

## 크리이프 및 건조수축의 영향을 고려한 프리스트레스트콘크리트 부재의 장기 비틀림 해석

Long-Term Torsional Analysis of Prestressed Concrete  
Members with the Effects of Creep and Shrinkage

오병환\* · 박창규\*\*

Oh, Byung Hwan · Park, Chang Kyu

### Abstract

The purpose of the present study is to propose a realistic method to analyze the prestressed concrete members subjected to long term torsional loading. The present study devises a method to realistically take into account the tensile stiffness of concrete after cracking. The effects of biaxial compressive and tensile loadings on the compressive and tensile strengths of concrete are also taken into account in the present model. The salient feature of the present study lies in the fact that the cracking, creep, and shrinkage behavior of concrete and the relaxation of steel have been realistically considered. The comparison of the present theory with experimental data indicates that the proposed model depicts reasonably well the actual behavior of prestressed concrete members under long-term torsional loadings.

### 요지

본 논문에서는 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 장기거동에 대한 합리적인 해석법을 연구하였다. 이를 위하여 콘크리트 균열 이전 이후의 인장강성을 합리적으로 고려하였다. 또한 이축(二軸) 응력상태하의 콘크리트의 압축강도와 인장강도에 대한 영향효과를 실제적으로 고려하였다. 장기 비틀림 하중을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 해석을 위하여 단계별 해석법에 의해 크리이프 변형도를 구하였으며, 이를 크리이프와 건조수축의 영향을 합리적으로 고려하였다. 또한 콘크리트의 재령에 따른 압축강도와 프리스트레스 강선의 리락세이션을 함께 고려하였다. 건조수축 및 크리이프에 대한 철근 및 프리스트레스 강선의 구속효과를 고려하기 위하여 그리고 장기 비틀림 하중에 의한 비역학적 비 틈각률을 구하기 위하여 등가응력개념을 도입하였다. 본 연구의 이론에 따른 장기거동에 대한 해석 결과와 실험자료를 비교하여 본 결과 잘 일치하고 있는 것으로 나타났다.

\* 정회원 · 서울대학교 토목공학과 교수  
\*\* 정회원 · 군산대학교 해양토목학과 조교수

# 1. 서 론

일반적인 콘크리트 구조물에서는 비대칭하중으로 인하여 비틀림을 받는 경우가 있으나 그 크기가 작아 문제가 되지 않고 있다. 그러나 비대칭하중을 받는 교량, 캔틸레버보, 건물의 스팬드럴보, 곡선교량, 곡선부재, 나선형 계단 등과 같은 구조물에서는 설계상 문제가 되고 있다.

Karlsson 등<sup>(1)</sup>은 철근 콘크리트보에 일정한 하중을 약 1년 가량 재하시킨 경우에 대한 시간의존적 해석을 하였다. 그는 유효계수법(Effective Modulus Method)을 적용하여 해석하였으나, 변화하는 크기의 하중에 대한 고려가 없었다. 또한 Sharma 등<sup>(2)</sup>은 비틀림을 받는 철근 및 프리스트레스트 콘크리트보의 장기거동에 대하여, Allos 등<sup>(3)</sup>은 편심으로 프리스트레스를 가한 콘크리트보의 장기거동에 대한 실험적 연구를 하였으나 이론적 연구를 하지 않았다.

프리스트레스트 콘크리트 구조물은 시간에 따른 크리이프와 건조수축의 영향으로 말미암아 프리스트레스의 손실을 가져오며 변형도가 탄성변형도의 수 배에 달하기도 한다. 따라서 이러한 현상을 고려한 장기거동에 대한 해석이 요구된다. 그러나 불행하게도 현재까지 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 장기거동에 대한 이론적 연구가 거의 없었다.

따라서 본 연구의 목적은 장기하중을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 비틀림 거동을 해석하기 위한 합리적이며 좀 더 정확한 방법을 제시하는데 있으며, 이를 위하여 콘크리트와 프리스트레스 강선의 장기거동 특성을 고려하였고 이축용력상태에서 콘크리트 강도변화 특성을 함께 고려하였다. 또한 균열발생 이전과 이후에 관계없이 비선형 상태에서도 장기거동 예측이 가능하도록 이론을 유도하여 제시하였다.

## 2. 비틀림 하중하에서의 평형 및 적합조건식

### 2.1 가정

비틀림 하중을 받는 콘크리트 부재는 단면의 주변에 전단흐름을 형성하며, 부재의 단면은 전단흐름 두께와 등가하는 가상의 판(plate)으로 이루어진 박스(Box)단면으로 간주한다. 또한 이 가상의 판은

소는 전단용력으로 인하여 대각선 방향으로 주압축용력과 이에 직교하는 방향으로 주인장용력을 받는다. 그리고 콘크리트의 주압축용력 방향으로 사인장균열이 형성되며, 종방향 철근과 횡방향 철근은 각각 인장력을 콘크리트는 대각선 방향으로 압축력을 받는 트러스 작용을 형성한다. 따라서 다음과 같은 가정을 할 수 있다.

1) 콘크리트의 균열각은 콘크리트의 주압축용력의 경사각과 같다.

