

## 鉛直變換座標에서 3次元 流動 數值模型

A Three-Dimensional Numerical Model of Hydrodynamic  
Flow on  $\sigma$ -Coordinate

鄭泰成\* · 李吉成\*\*

Jung, Tae Sung · Lee, Kil Seong

## Abstract

A three-dimensional, finite difference, numerical model with free surface was developed on  $\sigma$ -coordinate. A semi-implicit numerical scheme in time has been adopted for computational efficiency. The scheme is essentially independent of the stringent stability criteria (CFL condition) for explicit schemes of external surface gravity wave. Implicit algorithm was applied for vertical shear stress, Coriolis force and pressure gradient terms. The reliability of the model with vertically variable grid system was checked by the comparison of simulation results with analytic solution of wind-driven currents in a one-dimensional channel. Sensitivity analysis of differencing parameters was carried out by applying the model to the calculation of wind-driven currents in a square lake.

## 요 지

물의 流動에 관한 계산상 效率성을 갖는 自由水面을 고려한 3次元 有限差分 數值模型을 개발하였다. 數值模型은 鉛直方向에 대해 正規化한 座標( $\sigma$ -coordinate)를 사용하며, 時間 積分方法으로는 半陰解法(semi-implicit)을 사용하여 計算時間의 效率성을 도모하였다. 모드분리(mode-splitting)개념을 도입하여 내부모드(internal mode)에 대해서는 陽解法을 사용하였으며, 외부모드(external mode)는 水平方向 運動量方程式들과 連續方程式의 差分式으로부터 구한 橢圓型 差分方程式을 SOR방법에 의하여 해석하였다. 이와 같은 방법은 計算 時間間隔이 表面 重力波에 대한 CFL(Courant-Fredrich-Lewy)조건에 의해 제약을 받지 않아 計算時間의 효율성을 도모할 수 있다. 개발된 모형은 1次元 水路에서 吹送流의 鉛直分布에 대한 解析解와 比較 및 鉛直 可變格子의 도입에 따른 誤差分析, 正四角形 湖水에서 吹送流 計算 및 差分化 常數들의 敏感度 分析을 수행하였다.

## 1. 序 論

自然河川과 海洋에서의 물의 流動은 河川流, 吹

送流, 潮流, 溫排水 젓트, 密度流 등이 복합된 3차원적 흐름이다. 이러한 自然現象을 비교적 정확히 모의할 수 있는 3차원 數值模型은 構造가 복잡하고 막대한 計算時間을 요구하나 최근에는 電算機의 計算能力이 향상됨에 따라 이 분야에 대한 關心이 國·

\* 正會員 · 韓國海洋研究所 海洋工學部 先任研究員

\*\* 正會員 · 서울大學校 工科大學 土木工學科 教授

内外에서 고조되고 있는 실정이다.

물의 流動에 관한 3차원 數值模型은 從屬變數(流速, 物質의 濃度)의 鉛直變化를 표현하는 방법에 따라 크게 多段(leveled)과 多層(layered) 模型으로 구분할 수 있으며, 이외에 解析解로 표현하는 Ekman 力學模型과 連續函數로 표현하는 스펙트랄(spectral) 模型이 있다. 多層 模型<sup>(1)</sup>은 成層化에 의하여 鉛直層의 特性이 뚜렷이 區別되는 경우에 適用이 가능하며, Ekman 力學模型<sup>(2)</sup>과 스펙트랄 模型<sup>(3,4)</sup>은 鉛直方向에 대하여 연속적으로 표현하는 長點이 있으나, 成層流에 대한 적용에 制限性이 있다. 그러나, 多段 模型<sup>(5-7)</sup>은 鉛直層 間隔을 細分化하여 계산할 경우 完全 및 部分 成層域에도 적용할 수 있어 3차원 數值模型으로 널리 사용되고 있다. Cheng과 Smith<sup>(8)</sup>는 물의 流動에 관한 3차원 數值模型의 特性에 대해 현재의 技術水準을 전반적으로 검토하고, 17개 모형의 特性을 비교하였으며, 3차원 數值模型의 研究方向을 제시한 바 있다.

多段 模型中에 鉛直方向으로 變換되지 않은 直角座標系에서의 모형<sup>(5)</sup>은 水面變化가 全體 水深에 비하여 클 경우 이를 제대로 고려하지 못하는 短點이 있으며, 각 층의 厚さを 수심에 관계없이 일정하게 고정하여야 하므로 여러 층을 나누어도 수심이 얇은 곳에서는 거의 1개층으로 표현되어 淺水域에서 從屬變數의 鉛直分布를 정확히 표현하지 못하는 단점이 있다. 그러나, 水深方向으로 正規化한 座標系( $\sigma$ -좌표계, 그림 1)에서 方程式들을 數值解析하는 모형<sup>(6,7)</sup>은 수심에 관계없이 鉛直방향에 대하여 동일한

수의 鉛直層으로 分割하여 계산하므로 直角座標系에서 數值模型이 갖는 淺水域에서 流速과 物質濃度の 鉛直分布를 제대로 표현하지 못하는 問題點을 극복할 수 있는 것으로 알려져 있다.

本 研究에서는 密度流에 관한 모형을 개발하기에 앞서 自由水面을 고려한  $\sigma$ -좌표계에서 均質流에 대한 모드분리 개념을 도입하여 계산상 효율성을 갖는 3次元 流動模型을 개발하고, 1次元 水路에서의 吹送流의 계산 및 鉛直分布와 水面傾斜에 대한 解析解와의 比較, 鉛直 可變格子의 導入에 따른 誤差分析, 그리고 正四角形 湖水에서의 吹送流 計算 및 差分化 常數들에 대한 敏感度 分析을 수행하여 數值模型의 信賴性 및 效用性을 檢討하였다.

## 2. 支配方程式의 誘導

本 研究에서 개발된 自由水面을 고려한 물의 流動에 관한 3次元 數值模型의 支配方程式, 初期 및 境界條件은 다음과 같다. 鉛直變換座標에서 自由水面을 고려한 물의 流動에 관한 식들의 誘導는 Freeman 등<sup>(9)</sup>을 참고하였다.

### 2.1 支配方程式

直角座標系에서 3次元 連續方程式, 運動量方程式을 鉛直變換座標에서의 式으로 변환하고, 無次元化하였다.

물의 3次元 流動을 표현할 수 있는 Reynolds 平均된 3次元 連續方程式, 運動量方程式은 直角座標系

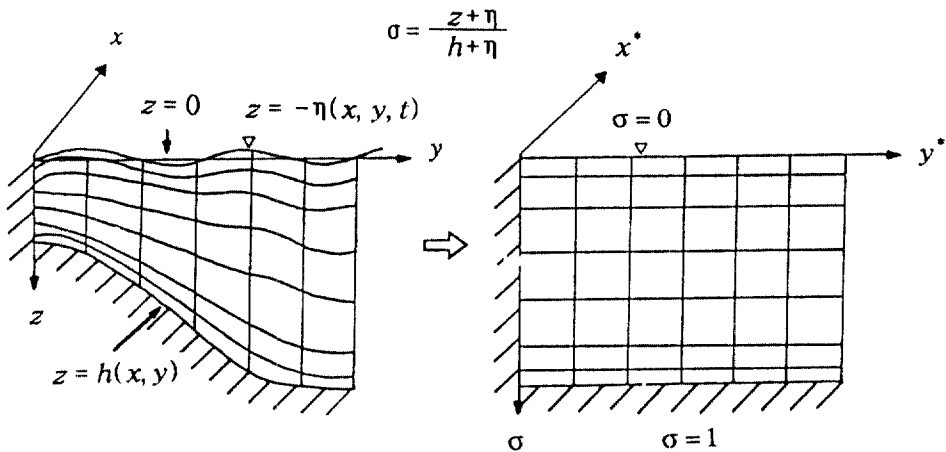


그림 1. Normalization of z-coordinate

(그림 1, x가 북쪽으로, y가 동쪽으로, z가 平均水面에서 바닥으로 증가하는 좌표)에서 다음과 같다.鉛直方向의 運動量方程式은 鉛直加速度와 Reynolds應力項이 重力加速度에 비하여 작다는 가정하에 靜水壓 假定을 취하였으며, 密度差가 重力加速度에 곱해지는 경우를 제외하고 나머지항을 무시하는 Boussinesq 근사<sup>(10)</sup>가 사용되었다.

