

개선된 Mode Acceleration Method에 의한 海洋 構造物의 動的 解析

Dynamic Analysis of Offshore Structures by the Advanced Mode Acceleration Method

金 泰 南*
Kim, Tae Nam

Abstract

Determination of the number of modes to be included in the mode superposition method(MSM) is very important and difficult. Mode acceleration method(MAM) is recommended recently with the intention to overcome the problem. But the solution of the MAM is complex and complicate in frequency domain analysis. In this paper, advanced mode acceleration method(AMAM) is formulated and examined. The results from example analyses show that AMAM is a simple, accurate and reliable method compared with the MSM and the MAM.

要 旨

動的 解析에 널리 사용되는 Mode Superposition Method(MSM)에 있어서 몇개의 모우드를 포함하여 解析 하느냐 하는 문제는 工學的 판단에 의지할 수 밖에 없는 문제이다. 合理的이고 알맞은 모우드 수를 決定하기란 어려운 과제이고, 또 대단히 重要的 문제이다. 이러한 문제점을 보완할 수 있는 한 방법으로 Mode Acceleration Method(MAM)가 發表되었으나 周波數 領域에서는 그 數式이 너무 複雜하고, 까다로워서 또 다른 短點이 대두되었다. 本 研究에서는 이 단점을 극복할 수 있는 實用的으로 간편화된 Advanced Mode Acceleration Method(AMAM)를 유도하였다. 例題 解析을 통하여 AMAM이 MSM 및 MAM보다 우수한 解法이 됨을 입증할 수 있었다.

1. 序 論

一般的으로 構造物에 작용하는 外力은 動的인 경우가 많고 이와 같은 動的荷重에 대한 動力學的 解析으로는 모우드 중첩법(Mode Superposition Method, MSM)이 널리 使用되고 있다. 이러한 MSM 方法이 이용될 때 고차 모우드까지 전부 포함시켜 解析할 必要가 없고, 저차 모우드만으로도 상당히

근접한 解를 얻을 수 있고, 또 이렇게 解析하는 것이 一般的으로 널리 使用되어 왔다. 그러나 고차 모우드와 저차 모우드를 뚜렷하게 구별할 수 있는 有效 적절한 方法이 아직 없는 실정이고 보면, 과연 몇개의 모우드를 포함하여 解析하느냐 하는 문제는 오로지 工學的 판단에 의할 수 밖에 없는 問題일 것이다. 그리고 임의의 모우드 수를 포함하여 解析 하였다고 했을 때 그 結果에 대하여 얼마만큼 믿을 수 있는가에 대한 신뢰도는 여전히 의문점이 제기될

* 正會員 · 高志大學校 土木工學科 專任講師

소지가 충분하다 할 것이다. 너무 적은 모드 수가 포함되면 不充分하고 믿기 어려운 結果를 얻을 것이고, 또 너무 많은 모드 수가 포함되면 解析에 필요한 時間이 크게 증가하여 非經濟的 이라는 問題에 부딪치게 된다. 결국 合理的이고 알맞은 모드 수의 決定 問題는 解析의 正確性和, 經濟性을 同時에 效率的으로 이루고자 하는 工學者에게 큰 心的 부담을 안겨 주는 問題임이 틀림 없을 것이다. 이러한 問題점을 보완하기 위해서 이미 Mode Acceleration Method(MAM)를 이용한 有用한 解法이^(6,7,8,10) 제시된 바 있다. 그러나 지금까지의 研究에 있어서 MAM이 가지고 있는 또 다른 短點, 즉 周波數 領域에서 推計學的 解法으로 MAM이 利用될 경우 그 數式이 매우 複雜하고 難解하며, 따라서 컴퓨터 프로그래밍에 있어서의 어려움을 克服할 수 있는 개선된(advanced) MAM(AMAM)을 公式化하고 例題 解析을 통하여 그 有用性을 立證하고자 한다. 본 研究에서 채택하는 例題 構造物은 波力을 받는 固定 海洋 構造物로서 S.C. Wu 等⁽²⁾에 의해 檢討된 바 있고, 또한 이용재 教授⁽⁸⁾에 의해 MAM 解法으로 研究된 바가 있다. 本 論文에서 제시하는 AMAM의 結果를 쉽고, 明確하게 比較하기 위해서 MSM 및 MAM의 解法 과정과 구조물 자료, 계수값 일체는 문헌^(2,8)과 同一하게 적용한다.

