

間歇 水文過程의 模擬發生 模型(II)

- Markov 연쇄와 連續確率分布 -

A Simulation Model for the Intermittent Hydrologic Process (II)

- Markov Chain and Continuous Probability Distribution -

李在浚* · 李正植**

Lee, Jae Joon · Lee, Jung Sik

Abstract

The purpose of this study is to develop computer simulation model that produce precipitation patterns from stochastic model. In the paper(I) of this study, the alternate renewal process(ARP) is used for the daily precipitation series. In this paper(II), stochastic simulation models for the daily precipitation series are developed by combining Markov chain for the precipitation occurrence process and continuous probability distribution for the precipitation amounts on the wet days. The precipitation occurrence is determined by first order Markov chain with two states(dry and wet). The amounts of precipitation, given that precipitation has occurred, are described by a Gamma, Pearson Type-III, Extremal Type-III, and 3 parameter Weibull distribution. Since the daily precipitation series shows seasonal variation, models are identified for each month of the year separately. To illustrate the application of the simulation models, daily precipitation data were taken from records at the seven locations of the Nakdong and Seomjin river basin. Simulated data were similar to actual data in terms of distribution for wet and dry spells, seasonal variability, and precipitation amounts.

要 旨

본 연구의 목적은 간헐수문과정인 일강수계열의 모의발생 모델을 개발하는 것이다. 이를 위하여 연구(I)에서는 교대재생과정을 이용하여 강수발생과정을 해석하였으며, 본 연구(II)에서는 강수발생과정으로 Markov 연쇄를 이용하고 습윤일의 강수량 분포를 조합하여 일 강수계열을 모의발생하는 추계학적 모델을 개발하였다. Markov 연쇄로는 상태 2(건조, 습윤)의 1차 연쇄를 사용하였으며, 습윤일의 강수량 분포는 연속확률분포인 Gamma, Pearson Type-III(PT3), Extremal Type-III(T3E), Weibull 분포를 적용하였다. 일 강수계열 자료의 계절적 변동성을 고려하여 월별로 분리하여 해석하였으며, 강수발생 과정과 습윤일의 강수량과정을 조합하여 구성된 두개의 모의발생 모델 M-W, M-G 모델을 낙동강과 섬진강 유역의 7개 관측소에 적용하여 관측치와 모의발생치를 비교하므로써 모의발생 모델의 적용성을 확인하였다.

*정희원, 금오공과대학교 토목공학과 조교수, 공학박사

**정희원, 금오공과대학교 토목공학과 부교수, 공학박사

1. 서 론

일강수계열은 교대하는 건습계속기간과 습윤일의 강수량으로 구성되어 있다. 건조계속기간은 한발의 예측에 중요한 척도가 되어 수자원 이수시스템의 운영 및 계획에 기본적인 자료가 되며, 습윤계속기간은 홍수기간과 여름철의 집중호우기간 및 봄철의 농번기에 필요한 정보를 제공할 수 있다. 습윤계속기간내의 강수량은 실질적인 수자원량과 강수 및 홍수량의 규모 등을 파악하는데 도움이 될 것이며, 하천유량을 예측하기 위한 강우-유출해석의 입력자료로 이용될 수 있으므로 일 강수의 모의발생은 수문학적 관점에서 중요한 과제라 생각된다.

강수현상에 관한 종래의 연구를 방법론적으로 Markov 연쇄 모델과 교대재생과정(ARP) 모델 그리고 Point 과정 모델로 분류할 수 있으며, 대상지점의 수와 강우사상의 특성에 따라 Rhenals-Figueroa 등⁽¹⁾은 기존의 강우모델을 1) 지점강우 모델(point rainfall models), 2) 다변량 강우 모델(multivariate rainfall models), 3) 다차원 강우 모델(multidimensional rainfall models)로 구분하였고, Bras와 Rodriguez-Iturbe⁽²⁾는 Rhenals-Figueroa 등이 구분한 강우모델을 1) 외적특성 강우모델(rainfall exterior model), 2) 내적특성 강우모델(rainfall interior models)로 세분하였다.

본 연구는 간헐수문과정의 모의발생 모형(I)의 후속 논문으로서 Markov 연쇄를 이용하여 강우사상을 모의발생하는 추계학적 모형을 개발하고자 한다. 시간에 따라 어떠한 방법으로 변화되는 상황에 대한 수학적 모델을 확률과정(stochastic processes)이라고 하며, 이러한 모델 중에서 주어진 현재와 과거의 상태가 미래의 상태에 영향을 주지 않고 근접하는 두 상황의 바로 앞의 상태가 바로 뒤의 상황에만 영향을 주고 그 이전과 이후의 모든 상황에는 전혀 영향을 주지 않는 성질을 갖는 확률과정을 Markov 과정이라고 하고, 특히 이산적인 시간 매개변수를 갖는 Markov 과정을 Markov 연쇄라고 한다.

강우발생과정 해석방법 중 교대재생과정 모델은 건조·습윤계속기간이 각각 고유한 확률분포를 갖고 상호독립이라는 가정하에 건조·습윤계속기간을 교대적으로 모의발생하는 방법이며, Markov 연쇄 모

델은 시간단위별로 사상이 규정한 상태(예; 건조, 습윤)로 천이하는 천이확률에 의거하여 모의발생하는 방법으로서 교대재생과정 모델이 건조계속기간과 습윤계속기간 간의 지속성을 고려하지 않는 집단적인 해석방법인 반면에 Markov 연쇄모델은 지속성(종속성)을 고려하는 개별적인 해석방법으로 볼 수 있다.

Gabriel과 Neumann⁽³⁾은 1962년에 Markov 연쇄 모델을 이용하여 일강수의 발생·비발생을 성공적으로 해석한 최초의 연구자로 생각되며, Wisser⁽⁴⁾는 1차 Markov 연쇄 모델에 의해 적절하게 해석할 수 없는 경우에 대하여 수정된 모델을 제안하였고, Feyerherm과 Bark⁽⁵⁾는 Markov 연쇄의 천이확률 행렬은 강수의 계절적인 변동을 고려하여 추정되어야 한다고 제안하였다. Pegram⁽⁶⁾과 Lloyd⁽⁷⁾는 수문현상을 해석하기 위해 Markovian 모델의 사용이 증가하고 있는 추세에 부응하여 Markov 연쇄에 관한 이론적인 설명을 하였다.

강수발생 과정과 강수량 과정을 조합한 일 강수계열 모델로서, Woolhiser 등⁽⁸⁾은 n일 기간의 강수일수는 Markov 연쇄에 의하고, 0.01(in/day) 이상의 강수량은 지수분포에 의해서 n일 강수의 추계학적 모델을 구성하였으며, Todorovic과 Woolhiser⁽⁹⁾는 Markov 연쇄-지수분포 모델이 Binomial-지수분포 모델보다 우월하다고 하였다.

