

철근 및 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 비선형 유한요소 해석

Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced and
Prestressed Concrete Structures

곽 호 경*

Kwak, Hyo Gyoung

Abstract

This paper concentrates on the finite element analysis of concrete structures considering the material nonlinearity and time-dependent structural behavior. Using the rotating crack model among the smeared cracking model, the structural behavior up to ultimate load is simulated, and concrete is assumed to be an orthotropic material. Especially to include the tension stiffening effect in bending behavior, a criterion based on the fracture mechanics concept is introduced and the numerical error according to the finite element mesh size can be minimized through the application of the proposed criterion. Besides, the governing equation for steel is systematized by embeded model to cope with the difficulty in modeling of complex geometry. Finally, to trace the structural behavior with time under cracked and/or uncracked section, an algorithm for the purpose of time-dependent analysis is formulated in plane stress-strain condition by the age-adjusted effective modulus method.

요 지

본 논문은 콘크리트 구조물의 재료 비선형과 시간의존적 거동을 고려한 유한요소 해석에 관한 것으로 회전균열모델에 토대를 둔 면내균열모델을 사용하여 하중에 따른 균열의 영향을 모사하였으며 콘크리트는 직교이방성 거동을 한다고 가정하였다. 특히 휨거동 시의 인장보강효과(tension stiffening effect)를 고려하기 위해 파괴에너지 개념에 토대를 둔 한계식을 제안하였고 이를 통해 수치해석시 나타나는 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차의 최소화를 도모하였다. 또한 embedded model을 사용하여 철근의 거동을 모사할 경우 콘크리트의 변위장에 따라 효율적으로 대처할 수 있도록 구성방정식을 체계화 하였으며 비균열단면, 균열단면 등 여러 상황에서 구조물의 시간에 따른 거동을 살펴보기 위해 평면응력 상태에서 재령보정 탄성계수법에 따른 구성방정식을 유도하고 이를 토대로 예제해석을 수행하였다.

1. 서 론

현재 콘크리트 구조물은 대형화, 복잡화되는 추

*정회원 · 삼성건설(주) 기술연구소, 전원연구원

세에 있고 설계개념도 허용응력 설계법에서 균열 후 재료의 비선형성을 고려하는 강도 설계법으로 점차 변화됨에 따라 극한하중의 산정 및 사용성과 관련된 구조물의 처짐 등 구조물의 거동에 대한 정확한

예측을 위한 콘크리트 구조물의 실험적 연구와 수치해석적 연구가 활발히 진행되고 있다. 실험에 의해 콘크리트 구조물의 거동을 예측할 경우 보다 정확하고 실제적인 거동을 파악할 수 있는 반면 비용과 시간이 많이 소요되고 광범위한 정보를 얻는데 매우 제한적이다. 따라서 대부분의 경우 기본적인 거동 파악을 위한 실험과 이를 검증하고 효율적으로 많은 정보를 얻을 수 있는 수치해석적 연구가 병행되고 있으나 콘크리트 구조물의 수치해석적 연구를 수행함에 있어 성질이 전혀 다른 콘크리트와 강재의 복합체 거동을 효율적으로 모사하기가 어렵고 시간에 따른 재료성질의 변화와 각 재료 상호간의 영향 등을 고려하기 힘든 관계로 이 분야의 연구가 제한되어 왔다. 그러나 근년에는 많은 해석기법의 개발과 컴퓨터 기능의 확대 및 보다 정확한 재료성질의 규명에 힘입어 이 분야의 연구가 활발히 진행되고 있으며 특히 콘크리트 구조물의 유한요소해석은 Ngo와 Scordelis(1967)에 의해 처음 시도된 이래로 콘크리트 구조물의 동적 비선형해석과 시간의존적 거동해석 등 복잡한 해석에 광범위하게 적용되고 있으며 원자력발전소, 교량, 고층건물, 지하 구조물 등 그 대상도 점차 확대되고 있다.

그러나 콘크리트 구조물의 비선형 유한요소 해석의 경우 사용하는 유한요소의 크기와 작용하중의 크기에 따라 해석결과에 차이가 나타나게 되는데 이는 콘크리트의 균열과 하중이력에 종속된 재료의 성질에 기인하기 때문이다. 특히 단조증가 하중의 경우 하중단계에 따른 수치적 오차가 작은 반면 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차가 상당히 크게 나타나며 균열이 심하게 발생하는 극한하중 부근에서는 수치적인 오차와 불안정성이 심각하게 나타나게 된다. 이는 기존의 해석방법이 균열이 발생한 이후에 그 방향이 더 이상 변화하지 않고 고정된다고 한 가정과 휨문제의 경우 철근과 콘크리트에 의한 인장보강효과(tension stiffening effect)를, 전단문제의 경우 부착슬립의 효과를 각각 효과적으로 고려하지 못한 이유에 기인한다. 특히 면내균열 모델(smearred cracking model)을 사용함으로써 발생하는 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 제거하기 위한 많은 연구가 진행되고 있지만 모든 하중조건에 부합하는 효율적인 모델은 아직 제시되고 있지 않은 실정이다.

본 연구에서는 콘크리트 구조물의 탄성, 균열상태 및 극한하중 상태의 모든 하중조건에서 보다 정확히 해석을 도모하기 위해 지금까지 사용하고 있는 고정균열모델(fixed crack model) 개념과는 달리 균열 후에도 균열각이 하중에 따라 계속 변화하지만 균열 이후의 두 주변형률 방향은 직교성을 유지한다는 가정에 토대를 둔 회전균열모델(rotating crack model)을 사용하였다.⁽¹⁾ 콘크리트 구조물의 비선형 해석시 균열 이후의 거동에 있어 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 최소화하기 위해 파괴에너지 개념에 토대를 둔 한계식을 제안하였으며 이를 토대로 인장보강 효과를 고려함으로써 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 제거하고 안정된 결과를 얻을 수 있도록 하였다. 나아가 콘크리트 변위장에 토대를 둔 철근의 강도행렬을 제안함으로써 기존 철근콘크리트 구조물의 비선형 해석시 철근을 경계로 한 유한요소의 분할에 따른 자유도의 증가와 구조물 모델링의 복잡성을 제거하고 긴장재(tendon)의 고려시에도 효율적으로 대처할 수 있도록 도모하였다. 또한 평면응력 상태에서 유효 재령보정계수법에 의한 시간의존적 거동해석을 위한 구성방정식을 유도하였으며 이를 통해 구조물의 재료비선형 해석과 시간의존적 거동해석을 통해 구조물의 단기 극한거동과 장기변형을 해석할 수 있도록 하였다.