2. 運動方程式 및 解法

2.1. Mode Superposition Method(MSM)

이 方法은 coupled equation을 좌표변환에 의해 uncoupled equation으로 변환하여 푸는 방법으로 일반적으로 다음과 같다.

$$[M^a]\{\ddot{X}(t)\} + [C^a]\{\dot{X}(t)\} + [K^a]\{X(t)\} = \{P^a(t)\} \quad (1)$$

여기서 $[M^a]$, $[C^a]$, $[K^a]$: 구조물 mass, damping, stiffness matrix

$\{X(t)\}$, $\{\dot{X}(t)\}$, $\{\ddot{X}(t)\}$: 변위, 속도, 가속도 vector

$\{P^a(t)\}$: force vector

$$\text{위의 방정식을 } \{X(t)\} = [\phi_n]\{Y(t)\} \quad (2)$$

에 의해 좌표변환 시키면 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$[M_n^*]\{\ddot{Y}(t)\} + [C_n^*]\{\dot{Y}(t)\} + [K_n^*]\{Y(t)\} = \{P_n^*(t)\} \quad (3)$$

여기서

$[\phi_n]$: $N \times n$ 차수의 modal matrix($n < N$)

N : 전체 모드수

n : 포함되는 모드수

$\{Y(t)\}$: generalized modal coordinate vector

$\{X(t)\}$: independent displacement vector

$[M_n^*] = [\phi_n]^T [M^a] [\phi_n]$: diagonal generalized mass matrix

$$[C_n^*] = [\phi_n]^T [C^a] [\phi_n]$$

$$= 2[\xi_n][\omega_n][M_n^*]$$

: diagonal generalized damping matrix

$$[K_n^*] = [\phi_n]^T [K^a] [\phi_n]$$

$$= [\omega_n^2][M_n^*]$$

: diagonal generalized stiffness matrix

$\{P_n^*(t)\} = [\phi_n]^T \{P^a(t)\}$: generalized force vector

$[\omega_n]$: diagonal natural circular frequency matrix

ξ_n : n번째 모드수의 damping ratio

위의 식 (3)에서 $[M_n^*]$, $[C_n^*]$, $[K_n^*]$ 는 모두 diagonal matrix로써 열별로 독립된 N 개의 운동 방정식을 아래와 같이 얻게된다.

$$M_{jj}^* \ddot{Y}_j(t) + C_{jj}^* \dot{Y}_j(t) + K_{jj}^* Y_j(t) = P_j^*(t) \quad (4)$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

이 식에서 $\{Y(t)\}$ 를 구하고 $\{X(t)\} = [\phi_n]\{Y(t)\}$ 에 대입하면 변위 $\{X(t)\}$ 를 구할 수 있다.

response spectrum 解析에 있어서는 아래와 같은 과정으로 確率的 기대값을 구할 수 있다.^(4,8)

$$[S_{xx}(\omega)] = [\phi_n][S_{YY}(\omega)][\phi_n]^T \quad (5)$$

$$[S_{YY}(\omega)] = [H_n(\omega)][S_{p^*p^*}(\omega)][\bar{H}_n(\omega)] \quad (6)$$

여기서 response function은 다음과 같이 계산된다.

$$H_n(\omega) = \frac{1}{K_n^* [1 + 2i\xi_n(\omega/\omega_n) - (\omega/\omega_n)^2]} \quad (7)$$

$\bar{H}_n(\omega)$: complex conjugate of $H_n(\omega)$

$$[S_{p^*p^*}(\omega)] = [\phi_n][S_{papa}(\omega)][\phi_n]^T \quad (8)$$

$[S_{papa}(\omega)]$: 하중 spectrum으로서 파동력을 받는 해양 구조물의 경우 Morison의 파력공식으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.⁽²⁾

$$[S_{PaPa}(\omega)] = F(C_D, C_M, A_P, \rho, v, \dot{V}, \ddot{V}, S_{nn}(\omega)) \quad (9)$$