2) 콘크리트의 용력-변형도 관계가 비선형이므로 콘크리트의 주압축용력의 방향과 주압축변형도의 방향은 같지 않으나, 크게 다르지 않으므로 다른 사람들은<sup>(4,5)</sup> 마찬가지로 해석의 편의상 같다고 간주한다.

3) 콘크리트는 이축 압축-인장상태이며, 따라서 콘크리트의 압축강도와 인장강도는 균열후 두 주변형도의 비에 따라 각각 점차적으로 감소한다.

4) 콘크리트 스트러트는 휨을 받으며, 이에 따른 단면 내측 인장부의 인장용력은 무시하고 단면 외측 압축부의 깊이는 전단흐름영역 두께와 같다고 간주한다.

### 2.2 평형방정식

Bredt<sup>(6)</sup>의 이론에 의하면 전단흐름내의 전단용력과 비틀림 모멘트의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau_{lt} = \frac{T}{2A_0 t_d} \quad (1)$$

$$A_0 = (x - t_d)(y - t_d) \quad (2)$$

여기서  $\tau_{lt}$  = 콘크리트의 전단용력

$T$  = 비틀림 하중

$t_d$  = 전단흐름의 두께

$A_0$  = 전단흐름이 이루는 단면적

$x$  = 구형단면의 짧은 변의 길이

$y$  = 구형단면의 긴 변의 길이

주용력으로부터 전단용력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau_{lt} = (\sigma_d - \sigma_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (3)$$

여기서  $\sigma_d$ ,  $\sigma_r$  = 콘크리트의 주압축용력 및 주인장

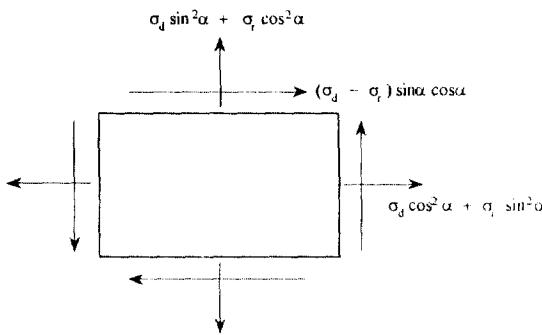


Fig. 1. Stresses of element A

응력

$\alpha$  = 콘크리트의 주압축응력의 경사각

Fig. 1에 보인 바와 같이 부재축방향인 종방향의 힘의 합은 0이므로 다음과 같은 평형방정식을 얻을 수 있다.

$$P_o t_d (\sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha) + A_l f_l + A_p f_p = 0 \quad (4)$$

$$P_o = 2[(x - t_d) + (y - t_d)] \quad (5)$$

여기서  $P_o$  = 전단흐름이 이루는 변장

$A_l$  = 종방향철근의 단면적

$A_p$  = 프리스트레스 강선의 단면적

$f_l$  = 종방향철근의 응력

$f_p$  = 프리스트레스 강선의 응력

부재축방향에 직각인 횡방향의 힘의 합은 0이므로 다음과 같은 평형방정식을 얻을 수 있다.

$$s_h t_d (\sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha) + A_t f_t = 0 \quad (6)$$

여기서  $s_h$  = 횡방향철근의 간격

$A_t$  = 횡방향철근의 단면적

$f_t$  = 횡방향철근의 응력

### 2.3 적합조건식

Hsu<sup>(5)</sup>가 유도한 트러스 모델의 적합조건식으로부터 평균변형도 또는 스미어드 변형도(Smeared Strains)는 Mohr의 변형도원을 만족시키며, 다음과 같이 주어진다.

$$\varepsilon_l = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (7)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (8)$$

$$\gamma_{lt} = 2(\varepsilon_d - \varepsilon_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (9)$$

여기서  $\varepsilon_d$  = 부재의 종방향 변형도

$\varepsilon_r$  = 부재의 횡방향 변형도

$\varepsilon_d, \varepsilon_r$  = 콘크리트의 주압축변형도 및 주인장 변형도

$\gamma_{lt}$  = 전단변형도

Bredt<sup>(4)</sup>의 이론에 의한 비틀림각과 전단변형도와의 관계로부터 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\theta = \frac{P_o}{2A_o} \gamma_{lt} \quad (10)$$

$$\psi = \theta \sin 2\alpha \quad (11)$$

$$t_d = \frac{\varepsilon_{ds} - \varepsilon_n}{\psi} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{ds} = 2\varepsilon_d - \varepsilon_n \quad (13)$$

여기서  $\theta$  = 단위길이당 비틀림각

$\psi$  = 콘크리트 스트러트의 곡률

$\varepsilon_{ds}$  = 콘크리트 스트러트 표면의 압축변형도

$\varepsilon_n$  = 콘크리트의 초기 축방향 압축변형도

(9~13)식으로부터 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$P_o t_d (\varepsilon_d - \varepsilon_r) \sin^2 2\alpha - 4A_o (\varepsilon_d - \varepsilon_n) = 0 \quad (14)$$

