

초음파 속도와 미시역학 모델을 이용한 고급 세라믹스의 비파괴적 평가

정 현 조
국방과학연구소

요약 초음파의 속도는 재료의 성질 연구에 폭넓게 사용되고 있다. 본 논문에서는 탄화규소(SiC)와 같은 구조용 세라믹스에서 기공으로 인한 밀도 변화를 미시역학 모델과 초음파의 속도 측정으로부터 결정할 수 있는 비파괴 평가법을 연구하였다. 기공의 특성은 재료의 탄성계수에 민감한 영향을 미치며, 따라서 제시한 미시역학 모델은 기공의 모양과 방향을 모두 고려할 수 있으며, 또한 기공 사이의 상호 작용을 반영하므로 기공량이 높은 경우에도 적용이 가능하다. 이론 밀도의 약 85-100% 밀도를 가진 SiC 시편들의 초음파 속도를 접촉식, 펄스겹침법(pulse overlap method)을 이용하여 측정하였으며, 속도-밀도 (또는 기공) 사이에 좋은 선형 관계가 있는 것으로 나타났다. 측정된 종파 또는 횡파 속도값과 모델로부터 기공의 부피 분율과 밀도를 계산하는 절차를 소개하였으며, 계산한 밀도값은 아르키메데스의 방법으로 측정된 값과 잘 일치하였다.

1. 서 론

고급 세라믹스는 구조용 재료로서 중요한 여러 가지 장점을 지니고 있다. 저밀도, 고강도 및 경도, 높은 열적 안정성 및 산화 저항성 등이 여기에 포함된다. 반면에 취성으로 인하여 기계적, 열적 응력이 소성 유동이나 인성에 의하여 해소되지 못하는 단점을 지니고 있다. 특히 결합 부위에서의 peak stress는 파손을 유발하는 요인이 된다. 세라믹스의 강도는 제작, 가공 및 사용 과정에서의 여러 가지 요인에 의해 결정되는데 크게 재료의 내부 구조, 외부 및 잔류 응력과 결합으로 구분할 수 있다. 그 중에서 재료의 미시구조 (그레인 크기 및 분포, 기공량 및 분포, 밀도에 의해 묘사되는 균질도, 제조와 관련된 이방성)는 강도에 크게 영향을 미친다. 지난 수십년간 고급 세라믹스 재료와 그 부품의 품질 관

리를 위하여 여러 가지 비파괴적 평가법이 사용되어 오고 있다. 특히 초음파의 속도는 기공이나 밀도 변화와 같은 분포된 양의 뛰어난 검출 능력으로 인하여 광범위하게 이용되고 있는 실정이다.^{1,2)}

초음파의 속도 계산에 필요한 주행 시간 차이를 구하는데 있어서 초음파 펄스의 파형은 중요한 역할을 한다. 저감쇠, 따라서 저분산, 재료에 대하여 여러 반사파의 펄스 모양은 가끔 계면에서의 반사에 의한 180도 위상 변화를 제외하고 거의 같다. 이 경우 시간 측정을 위해 펄스겹침법(pulse overlap method)³⁾이 사용될 수 있다. 펄스 모양이 유사한 경우 펄스겹침법으로 전체 파형에 대하여 가장 좋은 일치를 구하므로써 더 정확한 시간차를 구할 수 있다. 주파수 의존 감쇠가 크거나 재료가 분산적일 때, 재료를 통과한 펄스는 상당히 일그러진다. 이러한 경우에 시간차의 측정은 어려우며 데이터의 해

석이 모호해진다. 이 경우 펄스의 시작 부분을 이용하거나, 펄스검침법에서 처음 사이클을 일치하거나 Fourier spectrum 방법⁵⁾이 사용될 수 있다. 펄스검침법에 의한 시간차는 디지털 오실로스코프의 다양한 신호 처리 기능을 이용하여 손쉽게 측정 가능하다.

평면 탄성파가 고체 내부를 전파할 때 위상 속도는 재료의 밀도와 하나 또는 그 이상의 강성 매트릭스 성분 C_{ij} 의 함수로 주어진다. 기공이 존재하는 경우 재료의 밀도와 탄성계수는 모두 기공에 영향을 받는다. 기공의 부피 분율 뿐만 아니라 그 모양, 방향, 분포등의 기하학적 특성에도 좌우된다. 그러나 많은 실험적 연구²⁾에서 기공의 특성에 대한 고찰없이 속도-기공량 (또는 밀도), 탄성계수-속도 사이의 상관 관계만을 구하였다. 사용한 초음파의 파장이 재료 구성 요소의 특성 크기보다 훨씬 크면 (즉, 장파장 한계내에 있으면), 초음파의 속도로부터 구한 탄성계수는 정적 시험으로 구한 값을 대체할 수 있다. 이론적 연구에서 Sayers⁶⁾와 Norris⁷⁾는 구형 기공으로 인한 속도 변화를 장파장 한계에서 구하였다. 또한 Gubernatis⁸⁾는 타원체 계재물에 대한 유효 속도를 역시 장파장 한계에서 구하였다. 그러나 이러한 결과는 기공 또는 계재물 사이의 상호 작용을 무시하므로 기공의 양이 낮은 dilute concentration에 적용 가능하며, 또한 기공의 모양을 구형으로 제한할 경우 실험 결과와 많은 차이를 보이고 있다. 최근에 Ledbetter와 Datta⁹⁾는 평면파의 multiple scattering을 이용, 타원체 입자 보강 복합체의 유효 속도와 탄성계수를 계산하였다. Sabina등¹⁰⁾은 self-consistent theory를 single scattering problem에 적용하여 타원체 보강 재료의 속도와 탄성계수를 구하였다.

