

## 조건부 엔트로피 제한 벡터 양자화를 이용한 영상 부호화

(Image Coding using Conditional Entropy  
Constrained Vector Quantization)

李承駿\*, 徐庸暢\*\*, 李忠雄\*

(Seung Jun Lee, Yong Chang Seo and Choong Woong Lee)

## 要約

벡터 양자화를 이용하여 영상신호를 압축하는 경우, 원 영상을 복원하기 위하여 복호기쪽에 어야 하는 인덱스들 사이에는 높은 상관성이 존재하며, 이러한 높은 상관성을 인덱스의 부호화에 이용하면 보다 높은 부호화 효율을 얻을 수 있다. 본 논문에서는, 각 인덱스들을 이전 인덱스의 값에 따라 적응적으로 부호화하는 조건부 엔트로피 부호화를 도입하고, 이 경우 벡터 양자기를 최적화하는 방법을 제안한다. 즉, 조건부 엔트로피 부호화를 도입하는 경우 각 입력벡터당 평균 비트수는 조건부 엔트로피에 근접한다는 사실을 유용하여, 조건부 엔트로피를 제한한 상태에서 평균 왜곡을 최소화하도록 VQ 부호책을 구성함으로써 최적화 과정이 이루어진다. 또한, 이와 같이 각 입력벡터의 양자화 결과가 다음 입력벡터의 인덱스를 부호화하는데 영향을 미치는 경우, 장시간(long term)의 관점에서 최적인 인덱스열을 찾기 위해 우리는 비터비 탐색 방법을 도입한다. 영상 모의 실험을 통해, 제안하는 방법이, 구획간의 상관성을 이용하지 않는 기존의 엔트로피 제한 벡터 양자기에 비해 같은 비트율에서 약 1.0~3.0 dB 높은 PSNR을 나타냄을 알 수 있었다.

## Abstract

This paper proposes a new vector quantization scheme which exploits high correlations among indexes in vector quantization. An optimal vector quantizer in the rate-distortion sense can be obtained, if it is designed so that the average distortion can be minimized under the constraint of the conditional entropy of index, which is usually much smaller than the entropy of index due to the high correlations among indexes of neighboring vectors. The optimization process is very similar to that in ECVQ(entropy-constrained vector quantization) except that in the proposed scheme the Viterbi algorithm is introduced to find the optimal index sequence. Simulations show that at the same bitrate the proposed method provides higher PSNR by 1.0~3.0 dB than the conventional ECVQ when applied to image coding.

\* 正會員, 서울대학교 電子工學科  
(Dept. Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

\*\* 準會員, 韓國通信 電子運用研究團

(Korea Telecom)

接受日字: 1994年 2月 5日

## I. 서론

벡터 양자화(vector quantization, VQ)<sup>[1,2]</sup>는 대표적인 영상 압축 기법으로, 입력 영상을 일정 크기의 구획으로 나누고 각 구획내의 신호들로 하나의 벡터를 구성한 후, 이 벡터를 가장 잘 표현하는 대표 벡터를 미리 구성된 부호책(codebook)에서 찾아 그 인덱스(index)를 전송한다. 일반적으로 VQ 부호책은 그 크기가 제한된 상태에서 주어진 훈련열들과 그들의 대표 벡터들간의 평균 왜곡을 최소화하도록 구성되며, 이렇게 구성된 벡터 양자기를 '표준 벡터 양자기'라 부른다. 벡터의 차원이  $M$ , 부호책의 크기가  $N$ 이고 인덱스를 각각 고정길이 부호화하는 경우, 한 화소를 표현하기 위한 평균 비트수는  $[\log_2 N]/M \cdot [x]$ 는 보다 작지 않은 최소의 정수를 의미한다가 되어, 원 영상이 그레이 레벨로 표시되어 있는 경우  $8 \cdot M \cdot [\log_2 N]$ 의 압축율을 가져오게 된다. 그러나, 인덱스의 발생 분포가 고르지 않은 경우, 각 인덱스를 엔트로피 부호화하면<sup>[3]</sup>, 구획당 평균 비트수를 에서 인덱스의 엔트로피까지 낮출 수 있게 되어, 같은 평균 왜곡하에서도 추가의 압축을 얻을 수 있다. 그런데, 이 경우 인덱스의 엔트로피, 즉 구획당 평균 비트수는 VQ 부호책이 어떻게 구성되었는가에 따라 그 값이 가변적이다. 실제의 경우 사용 가능한 비트수는 제한되어 있고, 이 조건하에서 평균 왜곡을 최소화하는 것이 부호화의 목적이므로, 이러한 목적에 맞도록 부호책을 구성하기 위해서는 평균 왜곡뿐만 아니라 평균 비트수도 고려대상이 되어야 한다. Chou는<sup>[4]</sup>에서, 표준 벡터 양자기에서 부호책의 크기를 제한한 것과는 달리, 인덱스의 엔트로피를 제한하고, 그 조건하에서 평균 왜곡을 최소화하도록 벡터 양자기를 구성하는 엔트로피 제한 벡터 양자화(entropy-constrained vector quantization, ECVQ) 기법을 제안하였다. 그는 이러한 제한 문제를 비제한 문제로 전환하기 위해 라그랑 곱셈자를 도입하였으며, 결과적으로 얻은 라그랑 함수를 반복적 강하(iterative descent) 방법으로 최소화함으로써 엔트로피 제한 벡터 양자기의 구체적인 설계 방법을 제시하였다. 우리는 제안하는 조건부 엔트로피 제한 벡터 양자기의 설계 과정에 이를 도입, 적용한다.