### 2.4 콘크리트의 압축응력

콘크리트 스트러트의 주압축응력은 전단흐름두께 내의 평균응력으로 가정하여 다음과 같이 구한다.

$$\sigma_d = \zeta_1 k_1 f_c' \quad (15)$$

여기서  $k_1$  = 콘크리트 스트러트의 평균 압축응력계수

$\zeta_1$  = 콘크리트의 압축강도 감소계수

$f_c'$  = 콘크리트의 압축강도

콘크리트의 압축응력-변형도 관계식은 Kent 등<sup>(7)</sup>이 제안한 식에 강도감소계수  $\zeta_1$ 를 도입하여 수정하였다. 콘크리트의 압축강도 감소계수  $\zeta_1$ 는 Vecchio 등<sup>(3)</sup>이 제안한 식에서 콘크리트의 인장변형도  $\varepsilon_i$  대신에 콘크리트 스트러트의 표면 주인장변형도  $\varepsilon_{rs}$ 를 대입하여 다음과 같이 수정하여 사용하였다.

$$\zeta_1 = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\epsilon_{rs}}{\epsilon_o}} \leq 1.0 \quad (16)$$

여기서  $\epsilon_o$  = 콘크리트의 최대 압축응력에 대한 압축변형도

콘크리트 스트러트의 전단흐름두께  $t_d$ 내의 응력의 합은 평균응력의 합과 같으므로 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\int_{\epsilon_n}^{\epsilon_{ds}} \sigma_c d\epsilon_c = k_1 \zeta_1 f'_c t_d \quad (17)$$

여기서  $\epsilon_c$  = 콘크리트의 압축변형도

(17)식으로부터  $k_1$ 은 다음과 같이 구한다.

$\epsilon_{ds} \leq \epsilon_o$  일 때

$$k_1 = \frac{1}{\epsilon_{ds} - \epsilon_n} \left( \frac{\epsilon_{ds}^2 - \epsilon_n^2}{\epsilon_o} - \frac{\epsilon_{ds}^3 - \epsilon_n^3}{3\epsilon_o^2} \right) \quad (18)$$

$\epsilon_o \leq \epsilon_{ds} \leq \epsilon_{20c}$  일 때

$$k_1 = \frac{1}{\epsilon_{ds} - \epsilon_n} \left[ \frac{\epsilon_o^2 - \epsilon_n^2}{\epsilon_o} - \frac{\epsilon_o^3 - \epsilon_n^3}{3\epsilon_o^2} + (\epsilon_{ds} - \epsilon_o)(1 + Z\epsilon_o) - \frac{Z}{2}(\epsilon_{ds}^2 - \epsilon_o^2) \right] \quad (19)$$

$\epsilon_{ds} > \epsilon_{20c}$  일 때

$$k_1 = \frac{1}{\epsilon_{ds} - \epsilon_n} \left[ \frac{\epsilon_o^2 - \epsilon_n^2}{\epsilon_o} - \frac{\epsilon_o^3 - \epsilon_n^3}{3\epsilon_o^2} + (\epsilon_{20c} - \epsilon_o)(1 + Z\epsilon_o) - \frac{Z}{2}(\epsilon_{20c}^2 - \epsilon_o^2) - 0.2(\epsilon_{ds} - \epsilon_{20c}) \right] \quad (20)$$

여기서  $\epsilon_{20c}$  = 횡방향 변형이 구속된 콘크리트의 최대압축응력이후의 압축응력이 압축 강도의 20%가 될 때의 변형도

## 2.5 콘크리트의 인장응력

콘크리트 스트러트의 인장응력 또한 압축응력과 마찬가지 방법으로 이축응력의 영향에 의하여 인장강도가 감소한다고 판단되므로 다음과 같이 구한다.

$$\sigma_r = \zeta_2 k_2 f'_t \quad (21)$$

여기서  $\zeta_2$  = 콘크리트의 인장강도 감소계수

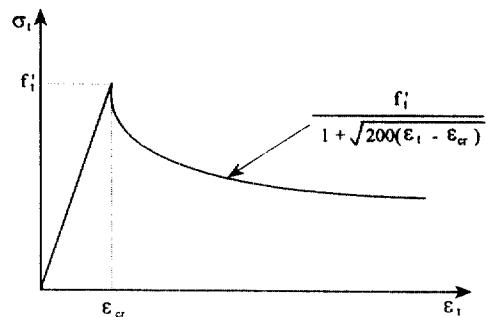


Fig. 2. Tensile stress-strain curve of concrete

$k_2$  = 콘크리트 스트러트의 평균 인장응력계수

$f'_t$  = 콘크리트의 인장강도

인장응력-변형도 관계식은 Fig. 2에 보인 바와 같이 Vecchio 등<sup>(3)</sup>이 제안한 식을 사용하였다. 여기서 콘크리트의 인장강도 감소계수는 다음과 같이 2차 함수로 가정한다.

$$\zeta_2 = 1 - 0.96 \left( \frac{\epsilon_{ds} - \epsilon_{dscr}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{dscr}} \right) - 0.04 \left( \frac{\epsilon_{ds} - \epsilon_{dscr}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{dscr}} \right)^2 \leq 1.0 \quad (22)$$

여기서  $\epsilon_{dscr}$  = 최초균열 발생시 콘크리트 스트러트의 표면 압축변형도

$\epsilon_{cu}$  = 콘크리트의 최대 압축변형도

콘크리트 스트러트의 평균 인장응력계수  $k_2$ 는 압축응력의 경우와 마찬가지 방법으로 구하면 다음과 같다.

