大韓土木學會論文集
第14卷 第5號 · 1994年 9月
pp. 1033~1042

경계요소-유한요소 연계법에 의한 구형 수조구조물의 동적거동 특성해석

Analysis of Dynamic Behavior of Flexible Rectangular Liquid Containers by the Coupled Boundary Element-Finite Element Method

고현무* · 박장호** · 김재관***
Koh, Hyun Moo · Park, Jang Ho · Kim, Jaekwan

Abstract

Dynamic behavior of flexible rectangular liquid containers is analyzed by a two-dimensional coupled boundary element-finite element method. The irrotational motion of inviscid and incompressible ideal fluid is modeled by boundary elements and the motion of structure by finite elements. A singularity free integral formulation is employed for the implementation of boundary element method. Coupling is performed by using compatibility and equilibrium conditions along the interface between the fluid and structure. The fluid-structure interaction effects are reflected into the coupled equation of motion as added fluid mass matrix and sloshing stiffness matrix. By solving the eigenproblem for the coupled equation of motion, natural frequencies and mode shapes of coupled system are obtained. The free surface sloshing motion and hydrodynamic pressure developed in a flexible rectangular container due to horizontal and vertical ground motions are computed in time domain.

요 지

2차원 경계요소-유한요소 연계법을 사용하여 구형 수조구조물의 동적거동 특성을 파악하였다. 비점성, 비압축성 이상유체의 운동은 경계요소법으로 모델링하였으며 구조물의 운동은 유한요소법으로 모델링하였다. 경계요소법의 적용시 Singularity를 소거한 경계적분식을 사용하였다. 유체와 구조물의 경계면에서 적합조건과 평형조건을 만족시킴으로써 경계요소와 유한요소를 연계하였다. 유체-구조물 상호작용의 영향은 유체의 부가질량행렬과 유체 유동에 의한 강성행렬로 연계된 유체-구조물계에 반영된다. 연계된 유체-구조물계의 고유치 문제로부터 수조구조물의 고유진동수와 고유모드를 구하였으며 수평 및 수직 지반운동에 의하여 수조구조물에 발생하는 유체동압력과 자유수면의 유동도 산출하였다.

* 정회원 · 서울대학교 토목공학과 부교수
** 정회원 · 서울대학교 토목공학과 박사과정
*** 정회원 · 서울대학교 토목공학과 조교수

1. 서 론

유연성이 있는 벽체로 구성된 수조구조물에 지진과 같은 동하중이 작용하면 유체와 유연구조물의 상호작용으로 인하여 내부 유체의 운동과 구조물의 응답은 큰 영향을 받게 된다. 액체저장 Tank 등의 설계에 구조물이 강체로 거동한다고 가정하여 유체동압력 등을 산출하는 방법이 한동안 사용되어 왔다. 그 방법들중에 대표적인 것으로는 Housner 방법을 들 수 있다.[1] 이 방법에서 Housner는 유체동압력을 벽체와 함께 운동하는 유체분량에 의한 압력, 즉, 충격성분과 유체 자유수면의 Sloshing 운동과 관련된 압력성분, 즉, 대류성분으로 분리하여 산출하는 공식들을 제시하였다. 그러나 1964년 Niigata 지진, 1964년 Alaska 지진, 1966년 Parkfield 지진 등에서 상기된 방법에 따라 설계된 Tank들에 많은 피해가 발생하였으며[2] 그 피해의 원인규명과정에서 유체와 유연구조물의 상호작용으로 유체동압력이 강체모델에서보다 수배이상 증폭될 수 있음이 밝혀졌다. 그 후 유체-구조물 상호작용에 관한 연구가 본격적으로 시작되었으며 특히 원통형 저장 Tank에 관한 연구가 많이 이루어졌다.[3]

액체를 저장하기 위해서는 원통형이나 球形 Tank가 주로 사용되고 있으나, 사용후 핵연료 저장시설과 같이 내부에 무거운 물체를 유체내에 저장하기 위해 건설되는 시설에는 구형평면을 갖는 대형 철근콘크리트 구조가 사용되는 경우가 있다.[4] 이러한 특수저장시설에서는 벽체에 작용하는 유체동압력뿐 아니라 자유수면의 Sloshing까지도 정확히 평가될 필요가 있으며, 유체-구조물 상호작용해석에서는 벽체의 유연성 뿐만 아니라 내부에 저장되어 있는 저장용기들의 영향까지도 고려할 수 있어야 한다. 본 연구에서는 사용후 핵연료 저장시설과 같이 불규칙한 형상의 바닥 경계조건을 갖는 구형 수조구조물에서의 유체-구조물 상호작용을 평가할 수 있도록 2차원 경계요소-유한요소 연계법을 개발하였다.

이 기법에서 유체는 비점성, 비압축성 이상유체로 가정하여 그 운동을 경계요소법에 의하여 모델링하였으며 유연한 벽체운동의 모델링에는 유한요소법을 사용하였다. 수조구조물의 바닥과 그 위에 놓인 저장용기는 탄성체 또는 강체로 모델링할 수 있도록 하여 불규칙한 바닥경계조건 문제도 해석이 가능하도록 하였다. 개발된 경계요소법은 Singularity가 소거된 경계적분식에 근거하였으며 불연속 경계에서는 분리된 경계조건이 적용될 수 있도록 하였다.[5-7] 연계시스템의 운동방정식은 구조물만의 운동방정식에 유체의 부가질량행렬과 Sloshing 강성행렬이 연계되는 형태로 구성되어 있으므로 직접적분법에 의한 응답의 시간이력해석 뿐만 아니라 연계시스템의 모드 해석도 용이하다.

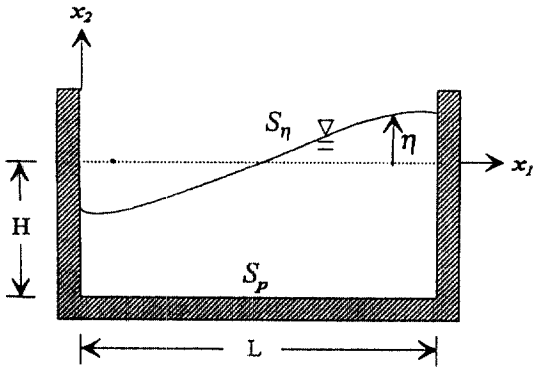


그림 1. 고정좌표계에 의한 수조구조물의 해석모델

2. 유체 운동의 모델링

그림 1은 구형 수조구조물의 단면으로서 2차원 해석 모델이다. 좌표계는 편의상 평균수면과 수조구조물의 좌측 내벽의 교차점에 원점을 둔 고정좌표계를 사용한다.