이상의 강수모델은 수자원 및 농업시스템에 있어서 널리 응용되어 Feyerherm과 Bark⁽¹⁰⁾는 강수모델에 의해 미리 발생된 건습일 계열에 대응하여 일최저 및 최고기온을 추정하는 확률모델을 제안하였으며, Harbaugh 등⁽¹¹⁾은 도시화된 지역의 강수변화양상을 검토하기 위해 Markov 연쇄모델을 적용하였다. 그리고 Bruhn 등⁽¹²⁾은 식물의 병해관리에 대한 일 기상자료를 제공하기 위한 모의발생 모델을 개발하였고, Richardson⁽¹³⁾은 일강수량, 최저 및 최고기온, 태양복사량에 관한 장기간의 자료를 발생시키기 위한 모델을 제안하고 일강수량을 1차 Markov 연쇄-지수분포 모델로 먼저 결정한 후 나머지 세개의 변수는 다변량 모델에 의해 발생시켰다.

국내의 경우는 강수계열의 해석은 극히 미미하여 이원환과 이재준⁽¹⁵⁾은 건조계속기간과 습윤계속기간의 강수량을 고려한 2변량 모델을 사용하여 단일 지점의 일 강수계열을 모의발생 하였고, 1986년 이

계준과 이원환⁽¹⁶⁾은 지점 관측소간의 공간적 확률구조를 고려하여 유역내 다지점의 일 강수계열을 모의발생하는 모델을 개발하였다. 그리고 이재준⁽¹⁷⁾은 강수발생과정에 대해 ARP 모델과 Markov 연쇄 모델을 적용하고, 습윤일의 강수량에는 연속확률분포로 Gamma 분포와 Weibull 분포를 조합한 4개의 DPS 모델을 개발한 바 있으며, 그 후 보완 등을 통해 개량한 바 있다.^(18,19) 그러나 우리나라의 강수 사상을 대표할 수 있는 일반화된 일 강수계열 모의발생 모델의 개발이 절실히 요구되는 바이므로 보다 다각적인 방법의 모색과 통계적 모수의 합리적인 추정을 통한 모델의 개선이 요망된다.

본 연구에서는 우리나라의 강수특성에 적합한 건습일 및 강수량의 빈도분포와 모수 및 천이확률에 바탕을 두고 임의기간 동안의 일강수 기록을 모의 발생시킬 수 있도록 간헐 수문사상의 대상으로 일 강수 사상을 택하고, 상태 2의 1차 Markov 연쇄 모델에 의한 강수발생과정과 습윤일의 강수량 분포를 고려하여 장기간에 걸친 일강수 사상의 추계학적 모의발생 모델을 개발함에 그 목적이 있다.

2. Markov 연쇄에 의한 강수발생과정

Markov 연쇄는 이산형 확률변수의 계열로서, 만일 k 가 조건부 확률에 관련된 식 (1)을 만족하는 가장 작은 양의 정수이면 차수가 k 인 Markov 연쇄라고 한다.

$$\Pr\{X_n|X_{n-1}, X_{n-2}, \dots, X_{n-k}, X_{n-k-1}, \dots\} = \Pr\{X_n|X_{n-1}, X_{n-2}, \dots, X_{n-k}\} \quad (1)$$

이 관계를 이용하면 독립 확률변수계열은 차수가 0인 연쇄로 정의할 수가 있으며, 본 연구에서는 강수발생과정에 대한 Markov 연쇄는 다음과 같이 가정한다.

① Markov 연쇄는 균질(homogeneous 또는 stationary)인 것으로 가정한다.

② Markov 연쇄는 ergodic 이라고 가정한다.

③ Markov 연쇄의 상태는 강수발생 유무인 경우의 두 가지(wet 또는 dry) 상태만을 고려한다.

2.1 상태 m 인 Markov 연쇄 이론

m 개의 가능한 상태($S=1, 2, \dots, m$)를 갖고 있고

상태의 변화 즉, 천이는 매개변수의 이산치에서만 ($t=t_1, t_2, \dots, t_n$) 발생하는 시스템을 생각해 보자.

시각 t_{n+1} 에서의 시스템 상태를 X_{n+1} 이라 하면 일반적으로 시스템의 미래상태의 확률은 과거상태에 종속될 것이므로 조건부 확률(conditional probability)은 식 (2)와 같다.

$$\Pr(X_{n+1}=i|X_n=x_n, \dots, X_1=x_1, X_0=x_0) \quad (2)$$

여기서, $X_0=x_0, \dots, X_n=x_n$ 은 시스템의 과거와 현재상태를 나타낸다. 만일 미래의 상태가 단지 시스템의 현재상태에 의해서만 지배를 받는다고 하면 이때 조건부 확률 식 (2)는 식 (3)으로 되며

$$\begin{aligned} \Pr(X_{n+1}=i|X_n=x_n, \dots, X_1=x_1, X_0=x_0) \\ = \Pr(X_{n+1}=i|X_n=x_n) \end{aligned} \quad (3)$$

이 과정을 1차 Markov 연쇄라고 한다.

1차 Markov 연쇄에서 시각 t_1 에서의 상태 i 로부터 시각 t_n 에서의 상태 j 로 변화할 천이확률은 식 (4)와 같이 표시된다.

$$p_{ij}(1, n) = \Pr(X_n=j|X_1=i), \quad n>1 \quad (4)$$

이때 $p_{ij}(1, n)$ 이 시간차 $t_n - t_1$ 에만 종속될 경우를 균질 Markov 연쇄라고 한다. 이러한 균질 Markov 연쇄에서 k -단계 천이확률함수는 식 (5)와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} p_{ij}(k) = \Pr(X_k=j|X_0=i) \\ = \Pr(X_{k+s}=j|X_s=i) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $s \geq 0$

식 (5)는 물리화적인 의미로 균질 Markov 연쇄가 상태 i 에서 k 단계 후에 상태 j 로 이동할 조건부 확률을 나타낸다.

상태 m 을 가진 시스템에 대하여 천이확률을 행렬 형태로 쓰면 식 (6)과 같이 되고 이 행렬을 천이확률행렬(transition probability matrix)이라고 한다.

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix} \quad (6)$$

시스템의 상태는 상호배타적(mutually exclusive)이고 각 단계에서 시스템은 상태 i 나 나머지 $m-1$ 상태에 속해야만 하므로 식 (7)과 같이 각 행(row)의 합은 1.0이 된다.

