

# 시공단계를 고려한 프리스트레스트 콘크리트 사장교의 비선형 해석

## Nonlinear Analysis of Segmentally Erected Prestressed Concrete Cable-Stayed Bridges

이재석\* · 강영진\*\*

Lee, Jae Seok · Kang, Young Jin

### Abstract

An analysis method for the time-dependent nonlinear analysis of segmentally erected planar prestressed concrete cable-stayed bridges was described. To account for the time-dependent effects, load history, creep, shrinkage, aging of concrete and relaxation of prestress were considered. Changes in boundary conditions and loads, installing and removing frame elements, stressing, restressing and removing cables and prestressing tendons were incorporated for modeling segmental erection operations. One typical example on segmentally erected prestressed concrete cable-stayed bridge was presented to illustrate the analysis method. Results of this example show that it is important to follow the development of stresses and deformations at all stages of construction to predict the true response of the bridge through its various load history.

### 요 지

본 논문에서는 평면 PC 사장교의 시공중의 각 단계를 고려할 뿐 아니라 재료의 비선형성은 물론 기하학적 비선형도 고려하는 해석방법을 제시했다. 재료의 시간의존적 특성들로는 콘크리트의 크리프, 건조수축, 강도증가와 PC 강재 및 케이블의 이완을 고려했다. 시공중의 각 단계를 표현하기 위해 시공명령어를 정의하여 임의의 해석단계마다 하중과 경계조건의 변화, 구조계의 변화와 가설장비의 이동을 고려했다. 본 해석방법을 실제적인 PC 사장교의 해석에 적용하여 시공의 진행에 따른 PC 사장교의 비선형거동 및 응력과 변형의 변화를 검토했고 또한 시공단계를 고려한 해석에 있어서 재료의 시간의존적 특성이 끼치는 영향을 검토했다.

\* 정회원 · KIST시스템공학연구소 CAE연구실 선임연구원

\*\* 정회원 · 계원조형예술학교 학장

## 1. 서 론

프리스트레스드 콘크리트(PC) 사장교가 경제적, 미적 측면에서 우수한 것으로 인정되어 건설이 증가하는 추세에 있다.<sup>(1)</sup> PC 사장교의 시공에는 미리 시공된 교각으로부터 좌우로 평형을 유지하면서 가설장비를 이용하여 교량의 상판을 순차적으로 시공해 나가거나 또는 공장에서 제작된 프리캐스트 세그먼트를 연결해 나가는 캔틸레버 공법이 널리 쓰이고 있다. 이러한 공법에서는 시공중과 시공후의 구조단계가 달라지며 시공중에도 가교각 및 임시케이블의 설치와 제거, 상판과 주탑의 지지조건 변화 등 구조계가 계속적으로 변화한다. 또한 단계적인 시공에 따라 인접부재간의 재료성질이 다를 뿐 아니라 콘크리트의 크리프, 건조수축, 강도증가(Aging) 및 PC 강재와 케이블의 이완(Relaxation) 등 재료의 시간의존적 특성에 의한 영향으로 시공중이나 시공이 완료된 후에도 처짐이 변하고 응력이 재분배되어 구조물의 거동이 매우 복잡해진다.<sup>(2)</sup> 시공중의 과도한 처짐은 케이블의 장력을 조정하거나 미리 초기 처짐을 주어 조절하는 데 필요한 초기처짐 및 장력을 알기 위해서는 시공중의 처짐에 대한 정확한 예측이 가능해야 한다. 또한 이와 같이 시공의 진행에 따라 계속적으로 구조계가 변화할 경우, 부재에 따라서는 최대 응력이 시공이 완료된 후 하중이 재하되는 시점이 아니라 시공중에 발생할 수도 있으므로 구조물의 각 시공단계에 따른 정확한 응력의 예측이 바람직하다.

PC 사장교의 시공단계를 고려한 해석에 관한 연구는 '70년대 후반부터 근사적인 해석모델에 근거한 해석방법들이 제시되기 시작했으며 Europe Etudes사<sup>(3)</sup> Khalil,<sup>(4)</sup> 김우종<sup>(5)</sup> 등이 실용적인 연구결과를 발표했다. 프랑스의 Europe Etudes사<sup>(3)</sup>에서는 1977년 PC 교량의 해석을 위한 프로그램 BC를 개발했으며 시공중의 각 단계를 고려한 해석이 가능하고 케이블을 포함하였다. PC 강재는 부재내에서 3차곡선의 형상을 갖는 것으로 가정하고 긴장시의 프리스트레스는 등가하중으로 고려했으며 선형해석모델을 사용했다. Khalil<sup>(4)</sup>은 1979년에 PC 사장교를 포함한 PC 뼈대구조물의 시공단계를 고려한 해석방법을 제시하고 프로그램을 개발했다. 각 시공단계를 표현하기 위하여 새로운 부재의 추가, 하중 및 경

계조건의 변화를 고려했으며 시간의존적 효과로서 콘크리트의 크리프, 건조수축, PC 강재의 이완을 고려했다. 케이블의 색(Sag) 및 부재의 대변위(Large Deflection)에 의한 기하학적 비선형 효과를 고려한 반면 재료는 선형탄성체로 가정했으며 시공중의 PC 강재와 케이블의 재긴장 및 긴장시의 PC 강재의 인장력 손실에 대하여는 고려하지 않았다. 김우종<sup>(5)</sup>은 1990년에 시공단계를 고려한 PC 교량의 정적 및 동적 3차원 거동에 관한 해석이론을 제시하고 프로그램 D7을 개발하였다. PC 강재는 콘크리트부재의 길이방향축을 포함하는 두 평면에 대하여 각각 3차곡선 및 직선으로 형상을 정의 했으며 프리스트레스는 등가하중으로 고려했고 케이블은 등가탄성계수를 가진 트러스요소로 가정했다. 재료의 시간의존적 특성에 의한 영향을 고려했고 각 시공단계에 따른 구조계의 변화도 고려했으나 재료는 선형탄성체로 가정했다. 이재석<sup>(6)</sup>은 1991년에 2차원 평면상에서 케이블로 지지된 PC 뼈대구조물의 시공중의 각 단계를 고려하고 재료의 시간의존적인 특성 및 비선형 응력-변형도 관계는 물론 케이블의 색(Sag)과 구조물의 처짐에 의한 기하학적 비선형성을 모두 고려하는 비선형 해석방법을 제시하고 사장교를 포함한 PC 뼈대구조물의 시공중이나 시공후의 비선형거동 및 극한거동을 해석할 수 있는 컴퓨터 프로그램 CFAME을 개발하였다.

이재석 등<sup>(6)</sup>은 CFAME에서 제시한 재료의 비선형모델, 기본방정식 유도과정, 유한요소모델 및 시간의존적 비선형 해석방법에 대하여 기술하고 일련의 해석예를 통하여 해석방법 및 프로그램의 정당성과 적용성을 검토하였다. 본 논문에서는 PC 사장교의 시공중의 각 단계를 고려하는 해석방법을 제시하고 실제적인 PC 사장교의 해석을 통하여 PC 사장교의 시공중이나 시공후의 비선형 거동을 검토하고자 한다.

## 2. 재료의 시간의존적 비선형모델

PC 사장교의 시간의존적 비선형거동을 정확히 예측하기 위해서는 각 재료의 비선형 응력-변형도 관계는 물론 시간의존적 특성을 잘 나타낼 수 있는 재료모델을 고려해야 한다. 본 논문에서는 콘크리트의 경우 비선형 응력-변형도 관계와 인장균열 및

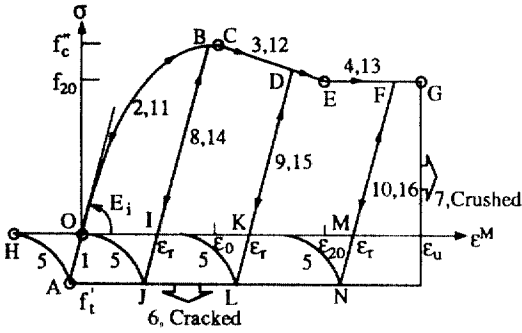


그림 1. Stress-Strain Curve of Concrete.