$\epsilon_{rs} \leq \epsilon_{cr}$  일 때

$$k_2 = \frac{E_c \epsilon_{rs}}{2f'_t} \quad (23)$$

여기서  $\epsilon_{rs}$  = 콘크리트 스트러트의 표면 인장변형도

$\epsilon_{cr}$  = 콘크리트 최초 균열시의 인장변형도

$\epsilon_{rs} > \epsilon_{cr}$  일 때

$$k_2 = \frac{E_c \epsilon_{cr}^2}{2\epsilon_{rs} f'_t} + \frac{\sqrt{200(\epsilon_{rs} - \epsilon_{cr})} - \ln \{ 1 + \sqrt{200(\epsilon_{rs} - \epsilon_{cr})} \}}{100\epsilon_{rs}} \quad (24)$$

### 3. 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 장기거동

#### 3.1 개요

비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재는 비틀림 하중을 콘크리트의 전단응력과 철근 또는 프리스트레스 강선의 인장응력이 저항한다고 볼 수 있다. 또한 콘크리트의 전단응력은 대각선방향의 주압축 또는 인장응력으로 치환할 수 있으므로, 콘크리트의 전단응력에 대한 크리이프 변형도의 계산은 주압축응력과 주인장응력에 대한 크리이프 변형도를 각각 구한 다음 전단 크리이프 변형도를 구한다.

철근 및 프리스트레스 콘크리트 구조물의 크리이프 변형도 및 전조수축 변형도는 철근 및 프리스트레스 강선의 변형 구속 효과를 고려한다.

비틀각률은 역학적 변형에 의한 것과 비역학적 변형에 의한 것으로 나누어 계산한 다음, 둘을 합산함으로써 전체 비틀각률을 구하였다. 비역학적 비틀각률은 탄성해석의 경우 등가응력 개념을 도입하여 구하였고, 수정압축영역이론에 의한 해석의 경우에는 주축방향의 크리이프 변형도 증분에 등가하는 전단변형도를 이용함으로써 구하였다.

#### 3.2 가정

크리이프 변형도는 응력이력(履歴)에 대한 영향을 받으므로 각 시간단계마다 응력변화량을 계산하여 그에 대응하는 크리이프 변형도를 중첩하는 중첩법을 이용하였고, 다음과 같이 가정한다.

1) 임의 시간단계에서 발생한 콘크리트의 응력변화량에 대한 크리이프 변형도는 임의시간 전후의 응력변화량에 영향을 받지 않는다.<sup>(8)</sup>

2) 온도변화에 의한 변형은 고려하지 않는다.

#### 3.3 전조수축 변형도의 계산

철근 및 프리스트레스 강선의 변형 구속 효과를 고려하기 위하여, 가상적으로 콘크리트의 전조수축이나 크리이프 변형을 구속하였을 때 발생하는 콘크리트의 응력을 그에 동가하는 외부의 등가력으로 환산한 다음, 그 등가력을 실제 철근 또는 프리스트레스 콘크리트 부재에 역방향으로 재하시키는 방법을 쓴다.<sup>(9)</sup>

임의 시간간격을  $\tau_i$ , 임의 시간간격의 초기(初期)를  $\tau_{i-}$ , 임의 시간간격의 종기(終期)를  $\tau_{i+}$ 로 하면, 철근 또는 프리스트레스 강선이 없는 콘크리트의 전조수축 변형도 증분  $\Delta\epsilon_{sh}^*(\tau_{i+})$ 은 시간  $\tau_{i+}$ 의 전조수축 변형도  $\epsilon_{sh}^*(\tau_{i+})$ 와 시간  $\tau_{i-}$ 에서 구한 철근 또는 프리스트레스 강선이 있는 실제의 전조수축 변형도  $\epsilon_{sh}(\tau_{i-})$ 의 차로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\Delta\epsilon_{sh}^*(\tau_{i+}) = \epsilon_{sh}^*(\tau_{i+}) - \epsilon_{sh}(\tau_{i-}) \quad (25)$$

전조수축 변형도 증분  $\Delta\epsilon_{sh}^*(\tau_{i+})$ 에 상응하는 등가력  $F_{eqsh}$ 을 다음과 같이 구한다.

$$F_{eqsh} = K_n(\tau_i) \Delta\epsilon_{sh}^*(\tau_{i+}) A_c \quad (26)$$

여기서  $K_n(\tau_i)$ 는 콘크리트의 부재축방향 응력에 대한 강성으로 콘크리트의 응력-변형도 관계식을 변형도에 관하여 미분함으로써 다음과 같이 구한다.

$$K_n(\tau_i) = f'_c(\tau_i) \frac{2}{\epsilon_0} \left[ 1 - \frac{\epsilon_m(\tau_i)}{\epsilon_0} \right] \quad (27)$$