2. 재료의 모델링

2.1 콘크리트

2축 응력상태에서의 콘크리트는 압축-압축 영역에서 양방향의 응력비(σ_1/σ_2)가 0.5일 경우 압축강도가 25% 정도 증가하며 응력비가 1인 경우 약 16% 증가하는 등 작용하는 응력의 비에 따라 1축응력 상태와는 현저히 다른 거동을 보인다는 사실이 많은 사람의 실험을 통해 이미 잘 알려져 있다.^(2,3) 본 연구에서는 콘크리트의 2축응력 상태를 모사하기 위해 Kupfer 등⁽²⁾이 제안한 파괴면(failure envelope)의 인장-압축 영역을 수정한 그림 1의 항복표면을 응력에 따른 콘크리트의 거동을 모사하기 위해 사용하였다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 콘크리트의 인장-인장 영역과 압축-인장 영역의 압축응력이 0.6 f_c (콘크리트 일축 압축강도의 60%) 이하인 영역에서는 선형탄성체로 가정하고 그밖의 파괴면 내의 영역은

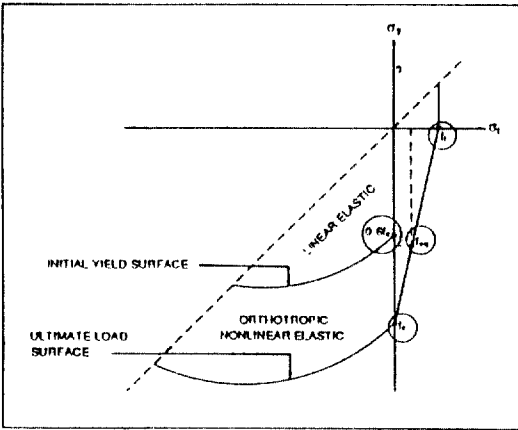


그림 1. 콘크리트의 항복표면.

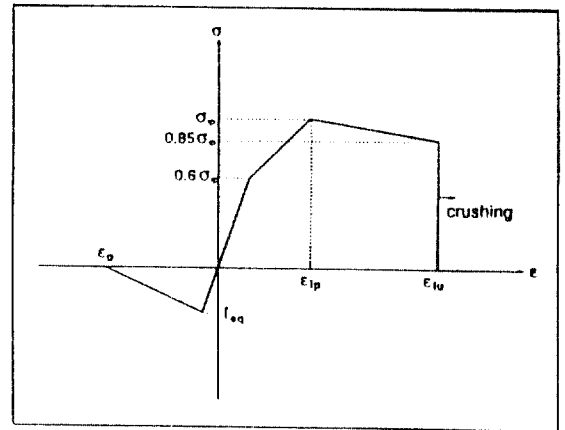


그림 2. 콘크리트의 응력-변형률 관계.

압축축의 비선형성을 고려한 직교 이방성 재료로 가정하였다. 특히 압축-인장 영역을 수정한 것은 대부분 휨거동 부재의 응력이 인장-인장 또는 압축-압축 영역에 존재하고 압축-인장 영역에 존재하는 부분은 지점부위의 극히 제한적인 영역이므로 2축 응력이 압축-인장 영역에 존재한다 할 지라도 그 부위에서의 비선형 거동은 상대적으로 취약한 균열에 의해 야기되므로 본 연구에서는 수치해석 상의 편의를 위해 압축-인장 영역을 단순화하였다. 나아가 임의의 지점 변형에 의한 응력이 극한 하중표면을 초과할 경우 변형연화의 거동을 보이는 것으로 가정하고 압축축의 변형률이 극한변형률(ϵ_u)에 도달한 경우는 파쇄(crushing)에 의해 양방향의 강성을 모두 상실하고 인장축의 변형률이 한계변형률(ϵ_0)을 초과할 경우는 그 방향의 직각방향으로 균열이 발생하는 것으로 간주하였다.

한편 각 응력상태의 모사를 위해 사용한 응력-변형률 관계는 Hognestad⁽⁴⁾가 제안한 관계식을 직선으로 단순화한 그림 2의 관계를 사용하였으며 2축 응력상태에 따른 등가의 인장 및 압축강도를 이용하여 거동을 모사하였다. 이때 구성된 응력-변형률 관계를 사용하기 위해 Darwin과 Pecknold⁽⁵⁾가 제안한 등가일축응력의 관계식을 이용하여 등가의 주 변형률을 산정한 후 이를 토대로 각 방향의 주응력 성분과 강성을 각각 산정한다. 이러한 과정을 토대로 산정된 응력-변형률 관계를 정리하면 식 (1)과 같다.

$$[D_{GL}]_c = [T]^T \cdot [D_{LO}]_c \cdot [T] \quad (1)$$

여기서

$$[D_{LO}]_c = \frac{1}{1-\nu^2} \cdot \begin{bmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(1-\nu^2) \cdot G \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\tan 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_y} \quad (4)$$

위의 식에서 $(1-\nu^2)G = 0.25(E_1 + E_2 - 2\nu\sqrt{E_1E_2})$ 이고 λ 는 전단보정계수로 균열면에서 콘크리트의 전단응력에 의한 영향(aggregate inter-locking, dowel action)을 모사하며 균열이 발생하기 전에는 1.0의 값을, 균열이 발생한 후에는 0.5의 고정값을 사용하였다. 이는 고정균열모델의 경우 이 값에 따라 해석 결과에 다소 차이가 있을 수 있으나 균열이 발생한 이후에도 균열각의 변화가 있다는 회전균열모델을 사용할 경우 이 값에 의한 해석결과의 차이가 거의 나타나지 않으므로 회전균열모델을 사용하고 있는 본 연구의 경우 단지 양방향으로 균열이 발생할 경우 또는 인접한 지점에서 동일한 방향으로 균열이 발생할 경우 야기되는 수치적 불안정성을 제거하기 위해 0.5의 고정값을 사용하였다.⁽¹⁾

