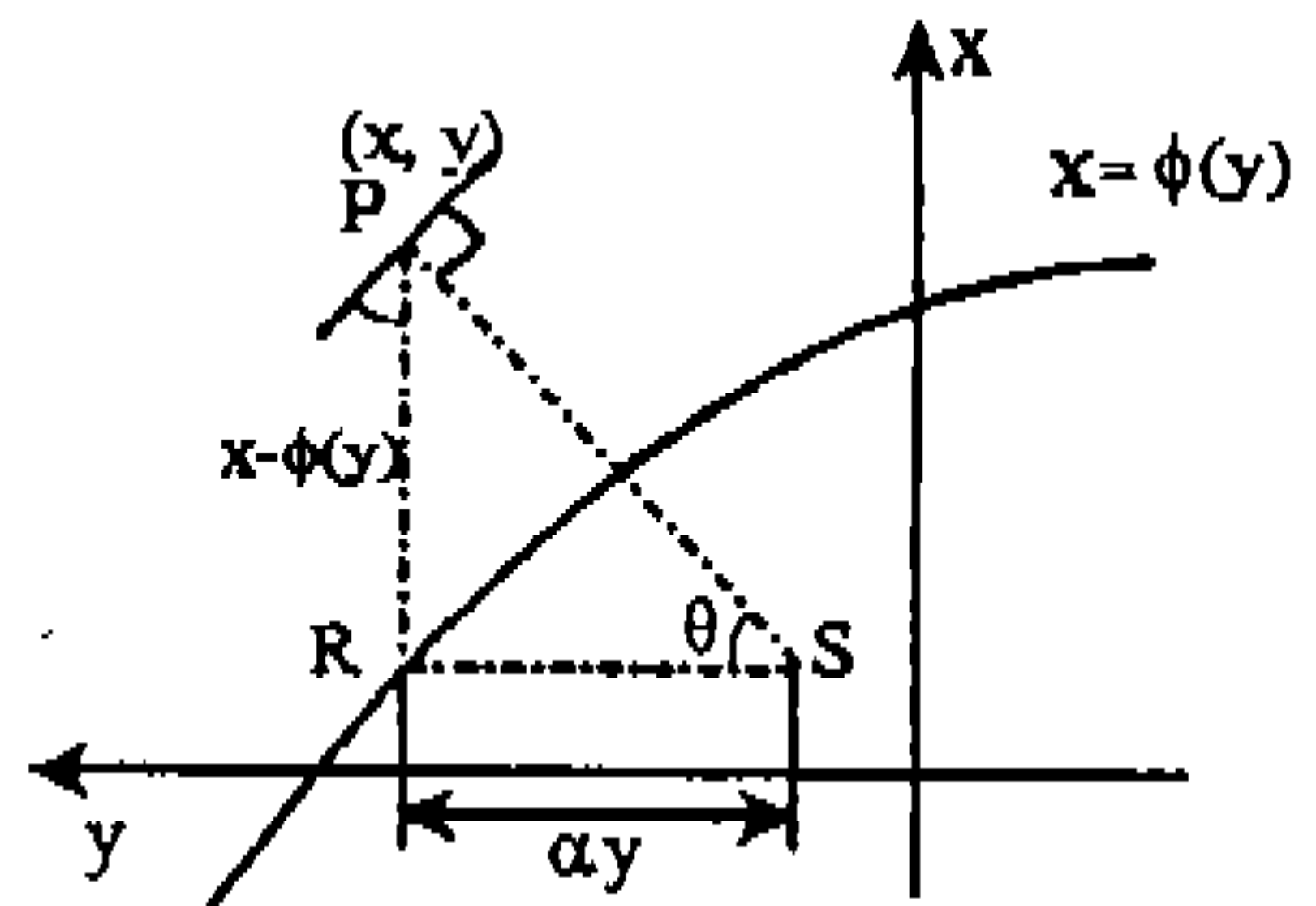


Fig.8 Lienard method

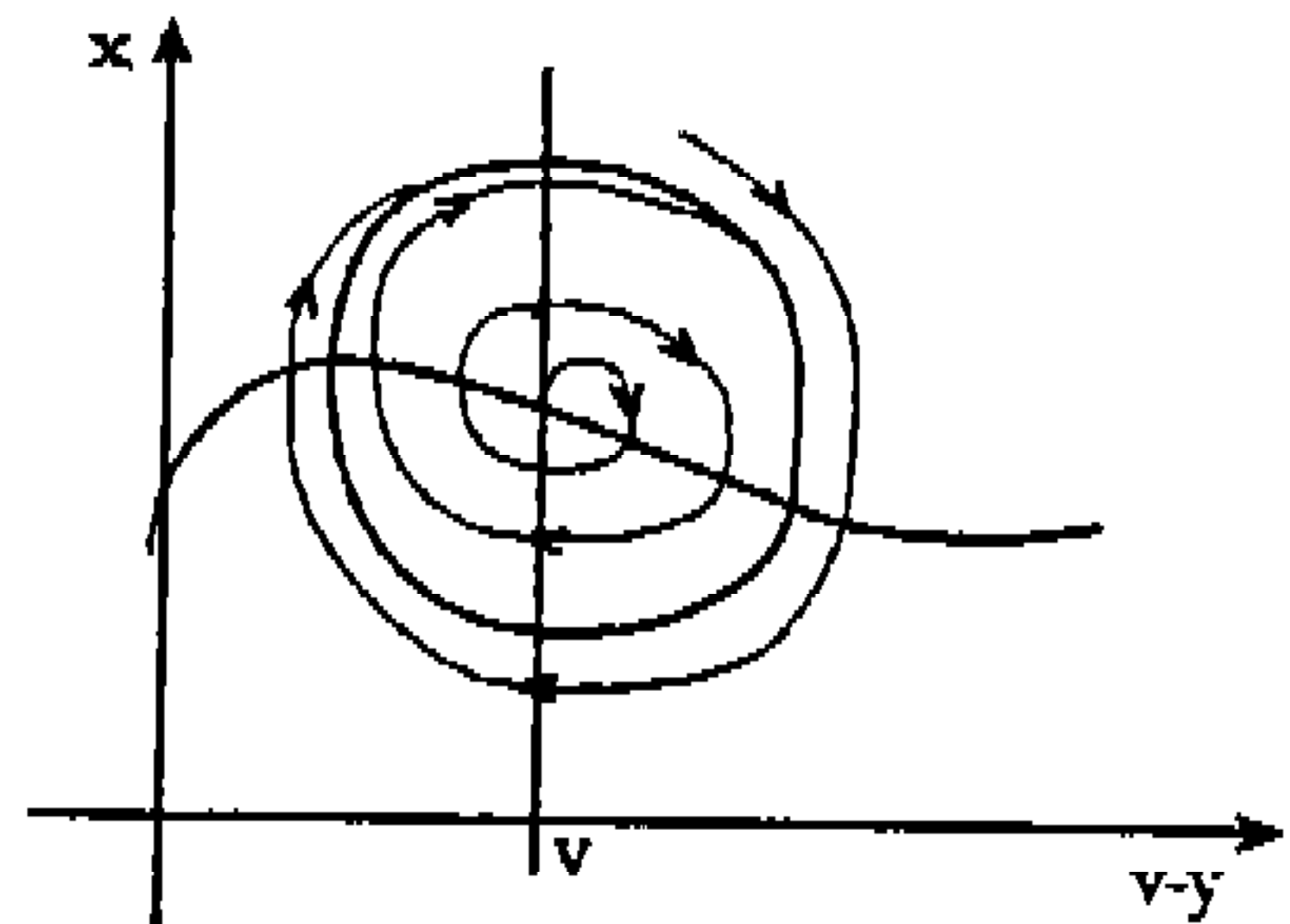