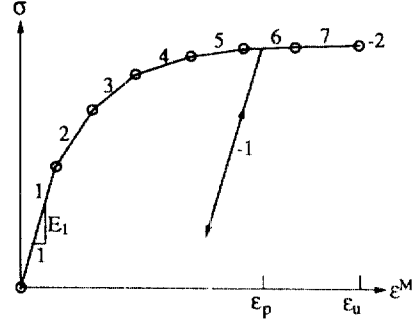


그림 3. Stress-Strain Curve of Prestressing Steel.

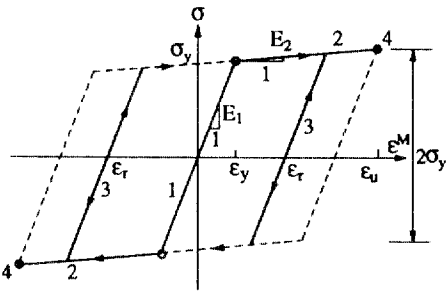


그림 2. Stress-Strain Curve of Reinforcing Steel.

인장증강효과는 물론 하중반전까지 고려한다. 압축에서의 비선형 응력-변형도 곡선은 포물선-직선-직선(Parabolic-Linear-Linear)모델<sup>(7)</sup>로 가정하여 그림 1과 같은 재료비선형모델을 사용하여 응력-변형도 곡선상에서 하중의 재하, 제거 및 하중의 재재하(Reloading)를 추적하기 위하여 재료상태(Material State)를 16가지로 분류한다. 콘크리트의 시간의존적 특성모델로서 시방서에서 널리 채택되고 있는 ACI 209모델 및 CEB/FIP 모델을 사용하고 부가적으로 실험결과를 직접 사용할 수도 있도록 한다.

보강철근은 비선형 응력-변형도 관계만을 고려하여 재료모델을 가정하며 본 논문에서는 그림 2와 같은 이중직선(Bilinear)모델<sup>(7)</sup>을 사용한다. 하중반전경로의 기울기는 초기탄성계수와 같은 것으로 보고 응력-변형도 곡선상에서 재료상태를 (1) 인장 또는 압축상태 (2) 항복상태 (3) 하중반전상태 (4) 파괴상태의 4가지로 가정한다.

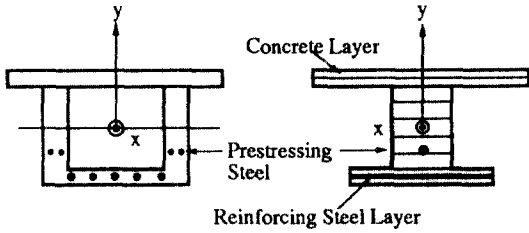
PC 강재와 케이블의 비선형 응력-변형도 관계를 이상화하기 위하여 그림 3과 같은 다중직선(Multi-linear)모델<sup>(7)</sup>을 사용한다. 재료상태는 응력-변형도

곡선의 각 직선구간별로 그림에서와 같이 정의한다. 하중반전의 경우는 재료상태를-1로 하여 탄성계수는 초기탄성계수로 가정한다.

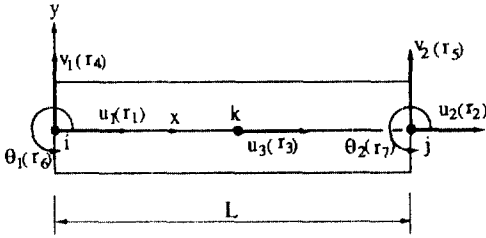
### 3. 시간의존적 비선형 해석방법

PC 사장교의 시간의존적 비선형 거동을 해석하기 위해서는 재료의 비선형성 뿐만 아니라 기하학적 비선형성은 물론 재료의 시간의존적 특성까지 모두 고려할 수 있는 해석이론이 필요하다. 이를 위해서 저자는 먼저 일반적인 3차원 연속체에 대하여 재료의 비선형성 및 기하학적 비선형성과 재료의 비역학적변형을 고려하는 운동방정식을 Updated Lagrangian 방식을 이용하여 유도하고 운동방정식으로부터 선형화된 증분방정식을 유도한 후 유한요소법을 적용하여 변위, 변형도 및 응력을 구하는 비선형 해석방법을 제시한 바 있다.<sup>(6,7)</sup>

시간의존적 해석을 위해서는 먼저 시간영역을 필요한 수의 시간구간으로 나누고 각 시간구간의 교집을 시간단계(Time Step)로 정의한다. 각 시간단계별로 변형된 구조물의 형상 및 재료의 비선형성을 고려하여 순차적으로 증분형태로 표시된 평형방식의 해를 구하여 누적함으로써 최종시간단계에서의 해를 구한다. 각 해석단계에서는 하중증분을 적당한 수의 하중단계로 나누고 각 하중단계마다 반복계산을 통하여 비선형 평형방정식을 풀며 본 논문에서는 접선강도법을 기본으로 하되 수정된 접선강도법의 개념을 이용하여 선택에 따라 반복계산마다 강도매트릭스를 새로 구할 것인지 현재의 강도매트릭스를 그대로 사용할 것인지를 결정하도록 한다. 구조물이



(a-1) Actual Cross Section (a-2) Idealized Cross Section  
(a) Cross-section of Frame Element



(b) Three-node Frame Element

그림 4. Layered Frame Element.

극한상태에 가까워지면 강도가 급격히 감소하여 정해를 구하기가 어려우며 이 경우에는 하중제어법보다 변위제어법이 효과적이다. 이를 위해서 본 논문에서는 Powell<sup>(8)</sup>의 변위제어법의 개념을 사용하여 반복계산을 한다.<sup>(6)</sup>

#### 4. 구조요소 모델

본 논문에서는 구조요소로서 뼈대요소, PC 강재요소, 케이블요소, 연결요소(Link Element)를 고려하였다. 뼈대요소와 PC 강재요소는 PC 부재를, 케이블요소는 지지케이블(Stay Cable)을, 연결요소는 PC 부재간의 다양한 연결형태를 이상화하기 위한 요소이다.

뼈대요소는 축대칭인 단면을 가지고 길이방향으로 단면의 변화가 없는 것으로 하며 요소는 3절점직선요소로 가정한다.<sup>(7)</sup> 각 요소는 그림 4a와 같이 여러개의 콘크리트층과 보강철근층으로 구성된 것으로 본다. 양단의 절점은 그림 4b와 같이 3개의 자유도를 가지고 중앙절점은 x방향변위의 1개의 자유도만을 가지며 중앙절점의 자유도는 요소강도 매트릭스를 형성하는 과정에서 응축(Condensation)한다. 콘크리트와 보강철근은 완전하게 부착되어 있는

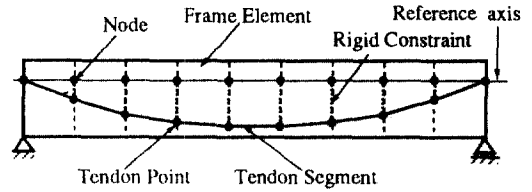


그림 5. Prestressing Steel Element.

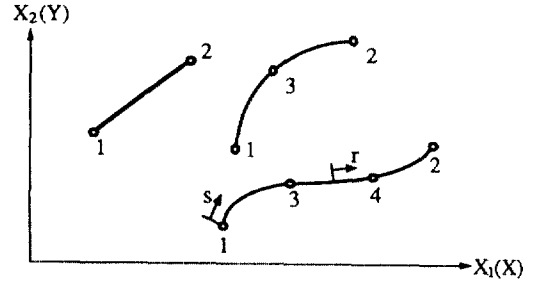


그림 6. Curved Cable Element.

것으로 가정하여 요소내의 변위가 연속성을 유지하도록 하며 요소의 강도매트릭스는 층적분(Layer Integral)<sup>(9)</sup>을 이용하여 구한다. PC 강재요소는 그림 5와 같이 뼈대요소의 양절점에 강체에 의해 연결된 직선트러스요소로 가정하여 별도로 고려한다.