Boussinesq 근사하에 물의 密度와 基準密度(平均密度)의 차(密度差)에 곱해지는 항을 무시하면 連續方程式은 다음과 같이 非壓縮性 流體에 관한 식과 같이 된다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

여기서, (u, v, w)=(x, y, z)方向의 流速成分이다.

Boussinesq 근사에 의하여 運動量方程式에서 密度差가 重力加速度에 곱해지는 경우를 제외하고 나머지 항을 無視하면, 水平方向 運動量方程式들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} + fv = \\ - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial u}{\partial x}) \\ + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial u}{\partial z}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} - fu = \\ - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial v}{\partial x}) \\ + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial v}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, f=Coriolis 常數,  $\rho_0$ =물의 基準密度(計算領域내 密度의 平均值), p=壓力, ( $A_H, A_V$ )=水平 및 鉛直 運動量 擴散係數이다.

鉛直加速度와 Reynolds應力項이 重力加速度에 비하여 작다는 가정(靜水壓가정)하에 무시하면, 鉛直方向 運動量方程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \quad (4)$$

여기서,  $\rho$ =물의 密度, g는 重力加速度이다.

수심 z에서의 壓力은 식 (4)를 水面( $z=-\eta$ )에서 수심 z까지 積分하면 얻어지며 다음과 같다.

$$p = p_a + \int_{-\eta}^z \rho g dz \quad (5)$$

여기서,  $p_a$ 는 大氣壓이다.

식 (5)를 식 (2)~(3)에 대입하고, 식 (1)~(4)를 Phillips<sup>(11)</sup>에 의해 소개된  $\sigma$ -座標(그림 1)에서의 식으로 변환한<sup>(9)</sup> 후에 無次元 變數를 사용하여 변환하면,<sup>(12)</sup> 새로운 좌표( $x^*, y^*, \sigma^*, t^*$ )에서 大氣壓을 무시하면 다음과 같이 된다(아래식에서 편의상 \*표시를 생략하였다).  $\sigma$ -座標를 사용하면 모든 水平 計算格子點에서의 수심에 관계없이 동일한 鉛直 格子層數를 유지할 수 있어 流速의 鉛直分布를 비교적 정확히 계산할 수 있다. 그러나, 수심이 급격히 변할 경우에는 압력항의 계산에 주의를 요하며,<sup>(13)</sup> 조건대 처리에 어려움이 있다.

$$\frac{1}{H} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{K}{H} \left[ \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} \right] + K \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{H} \frac{\partial(Hu)}{\partial t} + R_e \left[ \frac{1}{H} \frac{\partial(Huu)}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{1}{H} \frac{\partial(Huv)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial \sigma} \right] + R_0 v = \\ - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{R_e}{F_r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (H \int_0^\sigma \rho d\sigma) - \sigma \frac{\partial H}{\partial x} \rho \right] \\ + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} (H \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} (H \frac{\partial u}{\partial y}) \\ + \left( \frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \gamma \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{H} \frac{\partial(Hv)}{\partial t} + R_e \left[ \frac{1}{H} \frac{\partial(Huv)}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{1}{H} \frac{\partial(Hvv)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega v)}{\partial \sigma} \right] - R_0 u = \\ - \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{R_e}{F_r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} (H \int_0^\sigma \rho d\sigma) - \sigma \frac{\partial H}{\partial y} \rho \right] \\ + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} (H \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} (H \frac{\partial v}{\partial y}) \\ + \left( \frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \gamma \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = \rho g H \quad (9)$$

여기서, 새로운 座標에서 變數와 直交座標에서 變數와의 관계는  $b_0$ (= 基準距離),  $h_0$ (= 基準水深),  $u_0$ (= 基準流速)로 無次元化하여 나타내면, 流速( $u^*$ ,  $v^*$ ,  $\Omega^*$ )= $(u, v, \Omega b_0)/u_0$ , 時間  $t^*=t/t_0$ , 距離( $x^*$ ,  $y^*$ ,  $\sigma^*$ )= $(x, y, \sigma b_0)/b_0$ , 基準時間  $t_0=b_0^2/A_H$ , 水深  $H^*=H/h_0$ , 기준 Reynolds수  $R_e=u_0 b_0/A_H$ , 기준 Ekman수 (水平摩擦力的 Coriolis 힘에 대한 비)의 역수  $R_0=f b_0/A_H$ ,  $F_r^2=u_0^2/g h_0$ ,  $F_r$ = 기준 Froude수,  $\gamma=A_V/A_H$ , 水面變位  $\eta^*=\eta(A_H u_0/g b_0)$ ,  $K=g b_0^2/A_H^2$ , 鉛直流速  $\Omega=d\sigma/dt$ , 鉛直變換座標  $\sigma=(\eta+z)/H$ , 총수심  $H=h+\eta$ ,  $h$ = 平均水深이다.

運動量方程式 (7)과 (8)을 다시 整理하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{H} \frac{\partial(Hu)}{\partial t} + R_0 v - \left(\frac{b_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\gamma \frac{\partial u}{\partial \sigma}\right) \\ & = c(u, v, \Omega) - \frac{\partial \eta}{\partial x} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{H} \frac{\partial(Hv)}{\partial t} - R_0 u - \left(\frac{b_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\gamma \frac{\partial v}{\partial \sigma}\right) \\ & = d(u, v, \Omega) - \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned} c(u, v, \Omega) = & -R_e \left[ \frac{1}{H} \frac{\partial(Huu)}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial(Huv)}{\partial y} \right. \\ & \left. + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial \sigma} \right] - \frac{R_e}{F_r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( H \int_0^\sigma \rho d\sigma \right) - \sigma \frac{\partial H}{\partial x} \rho \right] \\ & + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left( H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left( H \frac{\partial u}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(u, v, \Omega) = & -R_e \left[ \frac{1}{H} \frac{\partial(Hvu)}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial(Hvv)}{\partial y} \right. \\ & \left. + \frac{\partial(\Omega v)}{\partial \sigma} \right] - \frac{R_e}{F_r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( H \int_0^\sigma \rho d\sigma \right) - \sigma \frac{\partial H}{\partial y} \rho \right] \\ & + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left( H \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left( H \frac{\partial v}{\partial y} \right) \text{이다.} \end{aligned}$$

連續方程式 (6)을 水深積分하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \int_0^1 K \left( \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} \right) d\sigma = 0 \quad (12)$$

連續方程式 (6)을  $\sigma=\sigma$ 에서  $\sigma=1$ 까지 積分하고 식 (12)를 사용하여 정리하면, 鉛直方向流速은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Omega_\sigma = & \frac{1}{KH} \int_0^1 \frac{\partial \eta}{\partial t} d\sigma + \frac{1}{H} \int_0^1 ADV d\sigma \\ = & \frac{(\sigma-1)}{H} \int_0^1 ADV d\sigma + \frac{1}{H} \int_0^1 ADV d\sigma \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $ADV = \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y}$ 이다.