Fig.9 Quasi-harmonic motion

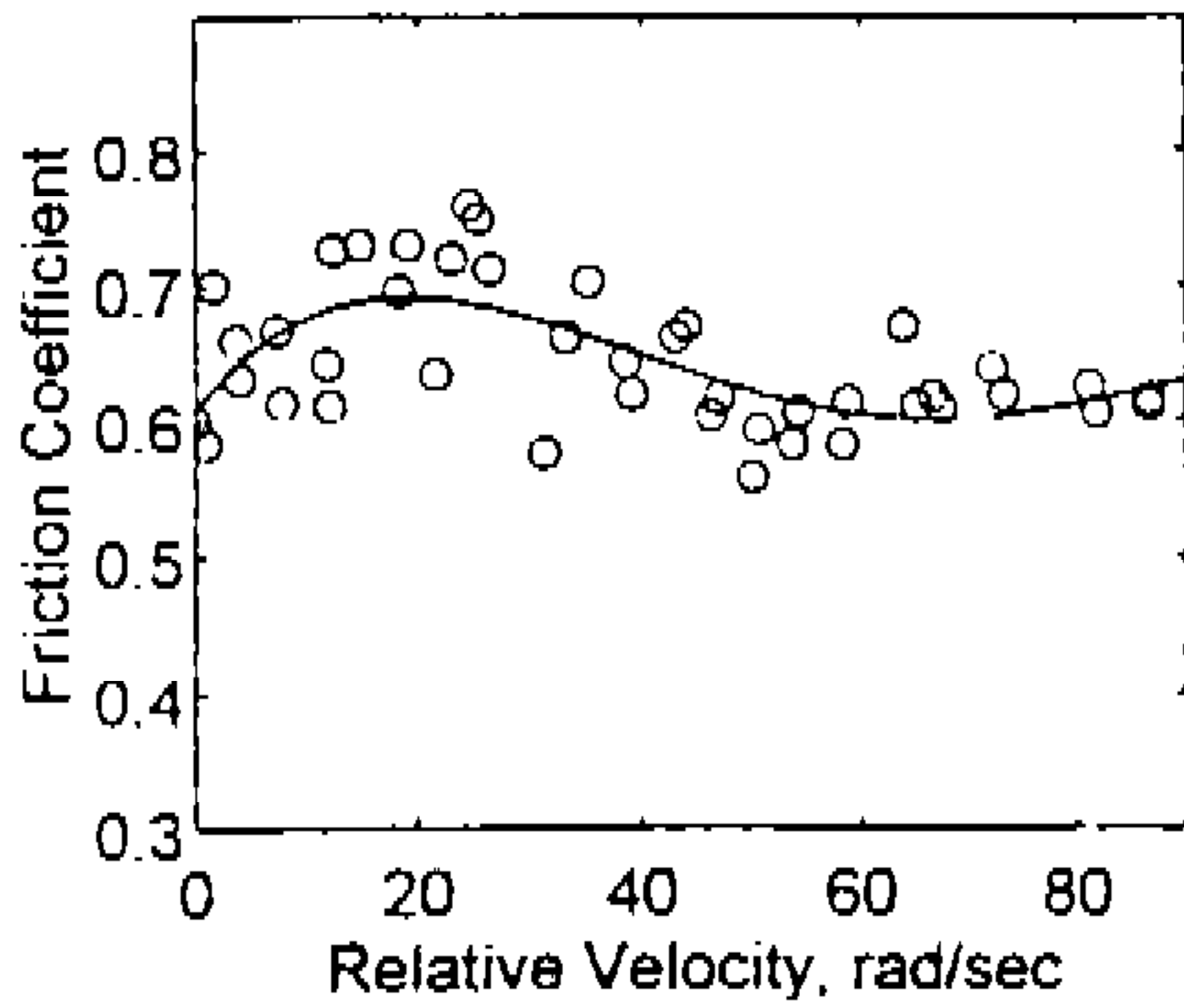


Fig.10 Friction coefficient vs. relative velocity (o : experimental, - : numerical)

됨을 알 수 있다. 또한 적분곡선이 평형점으로 수렴하므로써 진동이 전혀 발생하지 않는 경우도 발생할 수 있다. 이러한 각각의 현상은 결국 마찰계수와 운전속도에 따라 결정된다.