케이블요소로는 케이블의 기하학적인 비선형거동뿐 아니라 케이블재료의 비선형 응력-변형도 관계와 이완에 의한 시간의존적인 거동까지 고려할 수 있는 곡선케이블요소<sup>(7)</sup>를 고려한다. 케이블요소는 단면의 연직방향으로만 응력을 전달할 수 있으며 연직방향 응력은 단면에 걸쳐 균등하고 변형중에 단면의 형상은 일정하다고 가정한다. 반면에 변위는 충분히 큰 경우까지 고려할 수 있도록 하며 그림 6과 같이 요소의 결점은 2개에서 4개까지 가능하도록 한다.

뼈대요소간의 다양한 연결상태를 이상화하기 위한 방안으로 연결요소를 고려한다. 연결요소는 뼈대요소와는 달리 재료는 선형탄성체로 가정하고 축방향 강도 및 휨강도를 0에서 무한대까지 변화할 수 있도록 한다.

#### 5. 시공단계를 고려한 해석

##### 5.1 개요

시공중의 각 단계를 고려하여 해석하기 위해서는 구조물의 실제 시공중에 발생하는 여러 공정중에서 구조적으로 의미가 있는 공정을 가능한 정확히 해석적으로 구현하여 그 공정이 구조물의 거동에 미치는 영향을 파악할 수 있어야 한다. 또한 각 공정의 순서와 실시되는 시간을 고려해야 하고 동시에 진행되는 여러 공정도 고려해야 하며, 더불어 시공중에도 시간의 경과에 따라 발생하는 콘크리트의 크리프, 건조수축, 강도의 증가와 케이블 및 PC 강재의 이완 등 시간의존성 변형들이 구조계에 미치는 영향도 고려해야 한다.

본 논문에서는 구조계에 영향을 미치는 각 공정을 모사(Simulation)하기 위하여 뼈대요소의 설치 및 제거, 케이블과 PC 강재의 긴장, 재긴장 및 제거, 연결 요소의 설치, 제거 및 연결 상태의 변화, 경계조건의 변화를 고려한다. 또한 이동식 작업차를 포함한 가설장비는 이동보요소(Traveller Element)로서 이상화하며 이동보요소의 설치, 이동 및 제거도 고려한다. 위의 기능들은 각각 별도의 시공명령어(Construction Operation Command)<sup>6)</sup>로 정의하며 이 시공명령어들을 적절히 조합하여 사용함으로써 구조계의 변화를 고려할 수 있으므로 해석적으로 시공중의 각 단계를 모사할 수 있다.

실제의 시공에서는 각 공정마다 일정한 시간이 소요되나 본 논문에서는 모든 공정은 순간적으로 수행된다고 가정한다. 따라서 각 시공명령어를 사용할 때에는 시간구간의 길이를 영으로 하는 순간 해석(Instantaneous Analysis)을 먼저하여 각 공정에 의한 영향을 고려한 후 다음 공정까지의 시간구간을 적당한 수의 시간단계로 나누어 시간단계해석(Time Step Analysis)을 함으로써 시간의존성 변형을 고려한다. 결국 시공중의 각 단계를 고려한 해석에서는 일련의 공정이 진행됨에 따라 순간해석 및 시간단계해석을 반복해서 수행한다.

## 5.2 시공단계의 표현

PC 사장교의 시공중의 각 단계를 모사하기 위하여 본 논문에서는 구조적으로 의미가 있는 각 공정을 별도의 시공명령어로 표현한다. 각 시공명령어를 개별적으로 사용하거나 또는 조합하여 사용함으로써 시공의 진행에 따른 구조계의 변화를 모사할 수

있으며 각 시공명령어 및 의미는 다음과 같다.

1) SET : 해석에 영향을 미치는 여러 변수들을 정의한다. 주요변수로는 수렴조건, 온도, 현재의 시점, 반복계산 횟수의 최대허용치 등이다.

2) RESTRAINTS : 각 절점의 구속조건을 정의한다. 구속조건은 0, 1, 2의 3가지가 있으며 0은 자유도가 구속되지 않은 상태를 나타내고 1, 2는 자유도가 구속된 상태를 나타낸다. 덧붙여서 1은 해당 자유도의 총변위가 현재의 값으로 구속된 것을 나타내며 2는 현재의 값에 관계 없이 총변위가 0으로 구속된 것을 나타낸다. 따라서 이 명령어를 적절히 사용하여 지점의 설치, 변화, 또는 제거를 모사할 수 있다.

3) BUILD : 새로운 뼈대요소의 설치를 정의한다. 한번에 여러요소를 설치할 수도 있다. 각 요소의 콘크리트 타설날짜를 정의하며 또한 요소의 자중을 계산하여 외부하중에 추가한다.

4) REMOVE : 뼈대요소를 현재의 구조계로부터 제거한다. 요소의 자중은 요소가 제거될 때 동시에 제거된다.

5) CABLEIN : 케이블의 설치 및 긴장, 재긴장을 정의한다. 케이블의 긴장시 정착구의 활동에 의한 손실을 고려하며 자중도 계산하여 외부하중에 추가한다.

6) CABLEOUT : 케이블을 현재의 구조계로부터 제거한다. 케이블이 제거되면 케이블의 자중도 동시에 제거된다.

7) LINK : 연결요소의 설치를 정의한다. 연결요소의 축방향강도 및 휨강도를 적절히 조정함으로써 뼈대요소간의 다양한 연결상태 및 뼈대요소와 지점간의 연결상태를 모사할 수 있다.

8) RELEASE : 연결요소의 휨강도를 제거하여 힌지연결이 되게 한다. 연결상태를 변화시키거나 연결요소를 제거할 수도 있다.

9) STRESS : PC 강재의 긴장, 재긴장 및 제거를 정의한다. 프리텐션방식 및 포스트텐션방식을 선택할 수 있으며 긴장방식에 따라 인장력의 손실을 계산한다.

10) MOVE : 이동보요소의 설치, 이동 및 제거를 정의한다. 이동보요소는 해석의 진행에 따라 임의의 위치로 이동될 수 있으며 새로운 위치로 이동되면

그 위치에 대한 강도매트릭스 및 자중이 계산된다.

### 5.3 공정의 모사(Simulation)

#### 5.3.1 요소의 설치 및 제거

시공명령어를 사용하여 각 요소를 임의로 설치하거나 제거할 수 있으나 반드시 정력학적으로 안정한 구조계를 유지하는 순서로 진행해야 한다. 따라서 뼈대요소를 설치한 후 PC 강재를 긴장하거나 케이블을 설치하여 긴장할 수 있다. 반대로 뼈대요소를 제거할 때는 뼈대요소에 정착된 케이블을 먼저 제거해야 한다.

뼈대요소의 설치에 있어서는 정력학적으로 안정한 구조계를 유지해야 하므로 뼈대요소의 양절점중의 하나는 반드시 이미 설치되어 있는 요소에 연결되거나 아니면 구속된 절점에 연결되어야 한다. 요소를 기존의 요소에 붙여서 설치할 때 새로운 요소가 붙게 되는 기존요소의 절점은 대부분 변위를 가지고 있으므로 이 변위에 의거하여 나머지 절점의 변위도 실제의 공정을 모사할 수 있도록 초기화 해야 한다. 본 논문에서는 변위가 있는 기존의 절점에 새로운 요소가 연결될 때 이 요소를 강체로 보고 요소의 회전변위는 기존절점의 회전변위와 같다고 가정하여 나머지 절점의 변위를 초기화한다. 그림 7에서 기존의 절점을  $i$ 라 하면 절점  $j$ 의 변위는 다음과 같이 초기화 한다.

$$\begin{aligned} U_j &= U_i - (Y_j - Y_i) \cdot \theta_i \\ V_j &= V_i + (X_j - X_i) \cdot \theta_i \\ \theta_j &= \theta_i \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $U_j, V_j, \theta_j$ 는 절점  $j$ 의 수평변위, 수직변위 및 회전변위를 나타내고  $U_i, V_i, \theta_i$ 는 절점  $i$ 의 수평변위, 수직변위, 회전변위를 나타내며  $X_i, Y_i$ 는 전체 좌표계에서의  $i$ 절점의 좌표,  $X_j, Y_j$ 는  $j$  절점의 좌표를 나타낸다. 반대로  $j$ 가 기존절점일 때도 마찬가지로  $i$ 절점의 변위를 초기화한다.

