

유한 배플 원통 진동체의 수중 방사 임피던스에 대한 실험적 연구

Experimental Study of the In-Water Radiation Impedance of the Finite Baffle Cylinder Radiator

김 원 호*, 윤 중 락**
(Won-Ho Kim, Jong-Rak Yoon)

요 약

본 논문에서는 원통형 압전 진동체에 대한 수중 방사 임피던스를 유한 배플 구조에서의 측정 결과와 무한 배플 구조에서의 이론 결과를 비교하여 방사 임피던스에 대한 배플의 영향을 규명하였다. 배플의 길이가 증가할수록 방사 임피던스의 측정은 무한 배플에서의 이론치에 접근하며, 배플의 영향은 방사저항에서 보다 방사 리액턴스에서 더 지배적임을 보인다. 따라서 음향 변환기의 설계시 무한 배플 구조에서의 방사 임피던스 이론 결과를 적용하기 위해서는 배플길이에 따른 임피던스의 보상이 수행되어야 한다.

ABSTRACT

In this paper, the measured in-water radiation impedance of cylindrical piezoelectric radiator with finite baffle is compared to the existing theoretical result of that with infinite baffle and the effect of baffle on the radiation impedance is examined. Comparison between measurement and theoretical result of radiation impedance shows that the measured radiation impedance tends to be that of the infinite baffle as the baffle length increases. Another finding of the comparison is that the effect of baffle is more dominant in radiation reactance than in radiation resistance.

Therefore, for the use of theoretical radiation impedance of infinite baffle on the design of acoustic transducer, the impedance compensation to the baffle length should be conducted.

I. 서 론

압전 진동체는 전기계와 기계계가 결합된 변환기로 전기 입력단에서의 임피던스는 전기적 임피던스

와 기계적 임피던스의 합으로 나타난다. 그러나 압전 진동체가 매질 즉 음향 방사계에서 구동될 때에는 진동체의 방사면에 접한 외부 매질에 의해 추가되는 방사 임피던스도 고려해야 한다.

방사 임피던스는 진동체의 방사면에서 진동에 의한 입자 속도와 방사면에 접한 외부 매질에 의해 작용하는 힘의 비로 정의되는 함수로 실수 성분인 방사

*국방과학연구소

**부산수산대학교 정보통신공학과
접수일자: 1993년 11월 5일

저항에서 소비되는 전력이 음향 출력으로 변환되어 매질로 방사되고, 허수 성분인 방사 리액턴스는 진동체에 또 다른 질량이 추가된 것과 같은 효과를 주어 공진 주파수를 감소시키는 물리적 의미를 가진다. 방사 임피던스는 주파수 함수로 진동체의 형태에 따라 특성이 다르며, 음향 변환기 설계의 기본 요건중 하나인 임피던스 정합 문제 해석을 위해서는 방사 임피던스의 정확한 특성이 규명되어야 한다.

방사 임피던스에 대한 연구는 진동체의 구조가 비교적 간단하여 해석적으로 특성 규명이 가능한 구 또는 원판 형태의 연구¹⁾, 무한 원통 진동체에 대한 연구²⁾와 무한 배플(Baffle) 내의 유한 원통 진동체에 대한 연구^{3,4)} 등이 있고 기계적 구조가 복잡한 임의 형상의 진동체에 대해서는 유한 요소법(Finite Element Method) 또는 경계요소법(Boundary Element Method) 등의 수치해석 기법으로 방사 임피던스 연구가 수행되고 있다^{5,6)}. 그러나 이러한 방사 임피던스 연구에도 불구하고 등가회로 기법을 적용하여 임의 길이의 유한 배플 진동체 변환기를 설계하는데 필수적인 방사 임피던스의 수치 입력 기준은 없다. 세계의 원통 압전기를 배열하여 광대역 센서를 설계한 연구논문⁷⁾의 결과에서도 실제 경계 조건과 다른 무한 배플에 대한 방사 임피던스의 이론 결과를 적용함으로써 수중에서의 임피던스 특성이 측정치와 차이를 보이고 있다.