여기서,

C_D, C_M : drag 및 inertia 계수

ρ : 유체의 밀도

v, A_P : 구조부재의 lumped volume 및 projected area

\dot{V}, \ddot{V} : 움직이는 파의 속도, 가속도

$S_{nn}(\omega)$: 파고 에너지 spectrum으로서 여기서는 Pierson-Moskowitz에 의한 다음의 식을 사용한다.⁽²⁾

$$S_{nn}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{2|\omega^5|} \exp\left[-\beta\left(\frac{g}{W\omega}\right)^4\right] \quad (10)$$

여기서, g : 중력 가속도

W : 평균 풍속

ω : frequency ($-\infty < \omega < \infty$)

$\alpha = 0.0081, \beta = 0.74$

2.2. Mode Acceleration Method(MAM)^(6,7,8)

이 방법에서는 (1)의 운동 방정식을 $\{X(t)\}$ 에 대하여 다음과 같이 정리하고 이로부터 response spectrum $S_{XX}(\omega)$ 을 계산하는 것으로써 그 과정은 다음과 같다. 우선 식 (1)을 변환시키면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \{X(t)\} &= [K^a]^{-1}\{P^a(t)\} - [K^a]^{-1}[C^a]\{\dot{X}(t)\} \\ &\quad - [K^a]^{-1}[M^a]\{\ddot{X}(t)\} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $[K^a]^{-1} = [f]$ 로 놓고 spectral density function의 정의 $[S_{XX}(\omega)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{T} \{\bar{F}_X(\omega)\} \{F_X(\omega)\}^T$ 로부터 응답 spectrum은 아래와 같이 구할 수 있다.

$F_X(\omega)$: $X(t)$ 의 Fourier transform

$\bar{F}_X(\omega)$: complex conjugate of $F_X(\omega)$

$$\begin{aligned} [S_{XX}(\omega)] &= [f][S_{PaPa}(\omega)][f]^T + [f][C^a][S_{\dot{X}\dot{X}}(\omega)] \\ &\quad [C^a]^T[f]^T + [f][M^a][S_{\ddot{X}\ddot{X}}(\omega)][M^a]^T[f]^T \\ &\quad - [f][S_{Pa\dot{X}}(\omega)][C^a][f]^T + [f][C^a][S_{\dot{X}\ddot{X}}(\omega)] \\ &\quad [M^a]^T[f]^T - [f][M^a][S_{\ddot{X}Pa}(\omega)][f]^T \\ &\quad - [f][C^a][S_{\dot{X}Pa}(\omega)][f]^T + [f][M^a][S_{\ddot{X}\dot{X}}(\omega)] \\ &\quad [C^a]^T[f]^T - [f][S_{Pa\ddot{X}}(\omega)][M^a]^T[f]^T \end{aligned} \quad (12)$$

2.3. Advanced Mode Acceleration Method (AMAM)

앞에서 다루고 있는 MAM 방법은 식 자체가 매우 복잡하고, 특히 컴퓨터 프로그램에 있어서 그 과정이難解하여 잘못하면 실수를 범하기 쉬운 몇가지 短點을 지니고 있음을 알 수 있었다. 이러한 短點을 극복하려는 의도에서 지금까지 사용되어온 MAM 방법의 수정안을 제시하고자 한다. 우선 개선된(advanced) MAM(AMAM)으로의 公式 전개는 運動方程式의 一般式에 포함되어 있는 彈性力, 減衰力 및 慣性力の 세가지 힘을 하나의 힘으로 정리하는 것이 중요하다.

여기서 減衰力과 慣性力을 소거시켜 彈性力에의한 표현으로 유도하면 AMAM의 公式化는 다음의 과정과 같다.

우선 앞의 식 (11)로부터

$$\begin{aligned} \{X(t)\} &= [K^a]^{-1}\{P^a(t)\} - [K^a]^{-1}[C^a]\{\dot{X}(t)\} \\ &\quad - [K^a]^{-1}[M^a]\{\ddot{X}(t)\} \\ &= [K^a]^{-1}\{P^a(t)\} - [K^a]^{-1}[C^a][\phi_n]\{\dot{Y}_n(t)\} \\ &\quad - [K^a]^{-1}[M^a][\phi_n]\{\ddot{Y}_n(t)\} \\ &= [K^a]^{-1}\{P^a(t)\} + [\phi_n][-2[\xi_n/\omega_n]\{\dot{Y}_n(t)\} \\ &\quad - [1/\omega_n^2]\{\ddot{Y}_n(t)\} \end{aligned} \quad (13)$$