2.1 유체의 지배방정식 및 경계조건

2차원 수조구조물에서 내부 유체의 운동을 비압축성, 비점성의 이상유체로 가정하면 유체의 비회전 운동은 속도 Potential $\phi(\mathbf{x}, t)$을 사용하여 나타낼 수 있다.

$$v_1 = \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial x_1}$$

$$v_2 = \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial x_2} \qquad (1)$$

여기서 $\mathbf{x}=(x_1, x_2)$는 고정좌표계에서의 위치벡터이고 v_1, v_2는 각각 x_1, x_2 방향의 절대속도를 나타낸다.

유체의 운동은 Eulerian 정식화에 근거하여 다음의 2차원 Laplace 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2\phi(\mathbf{x},\ t)=0 \tag{2}$$

수조구조물에 수평 및 수직 지반운동이 가해지면 유체는 운동을 하게 된다. 이때 유체의 자유수면은 운동학적 경계조건(kinematic boundary condition)과 동역학적 경계조건(dynamic boundary condition)을 만족시켜야 한다.

평균수면에서 자유수면까지의 높이를 $\eta(x_1,\ t)$라 하면 유체 자유수면에서의 운동학적 경계조건은 다음과 같이 유도된다.[8]

$$\frac{D}{Dt}(x_2-\eta-u_{g2})=0 \tag{3-a}$$

$$\frac{\partial(x_2-\eta-u_{g2})}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla(x_2-\eta-u_{g2})=0 \tag{3-b}$$

$$\frac{\partial(\eta+u_{g2})}{\partial t}+\frac{\partial\phi}{\partial x_1}\frac{\partial\eta}{\partial x_1}=\frac{\partial\phi}{\partial x_2} \tag{3-c}$$

여기서 $u_{g2}(t)$은 지반의 x_2 방향 변위 성분이다. 식 (3-c)에서 $\frac{\partial\phi}{\partial x_1}\frac{\partial\eta}{\partial x_1}$의 값은 미소하여 무시한다면 유체 자유수면에서의 선형화된 운동학적 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial\phi(\mathbf{x},\ t)}{\partial x_2}=\frac{\partial\eta(x_1,\ t)}{\partial t}+\dot{u}_{g2}(t) \qquad \text{on } S_\eta \tag{4}$$

자유수면에서의 선형화된 동역학적 경계조건은 자유수면에서 성립하는 다음의 Bernoulli 방정식으로부터 구하여질 수 있다.[8]

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{P}{\rho}+\frac{1}{2}\nabla\phi\cdot\nabla\phi+g\eta=F(t) \tag{5}$$

여기서 g, ρ는 각각 중력가속도와 유체의 질량이며 $P(\mathbf{x},\ t)$는 유체동압력을 나타내고 $F(t)$는 시간의 함수로 속도 Potential $\phi(\mathbf{x},\ t)$에 포함시킬 수 있다. 따라서 대기압을 0으로 정의하고 미소항 $1/2\nabla\phi\cdot\nabla\phi$를 무시하면 다음과 같이 유체 자유수면에서의 선형화된 동역학적 경계조건이 얻어진다.

$$\frac{\partial\phi(\mathbf{x},\ t)}{\partial t}+g\eta(x_1,\ t)=0 \qquad \text{on } S_\eta \tag{6}$$

그리고 구조물과 유체의 경계면에서는 구조물의 법선방향속도와 유체 입자의 법선방향속도는 동일하므로 선형화된 경계조건은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial\phi(\mathbf{x},\ t)}{\partial\mathbf{n}}=\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}_p \qquad \text{on } S_p \tag{7}$$

여기서 $\mathbf{n}$은 외향법선벡터이고, $\mathbf{v}_p$는 유체와 구조물의 경계면에서 구조물의 절대속도벡터이다. 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력중 정수압을 제외한 유체동압력 $P(\mathbf{x},\ t)$는 Bernoulli 방정식에서 미소항 $1/2\nabla\phi\cdot\nabla\phi$를 무시하면 다음과 같은 선형방정식으로 나타낼 수 있다.

$$P(\mathbf{x},\ t)=-\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}(\mathbf{x},\ t) \tag{8}$$

2.2 유체 운동의 모델링

앞에서 정의한 유체의 운동을 경계요소법으로 모델링하였다. 이때 경계요소법을 사용하는 것은 유체의 경계만을 이산화함으로써 모델링이 쉽고 미지수가 경계에서의 적분항에만 나타나므로 문제의 차원이 한 단계 낮아지고 해가 정확한 잇점이 있기 때문이다.

경계요소법에 사용되는 경계적분식은 Laplace 방정식의 Lagrange-Green Identity로부터 다음과 같이 구하여진다.[9]

$$\phi(\xi,\ t)=\int_s\phi(\mathbf{x},\ t)\frac{\partial G(\mathbf{x};\xi)}{\partial\mathbf{n}}ds-\int_s G(\mathbf{x};\xi)\frac{\partial\phi(\mathbf{x},t)}{\partial\mathbf{n}}ds \tag{9}$$

여기서 $\mathbf{x}=(x_1,\ x_2)$은 경계위의 점을, $ds=ds(\mathbf{x})$는 미분선요소를 나타내며, $G(\mathbf{x};\xi)$는 2차원 Laplace 방정식의 기본해 또는 Green 함수라 하고 다음의 식을 만족한다.

$$\nabla^2G(\mathbf{x};\xi)=\delta(\mathbf{x}-\xi) \tag{10}$$

식 (10)을 만족하는 2차원 Green 함수 및 그 Normal Derivative는 다음과 같다.

$$G(\mathbf{x};\xi)=\frac{1}{2\pi}\ln(r) \tag{11-a}$$

$$\frac{\partial G(\mathbf{x};\xi)}{\partial \mathbf{n}} = \frac{1}{2\pi}\frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{n}}{r^2} \tag{11-b}$$

여기서 $r=\sqrt{\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}}$, $\mathbf{r}=(x_1-\xi_1,\ x_2-\xi_2)$이다.