## 2.2 初期 및 境界條件

### 2.2.1 水面 境界條件

바람에 의한 摩擦應力이 작용하는 경우 流速에 대한 조건은 다음과 같다.

$$\gamma_1 \left( \frac{\partial u}{\partial \sigma}, \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) = H(\tau_x^*, \tau_y^*) \quad (14)$$

여기서,  $\tau_x^*$ ,  $\tau_y^*$ =無次元화된  $x, y$  方向의 바람 摩擦應力,  $(\tau_x^*, \tau_y^*)=(\tau_x, \tau_y)/\tau_0$ ,  $\tau_0=\rho_0 u_0 A_H/h_0$ ,  $\tau_x$ 와  $\tau_y$ 는 각각  $x, y$  방향의 바람 摩擦應力,  $\gamma_1$ =水面에서의 無次元화된 鉛直 運動量 擴散係數  $\gamma$ 이다.

### 2.2.2 바닥 境界條件

流速에 대한 無滑動(no-slip)條件으로 다음과 같다.

$$u=v=\Omega=0 \quad (15)$$

기타, 陸地境界에서는 無滑動條件( $u=v=0$ )을 사용하였으며, 初期條件으로는 流速, 水面變位  $\eta$ 를 0으로 놓았다.

## 3. 數值解析方法

有限差分法 및 計算過程은 固定水面에 대하여 연구한 Paul과 Lick<sup>(14)</sup>의 방법을 기초로 한 것으로 連續方程式과 運動量方程式에 自由水面項의 추가와 水深計算에 自由水面 變化를 고려하는 등의 修正을 하여 自由水面을 고려하였다.

### 3.1 有限差分法

數值解析方法은 SMAC(simplified marker and cell method) 방법<sup>(15)</sup>을 수정하여 제한한 固定水面(rigid-lid)에 대한 Paul과 Lick<sup>(14)</sup>의 방법을 自由水面을 고려할 수 있도록 수정하였다. 본 연구에서



$$U = \frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} u_1^n \\ u_2^n \\ \vdots \\ u_L^n \end{pmatrix}, \quad V = \frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} u_1^n \\ u_2^n \\ \vdots \\ u_L^n \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix},$$

$\alpha_i, \beta_i, \xi_i =$  差分化에 따른 係數,  $\Delta t =$  計算 時間間隔,

$$G_1^n = -(1-\theta_3) \frac{\partial \eta^n}{\partial x} - R_0(1-\theta_1)v_1^n \\ + \left(\frac{b_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{(H^n)^2} \frac{2}{\Delta \sigma_1} [-\gamma_1(\theta_2 \tau_x^{n+1} H^n \\ + (1-\theta_2)\tau_x^n H^n) + (1-\theta_2)\gamma_{3/2} \frac{u_2^n - u_1^n}{\Delta \sigma_1}],$$

$$G_i^n = -(1-\theta_3) \frac{\partial \eta^n}{\partial x} - R_0(1-\theta_1)v_i^n \\ + \left(\frac{b_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{(H^n)^2} \frac{2(1-\theta_2)}{\Delta \sigma_i + \Delta \sigma_{i-1}} \\ \left[ \frac{\gamma_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta \sigma_i} (u_{i-1}^n - u_i^n) - \frac{\gamma_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta \sigma_{i-1}} (u_i^n - u_{i-1}^n) \right], \quad 2 \leq i \leq L,$$

$$F_1^n = -(1-\theta_3) \frac{\partial \eta^n}{\partial y} + R_0(1-\theta_1)u_1^n \\ + \left(\frac{b_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{(H^n)^2} \frac{2}{\Delta \sigma_1} [-\gamma_1(\theta_2 \tau_y^{n+1} H^n \\ + (1-\theta_2)\tau_y^n H^n) + (1-\theta_2)\gamma_{2/3} \frac{v_2^n - v_1^n}{\Delta \sigma_1}],$$

$$F_i^n = -(1-\theta_3) \frac{\partial \eta^n}{\partial y} + R_0(1-\theta_1)u_i^n \\ + \left(\frac{b_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{(H^n)^2} \frac{2(1-\theta_2)}{\Delta \sigma_i + \Delta \sigma_{i-1}} \\ \left[ \frac{\gamma_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta \sigma_i} (v_{i+1}^n - v_i^n) - \frac{\gamma_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta \sigma_{i-1}} (v_i^n - v_{i-1}^n) \right], \quad 2 \leq i \leq L,$$

$\Delta \sigma_i =$  分割된 鉛直層  $i$ 의 두께.

식 (19)과 (20)을 行列式으로 표현하면 다음과 같다.

$$B\Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2 \quad (21)$$

$$\text{여기서, } B = \begin{bmatrix} A & \theta_1 H_c R_0 I \\ -\theta_1 H_c R_0 I & A \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix},$$

$$\Gamma_1 = \begin{pmatrix} G+U \\ F+V \end{pmatrix}, \quad \Gamma_2 = \begin{bmatrix} \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x} I \\ \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial y} I \end{bmatrix},$$

식 (21)에서  $\Gamma$ 는 다음과 같이 分割될 수 있다.

$$\Gamma = \Gamma^* + \Gamma^\circ \quad (22)$$

식 (22)에서  $\Gamma^*$ 와  $\Gamma^\circ$ 는 다음을 만족한다.

$$B\Gamma^* = \Gamma_1 \quad (23)$$

$$B\Gamma^\circ = -\Gamma_2. \quad (24)$$

따라서,  $u, v$ 는 식 (24)를 만족하는 내부모드( $u^*, v^*$ )와 식 (25)를 만족하는 외부모드( $u^\circ, v^\circ$ )의 합으로  $u = u^* + u^\circ, v = v^* + v^\circ$ 와 같이 나타낼 수 있으며, 식 (24)로부터  $u^\circ$ 와  $v^\circ$ 를 구하면 다음과 같다.

$$P = QL \quad (25)$$

여기서,  $P = \begin{pmatrix} u^\circ \\ v^\circ \end{pmatrix}$ ,

$$Q = \begin{bmatrix} \theta_1 \Delta t H_c R_0 \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial y} - \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x} \\ -\theta_1 \Delta t H_c R_0 \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x} - \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial y} \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{pmatrix} \lambda^A \\ \lambda^B \end{pmatrix}, \quad R\lambda^A = \frac{1}{\Delta t} I, \quad R\lambda^B = AI, \quad R = (\theta_1 H_c R_0)^2 I$$

+ AA,  $I$ 는 對角線 要素가 1이고 나머지가 0인 單位行列이다.

식 (19)와 (20)을 다음과 같은 식을 사용하여 水深積分하면,

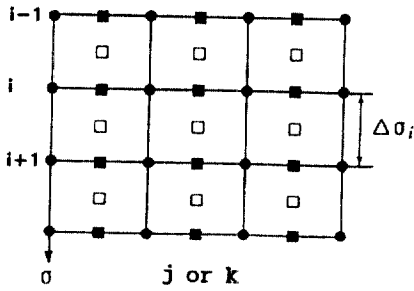
$$\int_0^\sigma X d\sigma = \sum_{i=1}^L \Psi_i X_i \quad (26)$$

여기서,  $X$ 는 임의의 方程式이며,

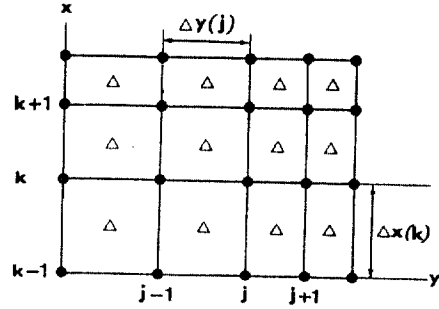
$$\Psi_i = \begin{pmatrix} \frac{\Delta \sigma_1}{2}, & i=1 \\ \frac{\Delta \sigma_i + \Delta \sigma_{i-1}}{2}, & 2 \leq i \leq L \end{pmatrix}$$

積分한 결과식은 다음과 같다.