여기서  $f'_c(\tau_i)$  = 시간  $\tau_i$ 의 콘크리트 압축강도

$\epsilon_m(\tau_i)$  = 시간  $\tau_i$ 의 콘크리트의 역학적 변형도

실제의 전조수축 변형도 증분은 (26)식에서 구한 등가력  $F_{eqsh}$ 를 제하시켜 다음과 같이 구한다.

$$\Delta\epsilon_{sh}(\tau_{i+}) = \frac{F_{eqsh}}{K_n(\tau_i)A_c + K_s(\tau_i)A_s + K_p(\tau_i)A_p} \quad (28)$$

여기서  $K_s(\tau_i)$  = 철근응력에 대한 강성

$K_p(\tau_i)$  = 프리스트레스 강선의 인장응력에 대한 강성

전체 전조수축 변형도는 전 시간단계의 전조수축 변형도에 현 시간단계의 전조수축 변형도를 합산하여 구한다.

$$\epsilon_{sh}(\tau_{i+}) = \epsilon_{sh}(\tau_{i-}) + \Delta\epsilon_{sh}(\tau_{i+}) \quad (29)$$

#### 3.4 크리이프 변형도의 계산

##### 3.4.1 부재축 방향의 크리이프 변형도의 계산

부재축 방향의 크리이프 변형도의 계산은 철근 및 프리스트레스 강선의 구속에 의한 콘크리트응력의 재분배로 인한 콘크리트의 응력변화량과 크리이프 변형도의 증분을 미지수로 한 평형방정식을 유도

하고 그 해를 구함으로써 얻을 수 있다.

콘크리트의 변형도는 역학적 변형도와 비역학적 변형도로 구분하여 계산하며, 시간  $\tau_{i+}$ 의 콘크리트의 변형도  $\varepsilon_n(\tau_{i+})$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\varepsilon_n(\tau_{i+}) = \varepsilon_m(\tau_{i+}) + \varepsilon_{nm}(\tau_{i+}) \quad (30)$$

$$\varepsilon_{nm}(\tau_{i+}) = \varepsilon_{nm}(\tau_{i-}) + \Delta\varepsilon_{nsh}(\tau_i) + \Delta\varepsilon_{ncr}(\tau_i) \quad (31)$$

여기서  $\Delta\varepsilon_{nsh}(\tau_i)$  = 시간간격  $\tau_i$ 에서 발생한 건조수축 변형도

$\Delta\varepsilon_{ncr}(\tau_i)$  = 시간간격  $\tau_i$ 에서 발생한 크리이프 변형도

시간  $\tau_{i+}$ 의 콘크리트의 응력  $\sigma_n(\tau_{i+})$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_n(\tau_{i+}) = \sigma_n(\tau_{i-}) + \Delta\sigma_n(\tau_i) \quad (32)$$

여기서  $\Delta\sigma_n(\tau_i)$  = 시간 간격  $\tau_i$ 에서 발생한 콘크리트의 축방향 응력의 변화량

철근의 변형도  $\varepsilon_s(\tau_{i+})$ 는 적합조건에 의하여 콘크리트의 변형도와 같다고 본다.

$$\varepsilon_s(\tau_{i+}) = \varepsilon_n(\tau_{i+}) \quad (33)$$

프리스트레스 강선의 변형도  $\varepsilon_p(\tau_{i+})$ 는 다음과 같다.

$$\varepsilon_p(\tau_{i+}) = \varepsilon_{dec} + \varepsilon_s(\tau_{i+}) \quad (34)$$

여기서  $\varepsilon_{dec}$  = 철근의 탈압축변형도

철근의 탈압축변형도란 프리스트레스로 인한 철근의 초기 압축변형도를 말하며, 부재가 비틀하중을 받음으로 인한 인장변형으로 말미암아 철근의 압축변형도가 점차 감소하면서 인장변형으로 바뀌는 임계변형도를 의미한다.

부재 축방향의 평형방정식은 다음과 같다.

$$[\sigma_n(\tau_{i-}) + \Delta\sigma_n(\tau_i)]A_c + \sigma_s(\tau_{i+})A_s + \sigma_p(\tau_{i+})A_p = 0 \quad (35)$$

여기서  $\sigma_s(\tau_{i+})$ ,  $\sigma_p(\tau_{i+})$  = 각각 철근과 프리스트레스 강선의 응력

(35)식의 해는 크리이프 변형도의 증분  $\Delta\varepsilon_{ncr}(\tau_i)$ 을 가정한 다음, (35)식을 만족할 때까지 반복계산에

의하여 해를 구한다. 이때 콘크리트의 응력변화량  $\Delta\sigma_n(\tau_i)$ 은 다음과 같이 구할 수 있다. 즉 크리이프 변형도는 각 시간단계에서 발생한 응력변화량에 대한 크리이프 변형도를 누적해서 구할 수 있으므로 다음 식이 성립한다.