상대속도변화에 따른 마찰력의 변화는 식 (3)로부터 측정가능하다. 즉  $dy/dx=0$ 을 만족하는 상평면상의  $x, y$ 점을 구하면  $f(v-y)=c_1y+k_1x$ 로부터 마찰력을 계산할 수 있다. 마찰계수는 마찰력을 수직항력과 축에서 부터 접촉지점까지 거리  $r$ 로 나누어준 값이다. 그림 10은 본 실험 장치의 마찰계수를 도시한 것으로 최소자승법을 이용하여 4차까지 고려하면 아래와 같이 된다.

$$\mu = \mu(\omega_m - \dot{\mu}_s)$$

$$c_0 + c_1(\omega_m - \dot{\mu}_s) + c_2(\omega_m - \dot{\mu}_s)^2 + c_3(\omega_m - \dot{\mu}_s)^3 + c_4(\omega_m - \dot{\mu}_s)^4 \tag{5}$$

여기서

$$c_0 = 0.6092490, \quad c_3 = 4.97999 \times 10^{-6}$$

$$c_1 = 0.0104162, \quad c_4 = -1.94799 \times 10^{-8}$$

$$c_2 = -0.000403334$$

### 3.2 가조화진동의 진폭과 주기

상대속도변화에 따른 마찰계수가 측정되었으므로 가조화진동의 진폭과 주기는 slowly chang-

ing phase and amplitude(SCPA)법<sup>8)</sup>을 이용하여 역으로 계산할 수 있다. 먼저 식(2)에 식(5)의 마찰계수를 대입하여 정리하면 아래와 같은 고차다항식 형태의 비선형식이 된다.

$$\ddot{\theta}_s + 2\zeta\omega_n \dot{\theta}_s + \omega_n^2 \theta_s = \frac{Nr}{J} \theta(\omega_m - \dot{\theta}_s)$$

$$\frac{Nr}{J} \left\{ c_0 + \sum_{n=1}^4 c_n (\omega_m - \dot{\theta}_s)^n \right\} \tag{6}$$

응답은 시스템의 고유진동수를 갖는 조화진동의 형태이나 진폭 및 위상차가 시간의 함수로서 급격히 변하지 않는다고 아래식과 같이 가정한다.

$$\theta_s(t) = a(t) \sin(\omega_n t + \psi(t))$$

$$\dot{\theta}_s(t) = a(t) \omega_n \cos(\omega_n t + \psi(t)) \tag{7}$$

여기에 SCPA법을 적용하면 식(6)과 식(7)로부터 진폭  $a$ 와 위상차  $\psi$ 의 1차 시간변화율은 아래와 같이 된다.

$$\dot{a} = \frac{1}{2\pi\omega_n} \int_0^{2\pi} \mu\{\omega_m - a\omega_n \cos(\theta + \psi)\} \cdot \cos(\theta + \psi) d\theta$$

$$\dot{\psi} = -\frac{1}{2\pi a\omega_n} \int_0^{2\pi} \mu\{\omega_m - a\omega_n \cos(\theta + \psi)\} \cdot \sin(\theta + \psi) d\theta \tag{8}$$

여기서

$$\theta = \omega_n t$$

정상상태 해는 진폭과 위상각의 시간변화율이 영이므로 식(8)에서 아래와 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{da}{dt} = 0 : (B_2 a^2 + B_1 a + B_0) a = 0$$

$$\frac{d\psi}{dt} = 0 : \dot{\psi} = 0 \tag{9}$$

여기서

$$B_2 = B_0 = f(\omega_m) : \text{모터구동속도의 함수}$$

$$B_1 = 0$$

식(9)는 식(7)형태로 가정한 정상해에서 위상각은 상수이고 진폭  $a$ 는 3차식을 가지므로 구동속도에 따른 정상해  $a_1, a_2, 0$ 을 얻을 수 있다. 그러나, 물리적으로 가능한 안정해가 되기 위해서는  $(da/da) < 0$  조건을 만족하여야 한다. 위의 조건에 따라 얻은 안정해의 판별결과는 Table 2와 같다.