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} = 1.0 \quad (7)$$

식 (7)과 같은 제한조건으로 m 상태의 Markov 연쇄는 $m(m-1)$ 개의 천이확률이 추정되어야 한다.

시스템이 상태 i 에서 n 시간 단계 후에 상태 j 로 갈 때의 n 단계 천이후의 상태확률은 시스템이 r 단계 ($r < n$) 후에는 정확하게 중간상태 $k(1 < k < m)$ 에 있게 됨을 고찰함으로써 결정할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} p_{ij}(n) &= \Pr(X_n = j | X_0 = i) \\ &= \sum_k \Pr(X_n = j | X_r = k, X_0 = i) \Pr(X_r = k | X_0 = i) \\ &= \sum_k p_{kj}(n-r) p_{ik}(r), \quad 0 < r < n \end{aligned} \quad (8)$$

이 식 (8)을 Chapman-Kolmogorov 식⁽¹⁴⁾이라고 한다.

일단 천이확률 \bar{P} 가 알려지면 Markov 연쇄의 확률적인 거동을 결정하는데 필요한 정보는 그 연쇄의 초기상태가 된다.

시스템의 각 상태의 초기확률을 행 벡터(row vector)에 의해 표시하면 식 (9)와 같다.

$$\bar{P}(0) = [P_1(0), P_2(0), \dots, P_m(0)] \quad (9)$$

여기서, $P_i(0)$ 은 시스템이 초기에 상태 i 에 있을 확률이며, 시스템의 초기상태를 알고 있는 특수한 경우 즉, 상태가 i 라고 하면 $P_i(0) = 1$ 이 되고 행 벡터의 나머지 요소는 모두 0이 된다.

한번의 천이후에 시스템이 상태 j 에 있을 확률은 확률법칙에 의해 식 (10)으로 주어진다.

$$\begin{aligned} P_j(1) &= \Pr(X_1 = j) \\ &= \sum_i \Pr(X_0 = i) \Pr(X_1 = j | X_0 = i) \end{aligned} \quad (10)$$

이 식은 또 식 (11)과 같이 쓸 수 있다.

$$P_j(1) = \sum_i P_i(0) p_{ij} \quad (11)$$

식 (11)을 행렬 형태로 다시 쓰면 1단계 상태확률은

식 (12)와 같이 된다.

$$\bar{P}(1) = \bar{P}(0) \bar{P} \quad (12)$$

이러한 방법으로 두 번의 천이후에 시스템이 상태 j 에 있을 확률은 식 (13)으로 주어진다.

$$\begin{aligned} P_j(2) &= \sum_k \Pr(X_1 = k) \Pr(X_2 = j | X_1 = k) \\ &= \sum_k P_k(1) p_{kj} \end{aligned} \quad (13)$$

이 식을 행렬 형태로 다시 쓰면 식 (14)와 같다.

$$\bar{P}(2) = \bar{P}(1) \bar{P} = \bar{P}(0) \bar{P} \bar{P} = \bar{P}(0) \bar{P}^2 \quad (14)$$

따라서 n 단계의 상태확률 행렬은 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{P}(n) &= \bar{P}(n-1) \bar{P} = \bar{P}(n-2) \bar{P} \bar{P} = \dots \\ &= \bar{P}(0) \bar{P}^n \end{aligned} \quad (15)$$

또는

$$\bar{P}(n+1) = \bar{P}(1) \bar{P}^n \quad (16)$$

또한 ergodic 성질을 갖고 있는 Markov 연쇄에서는 시간적으로 진행함에 따라서 $\bar{P}(n)$ 은 $\bar{P}(0)$ 에 점점 덜 의존하게 되며, 상당히 오랜 시간이 흐른 n 단계 후에는 초기확률에 독립인 정상상태확률(steady state probability) p^* 에 수렴한다. 따라서 정상상태 조건 하에서는 식 (17)이 성립되고,

$$\bar{P}(n+1) = P(n) = p^* \quad (17)$$

식 (15)로부터 식 (18)이 얻어진다.

$$\bar{P}(n+1) = \bar{P}(n) \bar{P} \quad (18)$$

따라서 식 (17)과 식 (18)로부터 식 (19)가 얻어진다.

$$p^* = p^* \bar{P} \quad (19)$$

m 상태를 갖고 있는 Markov 연쇄에 대해서 이 행렬 방정식(matrix equation)은 다음과 같은 연립방정식을 나타낸다.

$$[p_1^* \dots p_m^*] = [p_1^* \dots p_m^*] \begin{bmatrix} p_{11} & \dots & p_{1m} \\ p_{m1} & \dots & p_{mm} \end{bmatrix} \quad (20)$$

또는

표 1. Transition Probability Matrix of 1st Order Markov Chain

	t	D	W
t-1			
D		a-a	a
W		b	1-b

표 2. Transition Probability Matrix of 2nd Order Markov Chain

	t-1, t	DD	DW	WD	WW
t-2, t-1					
DD		1-a	a		
DW				1-c	
WD		b	1-b		
WW				d	1-d

$$\begin{aligned}
 p_1^* &= p_{11} p_1^* + p_{21} p_2^* + \dots + p_{m1} p_m^* \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{21}$$

$$p_m^* = p_{1m} p_1^* + p_{2m} p_2^* + \dots + p_{mm} p_m^*$$

여기서, p_i^* 는 정상상태조건이 성립될 때의 상태 i 의 확률이다. 식 (20)과 식 (21)의 양변을 더하면 서로 같음을 알 수 있으므로 식 (20)은 자유도 1을 포함하고 있다. 따라서 정상상태의 확률 $p_1^*, p_2^*, \dots, p_m^*$ 를 구하기 위해서는 식 (7)과 같은 식 (22)의 제약조건이 필요하게 된다. 즉,

$$p_1^* + p_2^* + \dots + p_m^* = 1.0 \tag{22}$$

식 (21)과 식 (22)를 이용하여 상당히 큰 n 값에 대한 상태확률 $P(n)$ 즉, p^* 를 계산함으로써 초기상태의 확률을 계산할 수 있다.

이상의 이론을 강수발생과정에 적용하기 위하여 강수과정 $\{X_t, t=1, 2, \dots\}$ 를 t 일이 습윤일이면 $X_t = W$, t 일이 건조일이면 $X_t = D$ 로 표시하면 1차 Markov 연쇄에 대해서는 표 1과 같은 천이확률 행렬 (transition probability matrix)이 존재한다.

여기서, $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$ 로서, a 는 건조일 다음에 습윤일이 발생할 확률이고 b 는 습윤일 다음에 건

조일이 발생할 확률이며, j 차 열의 i 번째 행은 $P(X_t=j, X_{t-1}=i)$ 이다.