본 논문에서는 이론 밀도의 약 85-100%의 밀도를 갖는 탄화규소(SiC)에 대하여 초음파의 종파와 횡파 속도를 펄스검침법으로 측정하였으며 기공(밀도)-속도 사이의 상관 관계를 관찰하였다. 사용 주파수 $f=10$ MHz, pore radius $a=5$ μ m, 종파 속도 = 12300 m/sec 라고 하면 무차원수 'ka=0.025'로서 1보다 훨씬 작으므로 장파장 한계내에 있다고 볼 수 있다. 따라서 속도 분산을 무시하고 기공으로 인한 속도 및 탄성계수의 변화를 파수 $k \rightarrow 0$ 인 정적

한계에서 계산한다. 이론적 모델에서는 기공의 모양과 양에 중점을 두었다. 기공의 모양을 일반적인 타원체로 취급하여 여러 가지 형상의 영향을 관찰하고, 기공들 사이의 상호 작용을 근사적으로 고려하므로써 높은 부피분율의 기공성 재료에도 적용할 수 있게 하였다. 타원형 기공이 지지 SiC에 랜덤하게 분포한 유효 매질(또는 복합재료)로 취급하여 Mori-Tanaka의 평균장 이론(mean field theory)¹¹⁾을 적용하므로써 기공 사이의 상호 작용을 고려하여 기공의 양 및 모양의 변화에 따른 속도 및 탄성계수의 변화를 고찰하였다. 측정된 초음파 속도와 미시역학 모델로부터 SiC의 밀도를 구하는 절차를 소개하였으며, 이 방법을 이용하여 밀도 값을 $\pm 1\%$ 이내로 정확하게 구할 수 있었다.

2. 미시역학 모델

재료 내부에 기공과 같은 비균질물(inhomogeneous inclusion)이 존재하면 재료의 전체적 성질(물리적 및 기계적)이 변하게 된다. 변화의 정도는 비균질물의 양과 모양 등의 특성에 따라 달라진다. 기공성 재료의 유효 탄성계수와 밀도를 구하기 위하여 Fig. 1과 같이 균질한 등방성 지지재(matrix)와 많은 숫자의 타원체 비균질물로 구성되어 있는 복합재료의 대표적 체적 요소(representative volume element)를 생각한다. 이 요소는 체적이 V 이고 그 표면에 변형도 $\bar{\epsilon}$ 에 상당하는 균일한 변위를 받고 있다. 비균질물은 3차원 랜덤분포를 가지며 등방성이고 크기가 모두 같다고 가정한다. 따라서 복합재료는 거시적으로 등방성의 성질을 갖게 된다. 이러한 체적 요소를 초음파가 전파할 때 그 속도는 복합재료의 탄성계수와 밀도에 의존하므로 이러한 성질들을 미시역학 모델을 이용하여 구하는 것이 필요하다. 또한 복합재료의 성질은 기공의 특성과 지지재의 성질에 좌우되므로 모델을 이용하면 미시구조의 영향을 효과적으로 관찰할 수 있다.

식의 유도 과정에서 볼드체의 소문자는 2계 텐서를, 대문자는 4계 텐서를 나타낸다. 두 텐서의 내부적(inner product)은 다음과 같이 표시된다: $\sigma\epsilon = \sigma_{im}\epsilon_{mj}$, $C\epsilon = C_{ijk1}\epsilon_{k1}$, $CT = C_{ijmn}T_{mnk1}$. 위치자 'i'와 'm'은 각각 비균질물과 지지재와 관계되는 양을 나타낸

다. 비균질물과 기지재의 부피분율은 각각 v^i 와 v^m 으로 표시하며 $v^i+v^m=1$ 이다. 밀도는 ρ 로 표시하고, 등방성 탄성계수 텐서와 컴플라이언스 텐서는 각각 C 와 C^{-1} 로 표시하며 $(\cdot)^{-1}$ 은 역수를 나타낸다.

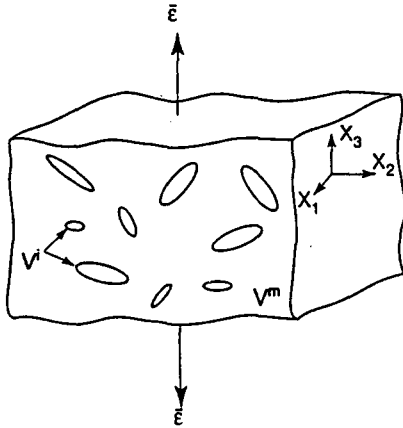


Fig. 1. A representative volume element composed of oriented ellipsoidal inhomogeneities of volume V^i and isotropic matrix of volume V^m

2.1. 유효 밀도의 계산

Fig. 1과 같이 체적 V , 질량 M 인 체적 요소를 생각하자. 복합재의 체적 V 는 기지재의 체적 V^m 과 비균질물의 총 체적 V^i 로 구성되어 있으므로 식(1)로 주어진다.

$$V = V^i + V^m \dots\dots\dots (1)$$

마찬가지로 복합재의 질량 M 은 식(2)로 표시할 수 있다.

$$M = M^i + M^m \dots\dots\dots (2)$$

따라서 복합재의 밀도 ρ 는 식 (1)과 (2)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{(\rho^i V^i + \rho^m V^m)}{V} = \rho^i v^i + \rho^m v^m \dots\dots\dots (3)$$

이는 혼합법칙(rule of mixture)으로부터 구한 결과와 같음을 알 수 있다.

2.2. 유효 탄성계수 및 속도의 계산

Fig. 1의 체적 요소의 유효 탄성계수 C 는 평균 응력 $\bar{\sigma}$ 와 평균 변형도 $\bar{\epsilon}$ 를 연관시켜 주므로 먼저 요소 전체에 작용하는 평균 변형도 및 평균 응력장을 요소 내의 구성 요소 각각에 대한 평균장 (때로는 비균질물의 방향에 의존하는)으로 표시해야 된다.