한편 MSM에서의 運動方程式의 일반식은 식 (3)으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\ddot{Y}_n(t)\} + 2[\xi_n][\omega_n]\{\dot{Y}_n(t)\} + [\omega_n^2]\{Y_n(t)\} \\ = [M_n^*]^{-1}\{P_n^*(t)\} \\ = [M_n^*]^{-1}[\phi_n]^T\{P^a(t)\} \end{aligned} \quad (14)$$

위의 식을 변형하면 아래의 식과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{[\omega_n^2]}\{\ddot{Y}_n(t)\} + 2\frac{[\xi_n]}{[\omega_n]}\{\dot{Y}_n(t)\} + \{Y_n(t)\} \\ = [\omega_n^2]^{-1}[M_n^*]^{-1}[\phi_n]^T\{P^a(t)\} \\ - 2[\xi_n/\omega_n]\{\dot{Y}_n(t)\} - [1/\omega_n^2]\{\ddot{Y}_n(t)\} \\ = \{Y_n(t)\} - [\omega_n^2]^{-1}[M_n^*]^{-1}[\phi_n]^T\{P^a(t)\} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)를 (13)에 대입하여 정리하면 減衰力과 慣性力이 소거되고 彈性力만으로 표시될 수 있는 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \{X(t)\} &= [K^a]^{-1}\{P^a(t)\} + [\phi_n] \\ &\quad [\{Y_n(t)\} - [\omega_n^2]^{-1}[M_n^*]^{-1}[\phi_n]^T\{P^a(t)\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [\phi_n] \{ Y_n(t) \} + [[K^A]^{-1} \\
&\quad - [\phi_n][\omega_n^2]^{-1} [M_n^*]^{-1} [\phi_n]^T] \{ P^a(t) \} \\
&\hspace{15em} = [K^B(\omega, \omega_n)] [S_{papa}(\omega)] [K^B(\omega, \omega_n)]^T \hspace{2em} (24)
\end{aligned}$$

Wilson 교수는 時間 領域 $[(t)]$ 에서 위의 식의 가능성을 보였으며⁽⁶⁾ 본 논문에서는 $n=N$ 인 경우에 (16)식 우변의 둘째 항이 영(zero)이 되어 그 타당함을 부록에 나타내었다. 이제 周波數 領域 $[(\omega)]$ 에서의 공식 유도는 다음의 과정으로 구할 수 있다.

우선,

$$[[K^A]^{-1} - [\phi_n][\omega_n^2]^{-1} [M_n^*]^{-1} [\phi_n]^T] = [K^A] \quad (17)$$

으로 놓으면 위의 식은 다음과 같이 간략히 나타낼 수 있다.

$$\{ X(t) \} = [\phi_n] \{ Y_n(t) \} + [K^A] \{ P^a(t) \} \quad (18)$$

위의 (18)식의 양변을 Fourier transform하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{ F_X(\omega) \} = [\phi_n] \{ F_{Y_n}(\omega) \} + [K^A] \{ F_{P^a}(\omega) \} \quad (19)$$

위의 식에 다음의 관계식을 대입하여 정리 하면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{ F_{Y_n}(\omega) \} &= [H_n(\omega)] \{ F_{P^*n}(\omega) \} \\
&= [H_n(\omega)] [\phi_n^T] \{ F_{P^a}(\omega) \} \hspace{10em} (20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{ F_X(\omega) \} &= [\phi_n] [H_n(\omega)] [\phi_n^T] \{ F_{P^a}(\omega) \} \\
&\quad + [K^A] \{ F_{P^a}(\omega) \} \\
&= [[\phi_n] [H_n(\omega)] [\phi_n^T] + [K^A]] \{ F_{P^a}(\omega) \} \hspace{2em} (21)
\end{aligned}$$

여기서,

$$[[\phi_n] [H_n(\omega)] [\phi_n^T] + [K^A]] = [K^B(\omega, \omega_n)] \quad (22)$$

으로 놓으면 (21)식은 다음과 같이 간략하게 쓸 수 있다.

$$\{ F_X(\omega) \} = [K^B(\omega, \omega_n)] \{ F_{P^a}(\omega) \} \quad (23)$$

위의 식과 spectral density function의 정의에 의해서 應答 spectrum $S_{XX}(\omega)$ 는 다음과 같이 간단하게 유도된다.

$$[S_{XX}(\omega)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{T} \{ \bar{F}_X(\omega) \} \{ F_X(\omega) \}^T$$

위의 식 (24)는 MAM에서 사용되는 (12)와 비교하여 볼 때 대단히 간단한 식이 된다.