2차 Markov 연쇄에 대해서 천이확률 행렬은 표 2와 같은 형태를 갖는다.

여기서, DW열은 사상 $\{X_t=W, X_{t-1}=D\}$ 에 대응되며, WD행은 사상 $\{X_{t-1}=D, X_{t-2}=W\}$ 에 대응된다. 이와 비슷하게 고차 연쇄의 경우도 정의할 수 있다.

2.2 Markov 연쇄에 의한 모의발생

Markov 연쇄 모델에 의한 강수발생과정에는 초기확률과 천이확률 행렬이 필요하게 된다. Ergodic Markov 연쇄에서 초기확률은 정상상태의 확률로 결정되므로 정상상태의 확률을 사용하면 식 (23)과 같다.

$$[P_w(0) \ P_d(0)] = [p_w^* \ p_d^*] \tag{23}$$

여기서, p_w^* : 습윤일일 확률

p_d^* : 건조일일 확률

그리고 (0, 1) 사이의 균등난수를 발생시켜 $R_u \leq p_w^*$ 일 때는 습윤일(wet), $R_u > p_w^*$ 일 때는 건조일(dry)로 지정하고, 식 (6)의 천이확률 행렬의 누적확률 행렬에 의해 시간적으로 진행해 나가면서 각 시간단계에서의 상태를 정한다.

천이확률 행렬의 누적확률 행렬은 식 (24)와 같다.

$$\overline{CP} = \begin{bmatrix} C_{p11} & C_{p12} & \dots & 1.0 \\ C_{p21} & C_{p22} & \dots & 1.0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{pm1} & C_{pm2} & \dots & 1.0 \end{bmatrix} \tag{24}$$

여기서, $C_{p11} = p_{11}, C_{p12} = p_{11} + p_{12}$

$C_{p21} = p_{21}, C_{p22} = p_{21} + p_{22}$

$C_{pm1} = p_{m1}, C_{pm2} = p_{m1} + p_{m2}$

식 (24)에 의해 시스템의 상태를 정하는 순서는 다음과 같다.

① 초기확률에 의해 초기상태를 지정한다(상태 i 가 지정되었다고 하자).

② 난수를 발생시켜 $C_{p_{j1}} \geq R_u$ 이면 상태는 1이 되고, $C_{p_{j1}} < R_u \leq C_{p_{j+1}}$ ($j=2, 3, \dots, m-1$)이면 시스템의

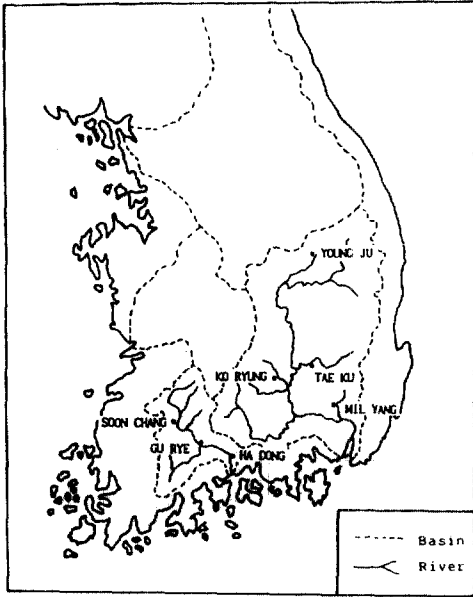


그림 1. Map of the Nakdong and Seomjin River Basin

상태는 j 가 된다.

③ 목표기간까지 시간단계를 증가시켜 나가면서 ②의 과정을 반복하여 전기간의 시스템 상태를 결정한다.

3. 습윤일의 강수량 분포

습윤일의 강수량에 대한 분포형은 이재준과 이정식⁽²⁰⁾의 간헐 수문과정의 모의발생 모형(I)-교대재생 과정(ARP)과 연속확률분포-에 기술한 바와 같다.

4. 모델의 적용 및 고찰

4.1 기본자료

본 연구의 대상지점으로는 낙동강 유역의 대구, 고령, 밀양, 영주 관측소와 섬진강 유역의 하동, 순창, 구례 관측소를 택하였으며, 그림 1은 대상지점의 위치를 도시한 것이고, 각 관측소들의 지형적 인자와 강수량자료의 보유기간은 본 연구(I)을 참조하길 바란다. 대구 관측소는 다른 관측소에 비해 자료의 보유기간이 훨씬 길므로 개발된 일강수계열 모의발생 모델의 검정을 위해서 전반부(1907-1948 : Tae Ku

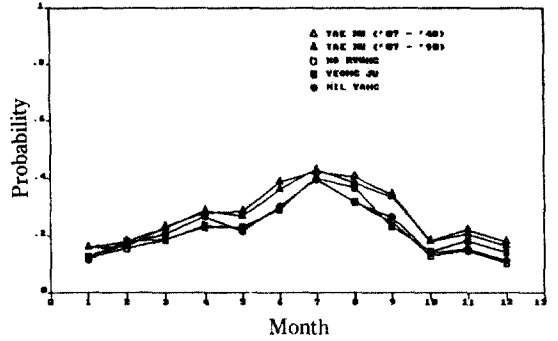


그림 2. Steady State Probability for the Nakdong River Basin.

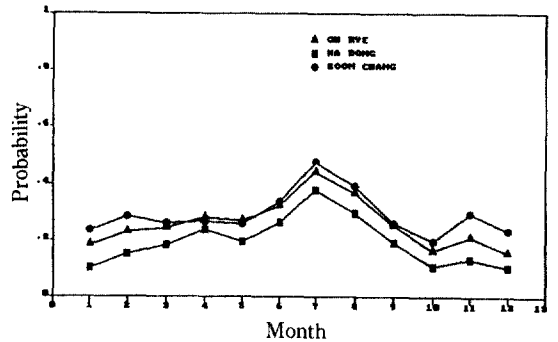


그림 3. Steady State Probability for the Seomjin River Basin.

B) 자료를 바탕으로 모수를 추정하고 모의결과와 후반부(1949-1990 : Tae Ku A)를 비교하기로 한다. 그의 나머지 관측소의 자료 보유기간은 30년 미만 이므로 전 자료를 대상으로 모수를 추정하기로 한다.