기지재와 비균질물의 응력-변형도 관계식은 알고 있다고 가정한다. 요소의 경계에서 $\bar{\epsilon}$ 가 작용할 때 이로 인하여 요소 내의 한 특정 비균질물이 받는 변형도를 구하므로써 유효 탄성계수를 구할 수 있다. 이를 위하여 변형도 집중계수(strain concentration factor)를 도입한다. 비균질물의 부피 분율이 높은 경우 이들 사이의 상호 작용을 고려해야 하며, Mori-Tanaka의 평균장 이론¹¹⁾ 으로부터 이 계수를 근사적으로 구할 수 있다. 여기서는 이러한 방법으로 유효 탄성계수를 구하는 과정을 생각하고 참고 문헌 [11]의 임의 방향 분포를 갖는 2상 복합재료에 대한 결과를 이용하기로 한다. 이 결과로부터 유효 탄성계수는 다음식으로 주어지며

$$C = C^m + v^i(C^i - C^m) \langle T \rangle [v^m I + v^i \langle T \rangle]^{-1} \dots (4)$$

여기서 T 는 Wu's tensor¹²⁾ 이며, I 는 단위 텐서이다. $\langle \cdot \rangle$ 는 비균질물의 모든 가능한 방향에 대한 방향 평균을 나타낸다. 부록 A1에는 텐서 T 의 방향 평균을 구하는 절차가 소개되어 있다. 국소 좌표계의 텐서 T' 은 비균질물의 형상 효과를 나타내는 Eshelby tensor S 와 $T' = [I + S(C^m)^{-1}(C^i - C^m)]^{-1}$ 의 관계를 가지며, 여러가지 타원체에 대한 S 의 성분이 참고 문헌 [13]에 나와 있다. 등방성 기지재의 경우, 텐서 S 는 비균질물의 형상비와 기지재의 Poisson 비에 의해 결정된다. 식 (4)의 4계 텐서는 모두 등방성 텐서이므로 부록 A2에 소개한 텐서 계산법으로부터 2개의 독립 성분 C_{11} 과 C_{44} 를 아래 식 (5), (6)과 같이 구할 수 있다. 등방성 재료에서 이 두 성분과 다른 공학적 상수 E (Young 계수), μ (전단 계수) 및 k (체적 탄성계수) 사이의 관계는 다음과 같다:

$$E = \frac{C_{44}(3C_{11} - 4C_{44})}{C_{11} - C_{44}}, \mu = C_{44}, k = C_{11} - 4/3 C_{44}$$

$$C_{11} = C_{11}^m + \frac{v[C_{11} - C_{11}^m - \frac{4}{3}(C_{44} - C_{44}^m)] (\langle T_{1111} \rangle + 2\langle T_{1122} \rangle)}{v^m + v(\langle T_{1111} \rangle + 2\langle T_{1122} \rangle)} + \frac{\frac{8}{3} v(C_{44} - C_{44}^m) \langle T_{1212} \rangle}{v^m + 2v\langle T_{1212} \rangle} \dots (5)$$

$$C_{44} = C_{44}^m + \frac{2v(C_{44} - C_{44}^m) \langle T_{1212} \rangle}{v^m + 2v\langle T_{1212} \rangle} \dots (6)$$

이제 복합재의 밀도와 탄성계수를 구하였으므로 복합재의 유효 종파 속도 V_L 과 횡파 속도 V_S 를 식 (3), (5), (6)으로부터 구할 수 있다.

$$V_L = \sqrt{C_{11}/\rho} \dots (7)$$

$$V_S = \sqrt{C_{44}/\rho} \dots (8)$$

특히 비균질물이 기공인 경우, 기공을 함유한 복합 재료의 밀도와 탄성계수는 식 (3)과 식 (5), (6)에서 ρ 와 C_i 를 0으로 두면 되고 따라서 식 (7), (8)로부터 속도를 구할 수 있다.

3. 실험

3.1. 시편의 준비 및 밀도 측정

출발 원료는 상업용의 α -SiC 분말로서 입자의 평균 크기는 $0.7\mu\text{m}$ 이다. 이들 분말에는 Fe, Al 및 Ca와 같은 불순물이 각각 최대 0.3, 0.03, 0.03 중량 퍼센트 함유되어 있다. SiC 분말은 고온에서 압력을 가하여 디스크 모양으로 제조하였다. 압력은 17MPa까지 일 방향으로 가하였으며 이와 동시에 공기중에서 2050°C 로 2시간 동안 유지시켰다. 최대 압력을 다르게 가하므로써 기공 부피 분율 약 0.03-15%(또는 이론밀도의 99.97-85% 밀도)를 함유하는 시편을 얻었다. 이렇게 하여 모두 12개의 디스크 시편을 제작하였으며, 시편의 크기는 직경이 약 50 mm, 두께 약 5.2-8.7 mm이다. 시편의 표면은 140 mesh의 다이아몬드 그라인더로 연마하였으며 최종 표면의 두께는 약 5

μm 이내로 평행하게 하였다. 시편의 밀도는 전체 무게와 부피를 측정하여 아르키메데스의 방법으로 구하였다. 측정된 밀도의 정확도는 $\pm 0.1\%$ 이상으로 좋다. SiC의 이론 밀도는 3.21 g/cm^3 로 간주하였다. 각 시편의 밀도를 이론 밀도의 퍼센트 값으로 환산하였으며, 이 값을 측정 데이터 표시에 사용하였다.

3.2. 초음파의 주행 시간 및 속도 측정

SiC의 음속은 두께 방향으로 전파하는 초음파의 종파와 횡파에 대한 펄스 반사법으로 측정하였다. 모든 측정은 광대역 초음파 펄스를 이용하였으며 데이터는 시간 영역에서 처리하였다. 사용한 탐촉자는 평면, 접촉식으로서 중심 주파수가 10 MHz이다. 펄서(Panametrics 5052 P/R)는 약 -200 V의 진폭을 갖는 spike voltage로써 탐촉자를 여기시킨다.