PC 강재는 이것을 포함하는 모든 뼈대요소가 설치된 후 긴장할 수 있으며 프리텐션방식 및 포스트텐션방식 모두 가능하다. 초기인장력은 긴장단계에서의 마찰손실 및 정착구의 활동에 의한 손실을 고려하여 결정한다. 또한 PC 강재를 개별적으로 긴장할 수도 있고 동시에 여러개를 긴장할 수도

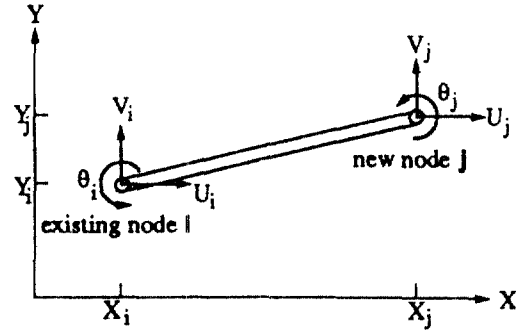


그림 7. Initialization of Nodal Displacements of the Newly Installed Element.

있다. 프리텐션방식의 경우는 긴장단계에서 PC 강재와 뼈대가 완전히 부착되어 있다고 가정하나 포스트텐션방식의 경우는 긴장단계에서는 부착되지 않은 것으로 보고 그 이후의 해석단계부터는 완전하게 부착된 것으로 본다.

#### 5.3.2 하중과 경계조건

다양한 형태의 하중 및 경계조건이 임의의 시공단계에서 추가되거나 제거될 수 있다. 뼈대 및 케이블의 자중은 해당 요소들이 설치되거나 제거될 때 동시에 고려된다. 외부하중으로는 절점하중, 절점변위하중(Nodal External Displacement) 및 뼈대에 작용하는 등분포하중과 각 요소에 작용하는 온도하중이 있다.

절점의 경계조건은 시공단계에 따라 임의로 구속하거나 구속을 풀 수가 있으며, 구속할 경우에는 현재의 변위를 유지한 채로 구속하거나 아니면 변위를 0으로 구속할 수 있다.

절점변위하중은 현재의 시점에서 존재하는 모든 절점에 대하여 가능하며 절점의 변위를 임의의 값으로 구속할 수 있다. 변위하중을 고려하는 일반적인 방법으로는 강성이 큰 가상스프링을 해당절점에 붙이고 이 절점의 변위가 주어진 변위와 같게 되도록 외부하중을 작용시켜서 해석하는 방법이 있는데 이 방법은 스프링의 강성이 요소의 강성보다 매우 커야 하므로 수치해석적인 문제점이 있을 수 있다.<sup>10)</sup> 본 논문에서는 가상스프링을 사용하는 방법 대신에 구속된 변위에 의한 요소내의 변형을 초기변형(Initial Strain)으로 보고 이 초기변형에 의한 등가하중을 계산하여 가한 후 반복계산을 통하여 평형상태를

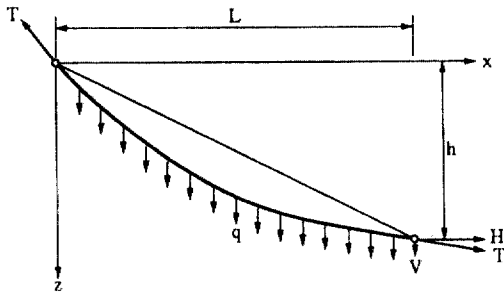


그림 8. Catenary Profile of a Stay Cable.

찾음으로써 구속된 변위에 의한 영향을 고려한다.<sup>(6)</sup> 비선형해석에서는 본질적으로 반복계산을 통하여 주어진 하중에 대한 평형방정식을 풀게 되므로 이 방법이 효과적이다.

### 5.3.3 케이블의 긴장

케이블은 최초 긴장시 케이블의 인장력이 설계치가 될 때까지 긴장한다. 이후 케이블의 인장력은 시공이 진행됨에 따라 변화하여 이미 긴장된 케이블인 경우에도 필요에 따라 재긴장하는 것이 일반적이다. 따라서 시공중의 각 단계를 모사하기 위해서는 임의의 케이블을 임의의 시공단계에서 필요한 값으로 긴장할 수 있어야 한다.

그러나 케이블은 보통 시공진행에 따라 구조계가 다른 상태에서 필요에 의해 시차를 두고 긴장을 하므로 해석에 있어서 정확하게 필요한 인장력을 주기가 어렵다. 케이블을 등가탄성계수를 가진 트러스부재로 이상화할 경우에는 임의의 케이블에 필요한 인장력을 주기 위한 방법으로서 다음의 방법들이 제시되었다.

Khalil<sup>(4)</sup>은 케이블을 긴장할 때 구조물이 변형을 일으키며, 이 변형에 의해 케이블의 인장력이 감소하여 필요한 인장력을 줄 수 없으므로 구조물의 변형으로 인한 인장력의 감소분을 미리 필요한 인장력에 더하여 긴장함으로써 변형후에 케이블의 인장력이 필요한 인장력으로 되게 하는 방법을 제시하였다. 구조물의 변형으로 인한 인장력의 감소분은, 케이블의 강도를 포함하지 않은 채 필요한 인장력을 구조물에 가하여 케이블의 축방향변형을 계산한 후 여기에 케이블의 축방향강도를 곱하여 구한다. 김우중<sup>(5)</sup>은 구조물의 강도에서 케이블의 강도를 제거한채 필요한 인장력을 가하여 구조물의 변위 및

응력을 계산한 후 다음 단계의 해석부터 케이블의 강도를 포함하는 방법을 제시했다.

본 논문에서는 케이블의 강도를 제거하여 별도의 강도매트릭스를 형성하는 대신에 강도매트릭스를 그대로 두고 반복계산을 통하여 필요한 인장력을 주는 방법을 사용하며 이 방법을 요약하면 다음과 같다.

1) 먼저 긴장하고자 하는 케이블에 대하여 필요한 인장력을 줄 때의 초기형상 및 인장력을 현수선식(Catenary Equation)을 풀어서 구한다(식 4).

2) 긴장하고자 하는 케이블의 각 Gauss 적분점에서의 인장력을 현수선식을 풀어서 구한 인장력으로 일정하게 유지한 채 반복계산을 통하여 평형방정식을 푼다.

평형방정식을 풀면 이때의 케이블의 형상은 케이블의 긴장에 의한 구조물의 변형이 고려된 후의 형상으로서 이 방법을 통하여 케이블을 필요한 인장력으로 긴장할 때의 구조물의 변형 및 응력은 물론 케이블의 형상도 정확히 계산할 수 있다.

본 논문에서 사용한 현수선식은 경사진 케이블에 있어서 자중과 인장력의 수평방향 및 수직방향의 평형조건으로부터 유도하며 이 과정에서 케이블의 신장은 고려하지 않는다. 케이블의 신장을 고려한 현수선식<sup>(11)</sup>을 유도할 수 있으나 식이 복잡해지는 반면 강재케이블의 경우와 같이 탄성계수가 큰 경우에는 케이블의 신장에 의한 차이가 거의 없는 것으로 발표되었다.<sup>(12)</sup> 그림 8과 같이 양단의 높이의 차가  $h$ 이고 수평투영길이가  $L$ 이며 케이블의 인장력을  $T$ , 수평분력을  $H$ , 케이블의 단위길이당 자중을  $q$ 라 할 때 현수선식은 식 (2)와 같이 표시된다.

$$z = \frac{H}{q} \left[ \cosh \alpha - \cosh \left( \frac{2\beta}{L} \cdot x - \alpha \right) \right] \quad (2)$$

여기서

$$\beta = \frac{qL}{2H}, \quad \alpha = \sinh^{-1} \left( \frac{\beta \cdot h/L}{\sinh \beta} \right) + \beta \quad (3)$$

임의의 점에서의 인장력  $T$ 는 다음식으로 구할 수 있다.

$$T = H \cdot \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

여기서

$$\frac{dz}{dx} = -\sinh\left(\frac{2\beta}{L} \cdot x - \alpha\right) \quad (5)$$

### 5.3.4 이동보요소(Traveller Element)

이동식작업차(Form Traveller)나 이동식가설트러스(Moving Gantry) 및 기타의 가설장비를 이상화하기 위하여 이동보요소를 사용한다. 이동보요소는 여러개의 보요소로 구성되며 임의의 위치로 이동할 수 있다. 각 보요소는 선형탄성체로 가정하고 시간의존성 변형은 고려하지 않는다.