3. 確率의 最大 기대값 計算

不規則한 波力의 process 및 이에 대한 構造物의 應答이 zero mean이고 Gaussian characteristics를 갖는다고 가정하고, 이미 알려진 確率 方法에⁽²⁾ 의해서 應答의 最大 기대값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{Max}[X_j] = \sigma_{x_j} [(2 \ln u T)^{1/2} + 0.5772 (2 \ln u T)^{-1/2}] \quad (25)$$

여기서,

$$\sigma_{x_j}^2 = E[X_j^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{X_j X_j}(\omega) d\omega \quad (26)$$

$$u = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_{x_j}} \right) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{X_j X_j}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{X_j X_j}(\omega) d\omega} \right)^{-1/2}$$

$$T : \text{풍속 지속시간(sec)} \quad (27)$$

응답 spectrum $S_{XX}(\omega)$ 가 각 方法에서 本文에서와 같이 計算되면 변위 및 속도의 표준편차는 식 (26), (27)와 같이 계산되고 이를 利用하여 確率의 기대값을 식 (25)와 같이 계산할 수 있다.

4. 例題 解析 및 檢討

構造物의 크기가 475 ft(水深: 400 ft-그림 1)되는 고정 해양 구조물을 택하여 平均 風速이 50(ft/sec)인 경우, 이에 의해서 生成되는 波力을 파고 spectrum으로 計算하여 기존의 動的 解法인 mode superposition method(MSM), mode acceleration method(MAM)와 본 研究에서 제시한 advanced mode acceleration method(AMAM)의 3가지 方法을 利用하여 動的 거동을 解析하였다.

여기서 사용된 주요 계수값은 점성 계수 $C_D=1.4$, 관성계수 $C_M=2.0$ 유체의 밀도 $\rho=2.0 \times 10^{-3}$ kip·sec²/ft⁴, 風速 지속시간 $T=4$ hour를 사용하였다.

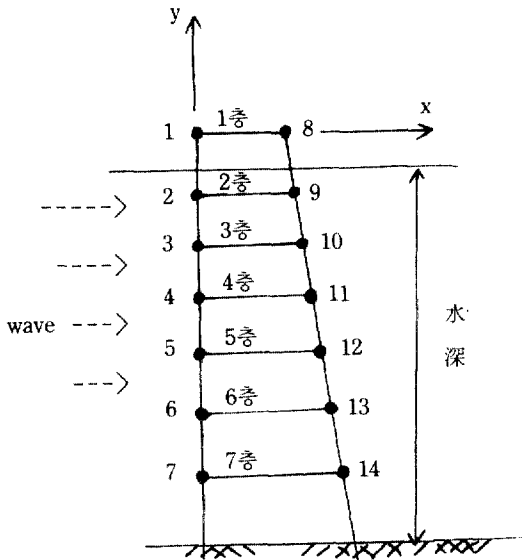


그림 1. 理想化된 構造物 座標 및 節點.

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Mode shape							
Freq. (rad/g)	2.593	6.074	10.547	14.325	19.964	21.129	24.357

그림 3. Modal frequencies and mode shapes.

確率的 기대값을 計算하기 위해서는 표준편차가 우선 계산되어야 하며 이때 積分이 이루어져야 한다. 적분 구간은 0.2-1.5(rad/sec), 증분치 $\Delta\omega=0.05$ (rad/sec)로 정하여 사다리꼴 積分 公式로 수치적분을 수행하였다. 이론적으로는 파고 에너지가 $-\infty < \omega < \infty$ 에 존재하나 평균 풍속 50(ft/sec)인 경우 식 (10)에 의한 에너지 분포는 그림 2에서 알 수 있듯이 $0.2 < \omega < 1.5$ 사이에 集中 되고 있어서 이 구간을 적분구역으로 정할 수 있었다.