4.2 Markov 연쇄에 의한 강수발생

4.2.1 초기확률과 천이확률의 추정

강수가 발생한 날과 아닌 날을 W(wet ; 1)와 D(dry ; 0)의 두 가지 상태로 보고 일 강수계열을 D와 W만의 계열로서 재구성한 후, 관측계열의 천이빈도를 바탕으로 식 (6)의 천이확률을 추정하였고, 균질 ergodic Markov 연쇄의 특성을 확인하기 위하여, 시간단계를 증가시키면서 임의의 k 단계 천이 후의 각 상태의 확률을 관찰하였으며 차츰 정상상태의 확률 p^* 에 접근함을 알았다. 또한 식 (21)과 식 (22)로 구한 정상상태의 확률과도 일치하여 균질 ergodic Markov 연쇄의 특성을 지니고 있었다.

그림 2와 3은 습윤상태에 대한 정상상태의 확률을

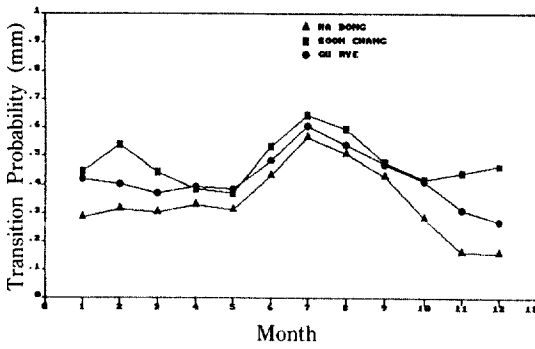


그림 4. Transition Probability for the WW (The Seomjin River Basin).

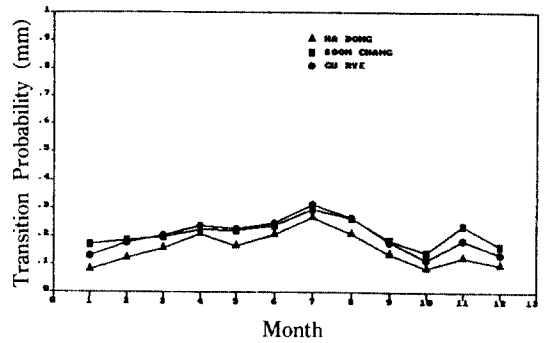


그림 5. Transition Probability for the DW (The Seomjin River Basin).

도시한 것으로서 그림 2는 낙동강 유역 그리고 그림 3은 섬진강 유역에 대한 결과이며, 이 확률을 모의 발생시의 최초상태를 결정하는 초기확률로 사용하였다. 이 그림 2와 3에서 보면 대부분의 지점에서 7월의 경우에 습윤일일 정상상태확률이 약 0.5에 접근하면서 심한 계절적 변동을 보이고 있다. 특히 12월과 1월 및 10월에는 습윤일일 정상상태확률이 작게 나타나 1년 중 가장 강수발생이 적은 기간임을 알 수 있으며, 11월~2월의 겨울철에는 순창 관측소가 가장 강수발생 확률이 컸고, 6월~9월의 여름철에는 순창, 구례, 대구의 습윤 정상상태확률이 비교적 컸다. 또한 섬진강 유역의 하동 관측소의 경우는 7개 관측소 중에서 1년 동안의 습윤 정상상태확률이 가장 작았으며 그 외의 지점들은 비슷한 변동을 보이고 있다. 강수발생 확률이 가장 작은 하동 관측소의 연평균 강수량(1679.1 mm)이 다른 지점보다 320~700 mm 정도 크다는 것은 이 지역이 비교적 대우(heavy rain)의 발생지역임을 간접적으로 시사해주며, 실제의 관측기록에서도 7개 관측소 중에서 일최대 강우량이 훨씬 큰 경우가 많아 이를 뒷받침하고 있다.

그림 4~5는 1차 Markov 연쇄의 천이확률을 도시한 것으로서, 이들의 분석을 통해 강수패턴을 추론할 수가 있다.

그림 4는 습윤일이 발생한 경우 그 다음날도 습윤일이 될 확률을 도시한 것으로서, 대부분의 값이 0.3~0.6 사이에 분포되어 있으며 하동의 경우가 가장 값이 작게 나타나 연속강수가 다른 지점보다 상대적으로 많지 않음을 알 수 있고, 특히 겨울철의

순창 관측소의 높은 확률은 겨울철 강수지역(강설 지역)으로 판단된다. 그림 5는 건조일이 발생한 후에 습윤일이 발생할 확률을 도시한 것으로서 완만한 계절변동과 함께 그 값도 상당히 작음을 알 수 있다. 전체적으로 10월과 함께 1월이 제일 낮은 값을 보였고, 모든 관측소의 1년 거동을 볼 때 7월의 peak 이후에 11월에도 peak를 보이고 있어 11월의 강수발생 가능성이 상당히 존재하는 것으로 여겨진다.

4.2.2 강수발생과정의 모의발생

Markov 연쇄 모델에 의한 강수발생과정 모델은 대상 관측소에서 비교적 적합한 것으로 파악된 1차 Markov 연쇄 모델을 사용하여 2.2절의 방법으로 관측기간의 5배에 해당하는 기간 동안의 강수발생 상황을 모의발생시켜 초기 영향을 고려하여 앞의 1/5을 제거한 후 관측계열과 비교하였으며, 관측계열과의 일치도를 파악하기 위해 RMSE(root mean squares error)를 이용하였다.^(17,19)

그림 6~7은 각각 대구 관측소(1월)와 순창 관측소(6월)의 Markov 연쇄 모델에 의한 건조계속기간 계열의 결과를 비교한 것으로서 관측계열과 모의발생 계열은 잘 일치하고 있다. 대구 관측소의 결과인 그림 6과 순창 관측소의 결과인 그림 7을 비교해 볼 때 다소 차이가 보이는데 이는 대구 관측소의 경우는 전반부자료(Tae Ku B)를 기본자료로 하여 모수를 추정 한 후, 모의발생자료와 비교를 한 관측치는 후반부자료(Tae Ku A)이었기 때문에 다른 관측소 보다 편차가 다소 컸으나 비교적 잘 맞고 있음을 알 수 있다.

이상의 결과를 통해서 볼 때 Markov 연쇄 모델에

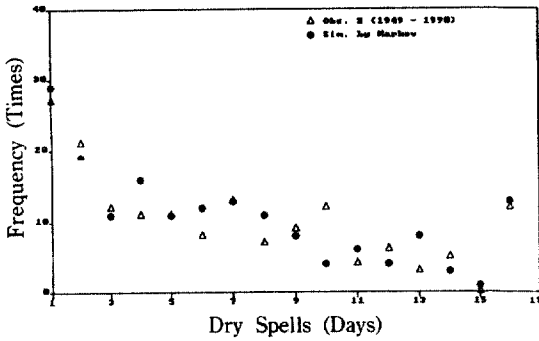


그림 6. Comparison of Observed and Simulated Frequency by Markov Chain Model (Dry Spells, Tae Ku A-Jan.).