그러나 식 (9)는 우변의 첫항에서 Strong Singularity을 가지므로 다음과 같은 방법을 이용하여 Strong Singularity를 소거하였다.[5-7] 식 (9)는 $\phi(\mathbf{x},\ t)=$const.인 경우도 성립하므로[9] 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\int_s \frac{\partial G(\mathbf{x};\xi)}{\partial \mathbf{n}} ds = 1 \tag{12}$$

식 (12)에서 경계 S를 Singular Point ξ를 포함한 S_ε와 그 외의 부분 S_c로 나누고 이를 식 (9)에 대입하여 식을 재구성하면 다음과 같은 Singularity가 소거될 수 있는 경계적분식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\phi(\xi,\ t)\int_{S_c} \frac{\partial G(\mathbf{x};\xi)}{\partial \mathbf{n}} ds &= \int_{S_c} (\phi(\mathbf{x},\ t)-\phi(\xi,\ t))\frac{\partial G(\mathbf{x};\xi)}{\partial \mathbf{n}} ds \\ &+ \int_{S_c} \phi(\mathbf{x},\ t)\frac{\partial G(\mathbf{x};\xi)}{\partial \mathbf{n}} ds \\ &- \int_S G(\mathbf{x};\xi)\frac{\partial \phi(\mathbf{x},\ t)}{\partial \mathbf{n}} ds\end{aligned} \tag{13}$$

식 (13)에서는 식 (9)에 있던 Strong Singularity가 다음과 같은 Potential $\phi(\mathbf{x},\ t)$의 연속성에 의하여 완전히 제거된다.

$$\lim_{x\to\xi}|\phi(\mathbf{x},\ t)-\phi(\xi,\ t)|=0 \tag{14}$$

또한 식 (9)의 우변 두번째 항에서 발생하는 Weak Singularity는 Taylor 급수의 전개를 이용하여 제거하였다.[6,7]

유체의 경계는 그림 2에 주어진 3절점 Isoparametric 곡선요소를 사용하여 이산화하였다. 각 요소에서의 좌표와 변수는 국부곡선좌표계에 근거한 2차 형상함수를 사용하여 절점좌표와 절점변수의 함수로 표시하였다. 이로부터 이산화된 경계적분식이 다음과 같이 얻어진다.[6,7]

$$[G]\left\{\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}}\right\}-[T]\{\phi\}=\{0\} \tag{15}$$

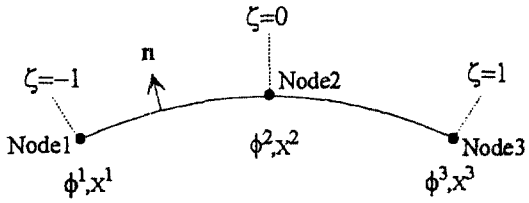


그림 2. 3절점 Isoparametric 곡선요소

여기서 G, T는 이산화된 경계적분식으로부터 얻어지는 계수행렬이고, $\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}}$은 절점에서의 외향법선방향 속도벡터이며 ϕ는 절점 Potential 벡터이다. 식 (15)를 시간에 대하여 미분한 후 유체 경계에서의 절점들을 자유수면에서의 절점과 구조물과 유체의 경계면에서의 절점으로 분리하고 식 (4), (6), (7)로 정의된 유체의 자유수면과 구조물과 유체의 경계면에서의 경계조건들 및 식 (8)의 관계식을 대입하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{G}_{pp} & \mathbf{G}_{p\eta}\\ \mathbf{G}_{\eta p} & \mathbf{G}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\left\{\frac{\partial}{\partial t}\ \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}}\right\}-\begin{bmatrix}\mathbf{T}_{pp} & \mathbf{T}_{p\eta}\\ \mathbf{T}_{\eta p} & \mathbf{T}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\left\{\frac{\partial \phi}{\partial t}\right\}=\{0\} \tag{16-a}$$

$$\begin{bmatrix}\bar{\mathbf{G}}_{pp} & \mathbf{G}_{p\eta}\\ \bar{\mathbf{G}}_{\eta p} & \mathbf{G}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{v}}_p\\ \ddot{\eta}+\{\mathbf{1}\}\ddot{u}_{g2}\end{pmatrix}+\begin{bmatrix}\bar{\mathbf{T}}_{pp} & \bar{\mathbf{T}}_{p\eta}\\ \bar{\mathbf{T}}_{\eta p} & \bar{\mathbf{T}}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{P}\\ \eta\end{pmatrix}=\{\mathbf{0}\} \tag{16-b}$$

여기서

$\bar{\mathbf{G}}_{pp}=\mathbf{n}\cdot\mathbf{G}_{pp}$, $\bar{\mathbf{G}}_{\eta p}=\mathbf{n}\cdot\mathbf{G}_{\eta p}$,

$\bar{\mathbf{T}}_{\eta\eta}=g\,\mathbf{T}_{\eta\eta}$, $\bar{\mathbf{T}}_{p\eta}=g\,\mathbf{T}_{p\eta}$,

$\bar{\mathbf{T}}_{\eta p}=\mathbf{T}_{\eta p}/\rho$, $\bar{\mathbf{T}}=\mathrm{T}_{pp}/\rho$.

이고 $\dot{\mathbf{v}}_p$, $\mathbf{P}$는 각각 구조물과 유체의 경계면에서의 절대속도벡터와 유체동압력벡터이고, $\ddot{\eta}$, η는 각각 유체 자유수면에서의 가속도벡터와 변위벡터를 나타내며, 하첨자 η는 자유수면에 위치한 절점을, 하첨자 p는 구조물과 유체의 경계면에 위치한 절점을 각각 의미한다.

식 (16-b)로부터 유체의 동압력벡터 $\mathbf{P}$를 자유수면에서의 변위벡터 η, 가속도벡터 $\ddot{\eta}$와 유체와 구조물의 경계면에서의 가속도벡터 $\dot{\mathbf{v}}_p$의 함수로 표현할 수 있다.

$$[\mathbf{P}]=[\mathbf{P}_1]\{\dot{\mathbf{v}}_p\}+[\mathbf{P}_2]\{\ddot{\eta}\}+[\mathbf{P}_3]\{\eta\}+[\mathbf{P}_2]\{1\}\ddot{u}_{g2} \tag{17}$$

여기서 $\mathbf{P}_1=-\bar{\mathbf{T}}_{pp}^{-1}\bar{\mathbf{G}}_{pp}$, $\mathbf{P}_2=-\bar{\mathbf{T}}_{pp}^{-1}\mathbf{G}_{p\eta}$, $\mathbf{P}_3=-\bar{\mathbf{T}}_{pp}^{-1}\bar{\mathbf{T}}_{p\eta}$이다.