2.2 Tension-Stiffening 효과

콘크리트는 인장응력이 인장강도에 도달한 후 미세균열의 발전에 의한 주균열의 발생으로 인해 파괴가 유발되는데 인장강도에 대응하는 변형률 이상에서 미세균열에 의해 변형률은 증가하지만 강도는 감소하는 변형연화 현상이 나타난다. 또한 변형연화 영역의 면적은 단위면적당 단위길이의 주균열을 발생시키는데 필요한 파괴에너지(G_f) 양과 동일하며 이를 이용한 수치해석이 Bazant and Oh⁽⁶⁾와 Hillerborg⁽⁷⁾ 등 많은 사람들에 의해 이루어지고 있다. 한편 철근이 보강될 경우 철근과 콘크리트의 부착에 의해 균열과 균열 사이의 영역에서 콘크리트가 어느 정도의 인장응력에 저항할 수 있게 되는 효과가 나타나게 된다. 따라서 완전부착을 가정한 일반적인 구조물의 해석에 있어서는 철근비와 구조부재(보, 전단벽 등)의 종류에 따라 콘크리트의 변형연화와 철근과 콘크리트의 부착에 의한 인장보강효과가 다르게 나타난다. 즉 휨 부재의 경우는 부착에 의한 효과가 전단을 주로 받는 부재에 비해 상대적으로 크지 않기 때문에 파괴에너지에 토대를 둔 변형연화에 의한 효과의 보정 만으로도 실험치와 일치하는 결과를 얻을 수 있지만 전단이 많이 작용하는 보-기둥 접합부나 전단벽 등 부착슬립 효과가 지배적으로 나타나는 경우는 이에 따른 인장보강효과를 고려하거나 부착슬립 효과를 고려한 해석이 되어야 한다.

본 연구에서는 일차적으로 힘을 받는 부재에 초점을 맞춘 관계로 콘크리트의 변형연화 현상의 효율적 고려를 통한 인장보강 효과의 고려와 이를 통해 면내균열모델(smearred cracking model)을 사용할 시 발생하는 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 줄이고자 도모하였다. 유한요소의 크기가 상대적으로 클 경우(최대 골재치수의 3배 이상) 일반적으로 임의의 균열이 발생하기 위한 파괴에너지가 유한요소의 전 영역에 걸쳐 균일하게 분포한다고 가정하는 것에는 우리가 다르게 되므로 본 연구에서는 파괴에너지가 균열이 발생하는 지점에 집중되며, 요소의 길이를 따라 일반적인 지수함수로 감소한다고 가정한 후 변형연화 영역에 사용한 내부변형에너지와 단위폭당 단위길이의 균열을 발생시키기 위해 필요한 파괴에너지(G_f)의 양이 동일하다는 관계식을 사용하여 다음의 관계식을 유도하였다. 특히

그림 3에서 보듯이 제안된 지수함수는 요소의 최소치수가 Bazant와 Oh⁽⁶⁾에 의해 제안된 최대 골재치수의 3배(3in) 이하인 경우는 1의 값으로써 면내의 균일한 미세균열 분포를 의미하며 그 이상의 크기에 대해서는 균열점을 중심으로 감소하는 것으로 하였다. 제안된 관계식에 따른 해석의 결과와 기존의 여러 모델에 대한 비교, 분석은 참고문헌⁽¹⁾에 자세히 명시되어 있다.

$$G_f = \frac{1}{2} \epsilon_o \cdot f_t \cdot 2 \cdot \int_0^{b/2} f(x) dx \quad (5)$$

$$\epsilon_o = \frac{2 \cdot G_f \cdot \ln(3/b)}{f_t \cdot (3-b)} \quad (6)$$

여기서 G_f 는 단위길이당 단위폭의 균열을 발생시키기 위해 필요한 에너지의 양을, b =유한요소 한 변의 길이를, f_t =콘크리트의 인장강도를 각각 의미하며 식 (6)에 의해 계산된 ϵ_o 를 이용하여 콘크리트 인장부분을 정의하게 된다(그림 2 참조).

2.3 강재(철근 및 긴장재)

평면요소를 사용하는 콘크리트와 달리 강재는 축방향으로만 힘이 전달된다고 가정하는 트러스 요소를 사용하여 모델링하였으며 강재와 콘크리트 사이는 완전부착으로 가정하였다. 특히 강재가 콘크리트에 포함되는 경우 강재를 경계로 콘크리트 요소를 분리하는 불편함을 제거하고 가정된 콘크리트의 변위장과 강재의 변위장 사이에서 적합성(compatibility)을 만족하는 강재 강성행렬을 구성하였으며 그 과정을 설명하면 다음과 같다.⁽¹⁾

먼저 국부좌표계 상에서 정의되는 트러스 요소의 관계식을 전체좌표계로 치환하고 치환된 전체좌표계의 트러스 요소를 콘크리트의 형상함수를 이용하

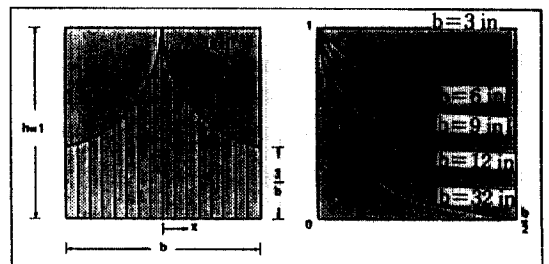


그림 3. 유한요소 내 파괴에너지의 분포.

여 콘크리트 요소의 절점에 대응하는 강성으로 환산하여 최종적인 강재의 강성행렬을 구성하게 된다 (그림 4 참조). 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[K_{GL}]_s = [T_2]^T \cdot [T_1]^T \cdot [K_{L0}]_s \cdot [T_1] \cdot [T_2] \quad (7)$$

여기서

$$[T_1] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 θ 는 전체 좌표계와 강재 축방향 사이의 각을 의미하고 $[K_{L0}]_s$ 는 국부 좌표계에서 정의되는 2×2 의 트러스 강성행렬을 의미한다.

위의 그림에서 보듯이 만약 임의의 콘크리트 요소내에 위치하는 강재가 콘크리트의 4, 2면을 각각 통과한다고 가정하면 8절점 요소를 사용하여 콘크리트를 모사할 경우 4, 2면의 콘크리트 형상함수를 토대로 치환행렬 $[T_2]$ 를 산정하며 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[T_2] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_3 & A_2 \\ 0 & 0 & B_1 & B_2 & B_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2p^2 - 3p + 1 & 0 \\ 0 & 2p^2 - 3p + 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -4p^2 + 4p & 0 \\ 0 & -4p^2 + 4p \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 2p^2 - p & 0 \\ 0 & 2p^2 - p \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 2q^2 - 3q + 1 & 0 \\ 0 & 2q^2 - 3q + 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -4q^2 + 4q & 0 \\ 0 & -4q^2 + 4q \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 2q^2 - q & 0 \\ 0 & 2q^2 - q \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 $p = c_1/l_1$, $q = c_2/l_2$, $0 = 2 \times 2$ 의 0(zero)행렬을 각각 의미한다.