유한 요소법이나 경계 요소법 등의 수치 해석 기법을 적용하면 유한 배플에 대한 방사 임피던스를 보다 정확히 예측할 수 있으나 둘 기법은 진동체의 전기 기계적 특성 외에 방사계의 음향 임피던스 특성과 경계 영역 설정이 요구되어 방사 임피던스 해석 알고리즘이 복잡해지는 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 유한 배플 원통 압전 진동체에 대한 전기적 등가회로 해석기법을 기준으로 측정 자료로부터 방사 임피던스를 구하는 과정을 유도하였다. 또한 유한 배플 원통 진동체의 수중 방사 임피던스 측정 결과와 무한 배플 구조에 대한 이론 결과를 비교하여 배플에 의한 방사 임피던스의 영향과 변환기 설계의 기준 자료를 제시하였다.

II. 무한 배플 원통 진동체의 방사 임피던스 이론 해석

유한 원통형 진동체가 배플을 경계 조건으로 하는

경우의 방사 임피던스 특성은 T.Nimura³⁾와 D.H. Robey⁴⁾에 의해 연구되었다. Robey는 진동체가 배열된 경우를 연구 대상으로 하였으므로, 본 논문에서는 단일 진동체를 대상으로 Nimura의 결과식을 소개한다.

그림 1은 반경이 a인 무한 원통형 배플 내에 길이 2b인 유한 원통 진동체를 나타낸다. 원주 방향 및 수직 방향의 속도가 일정하다고 가정하면 속도 포텐셜(Potential) ϕ 에 대한 파동방정식은 다음과 같다.

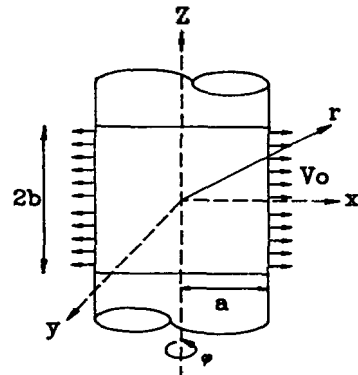


그림 1. 무한 배플 내의 길이가 유한한 원통형 진동체

$$(\nabla^2 + k^2)\phi = 0 \tag{1}$$

식(1)에서 $k = \omega/c$ 이고, 식(1)을 원통 좌표로 변환하면 다음 식으로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} + k^2 \phi = 0 \tag{2}$$

원주 방향의 속도 분포가 일정하므로 수평면 상의 음장은 무지향성이 되어 ϕ 에 대한 항은 제거된다. 또한 진동체의 수직 축에서 일정한 속도 분포를 가지므로 경계 조건은 다음과 같다.

$$-\left[\frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_{r=a} = 0, \quad |Z| > b \\ V_0, \quad -b \leq Z \leq b \tag{3}$$

따라서 파동 방정식 식(2)와 경계 조건 식(3)으로부터 속도 포텐셜 ϕ 의 일반해는 다음과 같이 구해진다.

$$\phi = \frac{2V_0}{\pi} \left[\int_0^k \frac{\cos \alpha z \sin \alpha b}{\alpha \sqrt{k^2 - \alpha^2}} \frac{H_0(r \sqrt{k^2 - \alpha^2})}{H_1(a \sqrt{k^2 - \alpha^2})} da \right]$$

$$+ \int_k^\infty \frac{\cos az \sin ab}{\alpha \sqrt{\alpha^2 - k^2}} \left[\frac{K_0(r \sqrt{\alpha^2 - k^2})}{K_1(a \sqrt{\alpha^2 - k^2})} \right] da \quad (4)$$

여기서, $H_n(X)$: n차 Hankel function
 $K_n(X)$: n차 Modified Bessel function

그리고 음압 P 는 시간 미분계수를 $j\omega$ 라 할 때

$$P = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = j\omega \rho_0 \phi \quad (5)$$

이므로, 식(4)에서 $\alpha = k\xi$ 로 치환하고, 방사면 $r = a$ 에서의 음압을 P_a 라 할때 방사 임피던스 Z_r 은 다음 식으로 주어진다.