식 (17)을 식 (16-b)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 유체의 운동에 대한 이산화된 운동방정식이 얻어진다.

$$[\mathbf{M}_{\eta p}]\{\dot{\mathbf{v}}_p\}+[\mathbf{M}_{\eta\eta}]\{\ddot{\eta}\}+[\mathbf{K}_{\eta\eta}]\{\eta\}+[\mathbf{M}_{\eta\eta}]\{\mathbf{1}\}\ddot{u}_{g2}=\{\mathbf{0}\} \tag{18}$$

여기서

$$\mathbf{M}_{\eta p}=\bar{\mathbf{G}}_{\eta p}-\bar{\mathbf{T}}_{\eta p}\bar{\mathbf{T}}_{pp}^{-1}\bar{\mathbf{G}}_{pp}$$

$$\mathbf{M}_{\eta\eta}=\mathbf{G}_{\eta\eta}-\bar{\mathbf{T}}_{\eta p}\bar{\mathbf{T}}_{pp}^{-1}\mathbf{G}_{p\eta}$$

$$\mathbf{K}_{\eta\eta}=\bar{\mathbf{T}}_{\eta\eta}-\bar{\mathbf{T}}_{\eta p}\bar{\mathbf{T}}_{pp}^{-1}\bar{\mathbf{T}}_{p\eta}$$

$$\{1\}^T=\{1\ 1\ \cdots\ 1\ 1\}$$

식 (18)에서 강체수조구조물인 경우 가속도벡터 $\dot{\mathbf{v}}_p$가 지반가속도와 같아지므로 식 (18)은 자유수면의 변위벡터 η와 가속도벡터 $\ddot{\eta}$만으로 정의된다. 그리고 식 (18)로부터 자유수면의 높이가 구하여지면 식 (17)로부터 구조물과 유체의 경계면에서 발생하는 유체동압력도 산출할 수 있다. 식 (17)과 식 (18)을 함께 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix}\mathbf{P}\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_2\\ \mathbf{M}_{\eta p} & \mathbf{M}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{v}}_p\\ \ddot{\eta}\end{pmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{P}_3\\ \mathbf{K}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\{\eta\}+\begin{bmatrix}\mathbf{P}_2\\ \mathbf{M}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\{\mathbf{1}\}\ddot{u}_{g2} \tag{19}$$

3. 경계요소와 유한요소의 연계

감쇠가 없는 구조물을 8절점 평면변형요소를 이용한 유한요소법에 의하여 모델링하면 지반운동과 외부하중을 받는 구조물의 이산화된 운동방정식은 다음과 같다.

$$[\mathbf{M}^s]\{\ddot{\mathbf{u}}\}+[\mathbf{K}^s]\{\mathbf{u}\}=-[\mathbf{M}^s][\mathbf{r}^s]\begin{pmatrix}\ddot{u}_{g1}\\ \ddot{u}_{g2}\end{pmatrix}+\mathbf{f} \tag{20}$$

여기서 $\mathbf{M}^s$, $\mathbf{K}^s$는 각각 구조물의 질량 및 강성행렬을, $\mathbf{u}$는 구조물 절점의 지반에 대한 상대변위벡터를 나타내고 $\ddot{u}_{g1}$, $\ddot{u}_{g2}$는 각각 x_1, x_2 방향 지반가속도이다. 또한 $\mathbf{f}$는 수조구조물에 작용하는 유체동압력에 의한 등가절점하중벡터이고 $\mathbf{r}^s$은 구조물에 대한 지진력 영향계수행렬이다. 구조물과 유체를 연계하기 위해서는 구조물과 유체의 경계면에서 유체입자의 절점가속도가 구조물의 법선방향 절점가속도와 동일하다는 적합조건과 구조물과 유체의 절점에 작용하는 하중이 같다는 평형조건을 만족시켜야 한다. 먼저 구조물과 유체의 경계면에서의 평형조건을 만족시키기 위하여 식 (17)의 유체의 절점압력으로부터 다음과 같은 방법을 사용하여 구조물에 작용하는 등가의 절점하중을 구한다.[10]

$$\mathbf{f}=-\mathbf{LP}=-\mathbf{M}_{pp}\dot{\mathbf{v}}_p-\mathbf{M}_{p\eta}\ddot{\eta}-\mathbf{K}_{\eta\eta}\eta-\mathbf{M}_{p\eta}\{\mathbf{1}\}\ddot{u}_{g2} \tag{21}$$

여기서 $\mathbf{M}_{pp}=\mathbf{LP}_1$, $\mathbf{M}_{p\eta}=\mathbf{LP}_2$, $\mathbf{K}_{p\eta}=\mathbf{LP}_3$이고, $\mathbf{L}$은 분포된 표면력을 절점력으로 변환하는 행렬(Distribution Matrix)이다.[10] 식 (18)과 식 (21)을 함께 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix}\mathbf{f}\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}=-\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{p\eta}\\ \mathbf{M}_{\eta p} & \mathbf{M}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{v}}_p\\ \ddot{\eta}\end{pmatrix}-\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{p\eta}\\ \mathbf{K}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\{\eta\}-\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{p\eta}\\ \mathbf{K}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\{\mathbf{1}\}\ddot{u}_{g2} \tag{22}$$

또한 경계면에서 적합조건을 만족시키기 위하여 식 (22)에서 유체의 절점변위를 지반변위와 지반에 대한 상대변위의 합으로 나타내면 다음의 식과 같다.

$$\begin{pmatrix}\mathbf{f}\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}=-\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{p\eta}\\ \mathbf{M}_{\eta p} & \mathbf{M}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\ddot{\mathbf{u}}_p\\ \ddot{\eta}\end{pmatrix}-\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{p\eta}\\ \mathbf{K}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\{\eta\}-\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{p\eta}\\ \mathbf{M}_{\eta p} & \mathbf{M}_{\eta\eta}\end{bmatrix}[\mathbf{r}^f]\begin{pmatrix}\ddot{u}_{g1}\\ \ddot{u}_{g2}\end{pmatrix} \tag{23}$$

여기서 $\mathbf{r}^f$는 유체에 대한 지진력 영향계수행렬이고, $\mathbf{u}_p$는 유체와 구조물의 경계면에서 구조물절점의 지반에 대한 상대변위벡터이다.