이동보요소는 임의의 위치에 설치될 수 있으며 일단 설치되면 자중 및 강도 매트릭스가 계산되어 전체의 강도매트릭스 및 절점하중에 더해진다. 이동보요소가 새로운 위치로 이동되면 새로운 위치에 대한 자중 및 강도매트릭스가 계산되어 전체의 강도매트릭스 및 절점하중에 조합되며 이동전의 위치에 대한 자중 및 강도매트릭스는 자동적으로 제거된다. 이동보요소에서는 응력이력을 별도로 고려하지 않으며 따라서 새로운 위치로 이동되면 이동보요소의 변형 및 응력은 0으로 초기화된다.

## 6. PC 사장교의 시공단계해석

### 6.1 해석 개요

PC 사장교에 대하여 시공중의 각 단계를 고려한 비선형해석을 수행하였다. 교량의 제원은 Khalil<sup>(4)</sup>과 동일하게 미국 Washington주 소재의 Pasco-Kennewick Inter-city 교량의 것을 준용하였고 자료가 부정확한 것은 적절히 가정하였다. Pasco교는 3경간 PC 사장교로서 1978년에 완공되었으며, 주경간은 299 m이고 주탑형식은 H형, 케이블의 횡방향배열은 두평면적구조이고 종방향배열은 방사형으로 교량의 형상은 그림 9와 같다. 해석에 있어서는 교량이 주경간 중앙부에 대하여 대칭이며 대칭으로 시공이 진행된다고 가정하여 교량의 반만을 고려하였다. 또한 교량이 교축방향의 중심면에 대하여 대칭이므로 간편하도록 단면의 반만을 고려하였다. 시공중에 처짐이나 케이블의 장력에 대한 보정을 하지 않는 것으로 하였다. 교량은 현장타설 콘크리트로 시공되는 2개의 접근 경간(Approach Span)과 케이블에 의해서 지지되며 프리캐스트 콘크리트로 시공되는

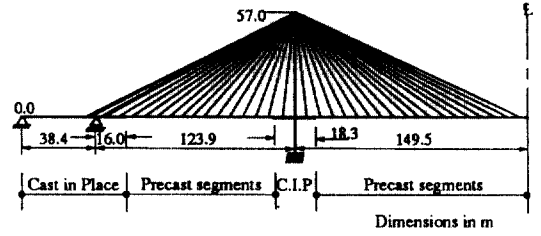


그림 9. Half Model of PC Cable-Stayed Bridge.

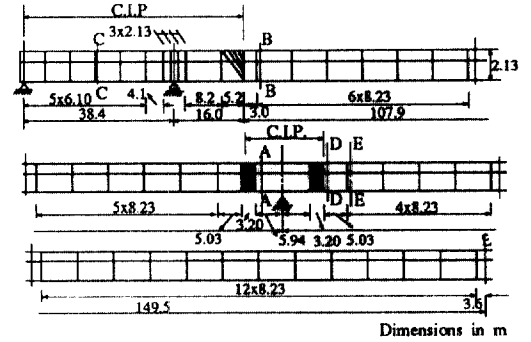


그림 10. Dimensions of the Bridge Deck.

2개의 측경간 및 주경간으로 구성되어 있다. 주탑의 중앙상판(Pier Table)은 길이가 18.3m로서 현장타설 콘크리트로 시공된다. 상판의 제원은 그림 10과 같고 케이블의 초기인장력은 표 1과 같다. 단면의 성질 및 재료의 성질들은 아래와 같으며, 콘크리트의 성질은 ACI209 모델<sup>(13)</sup>을 따르는 것으로 하였다.

#### 콘크리트 성질

탄성계수 $E_c(28 \text{ days})$	= 29,300 MPa
28일 압축강도 $f'_c$	= 34 MPa
최종크리프계수 $C_u$	= 2.35
최종건조수축계수 $\epsilon_{su}$	= 0.0008
자중	= 24 kN/m <sup>3</sup>
상판의 단면적	= 4.60 m <sup>2</sup>
단면 2차모멘트	= 1.58 m <sup>4</sup>
주탑의 단면적(상부/하부)	= 2.75 m <sup>2</sup> /5.45 m <sup>2</sup>
단면 2차모멘트(상부/하부)	= 3.99 m <sup>4</sup> /5.80 m <sup>4</sup>

#### PC 강재 (접근경간)

직경 13 mm Strand, 단면적= 12,900 mm<sup>2</sup>  
극한응력/항복응력/초기인장응력



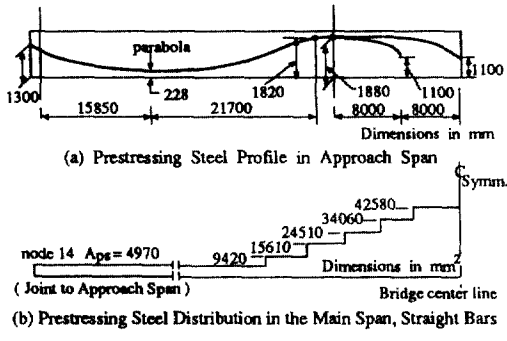


그림 11. Prestressing Information of the Bridge.

$= 1,860 \text{ MPa}/1,680 \text{ MPa}/1,310 \text{ MPa}$   
 탄성계수  $= 186,000 \text{ MPa}$   
 PC 강재(프리캐스트 상판)  
 직경 25 mm, 35 mm 고강도강봉, 단면적은 경간에 따라 변화(그림 11).  
 극한응력/항복응력/초기인장응력  
 $= 1,030 \text{ MPa}/930 \text{ MPa}/670 \text{ MPa}$   
 탄성계수  $= 193,000 \text{ MPa}$   
 보강철근  
 상판 : 하부연단으로부터 152 mm, 2,130 mm 위치에 각 31,610 mm<sup>2</sup> 배근  
 주탑 : 중심으로부터 1,320 mm 위치에 각 29,350 mm<sup>2</sup> 배근  
 항복응력  $= 400 \text{ MPa}$   
 탄성계수  $= 200,000 \text{ MPa}$   
 케이블

단면적 및 초기인장력 : 표 1

Table 1. Cable Cross-sectional Areas (mm<sup>2</sup>) and Initial Forces (kN)

Cable	Area	Force	Cable	Area	Force	Cable	Area	force	Cable	Area	Force
1	8960	1410	11	3450	1095	20	2320	653.0	30	4770	1452
2	8960	3758	12	3290	1010	21	2690	653.0	31	5160	1554
3	8960	2446	13	3100	964.0	22	2690	873.8	32	5550	1650
4	8960	4125	14	2900	914.8	23	2900	914.8	33	5740	1768
5	3450	1310	15	2690	873.8	24	3100	964.0	34	6110	1890
6	3450	1554	16	2690	653.0	25	3450	1010	35	6520	2005
7	5550	1452	17	2320	653.0	26	3640	1095	36	6870	2120
8	4020	1368	18	3100	824.4	27	4020	1181	37	4970	2286
9	4020	1265	19	3100	824.4	28	4020	1265			
10	3830	1181				29	4590	1368			

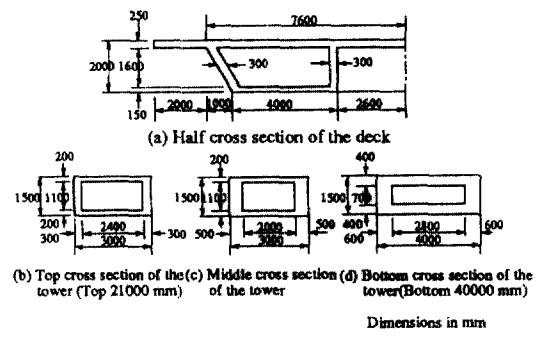


그림 12. Cross Sections of Bridge Elements.