$$\varepsilon_{ncr}(\tau_{i-}) + \Delta\varepsilon_{ncr}(\tau_i) = \sum_{j=1}^i \frac{\Delta\sigma_n(\tau_j)}{E_c(\tau_j)} \phi(\tau_{i+}, \tau_j) \quad (36)$$

여기서  $\phi(\tau_{i+}, \tau_j)$  = 시간  $\tau_i$ 에서 시간  $\tau_j$ 까지의 크리이프 계수

$E_c(\tau_j)$  = 시간  $\tau_j$ 의 콘크리트 탄성계수

따라서 (36)식으로부터

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_n(\tau_i) &= \frac{E_c(\tau_i)}{\phi(\tau_{i+}, \tau_i)} \left[ \varepsilon_{ncr}(\tau_{i-}) + \Delta\varepsilon_{ncr}(\tau_i) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\Delta\sigma_n(\tau_j)}{E_c(\tau_j)} \phi(\tau_{i+}, \tau_j) \right] \end{aligned} \quad (37)$$

### 3.4.2 주축방향의 크리이프 변형도의 계산

주압축방향의 크리이프 변형도  $\varepsilon_{dc}(\tau_{i+})$ 는 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{dc}(\tau_{i+}) &= \sigma_d'(\tau_0)\phi(\tau_{i+}, \tau_0)/E_c(\tau_0) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \Delta\sigma_d'(\tau_j)\phi(\tau_{i+}, \tau_j)/E_c(\tau_j) \\ &\quad + \sigma_d'(\tau_i)\phi(\tau_{i+}, \tau_i)/E_c(\tau_i) \end{aligned} \quad (38)$$

여기서

$$\sigma_d'(\tau_j) = \sigma_d(\tau_j)\cos^2\delta\alpha_{ij} + \sigma_r(\tau_j)\sin^2\delta\alpha_{ij} \quad (39a)$$

$$\Delta\sigma_d'(\tau_j) = \Delta\sigma_d(\tau_j)\cos^2\delta\alpha_{ij} + \Delta\sigma_r(\tau_j)\sin^2\delta\alpha_{ij} \quad (39b)$$

$$\delta\alpha_{ij} = \alpha(\tau_i) - \alpha(\tau_j) \quad (40)$$

주인장방향의 크리이프 변형도  $\varepsilon_{rc}(\tau_{i+})$ 는 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rc}(\tau_{i+}) &= \sigma_r'(\tau_0)\phi(\tau_{i+}, \tau_0)/E_c(\tau_0) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \Delta\sigma_r'(\tau_j)\phi(\tau_{i+}, \tau_j)/E_c(\tau_j) \\ &\quad + \sigma_r'(\tau_i)\phi(\tau_{i+}, \tau_i)/E_c(\tau_i) \end{aligned} \quad (41)$$

여기서

$$\sigma_r'(\tau_j) = \sigma_d(\tau_j)\sin^2\delta\alpha_{ij} + \sigma_r(\tau_j)\cos^2\delta\alpha_{ij} \quad (42a)$$

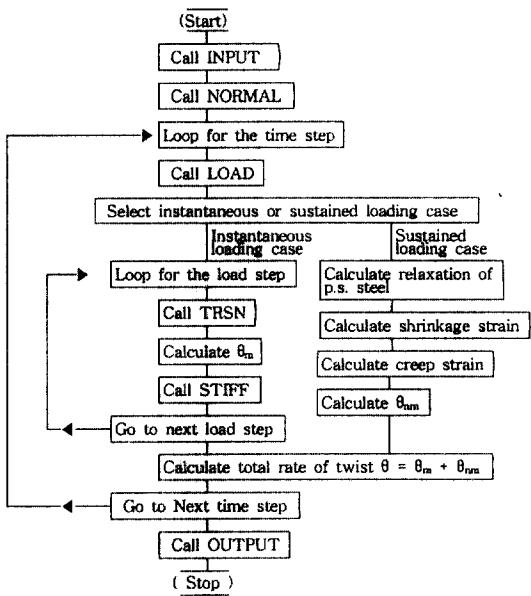


Fig. 3. Flowchart

$$\Delta\sigma_r'(\tau_i) = \Delta\sigma_d(\tau_i)\sin^2\delta\alpha_{ij} + \Delta\sigma_r(\tau_i)\cos^2\delta\alpha_{ij} \quad (42b)$$

전산을 위한 흐름도(Flowchart)는 Fig. 3과 같다.

#### 4. 비교 고찰

##### 4.1 해석예제

해석예제로서 Sharma 등<sup>(2)</sup>이 실험한 보 'BR2'를 선정하였다. 'BR2'보는 100%의 습윤양생을 시험일 전까지 하였다. 배합비는 1 : 1.5 : 3(시멘트 : 잔골재 : 굽은골재)이며 물시멘트비는 0.5이다. Fig. 4는 부재의 단면을 나타낸 것이다.

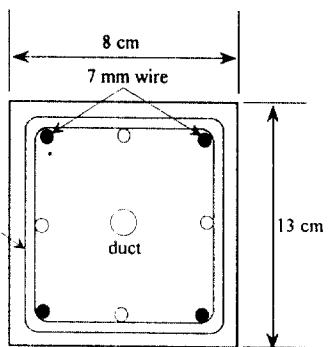


Fig. 4. Cross section of beam BR2

Table 1은 실험자료를 나타낸 것이다. 또한 Table 2는 'BR2'보의 재료특성을 나타내고 있다.