여러 펄스의 rt 파형은 150 MHz 밴드 폭의 디지털 오실로스코프(LeCroy 9400)로 관측하였으며, 속도 계산에 필요한 주행 시간 차이는 오실로스코프 스크린에서 펄스검침법으로 구하였다. 이러한 측정은 이 오실로스코프의 신호 저장(store), 이동(shift), 확장(expand), 역전(invert), 확대(magnify) 기능을 이용하여 편리하게 수행할 수 있다. Fig. 2의 위쪽 trace는 접촉식 방법으로 얻은 전형적인 종파의 파형을 보여주고 있다.

펄스검침법으로 주행 시간차를 구하는 과정을 아래에 소개한다. 채널 1에서 수신한 신호를 FUNCTION E로 평균하여 MEMORY C에 저장한다. 접촉식 측정에서 전면 반사파는 main bang 때문에 신호가 분명하지 않으므로 여기서는 저면에서의 다중 반사파만을 선택하였다. Fig. 2의 아래 trace는 첫번째와 두번째 저면 반사파를 오실로스코프의 윈도우 내에서 최대로 확장시킨 것이다. 속도 계산에 필요한 시간차는 보통이 두 신호로부터 zero crossing이나 matching peak 방법으로 구할 수 있다. 그러나 이러한 방법은 신호의 한 점만을 이용하나, 파형 전체를 비교하는 펄스검침법을 사용하면 더 정확한 시간차를 구할 수 있다. Fig. 2의 아래 파형을 source (MEMORY D)로 하여 앞의 파형을 EXPAND A로, 뒤의 파형의 EXPAND B로 나타내면 더 자세하게 파형을 볼 수 있다(Fig. 3의 위 trace). 먼저 EXPAND A와 B를 필요한 time resolution 만큼 확장시킨 후

B를 이동, 확대시켜 A와 일치시킨다(Fig. 3의 아래 trace). 마지막으로 각각에 대하여 time cursor를 일치시키면 원하는 시간차 Δt (그림에서 $1.398\mu s$)를 얻을 수 있다. 사용한 주파수 범위에서 기공이 있는 SiC는 저감쇠, 저분산 재료로 취급할 수 있으므로 이 경우 시간차는 $\pm 2ns$ 의 정확도로 구할 수 있다. 마찬가지로 방법으로 횡파 신호에 대해서도 펄스겹침법으로 시간차를 구할수 있다. 시간차 Δt 와 시편 두께 d 로부터 속도 $V=2d/\Delta t$ 이다.

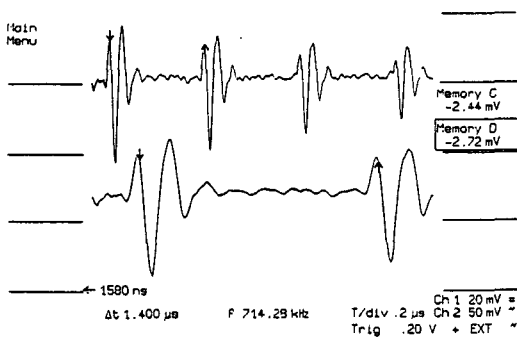


Fig. 2. Typical longitudinal waveforms obtained by a contact, pulse-echo method on the SiC disk

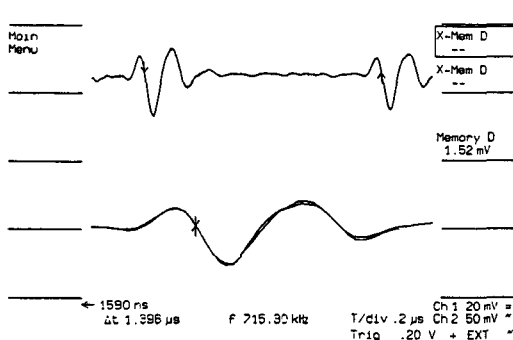


Fig. 3. Time-of-flight difference(Δt) measurement by the pulse overlap method on a digital oscilloscope (LeCroy 9400). Each waveform is expanded, and one is shifted and magnified to be overlapped with the other. Δt is measured by aligning the time cursor on each waveform

4. 결과 및 고찰

4.1. 속도 측정 결과

Fig. 4에 펄스겹침법으로 측정한 종파 속도와 횡파 속도를 SiC 이론 밀도의 퍼센트의 함수로 그린 그래프를 보여 준다. 두 속도 모두 밀도가 증가함에 따라 속도도 증가한다. 따라서 기공량의 증가는 시편의 속도를 감소시킴을 알 수 있다. 또한 측정 데이터로부터 구한 linear fit이 함께 나와 있는데, 기공 부피 분율 0-15% 범위 전체에 걸쳐 실측치를 잘 대표하고 있다. 또한 횡파의 경우가 종파의 경우에 비하여 전반적으로 더 나은 선형성을 보여주고 있다. 이론 밀도 (기공량 0%)에 대한 속도값을 linear fit 으로부터 구한 결과, 종파와 횡파 속도값 12340 m/sec와 7753 m/sec를 각각 얻었다. 또한 탄성계수는 이들 속도값 으로부터 Young 계수와 전단 계수값 453, 193 GPa를 각각 얻었으며 (식 (9), (10) 참조), 이 값이 모델의 계산에 이용되었다. 참고로 기공이 없는 SiC의 속도 값과 탄성계수에 대하여 본 연구에서 구한 값과 다른 문헌상의 결과를 Table 1에 비교하였다.