벡터 양자기는 벡터의 차원이 무한히 커질 경우 비트율-왜곡함수(rate-distortion function)에 근접하는 성능을 나타낸다고 알려져 있다. 그러나, 벡터 양자화를 실제 영상의 부호화에 적용하는 경우 벡터의 크기는 작은 값으로 제한되며, 이로 인해 영상신호간의 상관성은 각 벡터 내의 화소들에서뿐만 아니라 인

접 벡터 간의 화소들 사이에서도 존재한다. 이러한 벡터간의 상관성을 이용하여 보다 효율적인 부호화를 행하기 위한 많은 방법들이 제안되어 왔다.<sup>[5,6]</sup> [5]에서 Hang은 표준 벡터 양자기의 앞단에 벡터 예측기를 도입한 '예측 벡터 양자화'(predictive VQ) 기법을 제안하였다. [5]에서 인접 벡터간의 높은 상관성이 벡터의 예측에 이용된 것과는 달리, Nasrabadi<sup>[6]</sup>는 이를 인덱스의 부호화에 이용하였다. 즉, 그는 인접 벡터들의 인덱스들을 모으고, 자주 발생하는 인덱스의 조합에 대해서는 이들을 한꺼번에 부호화함으로써 추가의 압축율을 얻었다. 본 논문도 역시 인접 벡터간의 높은 상관성을 인덱스의 부호화에 이용한다. 즉, 인접 벡터의 인덱스간에 높은 상관성이 존재하는 경우, 인덱스간의 조건부 엔트로피(conditional entropy)는 엔트로피(entropy) 그 자체보다 상당히 작다<sup>[7]</sup>는 사실을 이용하여, 벡터 당 평균 비트수를 인덱스의 '조건부 엔트로피'에 근접시킬 수 있는 '조건부 엔트로피 부호화' 기법을 제안하며, 인덱스의 조건부 엔트로피를 제한한 조건하에서 평균 왜곡을 최소화하는 과정을 통해 '조건부 엔트로피 제한 벡터 양자기'를 얻게 된다. 구체적인 최적화 과정은 ECVQ<sup>[4]</sup>에서와 유사하다.

본 논문에서와 같이 한 입력벡터의 인덱스 할당 결과가 다음 입력 벡터들의 부호화에 영향을 미치는 경우, 각 입력벡터에 대해 독립적으로 최적의 인덱스를 할당한다 해도, 이것이 장시간의 관점에서 최적의 성능을 나타내리라고 보장하지는 못한다.<sup>[2,8]</sup> 대신, '장시간의 관점에서 최적'의 성능을 나타내기 위해서는, 현 입력벡터에 인덱스를 할당할 때, 이 후에 입력되는 모든 벡터들의 양자화 과정까지 고려되어야 하며, 이는 트렐리스 부호화(trellis encoding)<sup>[2,8]</sup>를 통하여 실현될 수 있다. 트렐리스 구조는 장시간의 관점에서 최적인 부호화를 위해, 비터비(Viterbi) 알고리즘[9]과 결합되어 벡터 양자화에 널리 사용되어 왔다.<sup>[8,10,11]</sup> 본 논문에서도, 일정 길이의 벡터들을 모아 하나의 벡터열을 형성하고 비터비의 탐색 방법<sup>[9]</sup>을 적용하여 이 벡터열(vector sequence)에 최적인 인덱스의 열을 찾는다.

본 논문은 아래와 같이 구성된다. 먼저, II장에서는, 일반적인 표준 벡터 양자화와, VQ 인덱스들의 통계적 특성을 이용한 조건부 엔트로피 부호화, 그리고 엔트로피 제한 벡터 양자기에 관하여 살펴본다. 또한, III장에서는, 여러 개의 입력벡터들이 서로 연관되어 양자화, 부호화되는 경우 벡터 양자기에 대한 수학적 표현, 비터비 방식을 이용한 최적의 인덱스열 탐색 과정, 그리고 제안하는 조건부 엔트로피 제한

벡터 양자화의 설계 방법에 대해 차례로 기술한다. 그리고, IV장에서는 제안 방법을 영상 부호화에 적용하여 얻은 모의 실험 결과에 대하여, 끝으로 V장에서는 결론에 대해 설명한다.