식 (20)에서 구조물의 절점변위벡터 $\mathbf{u}$를 유체와 구조물의 경계면에서의 절점변위벡터 $\mathbf{u}_p$와 그 외의 절점벡터 $\mathbf{u}_o$으로 분리하고 식 (20)과 식 (23)을 연립하여 나타내면 다음과 같은 유체와 구조물이 연계된 수조구조물에 대한 운동방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{M}^s_{oo} & \mathbf{M}^s_{op} & 0\\ \mathbf{M}^s_{po} & \mathbf{M}^s_{pp}+\mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{p\eta}\\ 0 & \mathbf{M}_{\eta p} & \mathbf{M}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\ddot{\mathbf{u}}_o\\ \ddot{\mathbf{u}}_p\\ \ddot{\eta}\end{pmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}\mathbf{K}^s_{oo} & \mathbf{K}^s_{op} & 0\\ \mathbf{K}^s_{po} & \mathbf{K}^s_{pp} & \mathbf{K}_{p\eta}\\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{\eta\eta}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{u}_o\\ \mathbf{u}_p\\ \eta\end{pmatrix}$$

$$= -\begin{bmatrix} \mathbf{M}^s_{oo} & \mathbf{M}^s_{op} & 0 \\ \mathbf{M}^s_{po} & \mathbf{M}^s_{pp}+\mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{p\eta} \\ 0 & \mathbf{M}_{\eta p} & \mathbf{M}_{\eta\eta} \end{bmatrix} [\mathbf{r}] \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{g1} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{g2} \end{pmatrix} \tag{24}$$

여기서 $\mathbf{r}$는 $\mathbf{r}^s$와 $\mathbf{r}^i$로 구성되는 지진력 영향계수행렬이다. 유체의 Sloshing 운동에 의한 유체동압력을 무시하여 충격성분의 영향만을 고려하고자 할 경우에는 다음의 식을 사용한다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^s_{oo} & \mathbf{M}^s_{op} \\ \mathbf{M}^s_{po} & \mathbf{M}^s_{pp}+\mathbf{M}_{pp} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_o \\ \ddot{\mathbf{u}}_p \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^s_{oo} & \mathbf{K}^s_{op} \\ \mathbf{K}^s_{po} & \mathbf{K}^s_{pp} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_o \\ \mathbf{u}_p \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{bmatrix} \mathbf{M}^s_{oo} & \mathbf{M}^s_{op} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^s_{po} & \mathbf{M}^s_{pp}+\mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{p\eta} \end{bmatrix} [\mathbf{r}^i] \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{g1} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{g2} \end{pmatrix} \tag{25}$$

여기서 $\mathbf{r}^i$는 충격성분의 영향만을 고려할 경우의 지진력 영향계수행렬이다. 유체-구조물 연계시스템의 운동방정식 (24), (25)에서는 유체-구조물 상호작용의 영향이 유체의 부가질량행렬과 Sloshing 강성행렬로 표현되었으며, 직접적분법에 의한 응답의 시간이력해석 뿐만 아니라 연계시스템의 모드 해석 또는 응답스펙트럼 해석이 가능하게 되어 실제 응용에 편리함을 알 수 있다.

4. 해석예제

4.1 경계적분식의 검증

본 논문에서 제안한 경계적분식을 사용한 경계요소법에 대하여 검증하였다. 그림 3과 같은 두 가지 경계치 문제에 대하여 정해와 이산화된 모델의 해석결과를 비교하였다. 정해와의 상대오차가 정사각형 모델의 경우 10^{-5}%, 원형 모델의 경우 10^{-2}% 이내로 매우 정확함이 확인되었다.

4.2. 저장용기가 없는 수조구조물에서의 유체-구조물 상호작용 해석

그림 4는 저장용기가 없는 수조구조물의 단면과 재료성질을 나타낸다. 본 해석기법을 적용하기 위하여 자유수면은 30개의 3절점 Isoparametric 경계요소, 구조물의 각 벽은 7개의 8절점 Isoparametric

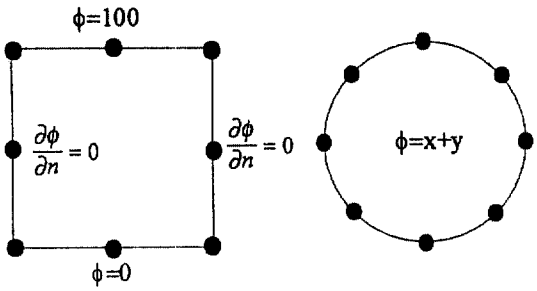


그림 3. 경계적분식의 검증을 위한 해석모델

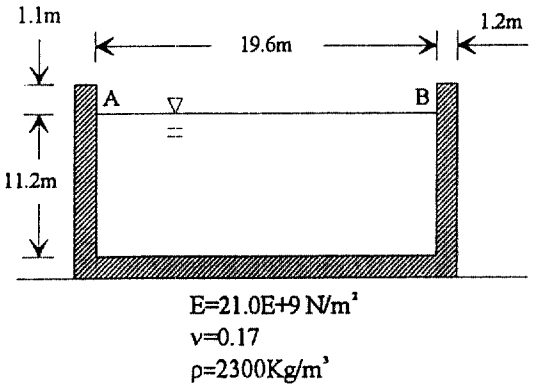
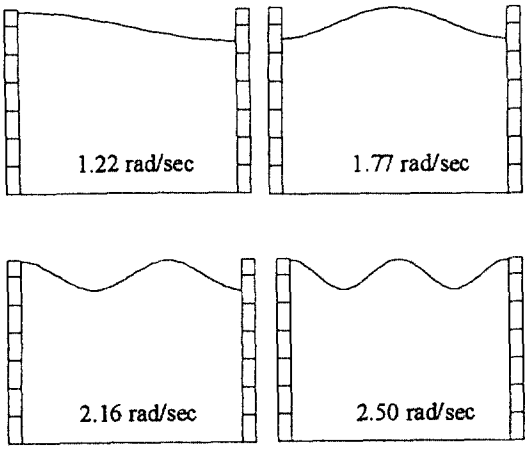


그림 4. 지반에 고정된 수조구조물의 해석모델

평면요소로 모델링하고 바닥은 강체로 가정하여 총 136개의 자유도를 갖는 2차원 모델을 구성하였다. 본 논문에서 제시한 방법에 의하여 연계된 시스템의 모드해석을 수행하여 유체의 Solshing 운동은 제 1차부터 제 61차 모드에서, 연계된 시스템의 운동은 제 62차 모드에서부터 나타남을 확인하였다. 그림 5에 Sloshing 모드인 제 1차, 2차, 3차, 4차 모드 및 제 62차 63차 모드를 나타내었다. 여기서 제 62차 모드는 수직 지반운동시 연계시스템의 제1차 고유모드이고 제 63차 모드는 수평 지반운동시 연계시스템의 제 1차 고유모드이다. 유체가 없는 구조물만의 진동수 24.15 rad/sec에 비하여 연계시스템의 고유진동수는 낮아졌는데 그 주된 원인은 유체의 부가질량으로 인하여 연계시스템의 전체 질량이 증가하였기 때문인 것으로 판단된다.