Table 2에서  $f'_c$  = 콘크리트의 압축강도

$f'_t$  = 콘크리트의 인장강도

$f_{ly}$  = 종방향 철근의 항복강도

$D_l$  = 종방향 철근의 지름

$f_{ly}$  = 횡방향 철근의 항복강도

$D_t$  = 횡방향 철근의 지름

$s_h$  = 횡방향 철근의 간격

$f_{py}$  = 프리스트레스 강선의 항복강도

$F_{pi}$  = 초기 프리스트레스력

Fig. 5~7는 Sharma 등<sup>(2)</sup>이 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트보의 장기거동에 관하여 실험한 보 'BR2'에 대한 비틀림모멘트-비틀각률에 대한 그래프이다. 크리이프와 전조수축에 대한 세가지 예측모델을 사용하여 해석한 결과 실험결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Table 3에 보인 바와

Table 1. Summary of test results of the beam 'BR2'

| Specimen | Width<br>cm | Depth<br>cm | Duration<br>days | Prestress<br>kg (kN) | Cracking torque<br>kg-cm (kN-m) | Ultimate torque<br>kg-cm (kN-m) | Maximum twist<br>rad/cm |
|----------|-------------|-------------|------------------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| BR2      | 8           | 13          | 522              | 10,300 (101)         | 20,400 (2.00)                   | 21,830 (2.14)                   | $275 \times 10^{-6}$    |

Table 2. Material properties of the beam 'BR2'

| $f'_c$<br>kg/cm <sup>2</sup><br>(MPa) | $f'_t$<br>kg/cm <sup>2</sup><br>(MPa) | $f_{ly}$<br>kg/cm <sup>2</sup><br>(MPa) | $D_l$<br>cm | $f_{ly}$<br>kg/cm <sup>2</sup><br>(MPa) | $D_t$<br>cm | $s_h$<br>cm | $f_{py}$<br>kg/cm <sup>2</sup><br>(MPa) | $F_{pi}$<br>kg<br>(kN) |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---|-------------|---|-------------|-------------|---|------------------------|
| 278<br>(27.3)                         | 44<br>(3.0)                           | 15000<br>(1471)                         | 0.7         | 2290<br>(225)                           | 0.6         | 5           | 17228<br>(1690)                         | 10300<br>(101)         |

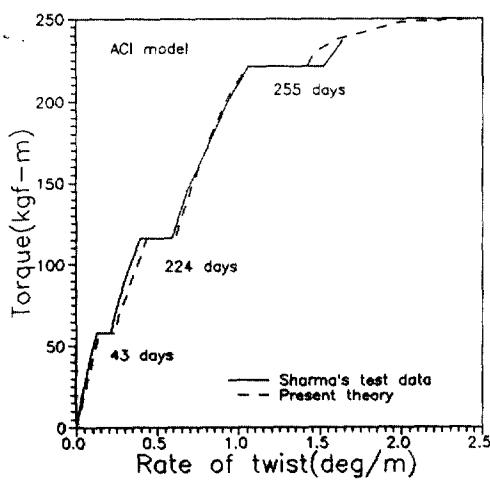


Fig. 5. Torque-twist curves of beam BR2 (ACI)

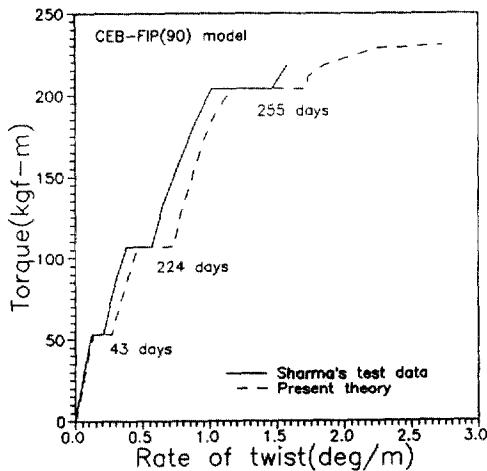


Fig. 6. Torque-twist curves of beam BR2 (CEB)

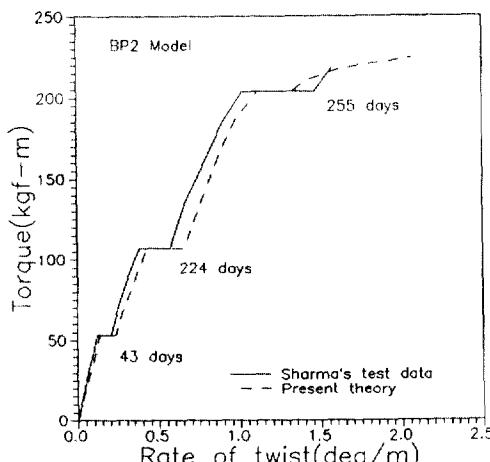


Fig. 7. Torque-twist curves of beam BR2 (BP2)