$$Z_r = P_a / V_0$$

$$= j\rho_0 C \frac{2}{\pi} kab \left[\int_0^1 \frac{\sin^2 kb\xi}{(kb\xi)^2} \frac{H_0(ka\sqrt{\xi^2-1})}{ka\sqrt{1-\xi^2} H_1(ka\sqrt{1-\xi^2})} d\xi \right.$$

$$\left. + \int_1^\infty \frac{\sin^2 kb\xi}{(kb\xi)^2} \frac{K_0(ka\sqrt{\xi^2-1})}{ka\sqrt{\xi^2-1} K_1(ka\sqrt{\xi^2-1})} d\xi \right]$$

여기서 $\rho_0 C$ 는 진동체에 접한 외부 매질의 특성 임피던스로 C 는 매질에서의 음속이다.

III. 유한 배플 원통 압전 진동체의 전기적 등가회로 및 방사 임피던스 측정법

식 (6)으로 주어지는 유한 배플의 방사 임피던스 이론치를 유한 배플의 방사 임피던스 측정치와 비교하기 위해서는 유한 배플의 방사 임피던스 측정법이 확립되어야 한다. 따라서 본 절에서는 압전 진동체의 전기적 등가회로 해석법을 기초로 유도한 방사 임피던스 측정법에 대해 기술한다.

그림 2는 두께 t , 길이 $2b$, 평균 반경 a_m 의 유한 원통형 압전 진동체로서 좌표계는 전기 변위 벡터 D 의 방향을 3축 방향으로 기준하여 원주의 접선 방향을 1축 방향, 원통의 축 방향은 2축 방향이다. 사선 부분은 원통형의 내, 외면으로 전극을 표시하며 두께 t 가 평균 반경 a_m 에 비해 작은 경우($t \ll a_m$) 전극에 전기적 신호를 인가하면 진동 모우드는 원주 좌용한다. 따라서 전계 E 는 3축 방향(E_3), 스트레인 S 와 응력 T 는 1축 방향(S_1, T_1)이 우세하게 되고 기타 성분은 무시되어 상태 방정식은 다음 식으로 표시된다^{9,10}.

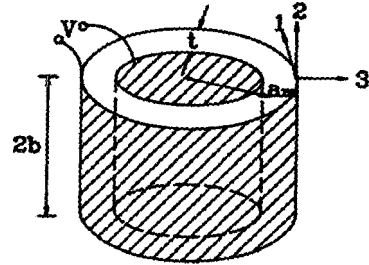


그림 2. 유한 원통형 압전 진동체

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (7-a)$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (7-b)$$

여기서 s_{33}^E : $E_3 = 0$ 일때의 Compliance 행렬

ϵ_{33}^T : 자유 유전율 행렬

d_{33} : 압전상수 행렬

진동체 원주 방향의 인장력과 복원력에 뉴우톤의 제2법칙을 적용하면 다음 식이 얻어진다.

$$L_m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -4\pi b t T_1 \quad (8)$$

여기서, $L_m = 4\pi \rho a b t$: 진동체의 등가 질량

ρ : 진동체의 밀도

또한 스트레인 S_1 은 평균 반경 a_m 에 대한 변형된 길이 ξ 의 비이므로 원통형 진동체의 외부로 방사하는 힘을 F_0 라 하면 식(7-a)는 식(8)로부터 다음식으로 된다.

$$L_m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -\frac{4\pi b t \xi}{s_{11}^E a_m} - F_0 + \frac{4\pi d_{31} b V}{s_{11}^E} \quad (9)$$

여기서, $V = tE_3$: 인가 전압

그리고 시간 미분 계수는 $j\omega$ 이므로 속도 $u = j\omega \xi$ 로 주어지 식(9)는

$$nV = \left(j\omega L_m + \frac{1}{j\omega C_m} \right) u + F_0 \quad (10)$$

여기서, $C_m = a_m s_{11}^E / 4\pi b t$: 진동체의 Compliance

$n = 4\pi d_{31} b / s_{11}^E$: 진동체의 전기 기계 변환계수

이되고, 또한 식(7-b)에서 T_1 을 소거하여 D_3 에 대해 정리하고 $S_1 = \xi/a_m$, $E_3 = V/t$ 및 입력 단에 흐르는