Table 1. Ultrasonic velocities and elastic moduli of pore-free SiC

Ref.	Velocity(m/sec)		Elastic modulus(GPa)		Notes
	L-wave	S-wave	Young's	shear	
[14]	12100	7700	440	190	3.2*, HP**
[15]	12275	7740	450	192	3.21
[16]	12374	7814	458	196	3.21
Present work	12340	7753	453	193	3.21, HP

* Bulk density

**Hot pressed

5. 모델에 의한 예측

5.1. 기공 모양이 속도에 미치는 영향

SiC의 밀도 변화가 기공에 의한 것이라고 가정하고 기공의 특성이 속도 변화에 미치는 영향을 살펴 보기 위하여 2절에서 제시한 미시역학 모델을 이용하였다. 2절에서는 일반적인 비균질물을 고려하였으나, 기공의 경우는 식 (3), (5)-(8)에서 비균질물의

밀도와 탄성계수를 0으로 두면 된다. 기공의 특성에는 기공의 부피 분율 뿐만 아니라 모양 및 방향이 포함된다. 계산을 위하여 기공의 방향 분포는 3-D 랜덤분포라고 가정하였으며, 기공의 부피 분율을 변화 시킴과 동시에 기공의 모양을 편구면체(oblate spheroid), 구(sphere) 및 장구면체(prolate spheroid)로 변화시키면서 그 영향을 관찰하였다. 구면체(spheroid)의 장축과 이에 수직인 다른 두 단축의 크기를 각각 a_1, a_2, a_3 로 나타내면 $a_2 = a_3$ 이고, 형상비 $\alpha = a_1/a_2$ 이다 (부록 A1 참조).

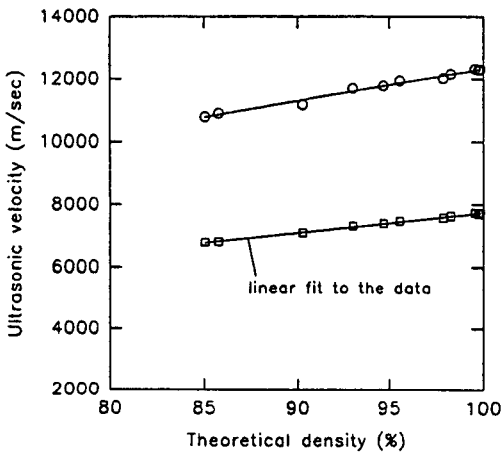


Fig. 4. Measured longitudinal and transverse wave velocities as a function of the percent of theoretical density

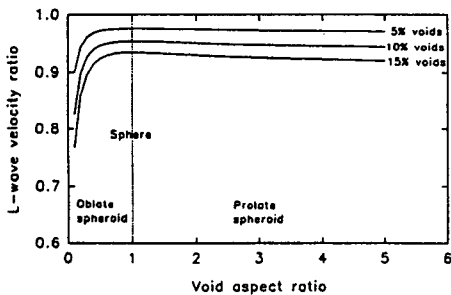


Fig. 5. Effect of the void shape and volume fraction on the longitudinal wave velocity of porous SiC

종파 속도 및 횡파 속도에 대한 계산 결과를 각각 Fig. 5와 6에 제시하였다. 계산 결과를 살펴보면 기공성 SiC의 유효 속도는 기공의 특성에 민감한 영향을

받음을 알 수 있다. 먼저 기공이 없는 경우와 비교할 때 기공의 존재는 초음파의 속도를 감소시키며, 기공의 부피 분율이 증가할수록 속도 감소도 커진다. 구형 기공이 초음파의 속도를 제일 적게 감소시키며, 편구면체와 장구면체는 구형보다 더 큰 속도 감소를 일으킴을 알 수 있다. 편구면체의 경우 형상비가 약 0.2 까지는 완만하게 감소하다가 이 값 이하에서는 격한 감소가 일어나고 있다.

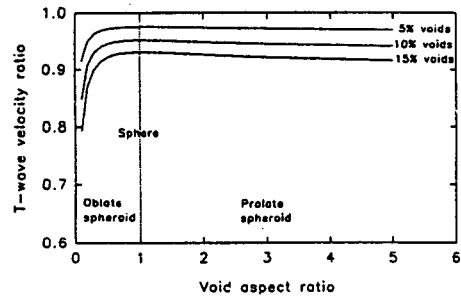


Fig. 6. Effect of the void shape and volume fraction on the transverse wave velocity of porous SiC

5.2. 유효 속도 및 탄성계수의 비교

3-D 랜덤 분포를 갖는 구면체의 여러가지 형상비에 대하여 모델로부터 유효 속도를 구하고 이를 실험값과 비교한 결과 $\alpha = 0.23$ 의 편구면체 기공이 모든 시편에 대하여 전체적으로 가장 좋은 일치율을 가져다 주었다. 따라서 이 형상비를 사용하여 계산한 속도값과 탄성계수를 실험값과 비교하였다. 기공을 가진 SiC 시편을 등방성으로 가정하고 측정된 횡파와 종파의 속도와 밀도로부터 각 시편의 Young 계수 E와 전단계수 μ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E = \frac{\rho V_L^2 (3V_L^2 - 4V_T^2)}{V_L^2 - V_T^2} \dots \dots \dots (9)$$

$$\mu = \rho V_T^2 \dots \dots \dots (10)$$

Fig. 7에 속도를, Fig. 8에는 탄성계수를 비교하였다. 예측치와 실험치는 전반적으로 서로 잘 일치하고 있으며, 속도의 경우 두 값의 최대 차이는 약 1.5%, 탄성계수의 경우 최대 차는 약 2.2%이다.