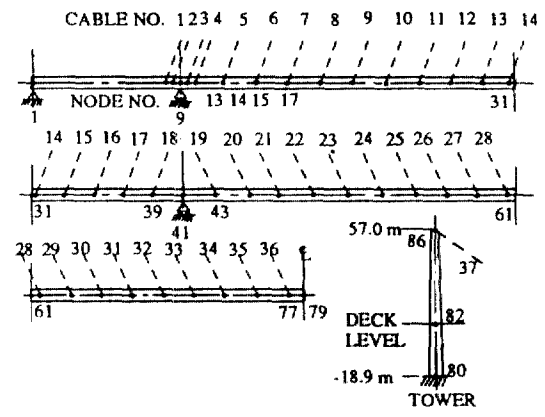


그림 13. Node and Cable Numbers of the Bridge.

극한응력/항복응력  $= 1,860 \text{ MPa}/1,680 \text{ MPa}$   
 탄성계수  $= 165,000 \text{ MPa}$   
 자중  $= 78 \text{ kN/m}^3$

최초로 재하되는 시기는 현장타설 콘크리트의 경

Table 2. Sequence of Construction of the Bridge

No.	Construction Steps	Days
1	Casting of the precast elements starts.	0
2	Approach span is cast and ready for prestressing, with auxiliary pier at the cantilever end. (Node 14) Casting of tower starts.	0
3	Approach span is prestressed and casting of tower is completed.	14
4	The cast-in-place portion at tower is completed. The deck is restrained horizontally at this location.	28
5	Back-stay cable 3 is anchored and stressed, and forestay auxiliary cable 37 is stressed and anchored to the bottom of the other tower.	38
6	Erection trusses are lifted into position and erection of the precast elements begins from the completed deck at the tower and progresses symmetrically in both directions.	
7	Two precast element in each side and cable 16, 17, 20, 21 are installed.	38
8	Two precast element in each side and cable 14, 15, 22, 23 are installed.	48
9	Two precast element in each side and cable 12, 13, 24, 25 are installed.	58
10	Two precast element in each side and cable 10, 11, 26, 27 are installed.	68
11	Two precast element in each side and cable 8, 9, 28, 29 are installed.	78
12	Two precast element in each side and cable 6, 7, 30, 31 are installed.	88
13	The last one element in the side span is installed and are joined with the approach span. One element in the main span and cable 32 are installed.	98
14	Four elements in the main span are erected with remaining four forestay cables and three back-stay cables simultaneously.	108
15	The forestay auxiliary cable is slackened.	108
16	The last one element in the main span are erected. The horizontal restraint at tower is loosened and the two halves of the bridge are joined by a cast-in-place closure joint.	123
17	Approach span and side span are joined by a cast-in-place closure joint. Cable 5 is stressed and auxiliary pier is removed.	123

우 타설후 14일, 프리캐스트 콘크리트의 경우는 28일로 가정하였다. 상판과 주탑의 단면은 그림 12에 케이블의 번호 및 배치형태는 그림 13에 나타나 있다.

### 6.2 시공순서 및 해석과정

시공순서는 표 2와 같이 가정하였다. 프리캐스트 부재와 접근경간 및 주탑에 콘크리트를 동시에 타설하기 시작하는 것으로 하여 그 시점을 시공일력 0일로 가정하고 14일에 접근경간의 PC 강재를 긴장하는 것으로 하여 이 시점부터 해석을 시작하였다.

주탑에 중앙상판이 시공되면 중앙상판에 가설트러스를 설치하여 주탑의 좌우방향으로 대칭이 되게 프리캐스트상판을 붙여 나가는 것으로 하였으며, 본 해석에서는 가설트러스에 대하여는 고려하지 않았다. 매 시공단계마다 2개의 프리캐스트상판 및 케이블을 좌우로 시공해 나가는 것으로 하였다(그림 14). 측경간 및 주경간의 프리캐스트상판이 모두 시공되면 시공초기에 일시적으로 주탑에 고정하였던 수평방향구속을 풀어 상판이 주탑에 연직방향으로만 단순지지 되도록 한다. 이어서 현장타설 콘크리트 이음재로 주경간의 중앙부를 잇고 PC 강재를 긴장

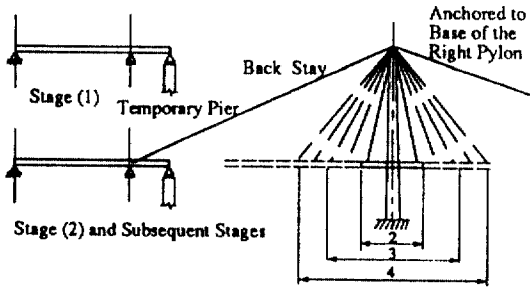


그림 14. Progress of Construction of the PC Bridge.

한다. 마지막으로 접근경간과 측경간을 현장타설 콘크리트이음재로 있고, 접근경간의 선단에 일시적으로 가설되었던 임시교각을 제거하여 시공을 완료하는 것으로 했다.

최초 시공일력 14일에 해석을 시작하여 매 시공 단계에서 구조계의 변화가 있거나 또는 하중이 재하되는 순간마다 시간증분을 영으로 하여 시간의존적 특성들의 영향을 고려하지 않는 순간해석을 하고 이후 다음 시공단계까지의 시간구간을 두 구간으로 나누어 시간의존적 특성들의 영향을 고려하는 시간 단계해석을 했다. 따라서 최초로 시공이 시작된 후 완료되는 시점인 시공일력 123일까지 15회의 순간 해석 및 20회의 시간단계해석을 거쳤다. 한편 시공이 완료된 후의 교량의 시간의존적 거동을 검토하기 위하여 시공일력 150일, 250일, 365일, 500일, 650일, 800일, 1,100일, 1,500일, 2,000일까지 21회의 시간 단계해석을 하고 2,000일에서 등분포하중을 전경간에 순차적으로 재하하여 파괴에 이를 때까지 순간 해석을 반복했다.

### 6.3 해석결과 검토

시공단계 및 재료의 시간의존적 특성들에 의한 영향을 모두 고려하여 해석한 결과와 시공단계는 고려하되 재료의 시간의존적 특성들에 의한 영향을 무시하고 해석한 결과를 비교하였다. 단 두 경우 모두 재료의 비선형성 및 기하학적 비선형성에 의한 영향은 포함하였다. 재료의 시간의존적 특성들로는 콘크리트의 크리프, 건조수축, 시간의 경과에 따른 강도증가와 PC 강재 및 케이블의 이완을 고려하였다. 시공중에 처짐이나 케이블의 장력에 대한 보정은 하지 않는 것으로 가정하였다.

해석결과를 보면 먼저 시공이 완료되는 시점인

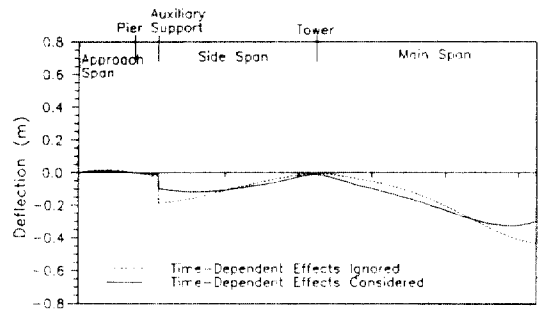


그림 15. Deflected Shape of the Deck at 123 Days.

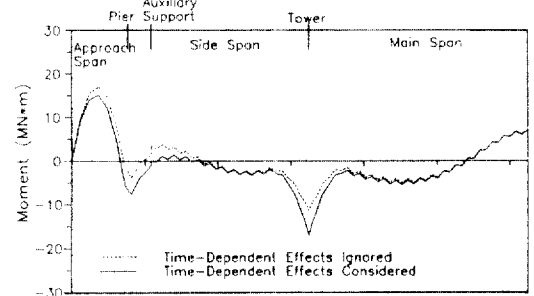


그림 16. Bending Moment Diagram at 123 Days.