전류 $I = j4\pi\omega a_m b D_3$ 의 관계식을 적용하면 다음 식이 유도된다.

$$I = nu + j\omega C_o V \tag{11}$$

여기서, $C_o = C'(1 - k_{31}^2)$: 제지 정전용량(Clamped Capacitance)

C' : 자유 정전 용량(Free capacitance)

따라서 식(10)과 식(11)로 부터 입력단에서의 어드미턴스는 기계계의 손실 R_m 을 고려하면

$$\begin{aligned} Y_{in} &= \frac{I}{V} \\ &= j\omega C_o + \frac{n^2}{R_m + j(\omega L_m - 1/\omega C_m) + F_o/u} \\ &= Y_b + \frac{n^2}{Z_m + Z_r} \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, $Y_b = j\omega C_o$: 제지 어드미턴스

$Z_m = R_m + j(\omega L_m - 1/\omega C_m)$: 동(motional) 임피던스

$Z_r = R_r + jX_r$: 방사 임피던스

이 되며, 식(12)에서 F_o/u 는 진동체가 u 의 속도로 진동할 때 음향 방사계에 의한 방사 임피던스를 의미한다. 따라서 원통형 압전 진동체의 전기적 동가회로는 그림 3과 같이 전기적 부분의 1차측과 기계적 부분의 2차측을 권선비 n 의 이상 변압기로 결합한 회로가 된다.

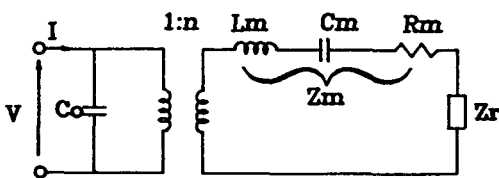


그림 3. 원통형 압전 진동체의 전기적 동가회로

식 (12)에서와 같이 진동체의 입력 어드미턴스는 전기계의 제지 어드미턴스 Y_b , 기계계의 동임피던스 Z_m 및 음향 방사계의 방사 임피던스 Z_r 의 혼합된 형태로 되어 있다. 따라서 방사 임피던스 Z_r 을 측정하기 위해서는 Y_b 와 Z_m 을 분리하여 측정하여야 한다.

진공 중에서는 $Z_r = 0$ 이므로 입력 어드미턴스를

Y_a 라 하면 식(12)로 부터 Y_a 는 다음 식으로 주어진다.

$$Y_a = Y_b + Y_m \tag{13}$$

여기서, Y_m 은 동어드미턴스로 정의되고 컨덕턴스 C_m 과 서셉턴스 B_m 으로 표시하면 다음 식과 같다.

$$Y_m = \frac{n^2}{Z_m} = \frac{1}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} = G_m - jB_m \tag{14}$$

따라서 측정된 어드미턴스 자료로 부터 진공 중의 동가회로 요소 R, L, C 및 제어 어드미턴스 Y_b 는 다음 식으로 구해진다¹¹⁾.

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{G_m} \Big|_{\omega = \omega_r} \\ L &= R/(\omega_2 - \omega_1) \end{aligned} \tag{15}$$

$$C = (\omega_2 - \omega_1)/\omega_1\omega_2 R$$

$$Y_b = Y_a - Y_m$$

여기서, ω_r : 공진 주파수

ω_1, ω_2 : $G_m = \pm B_m$ 인 주파수

음향계가 물인 경우 동미피던스 Z_m 에 직렬로 방사 임피던스 Z_r 이 추가되므로 수중에서의 입력 어드미턴스 $Y\omega$ 및 방사임피던스는 다음 식으로 주어진다.

$$Y\omega = Y_b + \frac{n^2}{Z_m + Z_r} \tag{16}$$

$$Z_r = n^2 \left(\frac{1}{Y\omega - Y_b} - \frac{1}{Y_m} \right) \tag{17}$$

따라서 진공 중에서의 입력 어드미턴스 Y_a 의 측정으로부터 동어드미턴스 Y_m 과 제지 어드미턴스 Y_b 를 구하고 수중에서의 입력 어드미턴스 $Y\omega$ 를 측정하면 진동체에 대한 방사임피던스 특성을 구할 수 있다.