지반운동으로 가속도 시간이력이 주어졌을때 연계시스템의 응답을 직접적분법에 의하여 해석하였다. 사용한 입력지반가속도는 1940년 El Centro 지진 기록의 N-S 성분으로서 수평방향 최대가속도는 0.2 g, 수직방향 최대가속도는 0.133 g이 되도록 Sca-



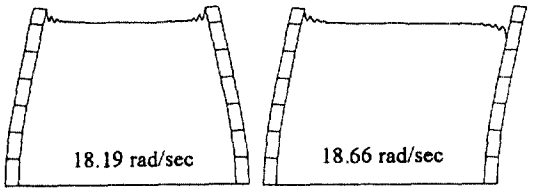


그림 5. 수조구조물의 고유진동수 및 고유모드

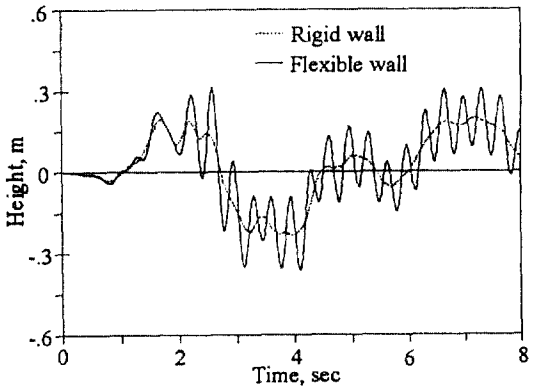


그림 6. 수평 지반운동에 의한 우측벽면에서의 시간에 따른 자유수면 높이의 변화

ling하였으며 시간간격은 0.01초이다.

그림 6과 그림 7은 각각 수평, 수직지반 운동에 대한 우측 벽면에서의 시간에 따른 자유수면의 높이변화를 계산하여 강체수조구조물에서의 응답과 비교한 것이다. 벽체의 유연성으로 인하여 자유수면의 높이변화 크기가 증가될 수 있으며 고차의 Sloshing 모드가 발생함을 그림 6에서 알 수 있다. 수직지반운동 작용시에는 강체수조구조물의 자유수면은

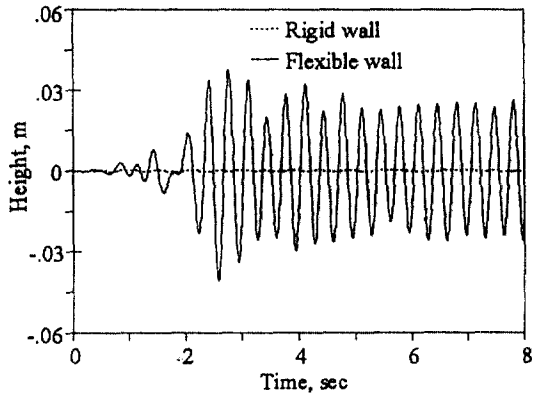


그림 7. 수직 지반운동에 의한 우측벽면에서의 시간에 따른 자유수면 높이의 변화

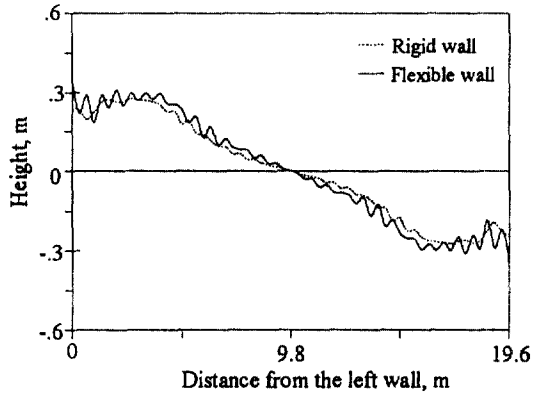


그림 8. 수평 지반운동에 의한 자유수면의 형상

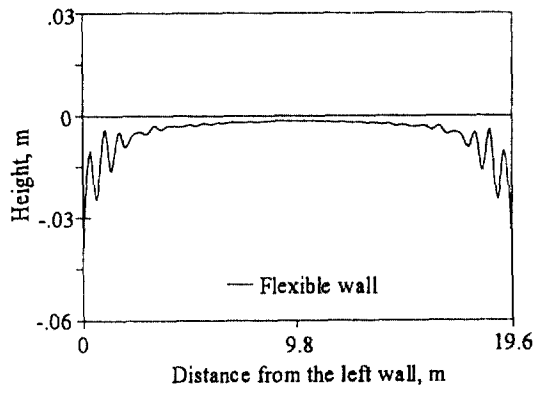


그림 9. 수직 지반운동에 의한 자유수면의 형상

요동이 없는 반면 유연수조구조물에서는 자유수면의 높이가 변화하나 그 크기는 매우 미약함을 그림 7에서 볼 수 있다. 그림 8과 그림 9는 수평 및 수직지반운동에 의해 우측 벽면에서 자유수면의 최대높