II. 벡터 양자화와 인덱스의 조건부 엔트로피 부호화

1. 벡터 양자화

벡터 양자화는 그림 1의 구획도로부터 쉽게 이해될 수 있다. 그림에서,  $\alpha$ 는 하나의 벡터를 입력으로 받아 주어진 부호책 C중 한 부호 벡터의 인덱스(index)  $i$ 를 출력으로 내는 다대일 함수이며, 는 하나의 인덱스를 입력으로 하여 그에 해당하는 이진 부호어를 내는 일대일 함수이다. 또한, 는 하나의 인덱스를 입력으로 받아 부호책 C의 대표 벡터들 중 그에 해당하는 벡터를 찾아 출력하는 일대일 함수이며,  $\gamma^{-1}$ 는  $\gamma$ 의 역함수를 나타낸다. 이제, 이진 부호어들의 집합을 W, 인덱스들의 집합을 I라고 표시하면, 벡터 양자화의 부호 및 복호 과정은 아래 (1)식으로 표현될 수 있고,

$$\begin{aligned} \alpha: R^M &\rightarrow I, \\ \beta: I &\rightarrow C \subset R^M, \\ \gamma: I &\rightarrow W, \end{aligned} \quad (1)$$

표준 벡터 양자기에서와 같이 왜곡만을 고려하여 인덱스를 결정하는 경우에는, 함수  $\alpha$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\alpha(v) = \arg \min_{i \in I} d(v, \beta(i)), \quad v \in R^M. \quad (2)$$

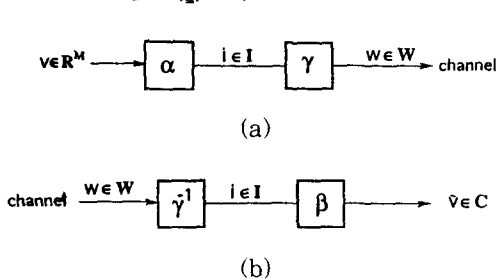


그림 1. 벡터 양자기 (a) 부호기 (b) 복호기  
Fig. 1. Vector quantizer (a) encoder (b) decoder.

단,  $d(\cdot, \cdot)$ 는 두 벡터간의 왜곡 정도를 나타내기 위한 거리 측정자(distance measure)로서, 대개의

경우 평균 자승 오차(mean squared error)가 사용된다.

2. 인접 벡터의 인덱스간의 상관성

벡터 양자화는, 입력 신호들이 M 개의 단위로 묶여 하나의 벡터를 형성한 후 각 벡터에 (2)식을 만족하는 인덱스가 할당되는 과정으로 설명될 수 있다. k 번째 입력 벡터  $v_k$ 에 할당되는 인덱스  $\alpha(v_k)$ 는 불규칙 변수(random variable)이며, 이를  $X_k$ , 그 값이 j일 확률을 라고 나타내자. 만일, 입력 신호들이 정상적(stationary)이라고  $P_k(j)$ 가정하면,

$$P_k(j) = P_m(j) = P(j), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad \forall k, m.$$

가 된다. 이제, 인덱스를 복호기쪽에 전송하기 위해 필요한 벡터당 평균 비트수는 엔트로피 부호화를 도입하는 경우, 아래 (3)식과 같이 정의되는 인덱스의 엔트로피  $H(X_k)$ 에 근접하도록 낮출 수 있다.<sup>[3]</sup>

$$H(X_k) = - \sum_{j=1}^N P(j) \cdot \log P(j) \leq \log_2 N, \quad \forall k. \quad (3)$$

그러나, 인덱스들 사이에 상관성이 존재하는 경우, 이를 적절히 이용하여 부호화하면 벡터당 평균 비트수는 더욱 더 감축될 수 있다.<sup>[6]</sup> 본 논문에서는, 이전 벡터에 할당된 인덱스에 따라 현 벡터에 할당되는 인덱스의 발생 분포는 달라진다는 사실을 이용하여, 그림 2에 나타낸 바와 같이 이전 인덱스에 따라 서로 다른 엔트로피 부호책을 사용하여 현 인덱스를 부호화한다.

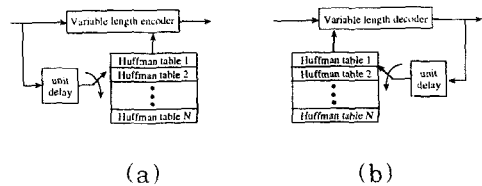


그림 2. 조건부 엔트로피 부호기 (a) 부호기 (b) 복호기  
Fig. 2. Conditional entropy coder : (a) encoder (b) decoder.

이 경우, 입력 신호들이 정상적이라고 가정한다면, 구획당 평균비트수는 다음 (4) 식과 같이 정의되는 인덱스의 조건부 엔트로피  $H(X_k|X_{k-1})$ 에 근접하게 된다.

$$\begin{aligned}
 H(X_k|X_{k-1}) &= - \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^N P(X_k = j, X_{k-1} = m) \\
 &\quad \cdot \log_2 P(X_k = j|X_{k-1} = m) \\
 &= H(X_n|X_{n-1}) \quad \forall n, k.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