IV. 측정 및 결과

IV-1. 측정방법

본 연구에서 사용한 압전 진동체는 PZT-4 세라믹 링으로, 전기 기계 변환계수 n 은 1.596이다. 그림 4 및 표 1은 실험에 사용한 유한배플 구조의 진동체 및 각부 재원으로 사선 부분이 유한 원통 압전 진동체이며 축 방향 진동의 차단을 위해 음향 차단재인 코프

렌 링을 삽입하였다. 또한 진동체 내부는 이상적인 경계 조건을 얻기위해 공기 층으로 하였고 수밀을 위해 진동체 외부를 폴리우레탄 액으로 코팅 처리하였다. 기계적 임피던스 및 수중 방사 임피던스에 비해 공기 중의 방사 임피던스는 무시할 수 있으므로 공기 중의 어드미턴스 특성을 진공 중의 어드미턴스로 가정하였다.

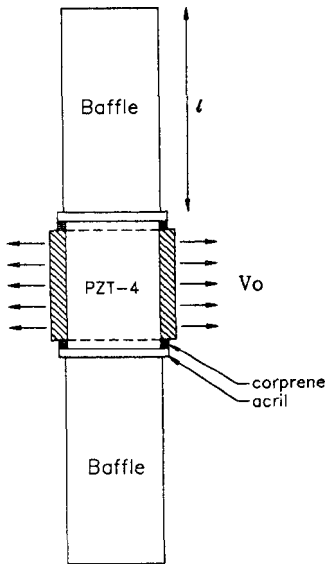


그림 4. 유한 배플 구조의 진동체

표 1. 진동체와 배플의 제원

(단위 : mm)

진동체	외경	38.1
	길이	25.4
	두께	3.15
코프렌링	두께	1.0
아크릴판	두께	3.0
폴리 우레탄 배플봉 (31 φ)	길이 (l)	60.0
		100.0
		150.0

그림 5는 방사 임피던스 측정 구성도로 배플 길이 l에 대한(60mm, 100mm, 150mm) 진동체의 입력 어드미턴스를 HP4194A 임피던스 분석기를 이용하여 측정하고, 측정된 자료는 HP-IB를 통해 퍼스널

컴퓨터(TG286)에서 저장, 처리하였다. 측정 시스템의 잡음은 주파수에 반비례하여 증가한다. 따라서 측정 주파수 범위를 10kHz($ka=0.8$) 이상으로 하였고 주파수 분해능은 75Hz로 하였다. 음향 수조는 길이 18m, 폭 10m, 깊이가 10m로 정재파를 제거하기 위해 비대칭 직육면체 구조로 되어있다.