강재의 변형은 콘크리트의 절점변위를 토대로 치환행렬 $[T_1]$, $[T_2]$ 를 이용하여 역으로 산정하며 강

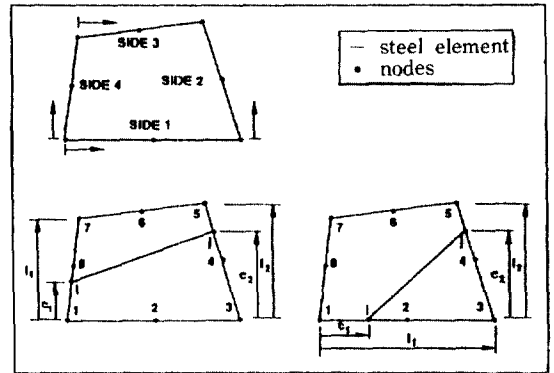


그림 4. 철근콘크리트 요소.

재가 항복할 경우는 Von-Mises의 항복표면에 토대를 둔 선형의 변형경화 재료로 가정하여 트러스 요소의 탄성계수를 치환하게 된다. 특히 위의 관계식을 사용할 경우 경사진 철근 및 긴장재의 영향을 효율적으로 고려할 수 있으므로 강재와 콘크리트의 혼합체인 철근콘크리트 또는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 강성행렬을 쉽게 구성할 수 있으며 이를 토대로한 한 요소의 전체 강성행렬은 콘크리트의 강성행렬과 강재의 강성행렬의 합으로 표현할 수 있다.

$$[K]_{dc} = \int_V [B]^T \cdot [D_{GL}]_c \cdot [B] dV + \sum_{i=1}^n ([K_{GL}]_s)_i \quad (12)$$

여기서 n 은 콘크리트 요소내에 포함된 강재의 수를 표시한다.

3. 시간의존적 거동해석

콘크리트 구조물의 경우 시간이 경과함에 따라 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 부재의 응력 재분배와 처짐을 비롯한 변위의 증가 등 사용하중하에서 구조물의 거동이 변화하며 이를 모사하기 위한 많은 기법이 소개되고 있다.⁽⁸⁾ 특히 이러한 장기거동에 의한 영향은 사용하중 하에서 사용성에 큰 문제를 유발시킬 수 있으며 각국의 설계기준에서도 이를 고려하도록 명시하고 있다. 특히 각국의 설계시방서에서는 유효탄성계수법을 근간으로 하여 시간의존적 거동을 고려하고 있으며 설계시 복잡한 관계식의 사용보다는 간단한 방법을 통한 사용성

검토가 주 목적인 관계로 본 연구에서는 단계별 해석법에 비해 다소 정확도는 떨어지지만 비교적 해석이 간단한 재령보정 탄성계수법에 입각한 시간의존적 거동해석을 수행하였으며 이를 위한 구성방정식의 유도는 다음과 같다.

먼저 전체 변형률은 탄성변형률과 크리이프와 건조수축에 의한 변형률의 합(ϵ_p)으로 표현할 수 있으며 임의의 시간 t 에서의 크리이프와 건조수축에 의한 변형률은 매개변수(θ)를 사용하여 시간 t_n 과 t_{n+1} 에서의 변형률의 합으로 표시할 수 있고 시간 t_{n+1} 에서의 변형률은 식 (14)로 표현할 수 있다.

$$\Delta\epsilon_p = (1-\theta)\epsilon_p^n + \theta\epsilon_p^{n+1} \quad (13)$$

$$\epsilon_p^{n+1} = \epsilon_p^n + H^n \Delta\sigma^n \quad (14)$$

여기서 $H^n = \partial\epsilon_p^n / \partial\sigma^n = \partial(\phi\epsilon_c^n + \epsilon_{sh}^n) / \partial\sigma^n = \phi[D]^{-1}$, ϕ = 크리이프 계수, $[D]$ = 콘크리트의 재료행렬, ϵ_{sh} = 건조수축률을 각각 의미한다.

한편 변형에 대한 구속이 없는 경우 크리이프와 건조수축에 의해서는 응력이 발생하지 않으므로 응력-변형률 관계로부터 다음의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\Delta\sigma = [D]\Delta\epsilon_c = [D](\Delta\epsilon_{total} - \Delta\epsilon_p) \quad (15)$$

따라서 식 (13)의 관계식을 식 (15)에 대입한 후 응력증분에 대한 항으로 정리하면 시간의존적 거동에 의한 콘크리트의 응력증가는 식 (16)으로 정리되며 이를 하중으로 환산한 절점하중의 증가분으로 치환하여 정리하면 다음의 시간의존적 거동해석을 위한 평형방정식 (17)로 유도된다.

$$\Delta\sigma = ([D][B]\{\Delta d\} - [D]\{\epsilon_p^n\}) / (1 + \theta\phi) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & 1 / (1 + \theta\phi) [B]^T [D] \{\epsilon_p^n\} dV_c \\ & = (1 / (1 + \theta\phi)) [B]^T [D] [B] dV_c + [K_s] \{\Delta d\} \end{aligned} \quad (17)$$

위의 식에서 보듯이 θ 가 재령보정계수 역할을 하고 있음을 볼 수 있으며 철근콘크리트 장기거동해석시 탄성계수를 치환하는 방법과 동일한 형태를 이루고 있다. 특히 θ 가 1.0의 값을 갖을 경우는 유효탄성계수법과 동일하며 유효 재령보정계수의 값이 0.83인 경우 전 시간영역에 걸쳐 큰 오차없이 시간의 변화에 따른 효과를 고려할 수 있다는 것은 이미

잘 알려진 사실이므로 본 연구에서는 0.8의 고정값을 사용한 재령보정 유효탄성계수법을 사용하였다.⁽⁹⁾

즉 시간의존적 거동해석을 할 경우는 콘크리트의 탄성계수를 재령보정 유효 탄성계수로 치환하여 단기하중 작용시의 거동해석과 동일한 방법으로 해석을 진행하며 특히 인장축의 크리이프 변형량도 압축축과 마찬가지로 탄성 변형량의 크리이프계수 배로 발생하며 작용하는 응력이 압축응력의 0.5배 이상에서도 탄성변형률과 크리이프 변형률 사이에는 비례관계가 유지된다고 가정하였다. 한편 시간의존적 거동시 발생하는 응력의 변화나 작용하는 하중의 변화 등에 의한 효과를 고려하고자 할 경우는 Dirichlet Series Expansion에 의한 크리이프 함수의 정의를 통해 크리이프와 건조수축에 의한 변형률을 산정하여 이를 고려할 수 있으며 이때 시간에 따른 응력의 변화를 크리이프 변형률 계산시 고려하고 있으므로 위의 식 (17)에서 언급하고 있는 매개변수 θ 는 0(zero)의 값을 갖도록 한다.