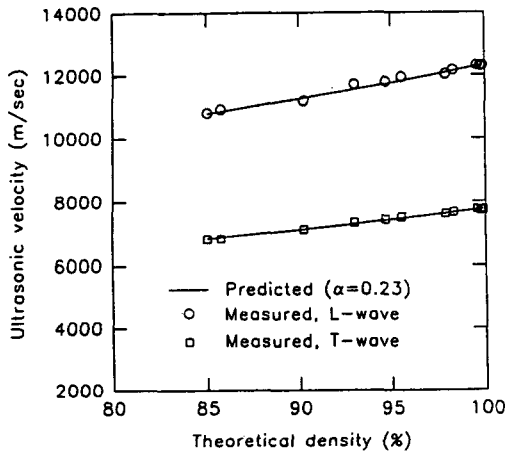


Fig. 7. Comparison of the measured ultrasonic velocities and the model prediction

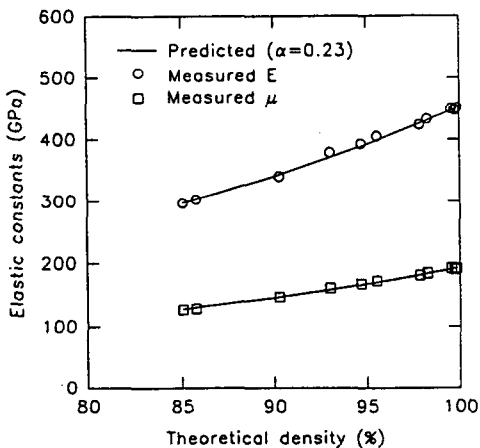


Fig. 8 Comparison of the ultrasonically measured elastic constants and the model prediction

5.3. 밀도의 비파괴적 평가

SiC의 밀도가 이론 밀도 ρ^m 과 차이가 나는 원인이 모두 재료내의 기공으로 인한 것이라고 가정한다. 먼저 기공량을 결정하기 위하여 기공 계재물의 부피분율 v 를 미지수 x 로 표시하면 $v^m=1-x$ 이다. 또한 기공을 함유한 SiC의 밀도와 탄성계수는 식(3)과 (5), (6)에서 ρ 와 C 를 0으로 두면 되므로, 아래 식(11)-(13)으로 표시할 수 있다.

$$\rho=(1-x)\rho^m \dots\dots\dots (11)$$

$$C_{11}=C_{11}^m - \frac{x[C_{11}^m - \frac{4}{3}C_{44}^m](\langle T_{1111} \rangle + 2\langle T_{1122} \rangle)}{1-x+x(\langle T_{1111} \rangle + 2\langle T_{1122} \rangle)} - \frac{8xC_{44}^m\langle T_{1212} \rangle}{3(1-x+2x\langle T_{1212} \rangle)} \dots\dots\dots (12)$$

$$C_{44}=C_{44}^m - \frac{2xC_{44}^m\langle T_{1212} \rangle}{1-x+2x\langle T_{1212} \rangle} \dots\dots\dots (13)$$

이제 식 (11)-(13)의 우변을 사용하여 아래 식 (14), (15)와 같이 좌변에 이론적 모델에 의한 속도를, 우변에 실측 속도값을 사용하여 방정식을 구성하면, 각 식에서 미지수 x (즉, 기공 부피 분율)를 구할 수 있다. 다음에 이 값을 식 (11)에 대입하면 기공성 SiC의 밀도 ρ 를 구할 수 있다.

$$\sqrt{C_{11}/\rho} = \text{측정 종파 속도} \dots\dots\dots (14)$$

$$\sqrt{C_{44}/\rho} = \text{측정 횡파 속도} \dots\dots\dots (15)$$

5.2절의 모델 계산값과 실험값과의 비교에서 형상비 $\alpha=0.23$ 의 편구면체 기공이 가장 좋은 일치를 보이므로 여기서도 이 값을 사용하였다. 또한 기공은 3-D 랜덤분포로 가정하였다.

위에서 설명한 방법으로 구한 밀도값을 아르키메데스의 방법으로 측정된 값과 비교하였다. Fig. 9와 Fig. 10에 종파와 횡파에 대한 결과를 각각 나타내었다. 종파와 횡파의 경우 모두 밀도를 $\pm 1\%$ 이내로 잘 예측하고 있다. 이 경우에 비파괴적 방법에 의해 구하고자 하는 밀도의 정확도는 이론적 모델과 속도 측정의 정확도에 달려있다. 더우기, 본 연구에서는 비교적 큰 시편내에서 밀도가 균일하다는 가정하에 재료내의 한 점에서의 속도값을 이용하였으나, 더 작은 크기의 많은 시편으로 나누어 각 시편에서 측정 한 속도와 밀도를 이용하였더라면 더 좋은 결과를 얻었을 것이다. 본 연구 결과에 기초하여, 앞으로 재료의 두께가 비교적 일정한 경우 기존의 주행 시간 (time-of-flight) C-scan 방법을 개선하면 기공성 재료내의 속도 분포 뿐만 아니라 밀도와 탄성계수의 분포도까지 얻을 수 있을 것이다. 또한 이와 같은 분포도의 작성은 하나의 속도 (종파 또는 횡파) 측정만으로도 가능하다. 이러한 비파괴 평가 기술은 구조용 세라믹스의 품질 관리에 적용될 수 있으며, 재료내의

재료 특성 변화에 관한 유익한 정보를 얻는데도 이용될 수 있다.

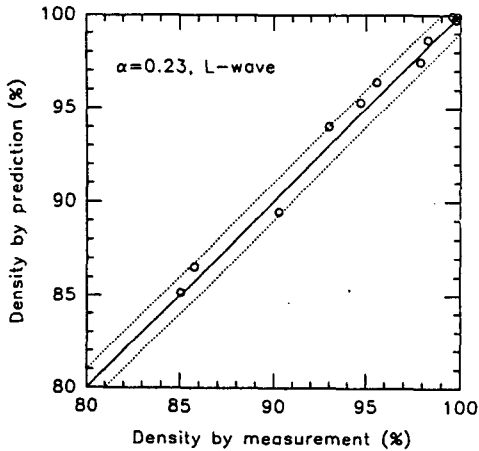


Fig. 9. Comparison of densities determined by the ultrasonic L-wave velocity/micromechanics model and by Archimedes' method