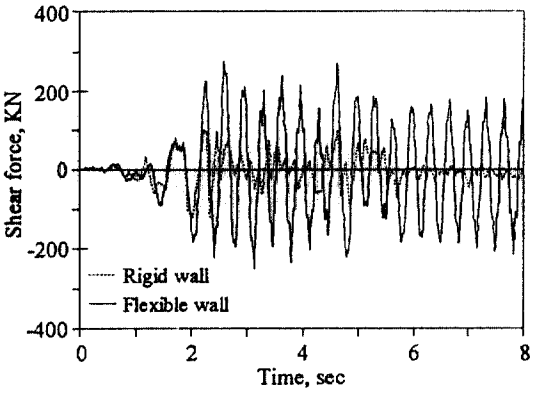


그림 10. 수평 지반운동에 의한 좌측벽면에서의 시간에 따른 바닥전단력의 변화

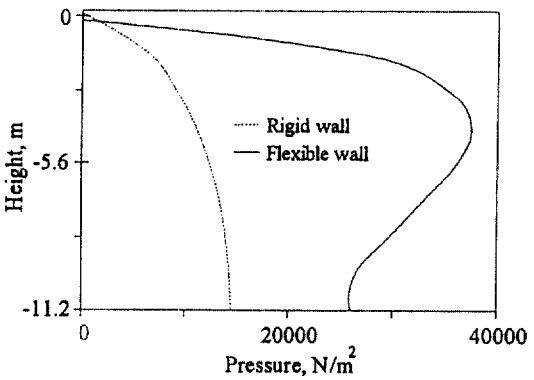


그림 12. 수평 지반운동에 의한 최대바닥전단력 발생시 압력분포

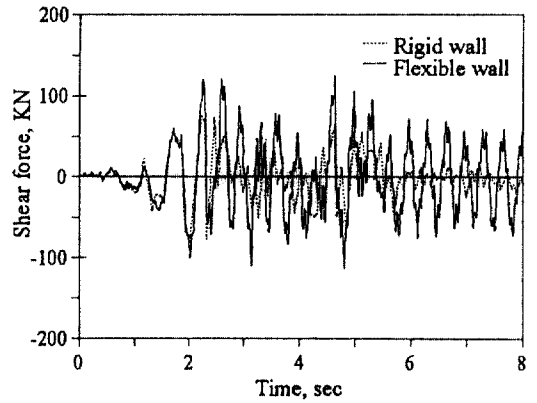


그림 11. 수직 지반운동에 의한 좌측벽면에서의 시간에 따른 바닥전단력의 변화

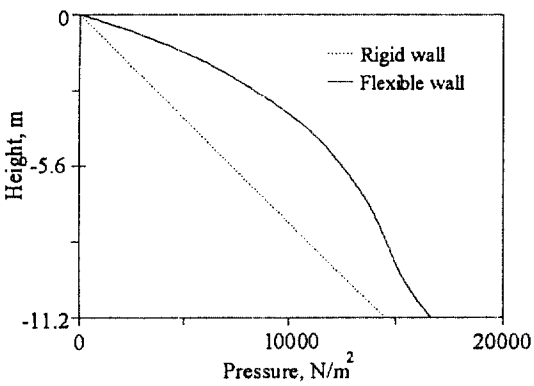


그림 13. 수직 지반운동에 의한 최대바닥전단력 발생시 압력분포

이 발생시의 전체 자유수면의 형상을 도시한 것이다. 수평 지반운동에 의한 자유수면의 형상은 유연수조구조물의 경우 강체수조구조물에서의 형상과 유사하나 작은 파동이 보인다. 이는 구조물의 진동으로 인하여 발생한 고차의 Sloshig 모드의 영향으로 보인다. 이때 유체 자유수면의 요소를 충분히 작게 하여야 안정된 해를 얻을 수 있다. 수직 지반운동에 의한 자유수면 형상은 제 2차 Sloshig 모드와 유사한 형상을 취하고 있으나 고차의 Sloshing 모드 영향을 받음을 알 수 있다.

그림 10과 그림 11은 각각 수평 및 수직 지반운동 작용시 유체동압력에 의하여 좌측 벽면에 작용하는 바닥전단력의 시간이력이다. 강체수조구조물의 경우 최대바닥전단력이 입력지반운동의 최대치에서 발생하였으며 유연수조구조물의 경우는 그 이후에 발생하였다. 수평, 수직 지반운동작용시 유연수조구조물에서의 유체동압력은 강체수조구조물에 비하여 크게 증가됨을 알 수 있다. 그러나 그 증가 정도는 수평 지반운동을 받는 경우 더 크게 발생하였다. 그림 12와 그림 13은 수평 및 수직 지반운동에 의하여 강체구조물 및 유연수조구조물에서의 최대 바닥전단력 발생시 벽면에 작용하는 동압력 분포를 비교한 것이다. 구조물의 유연성은 수직 및 수평방향 지반운동에 대하여 유체동압력을 모두 증가시켰으나, 수직방향 지반운동에 의한 유체동압력의 증가는 수평방향 지반운동에 의한 유체동압력의 증가보다는 상당히 작았다. 수직방향 지반운동에 의한 유연구조물에서 유체동압력의 분포는 강체구조물에서의 압력분포와 큰 차이가 없으나 수평방향 지반운동에 의한 유체동압력의 분포는 강체수조구조물에서의

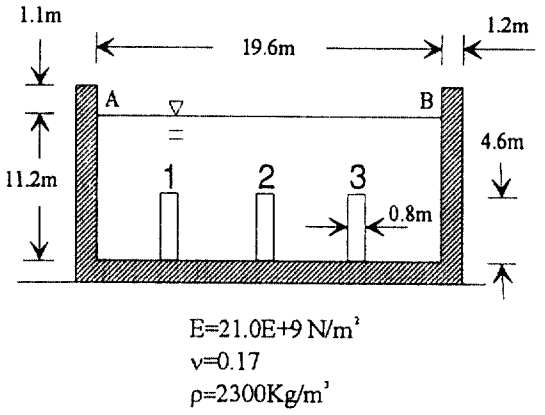


그림 14. 저장용기를 포함한 수조구조물의 해석모델

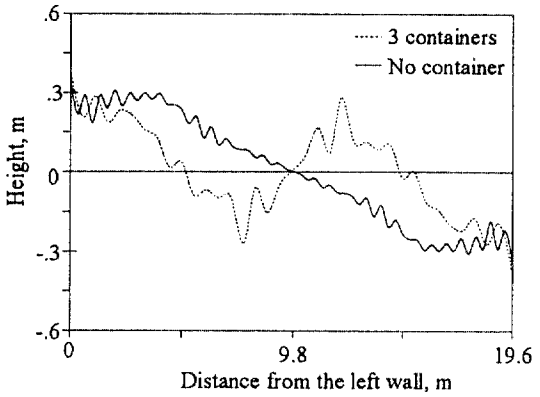


그림 15. 수평 지반운동에 의한 자유수면의 형상

압력분포의 크기에 비하여 매우 증가하였을 뿐만 아니라 최대압력의 작용점이 벽체의 상부에 위치하는 형상으로 그 분포형상도 상당히 다르게 나타났다.

4.3 저장용기가 있는 수조구조물에서의 유체-구조물 상호작용 해석

수조구조물 내부에 물체가 저장되어 있을 경우 수조구조물의 거동은 달라질 수 있다. 그 특성을 알아보기 위하여 그림 14에 주어진 바와 같이 저장용기를 가진 수조구조물을 불규칙 바닥경계조건을 갖는 2차원 유체-구조물 상호작용 모델로 가정하여 해석하였다. 모델링시 바닥슬라브와 저장용기는 일체로된 강체로 가정하였으며 앞서 설명한 바와 같은 수평 지반운동에 대한 응답을 계산하여 저장용기가 없는 경우의 응답과 비교하였다.