4. 해석방법

본 연구에서 사용한 해석방법은 하중을 몇개의 증분으로 분할하고 각 하중단계의 최초 반복해석시 강성행렬을 구성하여 이를 토대로 반복해석을 수행하는 증분법과 반복법의 조합방법을 사용하였으며 각 하중단계에서의 반복과정을 설명하면 다음과 같다.

(1) 앞의 하중단계에서의 변형을 기준으로 하여 철근과 콘크리트의 강성행렬을 구성한 후 임의의 하중증분에 대한 변형을 구한다.

(2) 계산된 변위를 토대로 콘크리트의 경우는 각 적분점의 변형률과 전 단계에서의 강성을 기초로 응력의 증분을 각각 산정한 후 현 단계의 응력상태를 기초로 응력-변형률 관계를 정의하는 등가의 최대 압축 및 인장응력을 산정한다. 이때 주 변형률 방향으로의 회전각을 산정하여 저장한다.

(3) 주 변형률 방향으로의 변형률을 산정하고 이를 토대로 등가의 축방향 변형률을 산정한 후 이를 이용하여 기존에 정의된 응력-변형률 관계로부터 보정된 콘크리트의 응력과 이에 따른 콘크리트의 탄성계수를 계산한다.

(4) 계산된 주응력 증분을 단계(2)에서 저장한 회

전각을 이용하여 전체좌표계로 치환한 후 이를 토대로 내부 부재력을 산정한다.

(5) 강재의 경우는 계산된 각 요소의 절점변위를 이용하여 이를 국부좌표계 상의 상대변위를 산정하고 이를 토대로 철근의 응력을 계산한 후 이를 전체 좌표계로 치환하여 단계(4)에서 계산된 콘크리트의 내부 부재력과 합한다.

(6) 외부에서 작용하는 하중과 내부 부재력의 차이에 의한 잔류하중이 주어진 허용치 이내에 존재할 때까지 반복해석을 수행하며 모든 하중단계에 대한 해석이 종료되면 구조물의 최종적인 변화상태를 단기하중에 의한 변화로 간주하고 시간의존적 거동해석이 요구되는 경우 이를 수행한다.

(7) 시간의존적 거동해석 시에는 단기하중에 의한 변형을 기초로 하여 임의의 시간에서 크리이프 계수와 건조수축률을 이용하여 장기변형률을 산정하며 이에 따른 등가의 하중을 가함으로써 추가적인 변위량을 산정한다(식 (17) 참조).

(8) 계산된 추가 변위량에 의한 변형률에서 등가의 하중계산시 적용한 장기 변형률의 차이에 의한 콘크리트의 응력변화량(식 (16) 참조)과 전체 변형률에 의한 철근의 응력을 각각 산정한 후 단계(6)에서와 마찬가지로 반복해석을 수행한다.

5. 수치예제

5.1 철근콘크리트보

본 예제해석에 사용한 보는 Burns and Siess⁽¹⁰⁾에 의해 시험된 단순지지보(J-4)로써 콘크리트는 8절점 유한요소를 사용하였으며 휨부재인 관계로 부착슬립의 효과는 무시하였다. 구조물과 작용하는 하중이 대칭인 관계로 구조물의 반만을 모델링하여 사용하였으며 단면의 형상과 유한요소의 모델링은 그림 5에 도시하였다. 여기서 사용한 재료상수는 각각 $E_c = 3800$ ksi, $E_s = 29500$ ksi, $f_c = 4.82$ ksi, $f_y = 44.9$ ksi, $\nu_c = 0.167$, 철근비(ρ) = 0.99%이며 그밖에 파괴에너지(G_f) = 0.5 lb/in, $f_t = 5$ fc로 각각 가정하였다(1 ksi = 70.3 kg/cm², 1 in. = 2.54 cm, 1 lb = 0.45359 kg).

그림 6의 수치해석 결과에서 볼 수 있듯이 본 연구에서 제시한 회전균열모델을 사용하고 파괴에너지 개념에 토대를 둔 인장보강효과를 고려할 경우 실험치와 유사한 결과를 얻을 수 있으며 특히

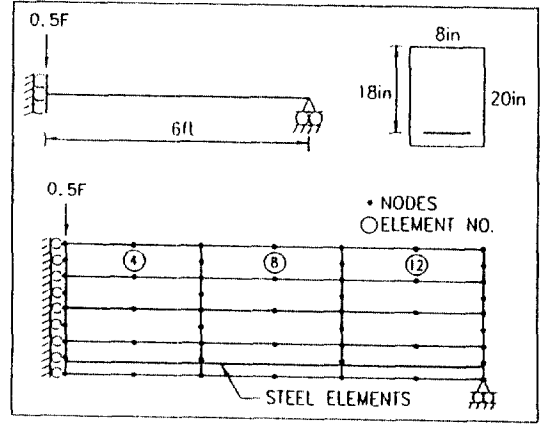


그림 5. J-4 보의 이상화.