(VERTICAL PLANE)



(HORIZONTAL PLANE)



- $u, v, H$
- △  $\rho, \eta, \Omega$
- $\rho$
- $\Omega$

그림 2. Numerical grid system

$$\frac{1}{\Delta t} \sum_i \Psi_i (u_i^{n+1} - u_i^n) + \theta_2 \phi u_i^{n+1} + \theta_1 H_c R_0 \sum_i \Psi_i v_i^{n+1} = -\chi \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x} + \sum_i \Psi_i G_i^n \quad (27)$$

$$\frac{1}{\Delta t} \sum_i \Psi_i (v_i^{n+1} - v_i^n) + \theta_2 \phi v_i^{n+1} - \theta_1 H_c R_0 \sum_i \Psi_i u_i^{n+1} = -\chi \theta_3 \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial y} + \sum_i \Psi_i F_i^n \quad (28)$$

여기서,  $\chi = \sum \Psi_i$ ,  $\phi = \left(\frac{b_0}{h_0}\right)^2 \frac{H_v}{\Delta \sigma_L} \gamma_{L+1/2}^{n+1}$ ,  $u_i^{n+1}$ ,  $v_i^{n+1}$ 는 각각  $\frac{H^{n+1}}{H^n} u_i^{n+1}$ ,  $\frac{H^{n+1}}{H^n} v_i^{n+1}$ 이다.

수면변위에 관한 差分式을 유도하기 위하여 식 (27)과 (28)에 다음과 같이水深을 곱한 후에 x방향 운동방정식은 x에 대해, y방향 운동방정식은 y에 대해 數值的인 分散을 취하여 합한다.

$$\frac{1}{\Delta x(k+1)} [HA_{j+1,k+1} + HA_{j,k+1} - HA_{j+1,k} - HA_{j,k}] + \frac{1}{\Delta y(j+1)} [HB_{j+1,k+1} + HB_{j+1,k} - HB_{j,k+1} - HB_{j,k}] \quad (29)$$

여기서,  $HA = H^n \times$  식 (27),  $HB = H^n \times$  식 (28)이다.

연속방정식 (6)을 Leap-frog法<sup>(16)</sup>에 의하여 差分化하여 水深積分하면 다음과 같다.

$$H_{j+1/2,k+1/2}^n \Omega_{j+1/2,k+1/2}^n = \frac{(\eta^{n+1} - \eta^{n-1})_{j-1/2,k+1/2}}{2K\Delta t} + \sum_i \Psi_i \frac{(Hu)_{ij+1,k+1}^n + (Hu)_{ij,k+1}^n - (Hu)_{ij+1,k}^n - (Hu)_{ij,k}^n}{2\Delta x(k+1)} + \sum_i \Psi_i \frac{(Hv)_{ij-1,k+1}^n + (Hv)_{ij,k+1}^n - (Hv)_{ij-1,k}^n - (Hv)_{ij,k}^n}{2\Delta y(j+1)} \quad (30)$$

여기서,  $\Delta x(k+1)$ ,  $\Delta y(j+1)$ 는 각각 可變格子網에서 x方向 格子點 k와 k+1 사이의 거리와 y방향 格子點 j와 j+1 사이의 거리이며(그림 2), 水深積分된 연속방정식 (12)를 사용할 경우  $H_{j+1/2,k+1/2}^n \Omega_{j-1/2,k+1/2}^n$ 項은 무시된다.

水深積分된 식 (27)과 (28)을 이용하여 식 (29)를 정리하고, 정리된 식에서 식 (30)의 마지막 2개항( $\partial(Hu)/\partial x$ 와  $\partial(Hv)/\partial y$ 의 差分式)에 해당하는 항을  $(\eta^{n+1} - \eta^{n-1})/2K\Delta t$ 로 치환하면 다음과 같다.

$$\theta_2 \tau_{Bx}^{n+1} + \theta_2 \tau_{By}^{n+1} + \theta_1 H_c (R_0 v_x^{n+1} - R_0 u_y^{n+1}) = -\chi \theta_3 \nabla^2 \eta^{n+1} + \bar{G} + \bar{F} - \frac{\eta^{n+1} - \eta^{n-1}}{K\Delta t^2} \quad (31)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\bar{c}_{Bx}^{n+1} &= \frac{[(H^n \phi_{un_L}^{n+1})_{j+1,k+1} + (H^n \phi_{un_L}^{n+1})_{j,k+1} - (H^n \phi_{un_L}^{n+1})_{j+1,k} - (H^n \phi_{un_L}^{n+1})_{j,k}]}{\Delta x(k+1)}, \\
\bar{c}_{By}^{n+1} &= \frac{[(H^n \phi_{vn_L}^{n+1})_{j+1,k+1} + (H^n \phi_{vn_L}^{n+1})_{j+1,k} - (H^n \phi_{vn_L}^{n+1})_{j,k+1} - (H^n \phi_{vn_L}^{n+1})_{j,k}]}{\Delta y(j+1)}, \\
\bar{v}_x^{n+1} &= \frac{\sum_i \Psi_i [(H^n \phi_{vn_i}^{n+1})_{j+1,k+1} + (H^n \phi_{vn_i}^{n+1})_{j,k+1} - (H^n \phi_{vn_i}^{n+1})_{j+1,k} - (H^n \phi_{vn_i}^{n+1})_{j,k}]}{\Delta k(k+1)}, \\
\bar{u}_y^{n+1} &= \frac{\sum_i \Psi_i [(H^n \phi_{un_i}^{n+1})_{j-1,k+1} + (H^n \phi_{un_i}^{n+1})_{j+1,k} - (H^n \phi_{un_i}^{n+1})_{j,k+1} - (H^n \phi_{un_i}^{n+1})_{j,k}]}{\Delta y(j+1)}, \\
\bar{v}^2 \eta^{n+1} &= \frac{[(H^n \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x})_{j+1,k+1} + (H^n \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x})_{j,k+1} - (H^n \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x})_{j+1,k} - (H^n \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x})_{j,k}]}{\Delta x(k+1)}, \\
\bar{G} &= \frac{1}{\Delta x(k+1)} \sum_j \Psi_j [(HG)_{ij+1,k+1}^n + (HG)_{ij,k+1}^n - (HG)_{ij+1,k}^n - (HG)_{ij,k}^n], \\
\bar{F} &= \frac{1}{\Delta y(j+1)} \sum_j \Psi_j [(HF)_{ij+1,k+1}^n + (HF)_{ij-1,k}^n - (HF)_{ij,k+1}^n - (HF)_{ij,k}^n],
\end{aligned}$$

식 (31)에서 외부모드와 관련된  $\eta$ 가 포함된 항을 제외하고 식 (30)의 좌변항을 포함하여 정리하면, 식 (31)에 相應하는  $\mathbf{u}^*$ 와  $\mathbf{v}^*$ 에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{\Delta t} H^n \Omega^*_{1j+1/2,k+1/2}{}^n + \theta_2 \tau^*_{Bx} + \theta_2 \tau^*_{By} \\
& + \theta_1 H_c R_0 v_x^* - \theta_1 H_c R_0 u_y^* = \bar{G} + \bar{F} \quad (32)
\end{aligned}$$

식 (31)에서 식 (32)를 빼면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{\Delta t} (H^n \Omega^*_{1j+1/2,k+1/2}{}^n + \frac{\eta^{n+1} - \eta^{n-1}}{2K\Delta t}) \\
& + \theta_2 \tau_{Bx}^0 + \theta_2 \tau_{By}^0 + \theta_1 H_c R_0 v_x^0 - \theta_1 H_c R_0 v_y^0 \\
& = -\chi \theta_3 \nabla^2 \eta^{n+1} \quad (33)
\end{aligned}$$