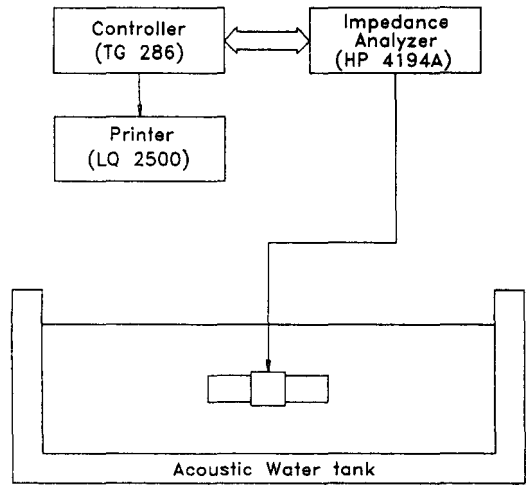


그림 5. 방사 임피던스 측정 구성도

IV-2. 결과

그림 6은 배플길이에 따른 방사저항과 방사 리액턴스 특성으로 배플 길이가 증가할수록 방사임피던스는 이론치에 접근하는 일반적인 특성을 보이고, 또한 유한 배플의 경우 이론치 보다는 항상 작은 값임을 보인다. 배플 길이 0cm 6cm인 경우, 특히 방사리액턴스는 주파수에 따라 비선형적인 오차 특성을 보이거나, 10cm와 15cm인 경우는 전 주파수 대역에서 동일 크기의 오차를 갖는다. 그림 7은 이론치와 측정치 간의 상대오차((이론치-측정치)/이론치 × 100(%)) 특성으로 배플 길이 15cm일때 방사 저항 및 방사 리액턴스의 상대 오차는 각각 10%, 25% 이내로 배플 길이의 영향은 방사 리액턴스에서 보다 지배적임을 알 수 있다. 식 (6)에서 보는 바와 같이 방사 임피던스는 길이(b)와 직경(a)의 함수이다. 그림 6 및 7은 b/a가 0.67에 해당하는 방사 임피던스 특성으로 이와 같은 구조의 압전체에 15cm 이하의 배플이 부가된 수중 변환기 설계의 기준 자료가 될 것이다.

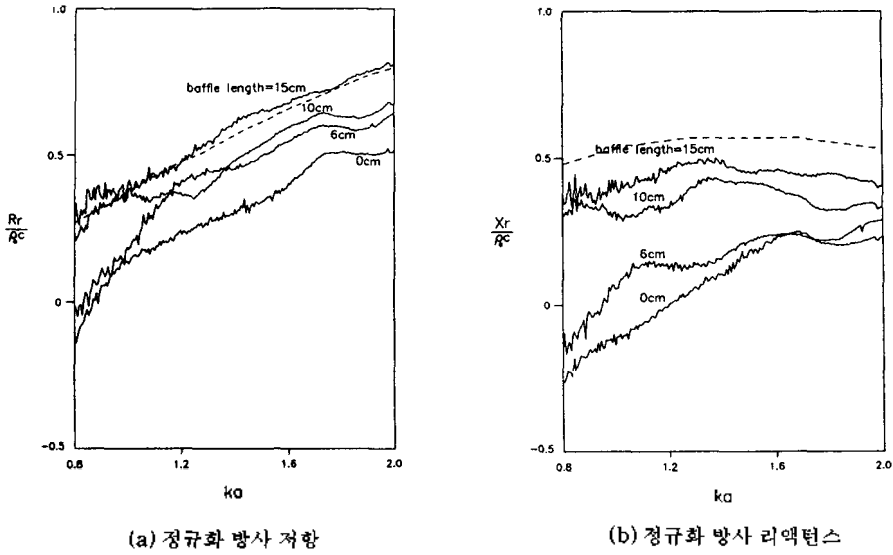


그림 6. 배플 길이 증가에 따른 정규화된 방사 임피던스 특성 비교
 (—: 유한 배플에서의 측정치, - - : 무한 배플에서의 이론치)