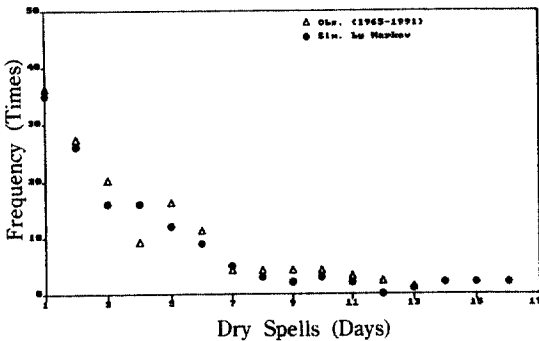


그림 7. Comparison of Observed and Simulated Frequency by Markov Chain Model (Dry Spells, Soon Chang-Jun.).

의한 강수발생과정은 건속계속기간의 길이가 긴 부분에서도 잘 맞고 있음을 확인할 수 있으며, 이는 갈수기 또는 한발의 예측이 가능함을 시사하고 있다.

4.3 습윤일의 강수량

4.3.1 연속사상간의 독립성 검정

습윤계속기간내의 연속하는 강수사상간의 독립성 검정에는 Anderson의 유의성 검정을 이용하였으며, 그 결과는 본 연구(I)에 수록한 바와 같이 독립성이 인정됨을 알 수 있다.

4.3.2 연속확률분포형의 적합

습윤계속기간내의 강수량 분포를 기술하기 위해 연속확률분포인 Gamma 분포, Pearson Type-III, Type-III 극치분포, 3모수 Weibull 분포를 적용하였고, 각 분포형에 대한 축척모수(scale parameter)와 형상모수(shape parameter), 위치모수(location pa-

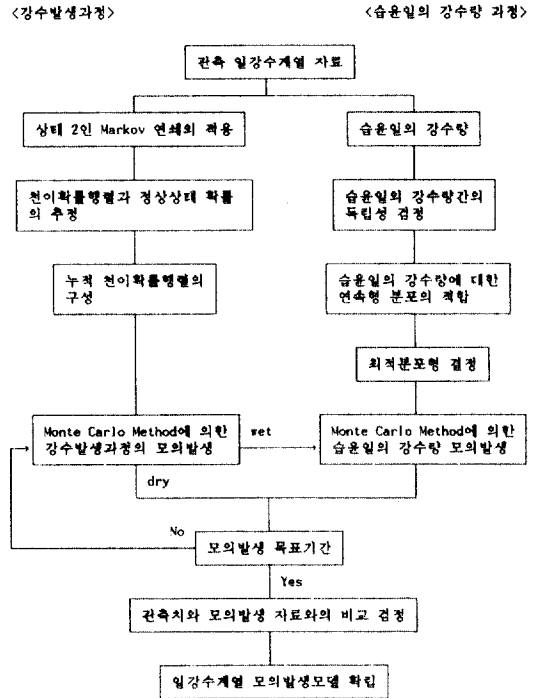


그림 8. Flow Diagram for Daily Precipitation Series Model II.

rameter)를 모멘트법과 최우추정법에 의해 추정하였으며, 그 결과는 본 연구(I)에 수록한 바와 같다.

4.4 강수계열 모의발생 모델의 검정

일 강수계열은 강수발생과정과 습윤일에 대한 강수량과정으로 구성되므로 본 절에서는 일 강수계열의 모의발생 모델을 구성하기 위하여 강수발생과정에 적용했던 Markov 연쇄 모델과 습윤일의 강수량 과정에 적합한 것으로 파악된 2모수 Weibull 분포(T3E) 및 Gamma 분포를 조합하여 구성하였으며, 그 절차는 그림 8과 같다.

이와 같이 일 강수계열의 모의발생을 위해 조합한 M-W, M-G의 2가지 모델을 사용하여 낙동강, 섬진강 유역의 7개 관측소에 대한 일 강수계열을 모의발생하였으며, 모의발생은 자료보유기간의 5배에 해당하는 기간 동안의 일 강수계열을 모의발생한 후 초기의 1/5에 해당되는 모의자료는 초기치의 영향을 고려하여 제거하였다. 모의발생 모델의 검정을 위해 검사접근방법(inspection approach)의 대상 통계량으로는 월(연)평균 강수일수, 건조·습윤계속기간의

표 3. Average Number of Wet Days (The Seomjin River Basin)

(Unit: Times)

Station	Ha Dong			Soon Chang			Gu Rye		
	Month	Obs.	M-W	M-G	Obs.	M-W	M-G	Obs.	M-W
Jan.	3.0	3.2	2.4	7.4	7.0	6.4	5.7	4.7	4.8
Feb.	4.1	4.3	3.4	8.1	8.0	7.6	6.3	6.0	6.0
Mar.	5.8	5.4	6.0	8.1	8.0	8.1	7.6	7.7	8.3
Apr.	7.0	6.2	6.4	7.9	7.3	7.4	8.2	8.4	8.1
May	6.1	5.7	5.4	8.2	7.9	8.3	8.5	8.6	8.7
Jun.	7.8	7.5	6.7	10.1	9.5	10.2	9.7	9.0	9.3
Jul.	11.8	12.0	11.2	14.0	14.3	13.4	13.8	12.1	13.5
Aug.	9.2	8.8	9.2	12.1	13.5	11.9	11.5	10.1	11.1
Sep.	5.9	6.3	5.1	8.3	7.2	7.0	7.9	6.8	7.6
Oct.	3.3	3.0	2.9	6.0	5.9	6.8	5.2	4.5	4.9
Nov.	3.9	4.0	4.0	9.0	8.6	8.9	6.2	5.8	5.7
Dec.	3.2	3.0	2.8	7.4	7.5	8.1	5.0	4.2	4.7
Total	71.1	69.4	65.5	106.6	104.7	104.1	95.6	88.7	92.7

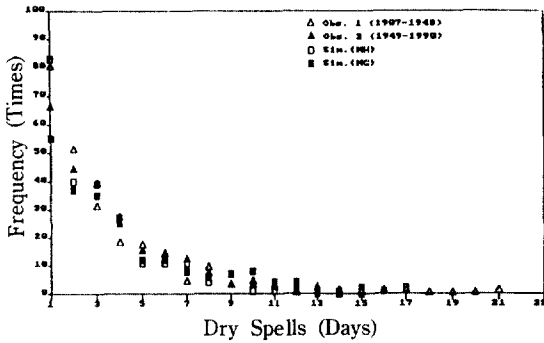


그림 9. Comparison of Observed and Simulated Frequency on Dry Spells (Tae Ku-Aug.).