그런데, 임의의 불규칙 변수 A, B 에 대해,

$$H(A) \geq H(A|B). \text{ 단, A, B가 서로 독립인 경우 등호 성립} \tag{5}$$

이므로<sup>[7]</sup>, 현 인덱스가 이전 인덱스와 상관성이 있는 경우에는 (4)식의 조건부 엔트로피가 (3)식으로 표현되는 엔트로피보다 작음을 알 수 있다. 실제 한 예로서 부호책의 크기가 64, 128인 경우 인덱스의 엔트로피와 조건부 엔트로피를 계산하여, 표 1에 비교하였으며, 표에서 보듯이 인덱스의 조건부 엔트로피는 엔트로피보다 상당히 작음을 확인할 수 있다. N=128인 경우 인덱스의 조건부 확률 분포를 그림으로 나타내면 그림 3과 같다. 그림 3에서, 가로축은 이전 벡터에 할당된 인덱스를, 세로축은 현 벡터의 인덱스를 나타내며, 그림에서 보듯이 이전 벡터의 인덱스에 따라 현 인덱스의 발생 확률 분포는 상당히 다르게 나타남을 알 수 있다. 또한, 표 1의 네번째와 다섯번째 열은 인덱스를 엔트로피 부호화, 조건부 엔트로피 부호화하였을 때의 벡터당 평균 비트율을 나타내며, 각각은 엔트로피와 조건부 엔트로피에 매우 가까움을 확인할 수 있다.

표 1. 엔트로피와 조건부 엔트로피  
Table 1. Entropy and conditional entropy.

	엔트로피 및 조건부 엔트로피 (bits)		부호화 결과 (bits/vector)	
	엔트로피	조건부 엔트로피	엔트로피 부호화	조건부 엔트로피 부호화
N = 64	5.473	3.084	5.501	3.119
N = 128	6.283	3.583	6.313	3.631

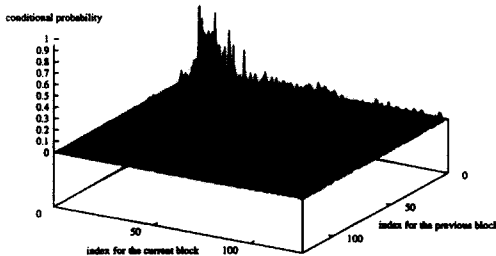


그림 3. 조건부 확률 밀도 함수  
Fig. 3. Conditional probability density function.

### 3. 엔트로피 제한 벡터 양자화<sup>[4]</sup>

실제의 경우, 영상신호를 표현하기 위해 사용 가능한 비트수는 제한되어 있고, 이렇게 제한된 비트수 내에서 최소의 왜곡을 가지는 신호를 복호기에서 복원할 수 있도록 하는 것이 부호화의 목적이다. 각 벡터를 독립적으로 양자화하고 그 인덱스를 부호화하는 경우, 위의 문제는 아래 (6)식을 만족하는  $\alpha, \beta, \gamma$ 를 얻는 문제와 같아진다.

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize } E[d(v, \beta(\alpha(v)))], \\
 &\text{under the constraint of } E[l(\gamma(\alpha(v))) \leq Bv \subseteq R^m \tag{6}
 \end{aligned}$$

여기서, B는 벡터당 주어진 평균 비트수를, l(b)는 부호어 b의 길이를, v는 입력벡터를 나타내며, E(X)는 X의 기대값(expectation)을 나타낸다. 그런데, (6)식의 제한 조건으로 명시된 평균 부호길이는 앞의 2절에서 본 것처럼 그 인덱스의 엔트로피에 한없이 가깝게 만들어 질 수 있으므로, (6)식은 곧 인덱스의 '엔트로피'를 제한한 상태에서 평균 왜곡을 최소화하는 문제와 같아지게 되고, 따라서 이렇게 얻어지는 벡터 양자기는 '엔트로피 제한 벡터 양자기'라 불린다. (6)식의 제한 문제(constrained problem)는 라그랑 곱셈자(Lagrangue multiplier)를 도입함으로써 아래 (7)식과 같은 비제한 문제(unconstrained problem)로 변형될 수 있으며,

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize } J = E[d(v, \beta(\alpha(v)))] \\
 &\quad + \lambda \cdot (mE[l(\gamma(\alpha(v))) - B], v \subseteq R^m \tag{7}
 \end{aligned}$$

반복적 강하 방법을 사용하여 이 함수가 최소화되도록  $\alpha, \beta, \gamma$ 를 차례로 갱신해 나가면, 위의 (6)식을 만족하는 벡터 양자기를 얻을 수 있다.<sup>[4]</sup>

## III. 조건부 엔트로피 제한 벡터 양자기

### 1. 제안하는 벡터 양자기

II 장 3절에서 설명한 바와 같이 비트율이 제한되어 있는 상태에서 최적의 부호화를 행하기 위해서는, 각 입력벡터의 인덱스를 선택할 때 왜곡 뿐 아니라 비트수도 동시에 고려해야 한다. 그런데, 그림 2에서와 같이 현 입력벡터의 인덱스를 이전 벡터의 인덱스에 따라 조건부 엔트로피 부호화하는 경우, 현재 입력된 벡터에 인덱스를 할당하는 것은 그 구획의 왜곡과 비트수에만 관계하는 것이 아니라, 다음 벡터의 인덱스를 부호화하는 데 필요한 비트수에도 영향을 미치게 된다. 따라서, 각 입력벡터를 독립적으로 양자화, 부