그림 15는 우측 벽면에서의 Sloshing높이가 최대값을 갖는 순간에서의 자유수면 형상이다. 벽면에서

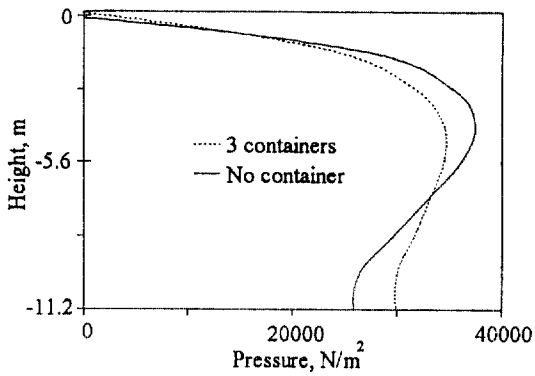


그림 16. 수평 지반운동에 의한 최대바닥전단력 발생시 압력분포

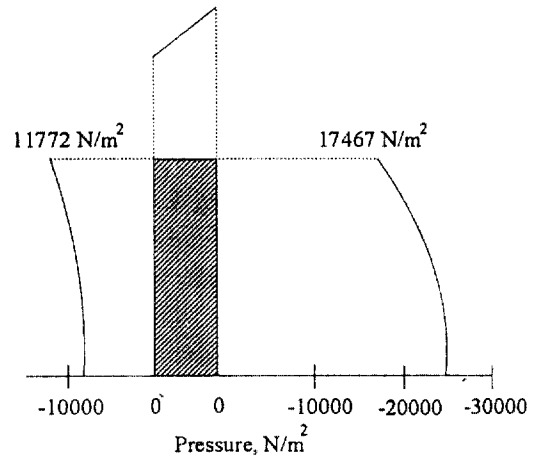


그림 17. 최대바닥전단력 발생시 저장용기 주변에서의 압력분포

자유수면의 최대높이는 큰 차이가 발생하지 않으나 자유수면의 형상은 저장용기의 영향으로 다른 양상을 보여주고 있다. 그림 16에서는 우측 벽면에서 바닥전단력이 최대값을 갖는 순간에 벽면에 작용하는 유체동압력의 분포를 도시하였는데 동압력의 크기는 크게 변화하지 않았으나 높이에 따른 분포형상이 약간 달라지고 있다. 그림 17에는 그림 16과 같은 시간에서 3번째 저장용기의 경계를 따라 발생한 동압력의 분포가 주어져 있다. 저장용기의 좌, 우 경계에 발생하는 압력차이로 인하여 저장용기에는 전단력과 전도모멘트가 발생할 수 있고, 저장용기가 바닥에 고정되어 있지 않을 때에는 미끄러짐과 전도 등이 발생될 수 있음을 알 수 있다. 본 예제의 경우 최대가속도 0.2 g의 수평지반운동에 대해 유체

동압력에 의한 저장용기의 최대전도모멘트는 135 KN-m으로 저장용기의 수중자중에 의한 저항모멘트 30 KN-m보다 약 4.5배 정도 크게 나와 저장용기의 안정성을 검토할 필요가 있음을 알 수 있다. 그러나 자세한 안정성의 평가를 위해서는 바닥과 저장용기의 마찰을 고려한 미끄러짐, 저장용기의 갯수와 정착장치 등을 모두 고려한 추가적인 해석이 요구된다.

5. 결 론

수평 및 수직 지반운동에 대하여 불규칙한 바닥경계조건을 갖는 수조구조물에서의 유체-구조물 상호작용을 해석할 수 있는 경계요소-유한요소 연계법을 개발하였다. 유체의 운동을 경계요소로 모델링함으로써 해석모델의 자유도수를 감소시킬 수 있으며, 연계시스템에 대한 시간이력해석과 모드해석이 동시에 가능하다.

본 방법을 적용하여 저장용기의 저장을 위한 수조구조물의 동적특성을 조사하였다. 구조물의 유연성이 동압력의 크기와 분포에 미치는 영향은 수평지반운동 작용시에 수직 지반운동 작용시보다 더욱 현저함을 해석 결과에서 볼 수 있었다. 또한 구조물의 유연성이 Sloshing에 미치는 영향이 작다는 사실도 계산 결과에서 입증될 수 있었다. 그러나 유연벽체의 진동으로 인하여 고차 Sloshing 모드가 발생될 수 있음을 발견하였으며, 수조구조물 내부에 저장용기들이 있는 경우 유체동압력에 의한 바닥모멘트의 크기가 감소될 수 있음을 해석 결과에서 알 수 있었다.

수조구조물은 3차원적 형상을 가지므로 2차원 모델에 의해서 그 응답을 평가함에는 한계가 있다. 현재 3차원 해석기법이 개발되고 있으며 이를 이용하여 향후 2차원 해석기법에 의한 결과를 3차원 해석결과와 비교하여 그 적용의 한계들이 검증되어야 할 필요가 있다.

참고문헌

1. Housner, G.W., "Dynamic Pressure On Accelerated Fluid Container", *Bulletin of The Seismological Society of America,* Vol. 47, 1957, pp. 15-35.
2. ASCE, The *Effects of Earthquakes on Power and Industrial Facilities and Implications for Nuclear Power Plant,* Prepared by the Working Group on Past Behavoir of the Committee on Dynamic Analysis of the Committee on Nuclear Structures and Materials of the Structural Division of the ASCE, 1978.
3. Rammerstorfer, F.G., Scharf, K. and Fisher, F.D., "Storage tanks under earthquake loading", *Applied Mechanics Review,* ASME, Vol. 43, 1990, pp. 261-282.
4. 한국원자력안전기술원, 사용후 핵연료 중간저장시설의 구조설계기준개발을 위한 연구, KINS/HR-012, 1992.
5. Rizzo, F.J., Shippy, D.J. and Rezayat, M., "A Boundary Integral Equation Method For Radiation And Scattering of Elastic Waves in Three Dimensions", *International Jounal For Numerical Method in Engineering,* Vol. 21, 1985, pp. 115-129.
6. Park, J.-H., Koh, H.M. and Kim, J., "Fluid-Structure Interaction Analysis By a Coupled Boundary Element-Finite Element Method in Time Domain", *Proc. of 7th International Conference on Boundary Element Technology,* BETECH/92, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1992, pp. 227-243.
7. 박장호, 고현무, 김재관, "경계요소법-유한요소 연계법에 의한 유체-구조물 상호작용 해석", 대한토목학회 학술발표회 개요집, 1992, pp. 89-92.
8. Currie, I.G., *Fundamental Mechanics of Fluid,* McGraw-Hill Inc., 1974.
9. John, Fritz, *Partial Differential Equations, 4th edition,* Springer-Verlag, New York, 1982.
10. Brebbia, C.A., Telles, J.C.F. and Beskos, D.E., *Boundary Element Methods in Mechanics,* Elsevier Science Publisher B.V., 1987.

(接受 : 1994. 3. 11)