시공일력 123일에서의 상판의 처짐도 및 휨모멘트가 그림 15, 16에 나타나 있다. 시공이 완료되는 시점에서 측경간 및 주경간의 처짐이 비교적 크게 나타났는데 이는 실제 시공과는 달리 매 시공 단계마다 처짐 및 케이블의 장력에 대한 보정을 하지 않았기 때문인 것으로 여겨진다. 시공중의 각 단계를 고려하는 데 있어서 재료의 시간의존적 특성들에 의한 영향, 즉 시간의존적 효과를 무시한 경우는 처짐이 시간의존적 효과를 고려한 경우와 상당한 차이를 나타냈다. 시간의존적 효과를 무시한 경우 주경간 중앙부에서의 처짐은 430 mm이며 시간의존적 효과를 고려한 경우의 300 mm보다 43%나 크게 나타났다. 휨모멘트의 경우도 마찬가지로 상당한 차이를 보이며 전체적으로 부모멘트는 작게 나타난 반면 정모멘트는 크게 나타났고 시공된 후 시간이 오래 경과한 부위일수록 차이가 두드러졌다. 최대 부모멘트에 있어서 시간의존적 효과를 고려하지 않은 경우는  $-11.37 \text{ MN}\cdot\text{m}$ 로서 고려한 경우의  $-17.01 \text{ MN}\cdot\text{m}$ 보다 33% 작게 나타났다.

그림 17, 18에는 각 시공단계에 따른 주탑좌측상

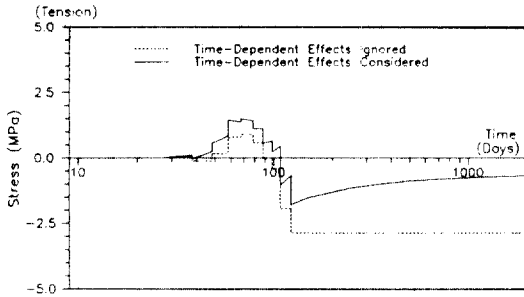


그림 17. Variation of Top Fiber Stress at Section A (Left of Tower).

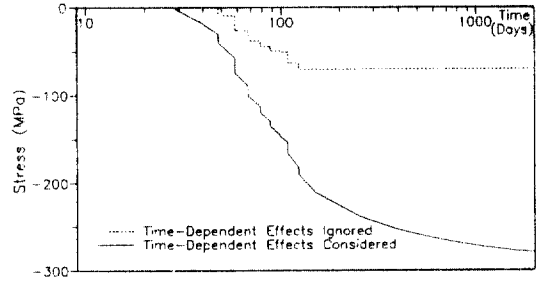


그림 19. Variation of Stress in Bottom Reinforcing Steel at Section A, Left of the Tower.

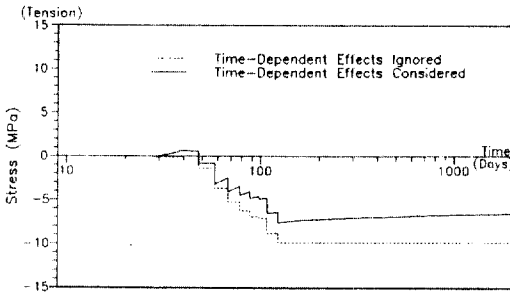


그림 18. Variation of Bottom Fiber Stress at Section A (Left of Tower).

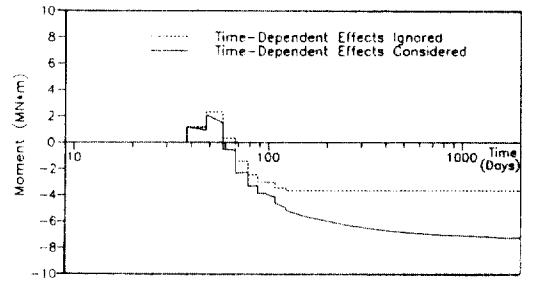


그림 20. Variation of Bending Moment at Section E.

판의 상연(Top Fiber)과 하연(Bottom Fiber)에서의 응력의 변화가 나타나 있다. 상연의 응력을 보면, 시공이 진행되는 동안 응력이 크게 변화하고 있으며 시공중간단계에 최대인장응력이 작용하다가 시공이 완료된 후에는 압축응력이 작용함을 알 수 있다. 즉 시공이 완료된 후 보다 불리한 응력이 시공중에 작용하는 경우를 보여주는 예로서 시공단계를 고려한 해석이 반드시 필요하다는 것을 나타낸다. 하연의 응력을 보면 최초 인장응력이 작용하다가 시공이 진행되면서 압축응력으로 바뀌어 점차 증가한 것으로 나타났다. 시공일력 2,000일에서의 압축응력은 6.56 MPa이며 시간의존적 효과를 무시한 경우는 9.86 MPa로서 고려한 경우에 비해 50%나 크게 나타났다. 그림에서 같은 날에 응력이 급격히 변화한 부분은 각 시공단계를 나타내고 있으며 시간의 경과에 따라 서서히 변화하는 부분은 재료의 시간의존적 특성들에 의한 영향을 나타내고 있다.

그림 19에는 같은 부위의 하연에 배근된 보강철근의 응력의 변화가 나타나 있다. 시공이 진행됨에 따라 압축응력이 증가하여 시공완료 직후인 시공일

력 123일에  $-191 \text{ MPa}$ 이며, 시공일력 2,000일에는  $-280 \text{ MPa}$ 로 47%가 증가하였다. 시간의존적 효과를 무시한 경우는 123일 이후  $-70.7 \text{ MPa}$ 로서 고려한 경우에 비하여 123일에 63%, 2,000일에는 75%나 작게 나타났다. 또한 같은 부위인 그림 18의 콘크리트의 응력변화와 비교해 보면 시간의존적 효과에 의해 콘크리트의 압축응력은 감소한 반면 보강철근의 압축응력은 증가하여 콘크리트에서 감소된 압축응력이 보강철근으로 전달됨을 알 수 있고 보강철근의 단면적이 콘크리트에 비해 상대적으로 작아 시간의존적 효과가 보강철근에서 더 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

그림 20에는 주탑우측으로 두번째로 시공된 프리캐스트상판에서 휨모멘트의 변화가 나타나 있다. 시공초기에는 정모멘트가 작용하다가 중간에 부모멘트로 바뀌고 시간이 지남에 따라 증가하는 경향을 보인다. 시공일력 123일 및 2000일에서의 부모멘트는  $-5.17$  및  $-7.26 \text{ MN}\cdot\text{m}$ 로서 시공완료후 시간의존적 효과에 의하여 40%가 증가했다. 시간의존적 효과를 무시한 경우는 시공일력 123일 이후의 부

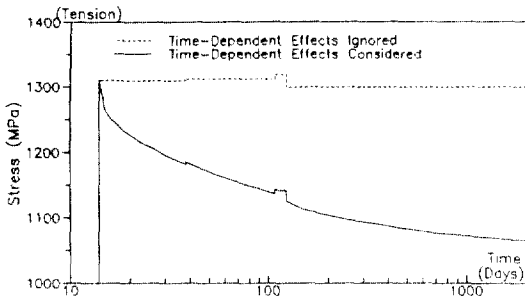


그림 21. Variation of Stress in Prestressing Steel at Section C, Approach Span.

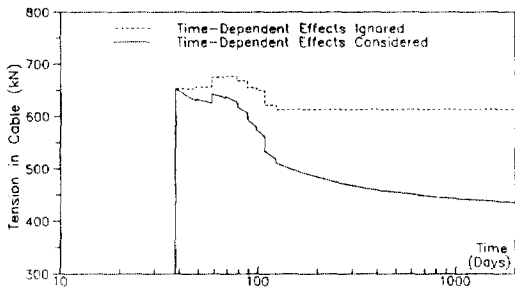


그림 22. Variation of Force in Cable 20.

모멘트가  $-3.65 \text{ MN}\cdot\text{m}$ 로서 고려한 경우에 비해 123일에 29%, 2,000일에 50%나 작아 시간의존적 효과가 상당히 크게 나타났다.