호화해서는 최적의 성능을 얻을 수 없고, 현 벡터에 대한 인덱스의 결정은 이후의 모든 입력벡터들까지 고려해서 이루어져야 함을 알 수 있다. 이를 실제 구현 가능하게 하기 위해서, 본 논문에서는<sup>[6]</sup>에서와 같이, 일정한 갯수의 연속되는 입력 벡터들을 모아 하나의 벡터열(vector sequence)을 구성한 후, 왜곡과 비트수를 동시에 고려하여 이 벡터열에 최적인 인덱스열을 할당한다. 이 경우 (1)식에서의 함수  $\alpha, \beta, \gamma$ 에 해당하는 함수들을 각각  $\underline{\alpha}, \underline{\beta}, \underline{\gamma}$ 로 나타낼 경우, 이는 아래 (8)식과 같이 정의된다. 즉, 하나의 벡터열을 이루는 벡터의 갯수를  $L$ 이라 하면, 이들은 각각

$$\begin{aligned} \underline{\alpha}: R^{M \times L} &\rightarrow I^L, \\ \underline{\beta}: I^L &\rightarrow C^L \subset R^{M \times L}, \\ \underline{\gamma}: I^L &\rightarrow \underline{W} = W \times W_c^{L-1} \end{aligned} \quad (8)$$

와 같다. 여기서 사용된 집합간의 연산은 다음의 정의를 따른다.

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\} \\ A^L &= A \times A \times \dots \times A \quad : L-1 \quad : L-1 \text{ 번 연산} \end{aligned}$$

또한, (8)식에서  $I, C$ 는 (1)식에서 정의된 바와 같고,  $C$ 는 인덱스열 중에서 첫번째 입력벡터에 할당된 인덱스를 부호화하기 위한 이전 부호어들의 집합으로서 (1)식에서와 같으며,  $W_c$ 는 그 외의 인덱스를 조건부 엔트로피 부호화하기 위한 것이다. 즉, 함수  $\underline{\gamma}$ 는 하나의 인덱스열을 입력으로 받아 첫번째 인덱스는 독립적으로 부호화하며, 그 이후의 모든 인덱스는 이전 인덱스를 이용하여 조건부 엔트로피 부호화함으로써 이전 부호어들을 출력한다.

$$\begin{aligned} \underline{\gamma}(i) &= \underline{\gamma}(i_1, i_2, \dots, i_L) \quad i_j \in I, j=1, 2, \dots, L, \\ &= (w_1, w_2, \dots, w_L), w_1 \in W, w_k \in W_c, k=2, 3, \dots, L. \end{aligned}$$

$$w_j = \begin{cases} \gamma(i_j), & j=1, \\ \gamma_c(i_j, i_{j-1}), & 2 \leq j \leq L. \end{cases}$$

위에서,  $\underline{\gamma}$ 는 (1)식에서 설명한 엔트로피 부호화를,  $\underline{\gamma}_c$ 는 II장 2절에서 설명한 조건부 엔트로피 부호화를 나타낸다. 한편, (8)식에서  $\underline{\beta}$ 는 입력된 인덱스열의 각 인덱스에 대해 그에 해당하는 대표 벡터를 차례로 출력하므로, 각 벡터를 독립적으로 양자화하는 경우와 사실상 같음을 알 수 있다. 그러나, (8)식에서 함수의 역할은 주어진 입력벡터열에 가장 최적인 인덱스열을 찾는 것으로, 이는 기존의 인덱스 결정 방법

으로는 실현될 수 없으며, 우리는 다음에 설명하는 비터비의 탐색 방법<sup>[9]</sup>을 도입하여 이를 구현한다. 제안하는 벡터 양자기의 부호기 및 복호기를 구체적으로 나타내면 그림 4와 같다.

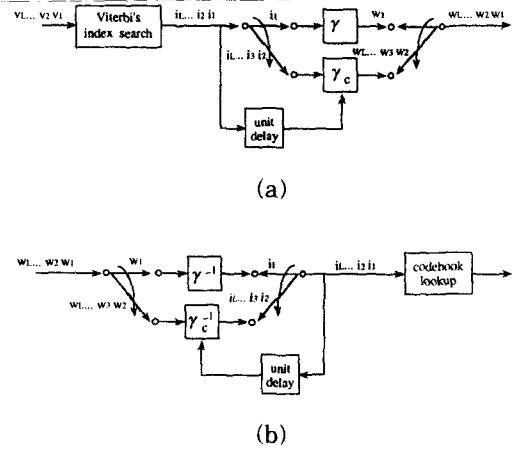


그림 4. 제안하는 벡터 양자기의 구획도  
(a) 부호기 (b) 복호기

Fig. 4. Block diagram of the proposed vector quantizer :  
(a) encoder (b) decoder.