또한, 이론식의 타당성을 입증하기 위해 식(6)을 Gear's Predictor-corrector법을 이용하여 수치

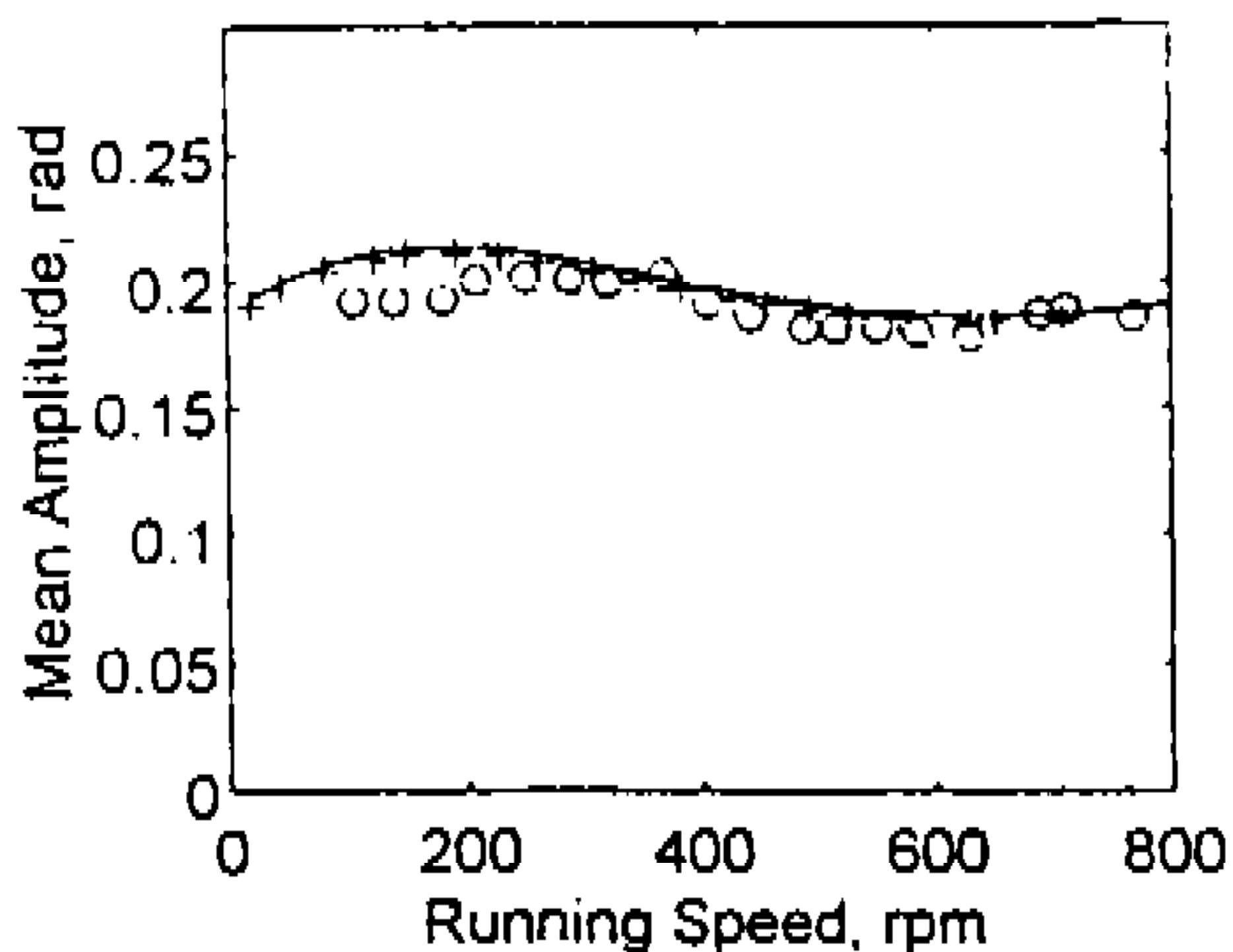


Fig.11 Mean amplitude vs. running speed  
(o : Experimental, + : Numerical, - : Analytical)