그림 21에는 접근경간에 설치된 PC 강재의 인장력의 변화가 나타나 있다. 시공일력 14일에 1,310 MPa로 긴장된 후 시간이 지남에 따라 인장응력이 감소하여 시공일력 123일 및 2,000일에 1,125 및 1,065 MPa로서 초기인장응력의 14% 및 19%가 손실되었다. 그림에서 시공일력 38일 및 108일에 응력이 순간적으로 증가하는 것은 앵커(Anchor)케이블인 3번 케이블 및 1, 2, 4번 케이블의 긴장에 의한 영향이고, 123일에 순간적으로 감소하는 것은 접근경간과 측경간을 연결한 후 접근경간 선단의 수평방향구속을 풀었기 때문인 것으로 나타났다.

그림 22에는 주탑우측의 두번째 케이블인 20번 케이블의 시간의 경과에 따른 인장력의 변화가 나타나 있다. 초기인장력은 653 kN이며 시공이 완료된 123일에 512 kN, 2,000일에 436 kN으로서 초기인장력에 비해 22%, 33%가 감소하였다. 시간의존적 효과를 무시한 경우는 123일 이후 614 kN으로서 초기

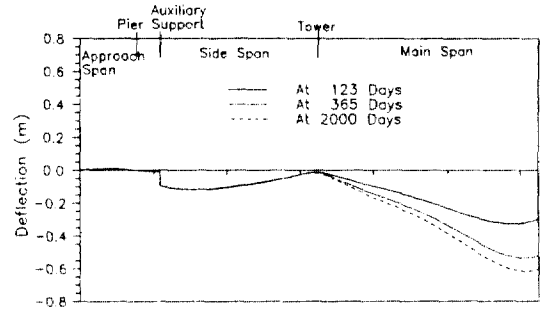


그림 23. Deflected Shape of the Deck of the Bridge at Different Time Steps

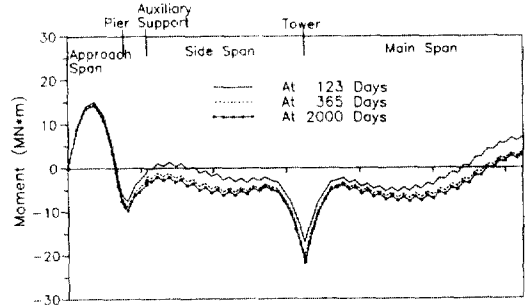


그림 24. Bending Moment Diagram of the Deck at Different Time Steps.

인장력의 6%만이 감소한 것으로 나타나 고려한 경우와 비교하여 상당한 차이를 나타냈다.

그림 23, 24에는 시공일력 365일 및 2,000일에서의 상판의 처짐도 및 휨모멘트가 나타나 있다. 시공중은 물론 시공이 완료된 후에도 재료의 시간의존적 특성들에 의한 영향이 상당한 것을 알 수 있다. 주경간 중앙부에서의 처짐은 시공일력 2,000일의 경우 603 mm로서 123일의 300 mm에 비하여 101% 증가하였다. 최대부모멘트 및 주경간 중앙부의 정모멘트는  $-21.69, 2.87 \text{ MN}\cdot\text{m}$ 로서 123일의  $-17.01, 6.89 \text{ MN}\cdot\text{m}$ 에 비해 각각 28% 및 58%의 차이를 나타냈다. 한편 시간의 경과에 따른 처짐 및 휨모멘트의 변화는 시공이 완료된 후 초기에는 빠른 속도로 진행되다가 서서히 둔화되는 경향을 보여주고 있는데 시공일력 365일의 경우 이미 상당부분의 변화가 완료되었음을 알 수 있다.

마지막으로 시공일력 2,000일에 등분포하중을 전경간에 걸쳐 파괴에 이를 때까지 순차적으로 재하하여 극한거동을 검토하였다. 파괴하중은 부재자중 외에  $128 \text{ kN/m}$ 이고 이때의 주경간 중앙부의 처짐은

2,430 mm로 나타났다. 파괴형태는 부모멘트의 증가에 의하여 상판의 하연에서의 압축변형도가 콘크리트의 극한변형도를 초과하여 일어나는 국부파괴의 형태로 나타났다. 파괴의 시작은 최대부모멘트가 작용하는 지점인 주탑에 지지된 지점에서가 아니라 주탑우측의 첫번째 케이블에 지지된 지점에서 시작하였는데 그 이유로는 콘크리트의 인장균열로 인한 유효단면의 감소가 더 컸기 때문인 것으로 나타났다.

## 7. 결 론

본 논문에서는 2차원 평면상에서 PC 사장교의 시공중의 각 단계를 고려할 뿐 아니라 재료의 비선형성은 물론 기하학적 비선형성도 고려하는 해석 방법을 제시하였다. 구조물의 비선형거동 및 시간의존적 거동을 해석하기 위한 운동방정식은 Updated Lagrangian 방식을 이용하여 유도하고 시간의존적인 해석을 위해서는 시간영역을 필요한 수의 시간단계로 분할한 후 순차적으로 적분을 진행해 나가는 순차적분법을 사용했다. 시공중의 각 단계를 표현하기 위해 시공명령어를 정의하여 임의의 해석 단계마다 구조계의 변화를 고려할 수 있도록 했다. 본 논문에서 제시한 해석방법을 실제적인 PC 사장교의 해석에 적용한 결과 시공중의 각 단계를 실제와 근사하게 모사(Simulation)하며 따라서 시공중 및 시공후의 처짐과 응력의 변화를 잘 예측할 수 있음을 보였다. 또한 시공의 진행에 따라 응력의 변화가 상당히 크게 나타나며 위치에 따라서는 시공이 완료된 후 보다 시공중에 더 큰 응력이 작용함을 보였을 뿐 아니라 시공중의 각 단계 및 시간의 경과에 따른 응력과 변형도의 변화가 극한거동에 상당한 영향을 끼치는 것을 보였고 따라서 시공중의 각 단계를 고려한 해석이 중요함을 확인했다. 끝으로 재료의 시간의존적 특성에 의한 영향이 시공중은 물론 시공이 완료된 후에도 상당히 크게 작용하므로 시공중의 각 단계를 고려한 해석에서 가능한 정확히 고려해야 한다는 것을 알 수 있었다.

## 참고문헌

1. Kanok-Nukulchai, W., "Cable-Stayed Bridges, Experiences and Practice", *Proceedings of the Intl. Conferene on Cable-Stayed Bridges*, Bangkok, Thailand, Nov. 1987.
2. Leonhardt, F., "Cable-stayed bridges with prestressed concrete," *PCI Journal*, Vol. 32, No. 5, Set. 1987.
3. Europe Etudes Gecti, *B. C.-Bridge Construction Computer Program Manual*, Europe Etudes Gecti, France, 1977.
4. Khalil, M.S.A., *Time-Dependent Nonlinear Analysis of Prestressed Concrete Cable-Stayed Girders and Other Concrete Structures*, Ph. D. Thesis, Dept. of Civil Eng., University of Calgary, 1979.
5. 김우중, 시공단계를 고려한 프리스트레스트 콘크리트 교량의 정적 및 동적 3차원 거동에 관한 연구, 공학박사학위논문, 서울대학교 토목공학과, 1990.
6. 이재석, 케이블로 지지된 PC 뺨대구조물의 시공 단계를 고려한 시간의존적 비선형해석, 공학박사학위논문, 서울대학교 토목공학과, 1991.
7. 이재석, 강영진, "케이블로 지지된 PC 뺨대의 시간의존적 비선형해석," *대한토목학회논문집*, 제 12 권 제 4호, 1992.
8. Powell, G. and Simons, J., "Improved iteration strategy for nonlinear structures," *Intl. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, pp. 1455-1467, 1981.
9. Kang, Y.J., "SPCrRAME-Computer Program for Nonlinear Segmental Analysis of Planar Prestressed Concrete Frames", *Report UCB/SEMM 89-7*, U. C. Berkeley, 1989.
10. Bathe, K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1982, pp. 481-489.
11. Irvine, H. M., *Cable Structures*, MIT Press, The Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1981.
12. 김기천, 케이블 부재의 정적 및 동적 해석, 공학석사학위논문, 서울대학교 토목공학과, 1989.
13. ACI Committee 209, "Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures," *ACI Publication SP-27*, Paper SP 27-3, 1970. (接受: 1993. 8. 2)