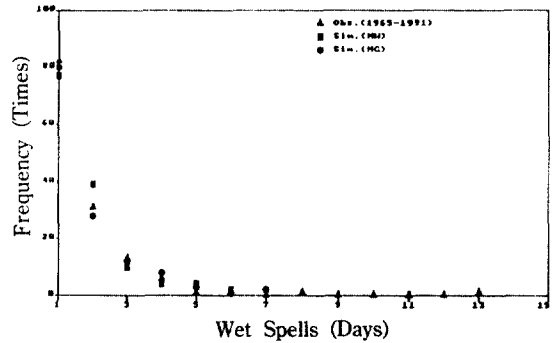


그림 10. Comparison of Observed and Simulated Frequency on Wet Spells (Soon Chang-Nov.).

돗수분포, 월(연)평균 강수량과 표준편차 등을 택하여 비교하였다.

4.4.1 강수일수

표 3은 섬진강 유역 관측소의 월별 및 연간의 강수 발생일수를 비교하기 위하여 관측자료와 Markov 연쇄 모델의 결과를 수록한 것이다. 표 3에서 보면, 월별 및 연간의 총 강수 발생일수는 모든 관측소에서 두 모델의 결과가 관측자료와 비슷한 값을 보이고 있으며, 구례를 제외한 모든 관측소에서 M-W 모델이 보다 적합함을 알 수 있다.

4.4.2 건조계속기간과 습윤계속기간

그림 9~10은 2개의 모의발생 모델을 이용하여 모의발생한 자료와 실적치간의 습윤 및 건조계속기간의 빈도분포를 일부 도시한 것이다. 그림 9는 대구 관측소의 8월에 대한 건조계속기간의 실적치와 모의발생치를 비교·도시한 것으로서 잘 맞고 있으며, 그림 10은 순창 관측소의 11월에 대한 습윤계속기간의 실적치와 모의발생치를 비교·도시한 것으로서 서로 잘 적합하고 있음을 알 수 있다.

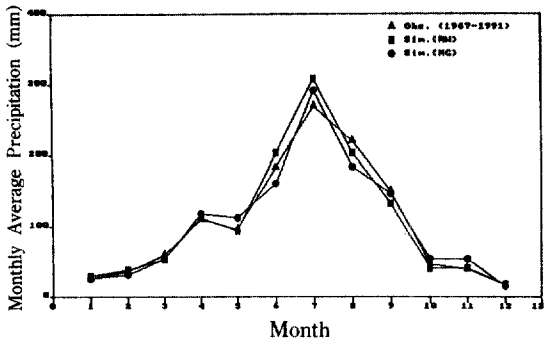


그림 11. Comparison of Observed and Simulated Average Monthly Precipitation (Mil Yang).

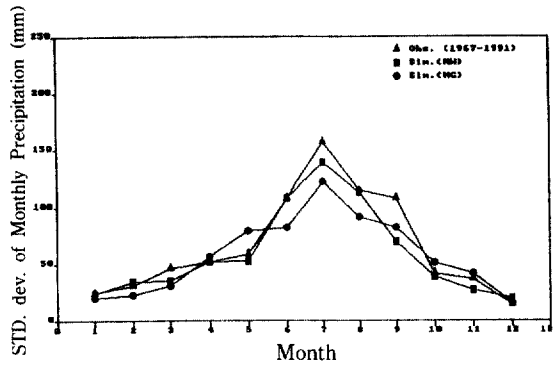


그림 13. Comparison of Observed and Simulated Standard Deviation for Monthly Precipitation (Mil Yang).

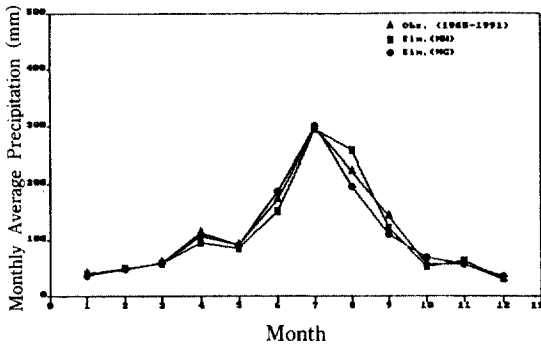


그림 12. Comparison of Observed and Simulated Average Monthly Precipitation (Soon Chang).

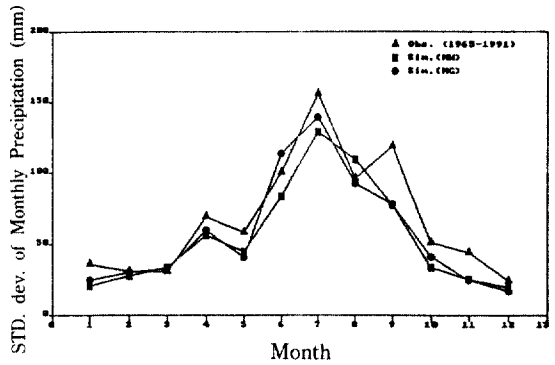


그림 14. Comparison of Observed and Simulated Standard Deviation for Monthly Precipitation (Soon Chang).

4.4.3 강수량

그림 11과 12는 각 모델에서 얻어진 모의발생 결과에 대한 월평균 강수량과 관측 월평균 강수량을 비교 도시한 것이며, 그림 13과 14는 표준편차를 비교한 것이다.

그림 11은 낙동강 유역의 밀양 관측소에 대한 월평균 강수량을 관측치와 2개 모델에 의한 모의발생치에 대해 도시한 것으로서, 2개 모델의 실측치에 대한 적합도는 좋은 일치를 보이고 있다. 7월과 9월의 경우에 모의발생 모델이 약간의 과소를 보이는 것 외에는 모두 관측치의 특성을 잘 재현하고 있다.

그림 12는 섬진강 유역의 순창 관측소에 대한 월평균 강수량을 관측치와 2개 모델에 의한 모의발생치에 대해 도시한 것으로서, 2개 모델의 실측치에 대한 적합도는 좋은 일치를 보이고 있다. 겨울철(9~11월)의 경우에 모의발생 모델이 약간 과

소를 보이는 것 외에는 모두 관측치의 특성을 잘 재현하고 있다.

그리고 그림 13과 14는 각각 낙동강 유역의 밀양 관측소와 섬진강 유역의 순창 관측소의 월 강수량에 대한 표준편차를 비교한 것이다. 이 그림에서 보면, 모의발생 결과의 표준편차는 실측자료의 표준편차보다 약간 작은 값을 보이면서 월별 경향은 거의 그대로 재현하고 있음을 알 수 있다. 실측자료의 통계적 특성에 바탕을 둔 추계학적 모의발생 모델에서는 일반적으로 극치발생의 기여로 보통 표준편차가 약간 과소하게 나타나고 있으며, 본 연구에서도 역시 그러한 경향을 확인할 수 있었다.