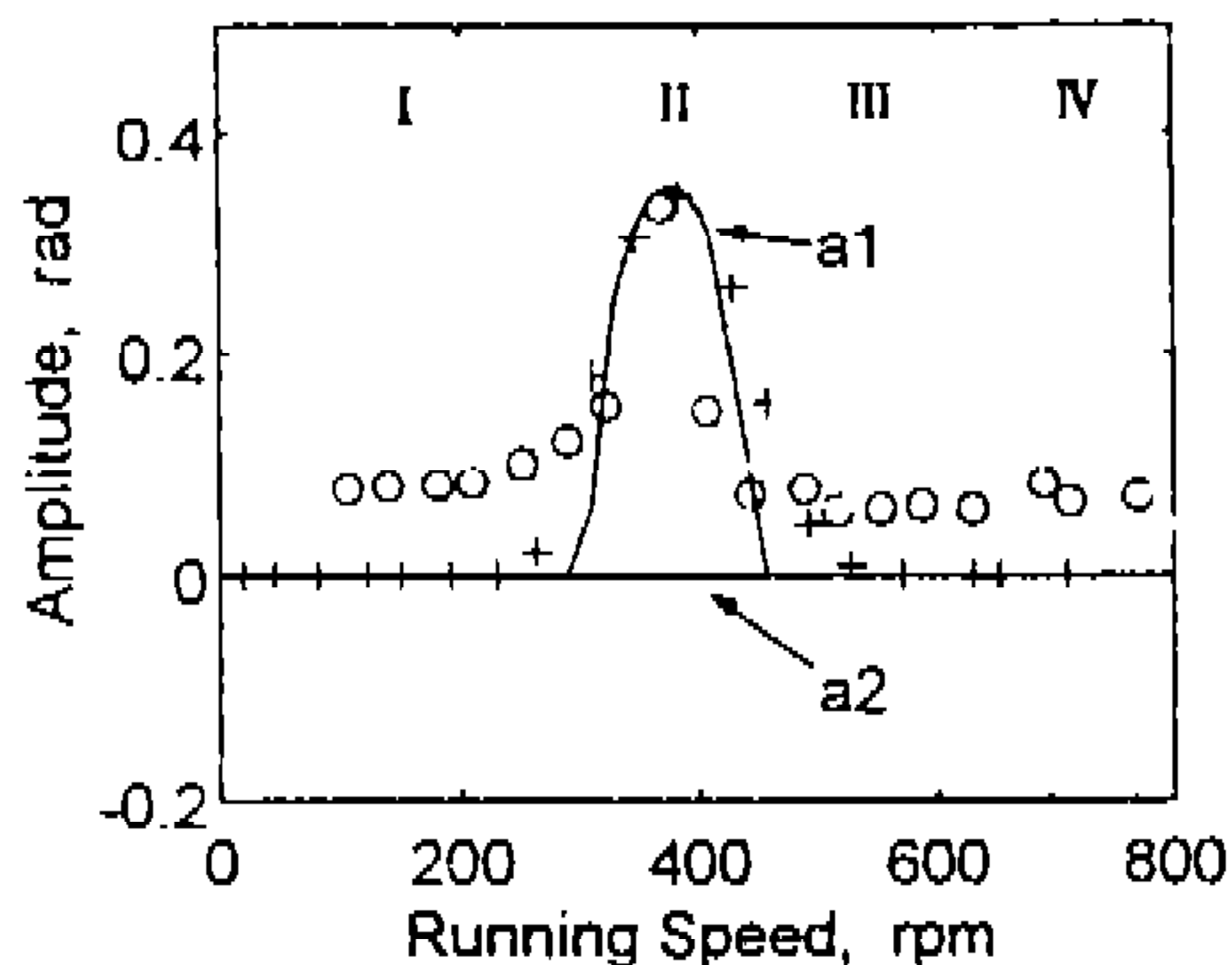


Fig.12 Amplitude fluctuation vs. running speed  
(o : Experimental, + : Numerical, - : Analytical)