Table 3. Summary of the analysis results

| Model   | $T_{cr}$ | $\frac{T_{cr}}{T_{crexp}}$ | $T_u$   | $\frac{T_u}{T_{uexp}}$ |
|---------|----------|----------------------------|---------|------------------------|
|         | (kg-cm)  |                            | (kg-cm) |                        |
| ACI 209 | 20,400   | 1.000                      | 23,032  | 1.055                  |
| CEB-FIP | 20,017   | 0.981                      | 23,051  | 1.056                  |
| BP2     | 20,005   | 0.981                      | 22,416  | 1.027                  |

Table 4. Summary of the creep coefficients

| Model            | ACI   | CEB   | BP2   |
|------------------|-------|-------|-------|
| $\phi(t, \tau)$  |       |       |       |
| $\phi(78, 35)$   | 0.688 | 1.175 | 0.725 |
| $\phi(302, 35)$  | 1.043 | 1.780 | 1.213 |
| $\phi(302, 56)$  | 0.972 | 1.601 | 1.002 |
| $\phi(302, 78)$  | 0.922 | 1.480 | 0.867 |
| $\phi(557, 35)$  | 1.141 | 1.965 | 1.357 |
| $\phi(557, 56)$  | 1.073 | 1.784 | 1.142 |
| $\phi(557, 78)$  | 1.027 | 1.667 | 1.010 |
| $\phi(557, 190)$ | 0.894 | 1.354 | 0.676 |
| $\phi(557, 302)$ | 0.803 | 1.167 | 0.493 |

같이 균열비틀림모멘트와 극한비틀림모멘트는 세 가지 경우 모두 실험치와 잘 일치하고 있다. Table 4는 세 가지 모델에 대한 크리아프 계수를 나타낸 것이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 비틀림 하중을 받는 프리스트레스 트 콘크리트 부재의 사용하중상태에서 극한하중상태까지 전하중 이력에 대한 장기거동을 해석하고자 하였다. 콘크리트의 균열 이전과 균열 이후의 콘크리트의 인장저항을 합리적으로 고려하였고, 콘크리트의 이축응력상태에 따른 압축강도와 인장강도의 감소현상을 고려함으로써 Hsu의 이론을 확장하였다.

장기 비틀림 하중을 받는 프리스트레스 콘크리트 부재의 해석을 위하여 콘크리트의 크리아프와 건조수축 그리고 프리스트레스 강선의 리락세이션을 합리적으로 고려하였으며, ACI 모델, CEB-FIP 모델,

BP2 모델을 함께 고려하였다. 또한 철근 및 프리스트레스 강선에 의한 크리이프와 건조수축의 구속효과를 고려하고 장기 비틀림 하중에 의한 비역학적비틀각률을 구하기 위하여 등가응력개념을 도입하였다. 본 연구를 통하여 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 콘크리트의 이축응력상태에 따른 압축 및 인장강도의 감소효과를 고려함으로써 실제에 가까운합리적인 해석을 하였다.

(2) 콘크리트 균열 이후 인장증강효과를 적절히고려함으로써 실제거동에 부합하도록 하였다.

(3) 본 연구에서는 사용하중상태 뿐만 아니라 극한하중상태까지 전하중이력에 대해 장기거동을 해석할 수 있어 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 좀 더 실제적인 해석을 가능하게 하였다.

(4) 장기 비틀림 하중을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 이론적 연구가 없는 실정에서 본 연구는 이에 대한 앞으로의 토대를 마련하였다.

### 참고문헌

1. Karlsson, I., Elfgren, L., and Losberg, A., "Long-Time Behavior of Reinforced Concrete Beams Subjected to Pure Torsion", *ACI Structural Journal*,

June 1974, pp.280-283.

2. Sharma, A.K., and Pandit, G.S., "Sustained Load Tests in Torsion", *ACI Structural Journal*, No. 77-14, Mar.-Apr., 1980, pp. 103-108.
3. Allos, A.E., and Rashid, A.H., "Prestressed Concrete Rectangular Beams Subjected to Sustained Torque", *ACI Structural Journal*, No. 86-S44, Jul.-Aug., 1989, pp. 469-472.
4. Moriya, N., Niwa, J., and Higai, T., "Mechanical Behavior of Reinforced Concrete Members Subjected to Torsion and Axial Force", *Transactions of the Japan Concrete Institute*, Vol. 10, 1988, pp. 195-202.
5. Hsu, T.T.C., "Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion", *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 6, Nov.-Dec., 1988, pp. 624-635.
6. Collins, M.P., and Mitchell, D., "Prestressed Concrete Structures", Prentice Hall, Inc., 1991, 766pp.
7. Kent, D.C., and Park, R., "Flexural Members with Confined Concrete", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 97, ST7, July 1971, pp. 1969-1990.
8. Gilbert, R.I., "Time Effects in Concrete Structures", Elsevier Science Publishers B.V., 1988, p. 81.
9. Kang, Y.J., "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames", Ph. D. Thesis, Univ. of California, Berkeley, 1977.

(接受 : 1994. 2. 5)