2. 비터비식의 인덱스열 결정 방법

주어진 벡터열  $\underline{v} = (v_1, v_2, \dots, v_L) \in R^{L \times M}$ 에 인덱스열  $i = (i_1, i_2, \dots, i_L)$ 을 할당하였을 때, 그 벡터열에서 발생한 비트수  $l(i)$ 와 누적 왜곡  $d(\underline{v}, i)$ , 그리고 라그랑 곱셈자  $\lambda$ 를 사용하여 다음과 같은 새로운 비용 함수  $M$ 를 정의하자

$$M(\underline{v}, i) = d(\underline{v}, i) + \lambda \cdot l(i), \quad i \in I^L \quad (9)$$

단,  $d(\underline{v}, i) = \sum_{j=1}^L d(v_j, \beta(i_j))$

$$\begin{aligned} l(i) &= \sum_{j=1}^L l(w_j) \\ &= l(\gamma(i_1)) + \sum_{j=2}^L l(\gamma_c(i_j, i_{j-1})). \end{aligned}$$

위의 비용함수를 최소로 하는 최적의 인덱스열은, 실제 일어날 수 있는 모든 인덱스열( $N^L$ 가지)에 대해 (9)식을 계산, 비교함으로써 찾아질 수 있으나, 이는 너무나 많은 계산량을 필요로 하므로 실제 구현이 불가능해진다. 그 대신, (9)식의 비용 함수는

$$M(\underline{v}, i) = [d(v_1, \beta(i)) + \lambda \cdot l(\gamma(i))] + \sum_{j=2}^L [d(v_j, \beta(i_j)) + \lambda \cdot l(\gamma_c(i_j, i_{j-1}))] \quad (10)$$

와 같이 표현될 수 있으므로, 비터비 알고리즘[9]을 통하여 효율적으로 최적의 인덱스열을 찾을 수 있다. 그림 5는 그 알고리즘을 설명하기 위한 트랜시스 다이어그램이며, 왼쪽에서  $j$ 번째 위에서  $k$ 번째의 노드는 한 벡터열의  $j$ 번째 입력벡터에 할당된 인덱스가  $k$ 임을 나타낸다. 이제, 노드  $n_j^k$ 에 이르는 길들의 집합  $P_j^k$ 을

$$P_j^k = \{(i_1, i_2, \dots, i_{j-1}, k) \mid i_m \subseteq I, m = 1, 2, \dots, j-1\}$$

와 같이 정의하면 각 노드  $n_j^k$ 는 이에 이르는 모든 길들 중 이 때까지 누적된 비용함수를 최소로 하는 길  $p_j^k \subseteq P_j^k$  이 때의 누적 비용함수  $M_j^k$ 를 저장하게 된다. 이제, 다음과 같은 단계를 통해 비용함수를 최소로 하는 인덱스열  $p_{opt}$ 을 구할 수 있다.

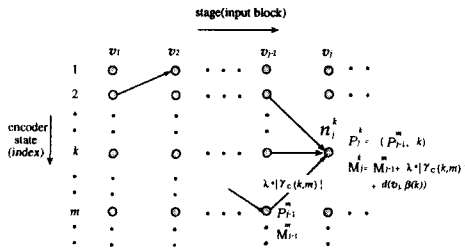


그림 5. 비터비 방식을 이용한 최적의 인덱스열 탐색 방법  
Fig. 5. Optimal index sequence search using the Viterbi algorithm.

인덱스열 탐색 과정 :

단계 0 :  $j = 1$

모든  $n=1, 2, \dots, N$ 에 대해서

$$M_1^n = d(v_1, \beta(n)) + \lambda \cdot l(\gamma(n)), p_1^n = (n).$$

단계 1 :  $j \leftarrow j+1$

모든 모든  $n=1, 2, \dots, N$ 에 대해서

$$k = \arg \min_m (M_{j-1}^m + \lambda \cdot l(\gamma_c(n, m)))$$

$$M_j^n = M_{j-1}^k + [d(v_j, \beta(n)) + \lambda \cdot l(\gamma_c(n, k))], p_j^n = (p_{j-1}^k, n).$$

단.  $p = (p_1, p_2, \dots, p_j)$ 일 때,  $(p, k) = (p_1, p_2, \dots, p_j, k)$

단계 2 :  $j = L$ 이면, 단계 3으로, 아니면, 단계 1

로 간다.

단계 3 :  $k = \arg \min_n M_L^n, p_{opt} = p_L^k.$

3. 조건부 엔트로피 제한 벡터 양자기의 설계 방법  
이제, 제안하는 벡터 양자기  $\alpha, \beta, \gamma$ 를 최적화시키기 위하여 II 장 3절에서와 유사한 방법으로 라그랑 함수  $J$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$J = E[d(\underline{v}, \underline{\beta}(\alpha(\underline{v}))) + \lambda \cdot E[l(\underline{\gamma}(\alpha(\underline{v})))]] \quad (11)$$

$$\underline{v} \subseteq R^{L \times M}.$$

그런데, II 장 2절에서 설명한 바와 같이 입력벡터열 당 평균 비트수는

$$E[l(\underline{\gamma}(\alpha(\underline{v}))) \approx H(X_k) + (L-1) \cdot H(X_k | X_{k-1})$$

가 되고  $L$ 이 상당히 큰 경우에는 이는 거의 인덱스의 '조건부 엔트로피'에만 관계하므로, (11)식을 최소화함으로써 얻어지는 벡터 양자기를 우리는 '조건부 엔트로피 제한 벡터 양자기'라 한다. (11)식의 최소화 과정은 [4]에서와 비슷하다. 실제 입력 신호들의 공동 확률밀도함수(joint probability density function)는 알 수 없기 때문에, 많은 경우 벡터 양자기를 설계하기 위해 훈련 벡터열을 사용하며, 여기서는 주어진 훈련 벡터열에 대해 (11)식을 최소로 하는 벡터 양자기의 설계 방법에 대해 설명한다. 이를 단계별로 나타내면 다음과 같다. 여기서, 주어진 훈련열은  $L_c$ 개의 벡터열로 구성되었다고 가정한다.