식 (25)로부터  $\mathbf{u}^0$ 와  $\mathbf{v}^0$ 를 구하여 식 (33)에 대입하여 정리하면, 수면변위  $\eta$ 에 관한 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{\Delta t} (H^n \Omega^*_{1j+1/2,k+1/2}{}^n + \frac{\eta^{n+1} - \eta^{n-1}}{2K\Delta t}) \\
& = [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta x(k+1)} + \frac{\delta}{\Delta y(j+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial x})_{j+1,k+1}^{n+1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta x(k+1)} - \frac{\delta}{\Delta y(j+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial x})_{j,k+1}^{n+1} \\
& - [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta x(k+1)} - \frac{\delta}{\Delta y(j+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial x})_{j+1,k}^{n+1} \\
& - [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta x(k+1)} + \frac{\delta}{\Delta y(j+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial x})_{j,k}^{n+1} \\
& + [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta y(j+1)} - \frac{\delta}{\Delta x(k+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial y})_{j+1,k+1}^{n+1} \\
& + [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta y(j+1)} + \frac{\delta}{\Delta x(k+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial y})_{j+1,k}^{n+1} \\
& - [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta y(j+1)} - \frac{\delta}{\Delta x(k+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial y})_{j,k-1}^{n+1} \\
& - [\frac{\chi + \varepsilon}{\Delta y(j+1)} - \frac{\delta}{\Delta x(k+1)}] \theta_3 (H^n \frac{\partial \eta}{\partial y})_{j,k}^{n+1} \quad (34)
\end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{i,k} &= -\theta_2 \phi \lambda_{L,j,k}^B - \Delta t (\theta_1 H_c R_0)^2 \sum_i \Psi_i \lambda_{L,j,k}^A, \\
\delta_{i,k} &= -\Delta t \theta_1 H_c R_0 \theta_2 \phi \lambda_{L,j,k}^A + \theta_1 H_c R_0 \sum_i \Psi_i \lambda_{L,j,k}^B,
\end{aligned}$$



水面傾斜項의 差分式은 다음과 같다.

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{j,k} = \frac{\eta_{j+1/2,k+1/2} + \eta_{j-1/2,k+1/2} - \eta_{j+1/2,k-1/2} - \eta_{j-1/2,k-1/2}}{\Delta x(k+1) + \Delta x(k)} \quad (35)$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)_{j,k} = \frac{\eta_{j+1/2,k+1/2} + \eta_{j+1/2,k-1/2} - \eta_{j-1/2,k+1/2} - \eta_{j-1/2,k-1/2}}{\Delta y(j+1) + \Delta y(j)} \quad (36)$$

식 (34)는  $\eta^{n+1}$ 에 대한 타원형 2계 편미분방정식으로 타원형방정식의 수치해를 구하는 방법중에 비교적 수렴속도가 빨라 계산시간이 적게 걸리는 것<sup>(19)</sup>으로 알려진 點-SOR(point-successive-over-relaxation) 방법에 의하여 계산하였다. 境界에서는 流速의 境界條件(비활동조건 또는 Neumann조건)을 식 (27)과 (28)에 대입한 후에 식 (29)~(34)의 유도과정과 동일한 방법에 의해 境界條件을 만족하는 식 (34)에 상응하는 식을 유도하여 사용하였다.

水面變位에 관한 타원형방정식을 위와 같이 差分化된 식으로부터 유도하지 않고 수면변위에 관한 편미분방정식을 유도하여 差分化하면, 수면변위의 계산값이 정확하게 差分式을 만족하지 않는다.<sup>(20)</sup>

수면변위에 대하여 본 연구에서와 같이 타원형방정식을 사용하는 대신에 천수방정식을 사용하여 계산하는 방법도 널리 사용된다.<sup>(6,7)</sup> 이러한 경우에는 본 연구에서 사용한 방법과는 다르게 내부모드의 계산 시간간격에 비하여 작은 계산 시간간격의 외부모드와 내부모드의 계산결과를 접합하는 과정이 필요하다.

$n+1$  計算時刻에서의 수평방향 流速은 식 (34)에서 구한 수면변위  $\eta$ 로부터 수면경사를 算定하여 식 (25)에서 流速  $u^*$ ,  $v^*$ 를 구하고, 식 (23)를 Thomas 알고리즘에 의해 解析하여 얻은 流速  $u^*$ ,  $v^*$ 를 합한 값( $\frac{H^{n+1}}{H^n} u$ ,  $\frac{H^{n+1}}{H^n} v$ )에  $H^n/H^{n-1}$ 을 곱하여 새로운 계산 시간단계에서의 流速벡터  $u$ ,  $v$ 를 얻는다. 鉛直方向 流速은 수평 격자점의 각 鉛直 格子層에서 이류항 ADV를 구하고 이를 바닥으로부터 鉛直流速을 구하고자 하는 水深까지 합하는 方法으로 식 (13)을 사용하여 계산하였다.

이와 같이 水面傾斜項의 계산에 타원형방정식을 사용하여 물의 3차원 유동모형을 개발한 기존 연구로서 Paul과 Lick<sup>(14)</sup>은 상기의 數值解析 方法을

시간에 따른 水深變化 및 水面變化에 의한 항을 고려하지 않은 固定水面과 鉛直變換座標에서 개발한 바 있으나, 表面重力波에 의한 自由水面의 變化를 무시하여 이에 의한 誤差發生 및 水面變位가 平均水深에 비하여 큰 경우(연안역)나 自由수면을 갖는 흐름의 모의에 사용할 수 없는 短點이 있다. Backhaus<sup>(21)</sup>는 直交座標系에서 模型을 개발하고, 이러한 방법이 陽解法에 비하여 計算速度가 약 5배 정도 빠름을 언급하였다. 그러나, Backhaus의 模型은 鉛直方向으로 正規化되지 않은 座標를 사용하므로서 서론에서 지적한 바와 같이 淺水域에서 鉛直 格子層數가 감소하여 流速의 鉛直分布를 제대로 표현할 수 없으며, 수심에 비하여 수면변위가 큰 해역에서 流速의 연직분포를 정확히 계산할 수 없는 短點이 있다. 본 연구에서 수립된 모형은 상기 두 모형의 制限點을 모두 극복할 수 있는 自由水面을 고려한  $\sigma$ -座標에서 鉛直 可變格子體系를 도입한 模型이다.

### 3.2 數值安定性 分析

상기 差分式의 安定條件은 식 (16)과 (17)에서 陰解法( $\theta_1, \theta_2, \theta_3=1$ 인 경우로 가정)으로 해석하는 항을 제외하고 鉛直 移流項을 무시하면, 平面 2次元 移流-擴散方程式의 FTCS법에 의한 差分式의 安定 조건과 같게 된다.

移流項을 非保存 形態로 표현하고 水深과 水平 格子間隔이 일정( $\Delta x = \Delta y = \text{const.}$ )하다고 가정하면 수평방향 운동방정식에 대한 差分式은 水平 移流項과 水平 擴散項을 中央差分法에 의하여 差分하고 時間 微分項을 前方差分法에 의하여 차분한 다음식이 된다.

$$f_{j,k}^{n+1} = [1 - \Delta t(R_{ex}u_0\Delta_x^0 + R_{ey}v_0\Delta_y^0 - \nabla_h^2)]f_{j,k}^n \quad (37)$$

여기서,  $f=u$  또는  $v$ ,

$$\Delta_x^0 f_{j,k} = \frac{f_{j,k+1} - f_{j,k-1}}{2\Delta x}, \quad \Delta_y^0 f_{j,k} = \frac{f_{j+1,k} - f_{j-1,k}}{2\Delta x},$$

$$\nabla_h^2 f_{j,k} = \frac{f_{j,k-1} + f_{j+1,k} + f_{j,k-1} + f_{j-1,k} - 4f_{j,k}}{\Delta x^2}$$

差分式 (37)의 安定條件은 다음과 같다.<sup>(17)</sup>

$$\frac{[R_{ex}(u_0 + v_0)]^2 \Delta t}{4} \leq 1, \quad \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{4} \quad (38)$$

#### 4. 數值模型的 檢證 및 敏感度 分析

##### 4.1 1次元 水路에서 吹送流의 鉛直分布

개발된 數值模型을 檢證하기 위하여 解析解가 존재하는 1차원 수로에서 吹送流를 계산하고 계산결과를 解析解와 비교하였다.