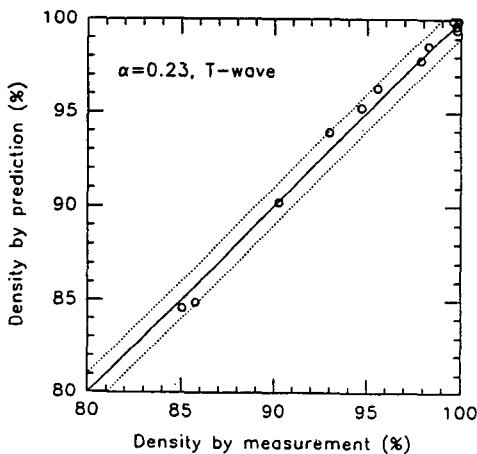


Fig. 10. Comparison of densities determined by the ultrasonic T-wave velocity/micromechanics model and by Archimedes' method

6. 결 론

초음파의 속도와 미시역학 모델을 이용하여 기공으로 인한 SiC의 밀도 변화를 비파괴적 방법으로 평가함에 있어서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 이론 밀도 0-15% 범위의 SiC 시편에서 측정된 초음파의 속도와 밀도 사이에는 좋은 선형적 상관 관계가 있었으며, 밀도가 증가할수록 속도도 증가하였다. 따라서 탄성계수도 이와 유사한 경향을 보여 주었다.
- 2) 미시역학 모델을 통하여 기공의 모양과 부피 분율은 초음파의 속도에 민감한 영향을 미침을 알수 있었다, 기공의 양이 증가할수록 속도는 더 감소하며, 구형 기공이 가장 적은 속도 감소를 가져오는 반면에 형상비 0.2 근처의 편구면체는 급격한 속도 변화를 보였다.
- 3) 미시역학 모델을 이용하여 기공성 SiC의 속도와 탄성계수를 정확하게 예측할 수 있었다.
- 4) 측정된 초음파의 종파 또는 횡파속도와 미시역학 모델을 이용하여 기공성 SiC의 밀도를 ±1% 이내로 예측 가능하였다. 따라서 본 논문에서 제시한 비파괴적 평가법은 구조용 세라믹스의 품질 관리에 적용될 수 있다.

참 고 문 헌

- 1) A. Nagarajan, "Ultrasonic Study of Elasticity-Porosity Relationship in Polycrystalline Alumina," J. Appl. Phys., Vol. 42(1971), pp. 3693-3696.
- 2) D. J. Roth, D. B. Stang, S. M. Swickard, M. R. DeGuire and L. E. Dolhert, "Review, Modeling, and Statistical Analysis of Ultrasonic Velocity-Pore Fraction Relations in Polycrystalline Materials," Mater. Eval., Vol. 49(1991), pp. 883-888.
- 3) J. P. Panakkal, J. K. Ghosh and P. R. Roy, "Use of Ultrasonic Velocity for Measurement of Density of Sintered Fuel Pellets," J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 17(1984), pp. 1791-1795.
- 4) D. K. Hsu and M.S. Hughes. "Simultaneous Ultrasonic Velocity and Thickness Measurement and Application in Composites." J. Acoust. Soc. Am., Vol. 92(1992), pp. 669-675.
- 5) H. Jeong and D. K. Hsu, "Experimental Analysis of Porosity-Induced Ultrasonic Attenuation and Velocity Change in Carbon Fibre Composites," Submitted to Ultrasonics.

- 6) C. M. Sayers, "Ultrasonic Velocity Dispersion in Porous Materials," J. Phys. D : Appl. Phys., Vol. 14(1981), pp. 413-420.
- 7) A. N. Norris, "Scattering of Elastic Waves by Spherical Inclusions with Applications to Low Frequency Wave Propagation in Composites," Int. J. Engng. Sci., Vol. 24(1986), pp. 1271-1282.
- 8) J. E. Gubernatis, "Long-wave Approximations for the Scattering of Elastic Waves from Flaws with Applications to Ellipsoidal Voids and Inclusions," J. Appl. Phys., Vol. 50(1979), pp. 4046-4058.
- 9) H. M. Ledbetter and S. K. Datta, "Effective Wave Speeds in an SiC-Particle-Reinforced Al Composites," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 79(1986), pp. 239-248.
- 10) F. J. Sabina, V. P. Smyshlyaev and J. R. Willis, "Self-Consistent Analysis of Waves in a Matrix-Inclusion Composite-II. Randomly Oriented Spheroidal Inclusions," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 41 (1993), pp. 1589-1598.
- 11) H. Jeong, D. K. Hsu, R. E. Shannon and P. K. Liaw, "Characterization of Anisotropic Elastic Constants of Silicon Carbide Particulate Reinforced Metal Matrix Composites : Part II. Theory," Metall. Trans. A, Vol. 25A(1994), pp. 811-819.
- 12) T. T. Wu, "The Effect of Inclusions Shape on the Elastic Moduli of a Two Phase Material," Int. J. Solids and Structures, Vol. 2(1966), pp. 1-8.
- 13) T. Mura, Micromechanics of Defects in Solids, 1987, Kluwer Academic Pub., Hingham, MA.
- 14) K. Goebbels, "Nondestructive Evaluation of Advanced Ceramics," in Proc. 2nd Int. European Symp. on Engng. Ceramics, F. F. Riley ed., (1987), pp. 99-149, Elsevier, New York.
- 15) C-H. Andersson and R. Warren, "Silicon Carbide Fibres and Their Potential for Use in Composite Materials. Part 1," Composites, Vol. 15(1984), pp. 16-24.
- 16) E. Schreiber and N. Soga, "Elastic Constants of Silicon Carbide," J. Amer. Ceramic Soc., Vol. 49 (1966), p. 342.
- 17) R. Hill, "Theory of Mechanical Properties of Fi-

ber-Strengthened Materials : I. Elastic Behavior," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 12(1964), pp. 199-212.