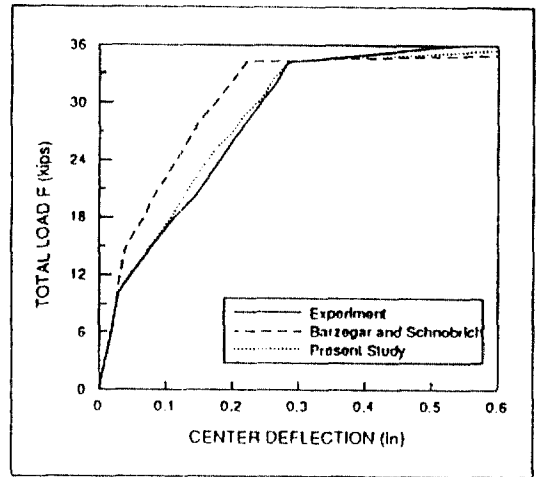
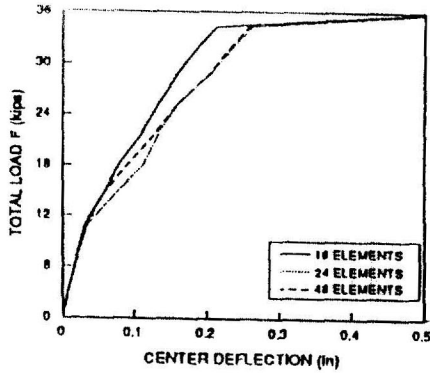
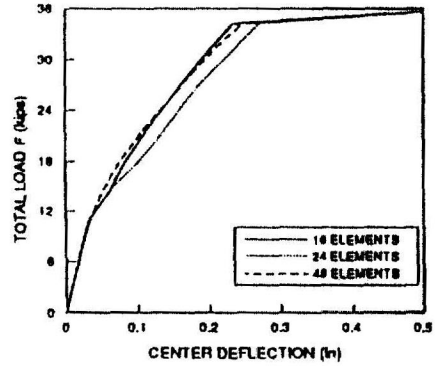


그림 6. J-4의 유한요소 해석결과.

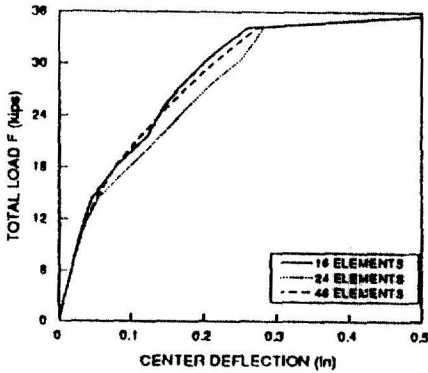
인장보강 효과를 고려하지 않을 경우 강성을 과소 평가하는 결과가 나타남을 알 수 있다. 나아가 철근을 따른 유한요소의 모델링 없이도 제안된 철근 요소의 사용만으로 충분히 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있다. 한편 제안된 관계식(식 (6) 참조)과 기존의 모델에 의한 비교분석을 위해 부재의 길이 방향으로 요소를 분할 한 경우 이에 대한 결과를 살펴보면 그림 7과 같다. 이 그림에서도 볼 수 있듯이 본 연구에서 제안한 관계식에 의한 인장보강 효과의 고려시 요소의 크기에 따른 수치해석의 차가 크게 나타나지 않는 반면 인장보강효과를 고려하지 않을 경우 유한요소의 수가 증가함에 따라 구조물의 거동을 과소평가하는 경향이 커지고 있음을 볼 수



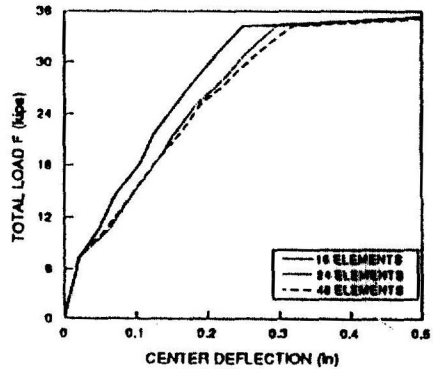
Mesh Size Effect (Hillerborg's Model)



Mesh Size Effect (Crack Band Model)



Mesh Size Effect (Proposed Model)



Mesh Size Effect (no Tension Stiffening)

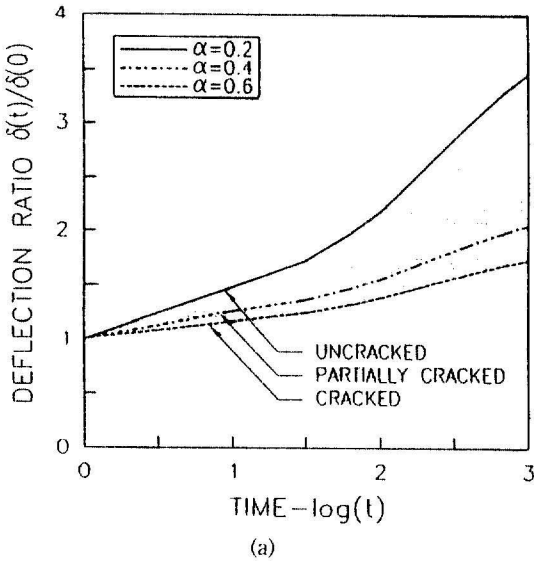
그림 7. 인장보강 효과에 따른 거동분석.

있으며 이러한 현상은 철근비가 작을수록 슬래브와 같이 양방향으로 휨이 작용할수록 그 경향이 심해진다. 그밖에 보-기둥 접합부, გადა철근보 등 여러 구조물의 보다 자세한 거동분석은 참고문헌¹⁾에 명시되어 있다.

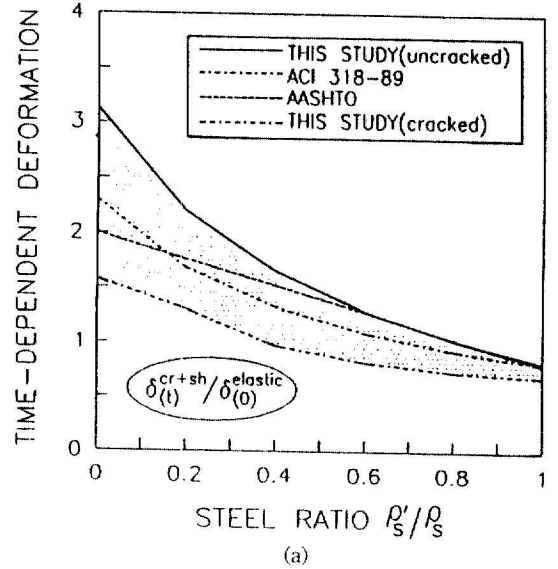
5.2 콘크리트 보의 시간의존적 거동

콘크리트 보의 시간의존적 거동과 텐던응력의 손실량을 산정하기 위해 프리스트레스트 콘크리트 보의 경우 앞에서 사용한 동일부재(J-4)에 긴장재가 배근되는 경우에 양단에서 편심이 없고 보의 중앙부에서 7.5 in(19.05 cm)의 편심을 갖는 포물선 배근으로 가정하였으며 텐던의 단면적 A_{sp} 는 $1 \text{ in}^2(6.45 \text{ cm}^2)$, 작용하는 하중(F)은 대략 $0.6F_u$ 인 21.6 kips(9.8