水路의 길이가 有限한 一定水深의 1次元 水路에서 水路의 길이방향(x)에 대한 定常 吹送流의 支配方程式은 水面傾斜項과 鉛直擴散項만을 고려하면 運動量方程式 (2)로부터 座標變換되지 않은 直交座標系에서 다음과 같다.

$$g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u}{\partial z}) = 0 \quad (39)$$

水面에서의 境界條件은  $\rho A_v \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x$ , 바닥에서 境界條件은 流速  $u=0$ 이며, 水深積分된 流速은 0이라는 가정을 사용하였다.

式 (39)를 積分하여 積分常數를 境界條件들을 사용하여 구하면, 解析解는 다음과 같다.<sup>(22)</sup>

$$u(z) = \frac{\tau_x}{4\rho A_v} (H-z) \left(1 - 3 \frac{z}{H}\right) \quad (40)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{3}{2} \frac{\tau_x}{\rho g H} \quad (41)$$

길이가 20 km, 幅이 5 km, 水深 10 m인 수로에서 水平 格子間隔으로 1 km,  $A_v = 50 \text{ cm}^2/\text{sec}$ , 計算 時間間隔 1000초(CFL조건은  $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{gH}} = 100 \text{ sec}$ ),

$\tau_x = 1 \text{ dyne/cm}^2$ ,  $\rho = 1.0 \text{ g/cm}^3$ ,  $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ 을 사용하여 계산을 수행하였다. 初期條件으로는  $\eta, u, v, \Omega = 0$ 을 사용하였다. 10개의 鉛直層으로 均等分割하여 數值模型에 의해 계산한 水路中央에서의 計算結果와 解析解를 그림 3에 나타내었다. 계산된 水平流速의 鉛直分布  $u(z)$ 와 水面變位  $\eta$ 가 해석해와 잘 일치하였다.

鉛直方向으로 可變 格子網의 도입에 따른 數值誤差를 조사하기 위하여 鉛直 格子網을 다음 식에 의하여 구성하였다.

$$\Delta \sigma_{i-1} = \Delta \sigma_i (1 - r \Delta \sigma_i) \quad (42)$$

式 (42)를 사용하여 그림 4와 같은  $r$ 이 0, 0.5, 1.0,

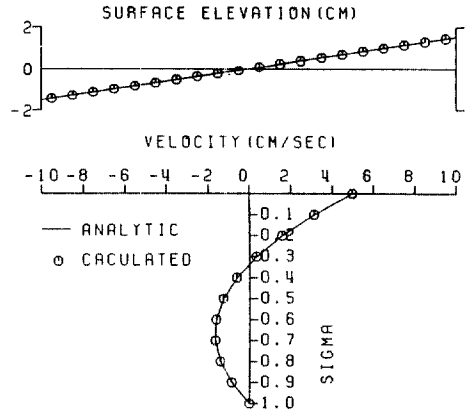


그림 3. Comparison of steady wind-driven velocity profiles

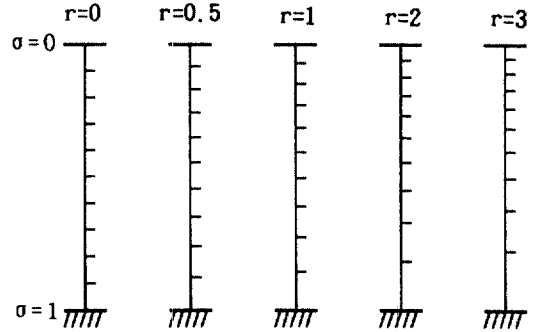


그림 4. Variable vertical grid spacing according to r

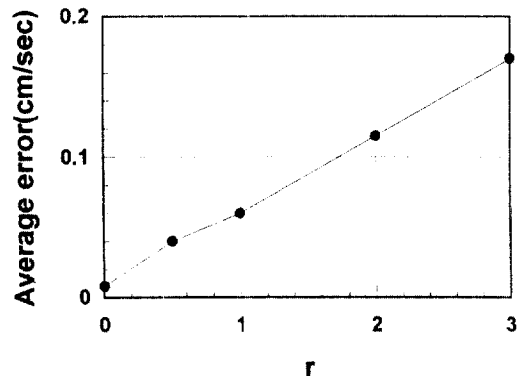


그림 5. Variation of average error (cm/sec) according to r

2.0, 3.0인 경우에 대하여 다음과 같이 정의한 平均誤差의 크기를 조사하였다.

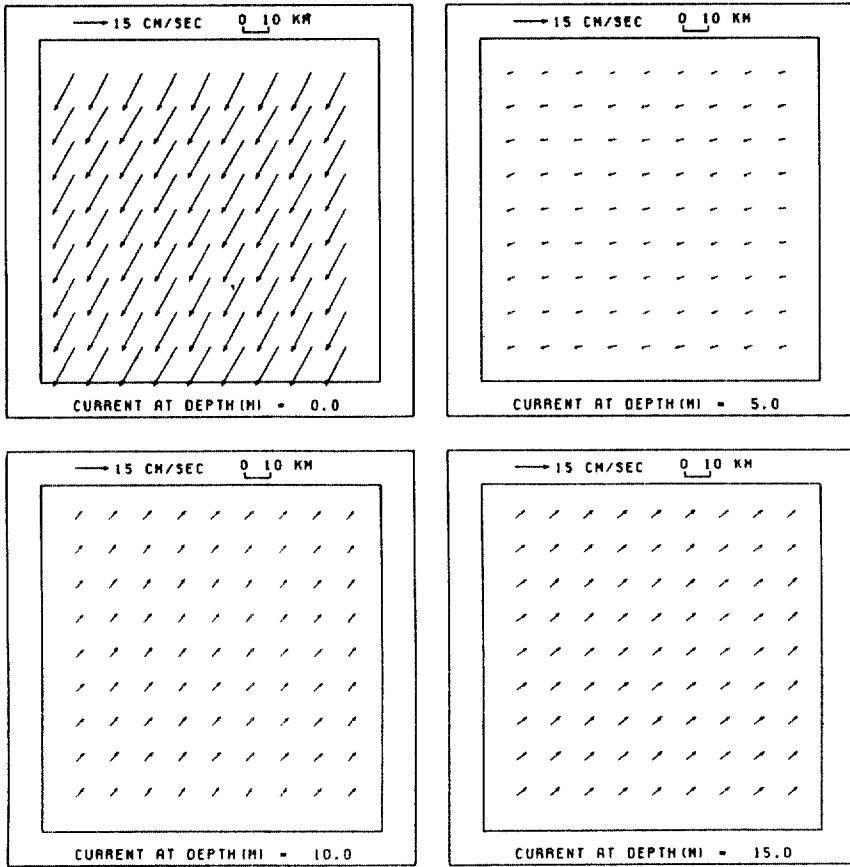


그림 6. Horizontal velocity distributions for square lake circulation (constant depth)

$$\frac{\sum_{i=1}^L |u_{cal} - u(z)|}{L} \quad (43)$$

여기서,  $u_{cal}$  = 計算流速이다.

그림 5는  $r$ 의 변화에 따른 平均誤差의 변화를 나타낸 것으로  $r$ 이 증가함에 따라 平均誤差도 증가하여  $r=0$ (均等格子)에서 0.008 cm/sec이던 값이  $r=3$ 에서 0.115 cm/sec(최대 유속의 약 2.3%)로 증가하는 모습을 보였다.