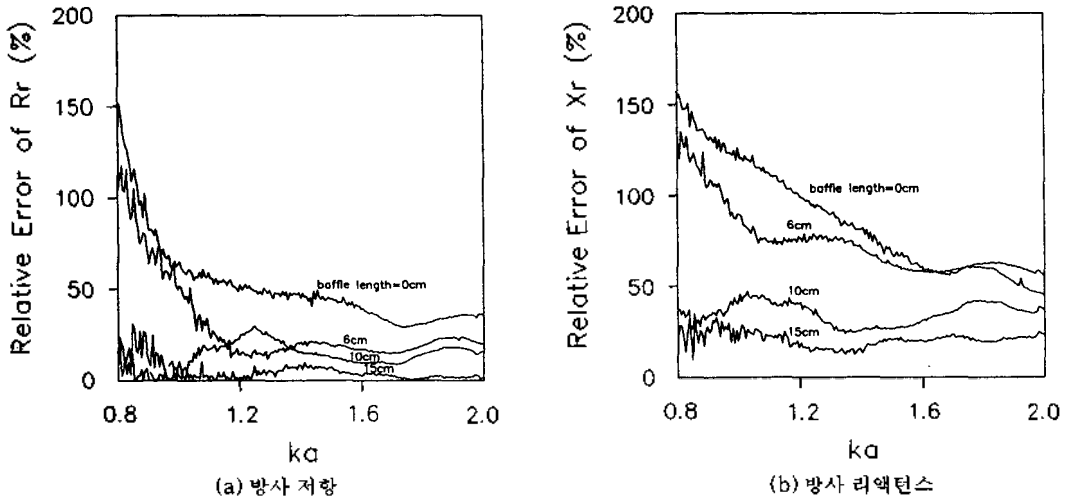


그림 7. 측정치와 이론치 간의 방사 임피던스의 상대적 오차

V. 결 론

본 논문에서는 진동체의 등가회로 해석기법을 기초로 한 방사 임피던스 측정법을 제시하였고 유한 배플 원통 진동체의 배플 길이에 대한 수중 방사 임피던스 특성을 무한 배플 구조에 대한 이론 결과와 비교하여 배플에 의한 방사 임피던스의 영향을 실험적

으로 고찰하였다.

측정에 사용한 진동체의 길이와 직경의 비는 0.67, 측정 주파수 범위는 $ka=0.8\sim 2.0$ 이다. 배플 길이의 변화에 따른 방사 임피던스의 측정 결과와 무한 배플의 이론 결과의 차이는 배플의 길이에 반비례하며, 절대적인 차이는 방사 저항에서 보다 방사 리액턴스에서 더 크게 나타난다. 또한 배플 길이의 증가에 따

라 방사 저항은 ka 에 무관하게 이론치에 접근하는 경향을 보이나, 방사 리액턴스는 주파수 증가에 따라 비선형적으로 접근하는 특성을 보인다.

이론치에 대한 측정치의 상대 오차는 방사 리액턴스에서 보다 방사 저항에서 더 작아 리액턴스에 대한 배플 길이의 영향이 더 지배적이다. 결론적으로 등가 회로법으로 유한 배플의 음향 변환기 설계시 방사 임피던스 입력 자료가 필수적이나 무한 배플 구조에서의 방사 임피던스 이론 결과를 적용하는 것은 비현실적이므로 본 연구에서 제시하는 바와 같이 배플 길이에 따른 임피던스 특성을 규명하여 이론치에 대한 보상이 수행되어야 한다.

참 고 문 헌

1. L. E. Kinsler, Fundamentals of Acoustics, John Wiley & Sons, 1982
2. K. Fukushima, Rec.E.C.E.C. Tohoku Univ., 18 No.7, 8, 1948
3. T. Nimura and Y. Watanabe, "Sound Radiation from Zonal Radiators" Sci. Rep. Ritu, B-(Elect. Comm). Vol.5 No.3, 4, pp.155-195, 1953
4. D. H. Robey, "On the Radiation Impedance of an Array of Finite Cylinders," J. Acoust. Soc. Am., 27, No.4, pp.706-710, 1955
5. R. R. Smith, J. T. Hunt and D. Barach, "Finite Element Analysis of Acoustically Radiating Structures with Applications to SONAR Transducer," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 54, No.5, pp. 1277-1288, 1973
6. R. Bossut and J-N. Decarpigny, "Finite Element Modeling of Radiating Structures using Dipolar Elements," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 86, No. 4, pp. 1234-1244, 1989
7. 김원호, "광대역 센서의 해석 기법 연구," 국방과학연구소, 1991
8. B. A. Auld, Acoustic Field and Waves in Solids, Volume I, A Wiley-Interscience Publication, 1973
9. W. P. Mason, Physical Acoustics, Volume I-Part A, Academic Press, 1964
10. J. L. Butler, Underwater Sound Transducers Image Acoustics Inc., 1982
11. C. L. Bartberger and W. A. Raber, Technology of underwater sound, NADC, 1965

▲김 원 호

1959년 5월 14일생

현재: 국방과학연구소 선임연구원

(1988년 제7권 6호 참조)

▲윤 종 락

1954년 6월 17일생

현재: 부산수산대학교 정보통신공학과 조교수

(1992년 제11권 6호 참조)