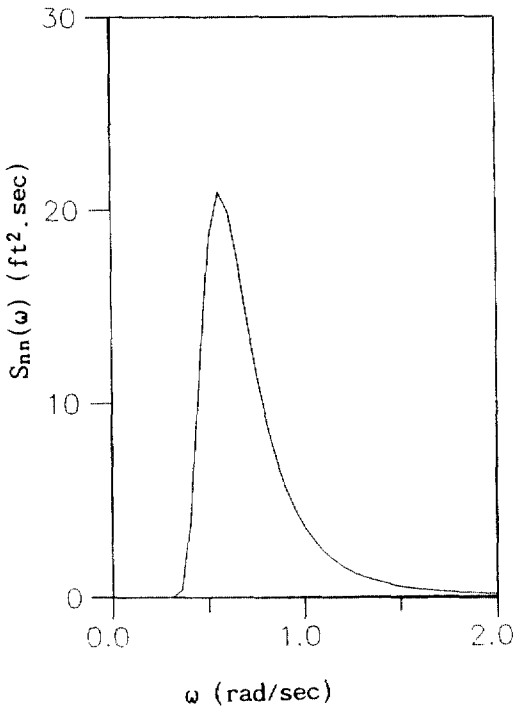


그림 2. 파고 에너지.

MSM이 이루어지기 위해서는 고유 진동수 및 진동 모우드가 우선 구해져야 되며 여기서는 문헌⁽²⁾의 것을 그대로 인용하였으며 그림 3에 나타내었다.

MSM, MAM 및 AMAM의 이론을 computer programming하여 확률적 최대 변위, 전단력, 휨 모멘트를 계산하였으며, 그 결과를 표 1, 2, 3에 나타내었다. 그림 4, 5, 6은 포함되는 모우드 수에 따르는 수렴과정을 나타낸 것이다. 여기서 오차(error) 계산은 7개의 모우드 전부를 포함했을 때 결과를 정확한 값으로 보고, 이에 따라서 포함되는 모우드 수가 1에서 7까지 증가됨에 따르는 결과를 정확한 값과 비교한 것이다. 이 결과로부터 알 수 있듯이 MSM보다 MAM, AMAM에 의한 것이 훨씬 수렴 속도가 빠르며 안정된 값의 변화를 보여주고 있다. 즉 MAM, AMAM에서는 1개의 모우드만 사용하여도 이미 정확한 값에 수렴하여 있지만 MSM에서는 대체적으로 5~7개의 모우드가 사용되어야 정확한 값이 계산됨을 알 수 있었다. 특히 전단력이나 모멘트와 같은 내력 계산에 있어서 MAM, AMAM이 MSM보다 훨씬 우수한 방법임을 알 수 있었다. 여기서 MAM과 AMAM을 비교하여 보면 MAM은 본문 식 (12)와 같이 매우 복잡하게 계산되는 반면에 AMAM은 식 (24)와 같이 간단하게 계산됨을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 AMAM은 간편

표 1. 3가지 方法에 의한 最大 變位の 比較(ft)

방법	mode 수	1층	2층	3층	4층	5층	6층	7층
MSM	7	0.132	0.120	0.094	0.068	0.044	0.025	0.009
MAM	1	0.133	0.120	0.094	0.068	0.044	0.025	0.009
AMAM	1	0.132	0.119	0.094	0.068	0.044	0.024	0.009

표 2. 3가지 方法에 의한 最大 剪斷力の 比較(10^3 kip)

방법	mode 수	1층	2층	3층	4층	5층	6층	7층
MSM	7	0.049	0.520	0.618	0.665	0.697	0.718	0.738
MAM	1	0.050	0.520	0.618	0.666	0.696	0.712	0.741
AMAM	1	0.048	0.519	0.618	0.665	0.695	0.712	0.740

표 3. 3가지 方法에 의한 最大 휨 모멘트의 比較(10^6 kip·ft)

방법	mode 수	1층	2층	3층	4층	5층	6층	7층
MSM	7	0.004	0.038	0.077	0.120	0.165	0.212	0.259
MAM	1	0.004	0.038	0.078	0.121	0.166	0.212	0.260
AMAM	1	0.004	0.037	0.077	0.120	0.165	0.211	0.259