이들 그림으로부터 강수량을 기준으로 하여 가장 적합하다고 사료되는 모델을 선정하면, 낙동강 유역의 대구관측소는 M-W 모델이, 고령관측소는 M-W 모델이, 밀양관측소는 M-G 모델이, 영주관측소는

M-W 모델이 선정되었으며, 섬진강 유역의 하동관측소는 M-W 모델이, 순창관측소는 M-W 모델이, 구례관측소는 M-G 모델이 선정되었다.

6. 결 론

본 연구는 간헐 수문사상인 일 강수계열의 구조적 특성을 고찰하고, 그 특성에 바탕을 둔 모의발생 모델을 개발한 것이다. 일 강수계열을 강수발생과정과 습윤일의 강수량 과정의 두 단계로 분리하여 해석하였으며, 강수발생과정은 Markov 연쇄 모델에 의해서 그리고 습윤일의 강수량 과정은 4가지 연속확률분포 중 최적분포로 선정된 Gamma 분포와 2모수 Weibull 분포(T3E)에 의해서 해석하였다. 이상의 모델을 조합하여 M-W, M-G 모델을 구성하고 이를 일 강수계열 모델(DPS model)로 개발 제시하였다.

본 연구의 일 강수계열 모델을 낙동강유역과 섬진강유역의 7개 관측소에 적용하였으며, M-W, M-G 모델의 모의발생 결과 적용성을 입증하였다.

본 연구(I)과 (II)의 결과를 종합해 보면, 교대재생과정과 Markov 연쇄 모델을 이용한 4가지 일 강수계열의 모의발생 결과는 실적자료계열의 통계적 특성과 건습계속기간 등을 잘 재현하였으며, 유역이나 관측소의 특성에 따른 단일모델의 결과를 보이지 않고 모두 비슷한 수준의 좋은 적합도를 보여 4가지의 일 강수계열 모의발생 모델의 적용성을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 1992년도 한국과학재단 일반기초연구 [과제번호 : 921-1300-010-1], '간헐 수문과정의 모의발생 모델-일강수계열을 중심으로'의 연구성과의 일부분임을 밝히며, 동 재단의 배려에 감사드립니다.

참고문헌

1. Rhenals-Figueroa, A.E., I. Rodriguez-Iturbe, and J.C. Schaake, Jr., *Bidimensional Spectral Analysis of Rainfall Events*, Tech. Rep. 193, Ralph M. Parsons Lab. for Water Resour. and Hydrodyn., Mass Inst. of Technol., Cambridge, Mass., Nov. 1974.

2. Bras, R.L. and I. Rodriguez-Iturbe, "Rainfall Generation: A Nonstationary Time-Varying Multidimensional Model", *Water Resour. Res.*, Vol. 12, No. 3, 1976, pp. 450-456.
3. Gabriel, K.R. and J. Neumann, "A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrence at Tel Aviv", *Quart. Jour. Royal Meteor. Soc.*, Vol.88, No. 375, 1962, pp. 90-95.
4. Wisner, E.H., "Modified Markov Probability Models of Sequences of Precipitation Events", *Mon. Weath. Rev.*, Vol. 93, No. 8, 1965, pp. 511-516.
5. Feyerherm, A.M. and L.D. Bark, "Statistical Methods for Persistent Precipitation Patterns", *Jour. Appl. Meteor.*, Vol. 4, 1965, pp. 320-328.
6. Pegram, G.C.S., "A Note on the Use of Markov Chains in Hydrology", *Jour. Hydrol.*, Vol. 13, 1971, pp. 216-230.
7. Lloyd, E.H., "What Is, and What Is Not, a Markov Chain?", *Jour. Hydrol.*, Vol. 22, 1974, pp. 1-28.
8. Woolhiser, D.A., E. Rovey, and P. Todorovic, "Temporal and Spatial Variation of Parameters for the Distribution of N-day Precipitation", *Proc. Second Inter. Symp. in Hydrol.*, Sep. 11-13, 1972, Fort Collins, pp. 605-614.
9. Todorovic, P. and D. A. Woolhiser, "A Stochastic Model of n-Day Precipitation", *Jour. Appl. Meteor.*, Vol. 14, 1975, pp. 17-24.
10. Feyerherm, A.M. and L.D. Bark, "Probability Models for Simulating Temperatures and Precipitation", *Third Conf. on Prob. and Statist. in Atmosf. Sci.*, Jun. 19-22, 1973, Boulder, pp. 248-251.
11. Harbaugh, T.E., J.W. Fothergill, and O. Ural, "Urban Rainfall Simulation for Urban Storm Runoff", *Proc. Inter. Assoc. for Hydr. Res.*, Tokyo, 1973, pp. 111-120.
12. Bruhn, J.A., W.E. Fry, and G.W. Fick, "Simulation of Daily Weather Data Using Theoretical Probability Distributions", *Jour. Appl. Meteor.*, Vol. 19, No. 9, 1980, pp. 1029-1036.
13. Richardson, C.W., "Stochastic Simulation of Daily Precipitation, Temperature, and Solar Radiation", *Water Resour. Res.*, Vol. 17, No. 1, 1981, pp. 182-190.
14. Benjamin, J.R. and C.A. Cornell, *Probability, Statistics, and Decision Theory for Civil Engineers*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1970.
15. 이원환, 이재준, "시간적 확률구조를 고려한 일강수량의 모의발생에 관한 연구", 연세대학교 산업기술연구소 논문집, 제 17집 제 1권, 1985, pp. 37-

- 46.
16. 이재준, 이원환, “공간적 확률구조를 고려한 일 강수량의 모의발생에 관한 연구”, **대한토목학회 논문집**, 제 6권 제 3호, 1986, pp. 31-42.
17. 이재준, 강수계열의 모의발생 모델 개발, 연세대학교 대학원, 공학박사 학위논문, 1987.
18. 이재준, “교대재생과정을 이용한 건습일계열의 모의발생”, **금오공과대학 논문집**, 제 12집, 1991, pp. 189-206.
19. 이재준, 이정식, “ARP와 연속확률분포를 이용한 일강수계열의 모의발생”, 1992년도 대한토목학회 학술발표회 개요집(II), 1992, pp. 147-151.
20. 이재준, 이정식, “간헐 수문과정의 모의발생 모형 (I)-교대재생과정(ARP)과 연속확률분포”, **대한토목학회 논문집**, 제 14권 제 3호, 1994.

(接受 : 1993. 8. 31)