#### 4.2 正四角形 湖水에서 吹送流

한변의 길이가 100 km인 水深 20 m의 正四角形 湖水에서 바람 摩擦應力이 水面에 1 dyne/cm<sup>2</sup>로 그림 6(水面에서의 流速분포)의 上端에서 下端으로 작용하는 경우에 대하여 吹送流를 계산하고 水面 傾斜項( $\theta_3$ ), Coriolis항( $\theta_1$ ), 鉛直 擴散項( $\theta_2$ )을 完全

표 1. Sensitivity analysis of weighting parameters

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	Relaxation parameter	Number of Iteration	CPU(sec)
1.0	1.0	1.0	1.0	86	20
0	1.0	1.0	1.0	84	20
1.0	0	1.0	1.0	Unstable	-
1.0	0.5	1.0	1.0	83	20
1.0	1.0	0	1.0	Unstable	-
1.0	1.0	0.5	1.0	88	27

陰解法, Crank-Nicolson法, 陽解法으로 해석하는 경우에 대하여 模型의 安定性을 검토하였다. 計算 時間間隔은 1時間(CFL조건은  $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{2gH}} = 505 \text{ sec}$ ),

水平 格子間隔은 10 km, 鉛直 格子間隔은 2 m( $\Delta\sigma = 0.1$ ),  $A_H = 300 \text{ m}^2/\text{sec}$ ,  $A_V = 20 \text{ cm}^2/\text{sec}$ ,  $f = 0.0001/$

표 2. Sensitivity analysis of relaxation parameter of SOR method (1.0 means no relaxation)

Relaxation parameter	Number of Iteration	CPU(sec) (PC486DX33)
0.1	94	24
0.5	86	20
0.8	86	20
1.0	87	20
1.2	86	20
1.5	86	20
1.9	Unstable	-

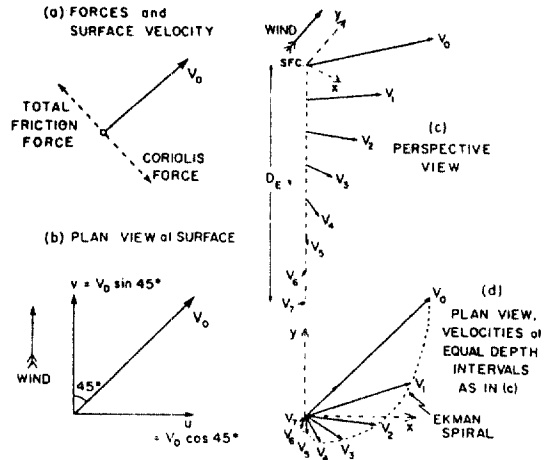


그림 7. Wind-driven currents from Ekman analysis<sup>(23)</sup>

sec가 사용되었다. 初期條件으로는  $\eta, u, v, \Omega=0$ 을 사용하였다. 이 계산조건에 대하여 Paul과 Lick<sup>(14)</sup>은 고정수면을 갖는 모형을 적용한 바 있다.

數值實驗(표 1)에 의하면, 水面傾斜項과 鉛直擴散項을 陽解法으로 처리한 경우는 不安定하였으며, Coriolis항에 대해서는 모든 差分方法이 安定하였다. 또한, 水面變位에 대한 橢圓型方程式 해석시 사용되는 SOR법의 加重值에 대한 敏感度 分析(표 2)을 실시한 결과, 0.5~1.5 사이에서의 값은 計算結果와 定常狀態 到達時間에 거의 영향을 미치지 않았다. 따라서, 본 연구에서 계산된 모든 결과는 水面傾斜項, Coriolis항, 鉛直擴散項에 대하여 完全 陰解法, SOR법의 加重值是 1이 사용된 것으로 SOR법은 Gauss-Seidel법이 된다. 모든 계산결과는 86~94시간(표 2) 후에 定常狀態 流速과 水面變位の 變化量이 각각 0.0001 이하인 경우에 계산을 종료)에 到達하였다.

그림 6은 定常狀態 도달후의 水深別(水面下 0, 5, 10, 15 m) 流速의 平面 分布圖이다. 表層流向이 Coriolis힘에 의하여 바람방향(그림 6의 상단에서 하단으로 향함)에 대하여 右向, 수심이 깊어짐에 따라 流向이 시계방향으로 回轉하여 바닥부근에서 表層流와 반대방향의 흐름을 보여, Ekman에 의한 無限水深에 대한 解析的 結果(그림 7)와 傾向이 일치하였다. 그림 8은 湖水中央 鉛直斷面에 대한 流速分布圖로 윗 그림은 y방향, 아래그림은 x방향 斷面이며, 鉛直流速은 水平流速에 대하여 5,000배 擴大圖示되었다. 湖水의 동측과 북측경계에서 湧昇流(upwelling current), 남측과 서측경계에서 沈降流

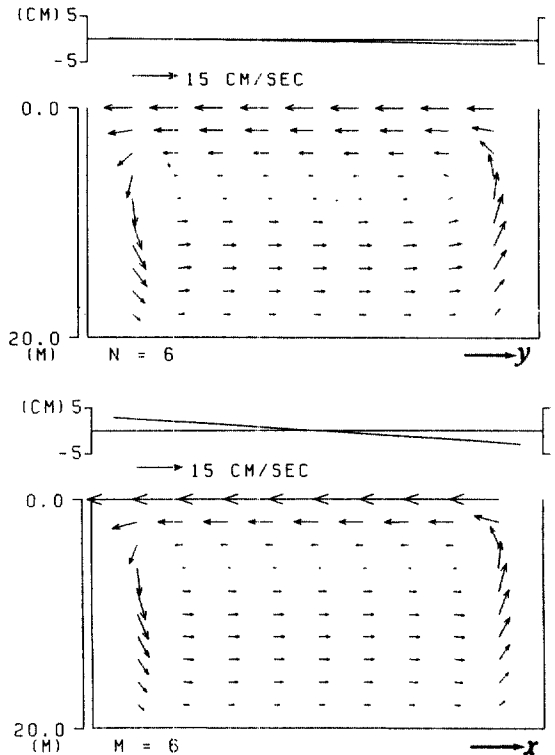


그림 8. Vertical velocity distributions for square lake circulation (constant depth)

(downwelling current)가 잘 나타나고 있다.

$\sigma$ -座標에서 模型의 正常的인 作動與否를 조사하기 위하여 정사각형 호수의 水深이 그림 6의 上端에서

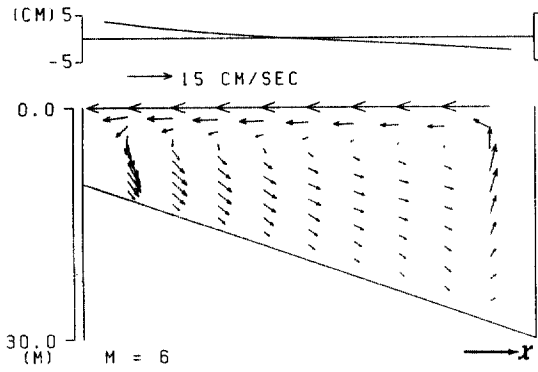


그림 9. Vertical velocity distribution for square lake circulation (variable depth)

30 m, 下端에서 10 m로 線形的인 水深變化를 갖는 경우에 대하여 모형을 적용하였다. 模型適用에 사용된 기타 조건은 一定水深의 경우와 동일하다. 그림 9는 계산된 水路中央에서 x방향 鉛直斷面의 流速分

布圖로 水深이 감소함에 따라 流速의 크기가 증가하고 있으며, 그림 10을 보면 표층에서의 유향이 수심이 알아짐에 따라 Coriolis힘의 영향이 마찰력에 비하여 상대적으로 감소하여 바람방향과 접근해 가는 자연현상과 일치하는 모습을 보였다.