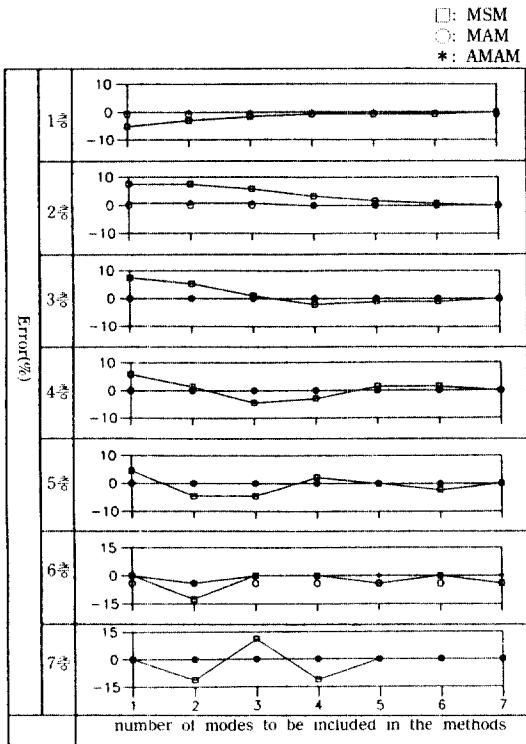


그림 4. 確率的 最大 變位の 수렴 과정.

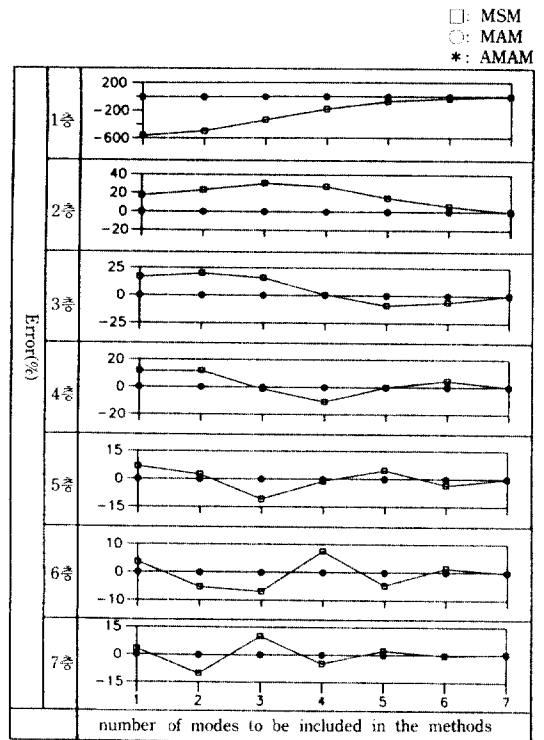


그림 5. 確率的 最大 剪斷力の 수렴 과정.

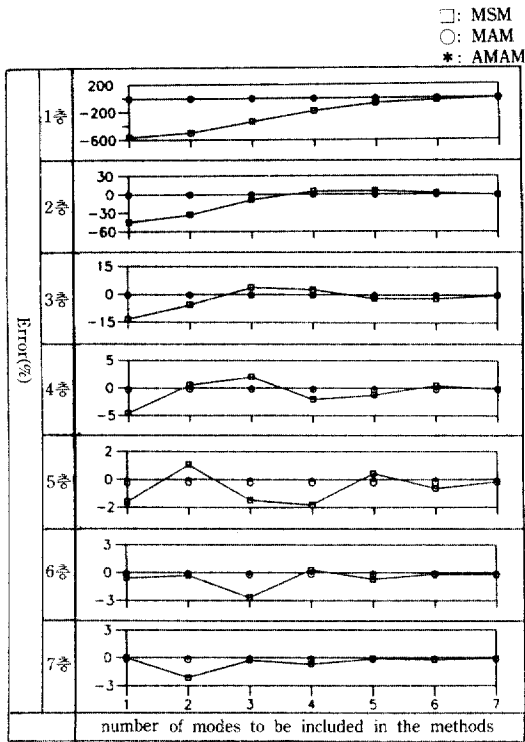


그림 6. 確率的 最大 휨 모멘트의 수렴 과정.

하면서 수렴속도가 뛰어나 MSM이나 MAM보다 우수한 동적 해법임을 알 수 있었다.