벡터 양자기 최적화 과정 :

주어진 것 : 훈련열  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{L_c}\}, v_k \subseteq R^{L \times M}, k=1, 2, \dots, L_c$

라그랑 곱셈자  $\lambda$ , 거리 측정자  $d$ ,

수렴 임계치  $\epsilon$ , 부호책의 크기  $N$ ,

초기 VQ 부호책  $\beta$  및 엔트로피 부호책  $\gamma$

초기 비용 함수  $J_0 = \infty$

단계 1 : 훈련열의 각 벡터열  $v_k$ 에 대해 최적의 인덱스열  $i_k \subseteq I$ 을 할당한다.

단계 2 : 단계 1에서 구해진 인덱스열들에 대해, 평균 왜곡을 최소화하도록 VQ 부호책  $\beta$ 를 재구성한다.

단계 3 : 단계 1에서 구해진 인덱스열들에 대해, 평균 부호 길이를 최소화하도록 엔트로피 부호책  $\gamma$ 를 재구성한다.

단계 4 :  $J = \frac{1}{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} [d(v_k, \beta(i_k)) + \lambda \cdot l(\gamma(i_k))]$  (12)

$\frac{J_0 - J}{J} > \epsilon$  이면,  $J_0 \leftarrow J$  그리고 단계 1로,

아니면, 반복을 멈춘다.

위 과정에서 단계 1은 앞의 2절에서 설명한 비터비식의 탐색 방법을 도입함으로써 구현될 수 있으며, 이 과정에서는 재구성된(혹은 주어진 초기의) 부호책과 엔트로피 부호책에 대해서 (12)의 라그랑 함수가 최소로 되도록 인덱스열을 결정한다. 또한, 단계 2와 단계 3에서는 각각 이렇게 얻어진 인덱스열들에 대해 (12)식의 첫번째 항과 두번째 항을 최소화하도록  $\beta$ 와  $\gamma$ 가 각각 재구성되므로, (12)식의 값은 위의 과정들이 반복됨에 따라 단조 감소하게 된다. 또한, (12)식의 함수 J는 음의 값을 가질 수 없으므로 즉, 아래쪽으로 제한되어 있으므로(lower bounded)- 함수값은 과정이 반복됨에 따라 수렴하고, 결과적으로 얻어지는 벡터양자기는 최소한 부분적으로 최적임(locally optimal)을 보장할 수 있다. 위에서 라그랑 곱셈자의 값은, 부호화할 때 평균 왜곡과 평균 비트수 중 어느 것에 비중을 둘 것인지를 결정하는 파라미터이다. 즉, 비트수가 심하게 제한되어 있는 경우-사용가능한 대역폭이 매우 좁은 경우에는 상대적으로 큰 라그랑 곱셈자의 값을 사용하여야 한다. 한편 라그랑 곱셈자의 값이 '0'인 경우는 LBG 알고리즘을 통해 얻을 수 있는 표준 벡터양자기에 해당한다.

IV. 모의 실험 결과 및 검토

제안하는 벡터 양자기의 성능을 분석하기 위해 우리는 이를 정지 영상의 부호화에 적용하여 실험하였다. 성능의 비교를 위해, 인접 블럭간의 상관성을 이용하지 않는 ECVQ도 실험하여 그 결과를 나타내었다. 부호책 설계를 위해서는, 512x512 크기의 그레이 레벨 영상 12장("Bank", "Girl"등을 포함하는 USC 데이터 영상)으로 구성된 훈련 벡터열을 사용하였다. 제안하는 벡터 양자기와 ECVQ 두 경우 모두에 대해, 거리 측정자로는 평균 자승 오차를 사용하였으며, 양자화 단위 벡터의 크기 M은 4x4로, 부호책의 크기 N은 128로, 수렴 임계치  $\epsilon$ 의 값은 0.005로 하였다. 벡터열의 길이가 1, 16, 64, 128일때, 위 훈련열에 대한 제안하는 벡터 양자기의 평균 비트율과 평균 왜곡의 관계를 나타내면 그림 6과 같다. 실제 그림에서는 평균 왜곡을, PSNR(peak signal-to-noise ratio)을 사용하여 대수 척도(logarithmic scale)로 표시하였으며, 이는 화소당 평균 왜곡을  $\sigma_{err}^2$ 이라 할 때 다음과 같이 정의된다.

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{255^2}{\sigma_{err}^2}$$

실제 평균 왜곡과 평균 비트율의 관계를 얻기 위해서는 여러 가지  $\lambda$ 의 값에 대해 III장 3절에 설명된 과정을 반복해야 하며, 본 실험에서는 의 값을 0(그림 6의 우측 상단에 해당)에서부터 시작하여 100씩 증가시키면서 실험하였다.  $\lambda$ 의 값이 0인 경우에는 LBG<sup>[11]</sup> 방법으로 얻은 부호책을 초기 VQ 부호책으로, 그 이외에는 바로 이전에 얻은 VQ 부호책과 엔트로피 부호책을 현재의 초기 VQ 부호책과 초기 엔트로피 부호책으로 사용하였으며, 엔트로피 부호로는 허프만 부호<sup>[3]</sup>를 사용하였다. 그림 6에서 벡터열의 길이가 1인 것은 ECVQ에 해당하며, 그림에서 보듯이 벡터열의 길이가 길어질수록 그 성능이 향상됨을 알 수 있다.