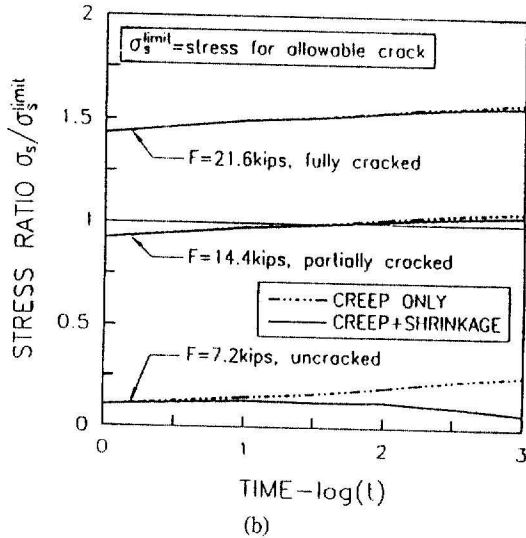
tons)로 하고 리락세이션 및 마찰에 의한 손실은 편의상 무시하였다. 그밖에 추가적으로 사용한 재료상수로는 CEB-FIP 기준(1978)에 따른 도로교 표준시방서(1993)의 상대습도 70%, 재령 28일을 기준으로 한 크리이프와 건조수축률을 이용하여 예제해석을 수행하였다. 먼저 크리이프와 건조수축에 의한 철근콘크리트 보의 시간의존적 장기처짐을 살펴보면(그림 8a 참조) 상재하중 $F(F=\alpha F_u)$, α 는 작용하중의 극한하중에 대한 비율)의 작용에 의한 구조물의 균열이 심하면 심할 수록 탄성처짐에 대한 장기처짐의 비율이 감소되지만 균열단면의 경우 단기하중에 따른 초기 탄성처짐량이 상대적으로 크기때문에 전체 변형량은 비균열단면보다 크게 나타난다. 따라서 일반적으로 탄성처짐의 비율로써 장기처짐을 산정



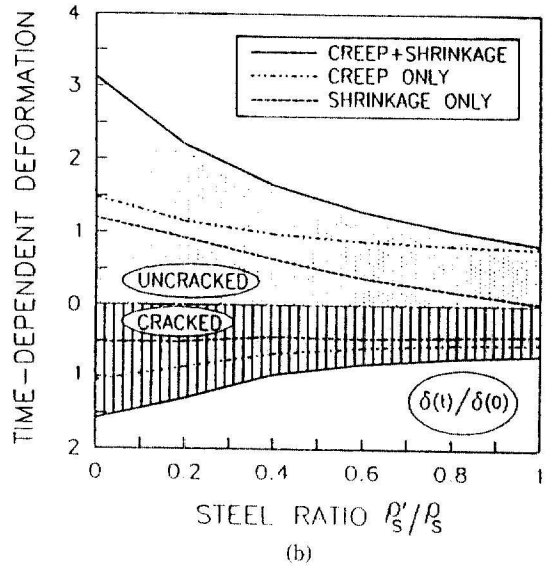
(a)



(a)



(b)



(b)

그림 8. 철근콘크리트 보의 장기거동.

- (a) 장기변형($F = \alpha F_u$, $F_u = 36$ kips)
- (b) 허용균열폭에 대한 철근응력($F =$ 중앙 집중 하중)

그림 9. RC보의 철근비에 따른 장기변형.

- (a) 각 시방서 조항의 비교
- (b) 균열($\alpha = 0.6$)/비균열($\alpha = 0.2$) 부재의 거동

하는 각국의 설계규준을 균열단면에 적용시킬 경우는 보다 세심한 주의가 요망된다. 또한 각국의 설계규준에서는 철근콘크리트 구조물의 사용성과 관련하여 허용균열폭에 대한 규정을 명시하고 있는데 ACI 318-89에서 언급하고 있는 반복되는 건설시의 허용균열폭 0.006 in(0.015 cm)에 의한 철근의 허용응력(본 예제의 경우 19.89 ksi(1398.3 kg/cm²))을 비

교해 보면 부분균열 단면에서 초기에 철근의 허용응력을 초과하지 않는다 할 지라도 시간이 경과함에 따른 크리프 변형에 의해 철근의 응력이 증가하므로 사용성의 검증시 이에 대한 안전률의 확보가 요구된다(그림 8b 참조).

한편 철근비에 따른 장기거동을 살펴보기 위해

동일한 단면의 인장축 철근량을 $0.75p_b$ 로 고정시킨 후 압축축의 철근비를 변화시켰다. 1000일 경과후를 기준으로 이에 따른 거동을 살펴보면 A_s'/A_s 의 비율이 0.4 이상일 경우 AASHTO(1986) 기준의 기준식이 해석치와 잘 일치하는 반면 압축축의 철근비가 상대적으로 작을 경우(0.2 이하) AASHTO, ACI 318-89 기준 모두 장기처짐을 과소평가하는 경향이 있으므로 이 경우의 설계시에는 구조물의 사용성과 관련하여 보다 세심한 주의가 요구된다(그림 9a 참조). 그러나 각 기준에서 언급하고 있는 제안식의 정확도는 단면의 크기, 작용하는 하중, 단면의 형상 등에 따라 다소 차이가 있으므로 항상 동일한 크기의 오차를 내포하는 것은 아니다. 나아가 균열이 발생한 단면의 경우 시간의존적 거동을 지배하는 콘크리트 단면적이 압축축에 편중되므로 시간에 따른 응력 변화량의 분배가 불규칙적으로 일어나게 되며 장기 변형에 있어서도 전체 변위가 크리이프와 건조수축에 의한 변위의 합으로 표현될 수 없음은 물론 각국 기준에서 언급하고 있는 변위량의 산정식과도 차이를 보이게 된다(그림 9b 참조). 참고로 그림 9에 표시된 $\delta(t)$, $\delta^{cr+sh}(t)$ 는 동일한 양으로 모두 크리이프와 건조수축만에 의한 처짐량을 표시한다. 또한 긴장력의 손실을 살펴보면 크리이프에 의한 손실량은 CEB-FIP 기준에 의한 손실량이 AASHTO 기준에 의한 손실량 보다 다소 크게 나타나지만 건조수축에 의한 손실량은 AASHTO 기준에 의한 손실량이 다소 크게 나타남을 볼 수 있다. 그러나 두 항의 합에 의한 전체적인 손실량은 수치해석치와 비교해 볼 때 두 기준 모두 안전측임을 알 수 있다(그림 10a 참조). 특히 외부에서 작용하는 하중(F)과 텐던력(P)의 조합에 의해 부재에 균열이 발생할 경우 그 거동은 비균열 부재의 거동과 큰 차이를 보이고 있음을 알 수 있다(그림 10b 참조). 그림 10b의 크리이프에 의한 손실량은 외력(F)=0.0 kips(0 kg), 텐던력(P)=10 kips(4.536 tons)를 기준으로 하여 상대적인 비례값을 나타낸 것이고 건조수축에 의한 영향은 절대값을 표시한 것으로 균열이 발생할 경우 작용하는 텐던력(P)에 의한 비례관계가 더이상 성립하지 않으며 작용하는 힘에 관계없이 나타나는 건조수축에 의한 영향도 현저히 다름을 알 수 있다.