5. 結 論

周波數 領域에서 MSM, MAM 및 AMAM의 3가지 방법을 사용하여 波力을 받는 固定 海洋構造物을 動的 解析한 結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1. MSM, MAM 및 AMAM에 의한 結果는 MSM에서 사용되는 모드 수를 증가시킬 수록 서로 잘 一致한다.

2. MAM 및 AMAM은 저차 모드 1개 정도만 사용하여도 精確한 값으로 수렴하지만, MSM에서는 비교적 많은 수의 모드를 포함하여야만 비로소 精確한 값을 얻을 수 있음을 알 수 있어서 MAM, AMAM은 수렴속도가 우수한 方法임을 알 수 있었다.

3. 計算 과정에 있어서 MAM은 매우 複雜한 과

정을 거치지만 AMAM은 간편하게 구할 수 있어서 AMAM이 더욱 效果인 方法임을 알 수 있었다. 따라서 本 研究에서 제시한 AMAM은 간편하면서 수렴속도가 뛰어난 매우 우수한 動的 解析의 한 方法이 됨을 입증할 수 있었다.

參考文獻

1. Malhotra, A.K. and Penzien, J., "Nondeterministic Analysis of Offshore Structures", *J. Eng. Mech. Division, ASCE*, Vol. 96, No. EM6, Dec., 1970.
2. Wu, S.C. and Tung, C.C., "Random Response of Offshore Structures to Wave and Current Forces", University of North Carolina. SEA GRANT PUBLICATION UNC-SG-75-22, Sept., 1975.
3. Anagnostopoulos, S.A., "Wave and Earthquake Response of Offshore Structures; Evaluation of Modal Solutions", *J. Struc. Div., ASCE*, Vol. 108, No. ST10, Oct., 1982.
4. Clough, R.W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, 1975.
5. Roy, R. and Craig, Jr., R.R., *Structural Dynamics, An Introduction to Computer Methods*, John Wiley & Sons, 1981.
6. Leger P. and Wilson, E.L., "Modal Summation Methods for Structural Dynamic Computations", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, 1988.
7. Cornwell, R.E., Craig, Jr., R.R. and Johnson, C.P., "On the Application of the Mode-Acceleration Method to Structural Engineering Problems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 11, 1983.
8. 李榕才, "海洋構造物의 推計學的 한 解法", *大韓土木學會論文集*, 第5卷 第4號, 1985. 12.
9. 尹楨邦, 崔丁鎬, 柳程洙, "불규칙파에 대한 고정 해양구조물의 동적 해석", *大韓土木學會論文集*, 第5卷 第2號, 1985. 6.
10. 金泰南, "不規則 波浪 하중 및 조류 하중을 받는 固定 海洋構造物의 動力學的 解析", *建國大 大學院論文集*, 第28輯, 1989. 2.
11. 金泰南, "風荷重을 받는 懸垂橋의 推計學的 解析에 있어서 모드 重疊法의 比較", *建國大 博士學位論文*, 1991. 6.

(接受: 1993. 5. 26)

부 록

본문에서 식 (16)의 타당성은 다음과 같이 증명할 수 있다.

$$\{X(t)\} = [\phi_n]\{Y_n(t)\} + \{[K^a]^{-1} - [\phi_n][\omega_n^2]^{-1}[M_n^*]^{-1}[\phi_n]^T\}\{P^a(t)\} \quad (16)$$

전체 모드(N개)를 사용하면,

$$\begin{aligned} & [\phi_n][\omega_n^2]^{-1}[M_n^*]^{-1}[\phi_n]^T \\ &= [\phi_n][\omega_n^2 M_n^*]^{-1}[\phi_n]^T \\ &= [\phi_n]\{([\phi_n]^T [K^a] [\phi_n])^{-1}[\phi_n]^T\} \\ &= [\phi_n][\phi_n]^{-1}[K^a]^{-1}[\phi_n]^{-T}[\phi_n]^T \\ &= [K^a]^{-1} \end{aligned}$$

따라서 식 (16) 우변의 두번째 항은 영(zero)이 되어 $\{X(t)\} = [\phi_n]\{Y_n(t)\}$ 이 되며, 이 식은 본문 (2)에 나타난 것과 같이 모드 중첩법의 정의가 된다.