부 록

A1. 텐서의 방향 평균

Fig. 11에서 전형적인 구면체 비균질물(spheroidal inhomogeneity)의 국소 좌표계는 x'_1, x'_2, x'_3 로, 고정 좌표계는 x_1, x_2, x_3 로 표시된다. 구면체의 x'_1, x'_2, x'_3 상의 크기를 각각 a_1, a_2, a_3 로 나타내면 $a_2=a_3$ 이고 형상비 $\alpha=a_1/a_2$ 이다. q_{ij} 를 i' -axis와 j -axis 사이의 direction cosine 으로 정의하면, 이들 성분은 Fig. 11로부터 다음과 같이 표시된다.

$$[q] = \begin{bmatrix} \sin\theta \cos\phi & \sin\theta \sin\phi & \cos\theta \\ -\cos\theta \cos\phi & -\cos\theta \sin\phi & \sin\theta \\ \sin\phi & -\cos\phi & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

비균질물의 방향 분포에 좌우되는 텐서 T 의 방향 평균 $\langle T \rangle$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.¹¹⁾

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^{\phi=2\pi} \int_0^{\theta=\pi} T \rho(\phi, \theta) \sin\theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{\phi=2\pi} \int_0^{\theta=\pi} \rho(\phi, \theta) \sin\theta \, d\theta \, d\phi} \dots (17)$$

여기서 $\rho(\phi, \theta)$ 는 비균질물의 방향 분포 함수(orientation distribution function)이다. 구면체 계재물이 3-D 랜덤 방향 분포를 갖는 경우 $\rho(\phi, \theta)=\text{constant}$ 이므로 식(17)은 다음과 같이 된다.

$$\langle T \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\phi=2\pi} \int_0^{\theta=\pi} T(\phi, \theta) \sin\theta \, d\theta \, d\phi \dots (18)$$

또한 고정 좌표계의 텐서 T 는 텐서 변환을 이용하여 국소 좌표계의 T' 로부터 구할 수 있다. 즉,

$$T'_{ijkl} = q_{mi}q_{nj}q_{ok}q_{pl} T'_{mnop} \dots (19)$$

T' 은 Wu's tensor¹²⁾로서 기지재와 비균질물의 탄성 계수와 Eshelby tensor S 로써 다음식으로 표시할 수

있다.

$$\mathbf{T}' = [\mathbf{I} + \mathbf{S}(\mathbf{C}^m)^{-1} (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^m)]^{-1} \dots\dots\dots (20)$$

참고 문헌 [12]에 \mathbf{T}' 성분이 나와 있으며, [13]에는 여러 가지 타원체에 대한 \mathbf{S} 의 성분이 나와 있다. 등방성 기지재의 경우, 텐서 \mathbf{S} 는 비균질물의 형상비와 기지재의 Poisson 비에 의해 결정된다.

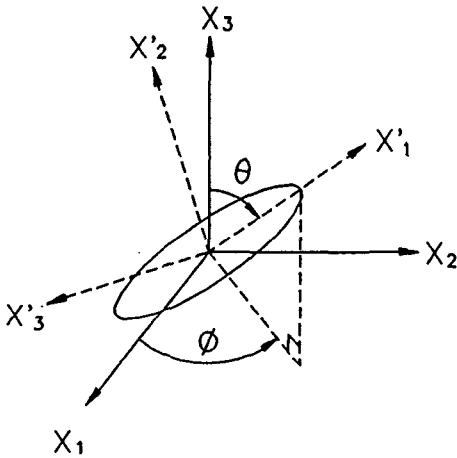


Fig. 11. Coordinate convention for a spheroidal inhomogeneity

A2. Tensor manipulation

2.2절의 유효 탄성계수 계산식 (4)에는 4계 텐서들의 내부적, 역변환 등이 포함되어 있으므로 이들 성분을 계산하기가 쉽지 않다. 계산을 편리하게 하기 위하여 Hill¹⁷⁾의 텐서 계산법을 사용한다. 등방성 텐

서 \mathbf{A} 는 식 (21)과 같이 표시할 수 있다.

$$\mathbf{A} = (3k_A, 2\mu_A) \dots\dots\dots (21)$$

여기서 k 와 μ 는 각각 체적 탄성계수 (bulk modulus)와 전단 계수이다. 4계 텐서 \mathbf{A} 와 \mathbf{B} 의 곱은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{AB} = [(3k_A)(3k_B), (2\mu_A)(2\mu_B)] \dots\dots\dots (22)$$

또 텐서 \mathbf{A} 의 역은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{A}^{-1} = (1/3k_A, 1/2\mu_A) \dots\dots\dots (23)$$

또한 탄성계수 C_{ijkl} 은 등방성 텐서로서 응력 및 변형도의 대칭성으로부터 2계 텐서 C_{ij} 로 나타낼 수 있으며, 체적 탄성계수는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} k &= (C_{11} + 2C_{12})/3 \\ &= C_{11} - 4/3\mu \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

식(24)의 정의로부터 일반적인 4계 등방성 텐서 \mathbf{T} 의 k 및 μ 에 해당하는 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k \Rightarrow (T_{1111} + 2T_{1122})/3 \dots\dots\dots (25)$$

$$\mu \Rightarrow T_{1212} \dots\dots\dots (26)$$

Nondestructive Evaluation of Advanced Ceramics by Means of Ultrasonic Velocity and a Micromechanics Model

Hyunjo Jeong
Agency for Defense Development

Abstract Ultrasonic velocities are widely used in the investigation of material properties. In this paper, a micromechanics model and the ultrasonic velocity were used to develop a nondestructive method to determine the density variation due to porosity in structural SiC. The micromechanics model developed can consider the pore shape and orientation. The model also takes into account the interaction between pores so that it can be applied to the material with high porosity content. A contact pulse overlap method was used to measure the ultrasonic velocities of porous SiC samples, and there was a linear correlation between the velocity and density (or porosity). Using the model and the measured velocity, the bulk density can be easily calculated. The calculated density was in good agreement with that obtained by Archimedes' method.

(Received : February 26, 1994)