6. 결론

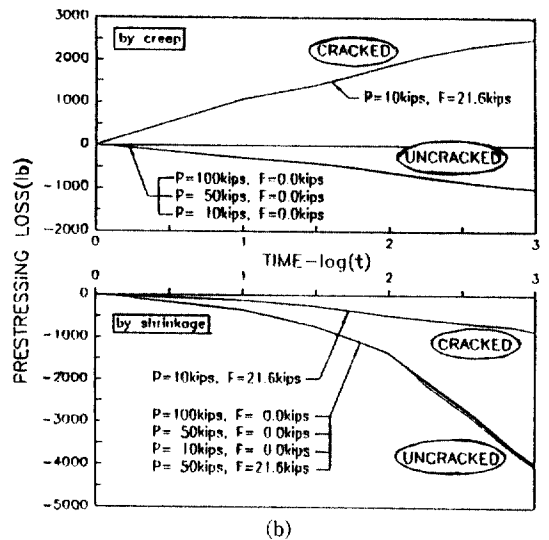
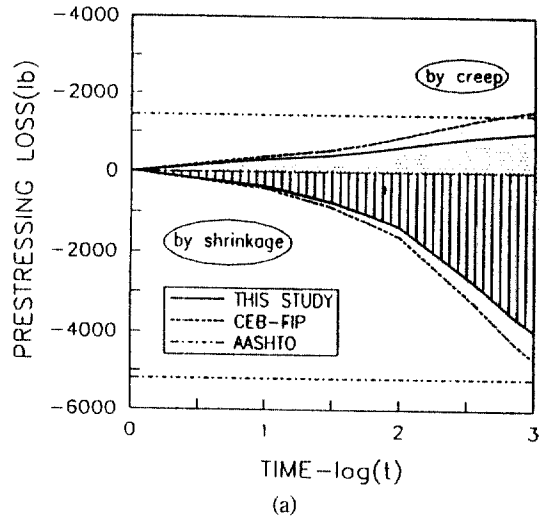


그림 10. 긴장재의 손실량 비교(P=유효긴장력, F=중양집중하중).
 (a) 각 시방서 조항의 비교(비균열 부재)
 (b) 크리이프/건조수축에 의한 손실량

본 연구를 통해 콘크리트 구조물의 비선형 해석을 효율적으로 수행하기 위한 철근의 모델링 기법을 개발하였으며 보다 정확한 거동 파악을 위해 콘크리트의 경우 회전균열모델을 채택하고 유한요소의 크기에 따른 수치해석 차를 보정하기 위해 인장보강효과의 한계식을 파괴에너지 개념을 토대로 제안하였고 수치를 통해 모델의 효율성을 입증하였다. 나아가 재령보정 유효탄성계수법에 토대를 둔 콘크

리트 구조물의 시간의존적 거동해석 결과와 각 규준에서 산술적으로 채택하고 있는 장기거동에 따른 계산석파의 비교, 검증을 통해 각 규준이 포함하고 있는 한계를 해석적으로 검토하였으며 설계시 이에 대한 효과를 보정할 수 있도록 도모하였다. 본 예제해석을 통해 휨 부재의 경우 보다 정확한 해석을 위해서는 인장보강 효과를 반드시 고려해야 하며 콘크리트 구조물의 장기거동 예측시 부재에 균열이 발생할 경우 각 재료의 시간에 따른 철근과 콘크리트 응력의 변화를 반드시 검토하여 단기하중 상태와 차이가 많은 경우 이를 설계에 고려하도록 하며 장기처짐의 산정시에도 철근비와 균열의 영향을 동시에 고려하여 보다 정확한 계산이 되도록 도모하여야 한다. 특히 콘크리트 구조물의 시간의존적 거동해석을 통해 볼 때 균열이 발생한 부재의 거동은 비균열 부재의 거동과 현저히 다름을 볼 수 있으며 현재 각국 설계규준에서 언급하고 있는 장기거동에 따른 예측은 기본적으로 비균열 상태에 토대를 두고 있으므로 보다 정확한 설계와 구조물의 유지관리 측면에서 균열 후의 거동에 따른 효과를 설계규준에 포함시켜야 할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. Kwak, H.G. and Filippou, F.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures under Monotonic Loads", Report No. UCB/SEMM-90/14, Univ. of California at Berkeley, Berkeley, 1990.
2. Kupfer, H., Hilsdorf, H.K. and Rusch, H., "Beha-

3. Tasuji, M.E., Slate, F.O. and Nilson, A.H., "Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading", *Journal of ACI*, Vol. 75, No. 3, 1978, pp. 306-312.
4. Hognestad, E., "A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members", Univ. of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin Series No. 399, Bulletin No. 1, 1951.
5. Darwin, D. and Pecknold, D.A., "Analysis of Cyclic Loading of Plane R/C Structures", *Computers and Structures*, Vol. 7, No. 1, 1977, pp. 137-147.
6. Bazant, Z.P. and Oh, B.H., "Crack Band Theory for Fracture of Concrete", *Materials and Structures*, RILEM, Paris, Vol. 16, 1983, pp. 155-176.
7. Hillerborg, A., Modeer, M. and Petersson, P.E., "Analysis of Crack Formation and Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Element", *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, No. 6, 1976, pp. 773-782.
8. ASCE Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, *State-of-the-Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, ASCE Special Publication, 1982.
9. Neville, A.M., Dilger, W.H. and Brooks, J.J., *Creep of Plain and Structural Concrete*, Construction Press, New York, 1983.
10. Burns, N.H. and Siess, C.P., "Load-Deformation Characteristics of Beam-Column Connections in Reinforced Concrete", Civil Engineering Studies, SRS No. 234, Univ. of Illinois, Urbana, 1962.

(接受 : 1993. 10. 18)