적분하였다. 그림 11과 그림 12는 구동속도변화에 대한 평균회전각과 진폭변화의 실험결과, 이론 해석 및 수치해석결과로서 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 식(8)의 둘째식을 계산하면  $\dot{\psi} = 0$ 이므로 구동속도변화에 의한 응답주파수의 변화가 없음을 알 수 있다. 즉, 응답주파수는 식(6)로부터  $\omega_n$ 이 됨을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

브레이크의 squeal 등 마찰에 의한 기계계의 자러진동현상을 규명하기 위해 브레이크 라이닝 패드를 사용한 Pin-on-disk형의 마찰 실험장치를 제작하여 마찰에 기인한 진동현상을 관측하고 실험으로부터 구해진 응답에 대한 이론적 설명을 시도하였다. 응답은 자러진동에 의한 가조화진동으로서 구동속도변화에 따라 진폭은 크게 변하나 주기는 시스템의 고유진동수와 거의 일치하였고 상대속도에 대한 마찰계수값의 분산으로 인하여 맥노리 현상을 동반하고 있음을 보여주었다.

상대속도변화에 따른 마찰계수변화는 마찰진동의 동특성을 규정하는 주요인자로서 Lienard 법과 최소자승법을 이용하여 실험치로부터 직접 구하였다. 측정된 마찰계수는 속도증가에 따라 감소하는 영역이 있어 자러진동에 의한 가조화진동형태의 limit cycle이 발생함을 알았다. 가조화진동의 크기 및 주기는 SCPA법과 수치적분을 이용하여 계산해 본 결과 실험치와 잘 일치하는 결과를 얻음으로써 브레이크 라이닝 패드의 마찰진동을 지배하는 설계변수는 시스템의 고유진동수와 감쇠지수, 그리고 상대속도변화에 따른 마찰계수변화임을 확인하였다. 다만 실험적으로 나타난 맥노리현상은 마찰계수의 분산에 기인한

Table 2 Stable solution

구동속도 영역	안정해
0~300rpm (I)	$a_1, a_2$
300~450rpm(II)	$a_1$
450~600rpm(III)	$a_1, a_2$
600~900rpm(IV)	$a_2$

것으로 추정되었으나, 수치적으로는 입증하지 못함으로써 추후 연구되어야 할 과제이다.

## 후 기

본 논문은 성균관대학교의 1993년도 성균학술 연구비에 의하여 연구되었습니다.

## 참 고 문 헌

1. 김현진, 최연선, "수치조화균형법에 의한 일 반마찰진동 해석", 대한기계학회논문집, Vol. 14, No.4, pp.790-796, 1990.
2. 장용훈, "회전축계의 위치제어를 위한 비선형 마찰 보상", 성균관대학교 석사학위논문, 1991.
3. 김진훈, "자율마찰계의 비선형 진동해석", 성균관대학교 석사학위 논문, 1992.
4. C.A. Brockley and P.L. Ko, "Quasi-Harmonics

- Friction-Induced Vibration", Journal of Lubrication Technology, pp.550-556, 1970.
5. Yao-Qun Lin and Yu-Hwa Wang, "Stick-Slip Vibration of Drill Strings", Journal of Engineering for Industry, Vol.113, pp.38-43, 1991.
6. H. Okamura and M. Nishiwaki, "Study on Brake Noise", 日本機械學會論文集(C編) 54卷, 497號, 昭63, pp.166-174.
7. S.K. Rhee, "Friction Coefficient of Automotive Friction Materials Its Sensitivity to Load, Speed, and Temperature", SAE.740415, pp.1575-1580.
8. S. Kato, et al., "Stick-Slip Motion of Machine Tool Slideway", Journal of Engineering for Industry, pp.557-566. 1974.
9. J.J. Stoker, "Nonlinear Vibrations", Interscience Pub. Inc. New York, 1950.
10. Hagedorn, "Non-linear Oscillations", Oxford University Press, 1982.