### 5. 結 論

鉛直變換座標에서 自由水面을 고려한 3次元 流動에 관한 數值模型을 수립하여 吹送流의 鉛直分布와 檢證하고 正사각형 호수에서 模型의 敏感度 分析을 수행하였다. 模型은 1次元 水路에서 吹送流에 대한 自由水面과 流速의 鉛直分布를 정확히 再現하였으며 연직 가변격자를 도입함에 따라 오차가 증가하는 모습을 보였고, 正四角形 湖水에서의 吹送流 計算結果는 Ekman의 解析解와 일치하는 경향을 보였다. 또한, 計算 時間間隔이 CFL條件에 의하여 制約을

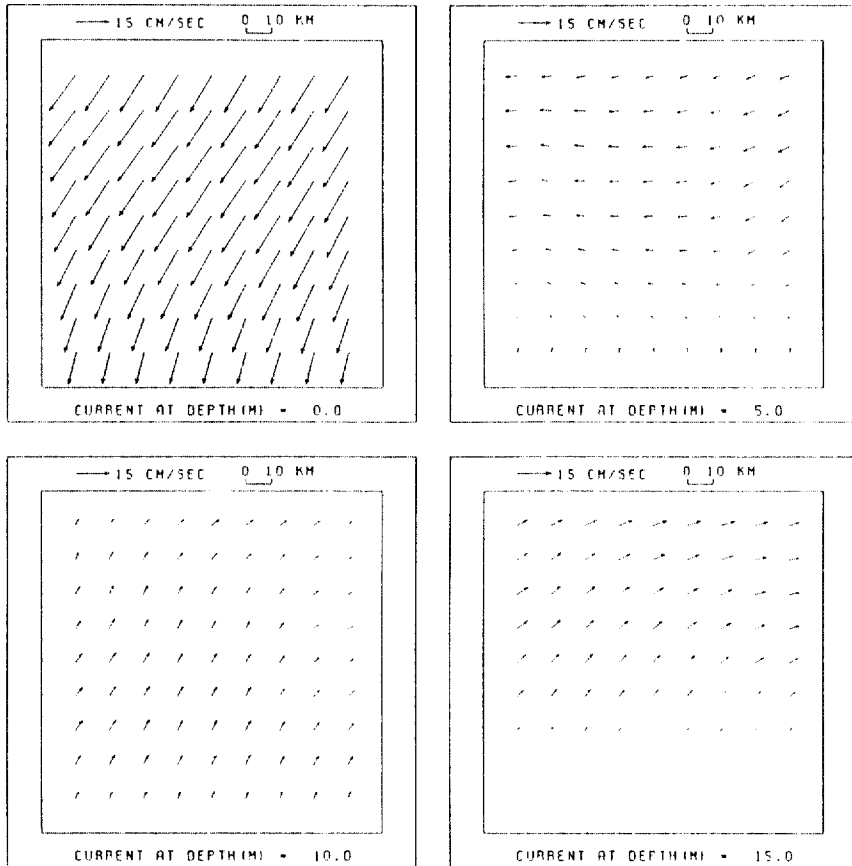


그림 10. Horizontal velocity distributions for square lake circulation (variable depth)

받지 않아 계산상 효율적임을 확인할 수 있었다. 따라서, 본 연구에서 개발된 모형은鉛直分布를 비교적 정확히 고려할 수 있으며 計算時間에 效率性이 있어 自然河川과 海洋에서의 3次元 流動을 산정하는데 유용하리라 생각된다. 지금의 研究結果는 均質流에 대한 것으로 密度變化를 고려한 模型의 開發이 進行중에 있다.

### 參考文獻

1. 정경태, 진재율, 소재귀, 존노이, "3층구조 외해역에서 취송류의 연직모드 결정기법", **한국해양·해양공학학회지**, 제 2권 제 4호, 1990, pp. 190-199.
2. Tee, K.T., "Simple Models to Simulate Three-Dimensional Tidal and Residual Currents," in *Three-dimensional Coastal Ocean Models, Coastal and Estuarine Science*, Vol. 4, N.S. Heaps(editor), AGU, 1987, pp. 125-147.
3. Gordon, R.B., *Wind-Driven Circulation in Narragansett Bay*, Ph.D Thesis, Univ. of Rhode Island, 1982.
4. Davies, A.M., "Spectral Models in Continental Shelf sea Oceanography", in *Three-Dimensional Coastal Ocean Models*, N.S. Heaps(editor), AGU, 1987, pp. 71-106.
5. Leendertse, J.J. and Liu, S.-K., *A Three-Dimensional Model for Estuaries and Coastal Seas, Vol. II: Aspects of Computation*, R-1764-OWRT, Rand Corp., Santa Monica, 1975.
6. Blumberg, A.F. and Mellor, G.L., "A Description of Three-Dimensional Coastal Ocean Circulation Model", in *Three-dimensional Coastal Ocean Models*, N.S. Heaps(editor), AGU, 1987, pp. 1-16.
7. Sheng, Y.P., "Evolution of a Three-Dimensional Curvilinear-Grid Hydrodynamics Model for Estuaries, Lakes and Coastal Waters: CH3D," in *Estuarine and Coastal Modeling*, M.L. Spaulding, Ed., ASCE, 1989, pp. 40-49.
8. Cheng, R.T. and Smith, P.E., "A Survey of Three-Dimensional Numerical Estuarine Models", *Proc. of the Conference "Estuarine and Coastal Modeling"*, Edited by M.L. Spaulding, Newport, RI, 1989, pp. 1-15.
9. Freeman, N.G., Hale, A.M. and Donard, M.B., "A Modified Sigma Equations' Approach to the Numerical Modelling of Great Lake hydrodynamics", *J. of Geophys. Res.*, Vol. 77, No. 6, 1972, pp. 1050-1060.
10. Phillips, O.M., *The Dynamics of the Upper Ocean*, Cambridge University Press, 1977.
11. Phillips, N.A., "A Coordinate Systems Having some Special Advantages for Numerical Modeling", *J. Meteor.*, Vol. 14, pp. 184-185, 1957.
12. 정태성, **연직변환좌표에서 3차원 수치모형에 의한 표면은배수 확산의 수치해석**, BSPE 00334-541-2, 한국해양연구소, 1993.
13. Haney, R.L., "On the Pressure Gradient Force over Steep Topography in Sigma Coordinate Ocean Models", *J. of Phys. Oceano.*, Vol. 12, 1990, pp. 610-619.
14. Paul, J.F. and Lick, W., *Numerical Model for Three-Dimensional, Variable-density, Rigid-lid Hydrodynamic Flow*, Grant No. 803704, Environmental Research Lab., Office of Research and Development, U.S. Environmental Protection Agency, Duluth, Minnesota, 1985.
15. Amsden, A.A. and Harlow, F.H., *The SMAC method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows*, LA-4370, Los Alamos Scientific Lab., Los Alamos, N.M., 1970.
16. Roache, P.J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, 1976.
17. Anderson, D.A., Tannehill, J.C. and Pletcher, R.H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, 1984.
18. Crowley, W.P., "A Global Numerical Ocean Model. Part I.", *J. of Comp. Phys.*, Vol. 3, 1968, pp. 111-147.
19. Hoffmann, K.A. and Chiang, S.T., *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, Vol. 1, A Publication of Engineering Education System, Wichita, Kansas, USA, 1993.
20. Hirt, C.W. and Harlow, F.H., "A General Corrective Procedure for the Numerical Solution of Initial-Value Problems", *J. of Comp. Phys.*, Vol. 2, 1967, pp. 114-119.
21. Backhaus, J.O., "A Three-Dimensional Model for the Simulation of Shelf Sea Dynamics", *Dt. Hydrogr. Z.*, Vol. 38, 1985, pp. 165-187.
22. Cooper, C.K. and Pearce, B.R., *A Three-Dimensional Numerical Model to Calculate Currents in Coastal Waters Utilizing a Depth Varying Vertical Eddy Viscosity*, Report No. 226, Ralph M. Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics, MIT, 1977.
23. Pond, S. and Pickard, G.L., *Introductory Dynamical Oceanography*, 2nd ed., Pergamon Press, 1983.

(接受: 1994. 3. 31)