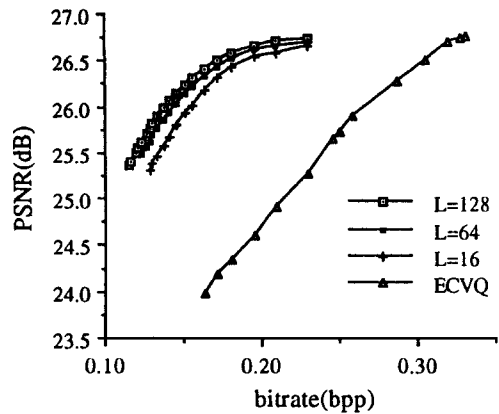


그림 6. 제안하는 벡터 양자기의 평균 비트율과 평균 왜곡의 관계

Fig. 6. The relation between the average bitrate and the average distortion of the proposed vector quantizer.

이렇게 얻은 부호책을 "Lena" 영상에 적용하여 얻은 결과는 그림 7에 나타낸 바와 같다. 여기서 벡터열의 길이는 128로 하였으며, "Lena" 영상은 앞의 훈련 벡터열에 포함되지 않은 영상이다. 그림 7에서 보듯이 제안하는 방법, 인접 블럭간의 상관성을 이용하지 않는 기존의 ECVQ에 비하여 같은 비트율에서는 약 1.0 ~ 3.0 dB 높은 PSNR을 나타내고, 같은 PSNR을 갖는 경우에는 약 25 ~ 45 %의 비트율 개선을 가져옴을 알 수 있다.

제안하는 벡터 양자기는 그 구조상 ECVQ에 비해 훨씬 더 많은 '메모리'와 '계산량'을 요구한다. 즉, 이전 블럭의 인덱스에 따라 사용되는 허프만 부호책이 달라지므로, 부호벡터의 갯수(N)만큼의 허프만 부호책이 필요하게 된다. 또한, 각 허프만 부호책은

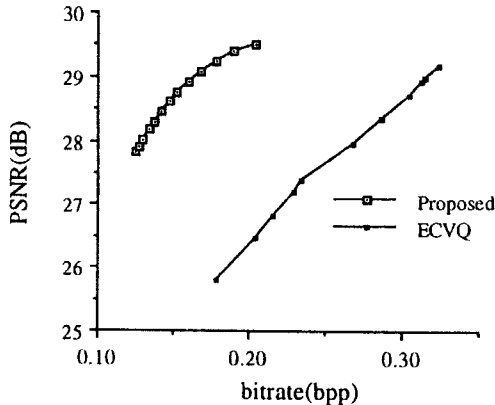


그림 7. Lena 영상에 대한 PSNR 성능  
Fig. 7. PSNR performance for "Lena" image.

$N$ 개의 부호어를 지녀야 하므로, 결과적으로 모두  $N^2$ 개의 부호어를 저장할 메모리가 필요하게 된다. 이는 1개의 허프만 부호책( $N$ 개의 부호어)을 사용하는 ECVQ에 비해 매우 큰 것으로, 실제 구현시 큰 문제가 된다. 그러나, 이전 블록에 할당된 인덱스가 주어진 경우, 현 인덱스의 발생 확률 분포는 주로 몇몇 인덱스들에 집중되므로, 'ESCAPE' 부호<sup>12)</sup>를 사용하면, 평균 비트율을 크게 높이지 않으면서도 허프만 부호책의 '크기'를 줄일 수 있게 된다.

또한, 서로 다른 인덱스들이 이전 블록에 할당된 경우에도 현 블록에 할당되는 인덱스의 분포들은 매우 유사한 경우가 많고, 이러한 '이전 인덱스들'에 대해 하나의 허프만 부호책을 사용하면, 부호화 효율을 크게 떨어뜨리지 않으면서도 허프만 부호책의 '갯수'를 줄일 수 있다. 이를 위한 최적의 '신호원 통합 방법' (source merging method)은 앞으로의 연구의 초점이다.

제한한 벡터 양자화의 부호기에서 요구되는 '계산량'은 대부분 비터비 탐색을 위한 것이다. 실제로, (10)식에서 보듯이 입력벡터열 내의 왜곡은 현재 입력된 벡터에만 의존하므로 각 벡터마다 독립적으로 계산될 수 있고, (9)식에서 비트수는 입력벡터에는 무관하고 부호화 과정 중 라그랑 곱셈자의 값은 변하지 않으므로, 라그랑 곱셈자와 비트수와의 곱셈도 사실상 필요 없게 되어, 결국 최적의 인덱스열을 찾기 위해 필요한 곱셈수는 ECVQ나 기존의 벡터 양자화에 비해 증가하지 않는다. 그러나, 트렐리스 탐색 과정에서 매 블록당 요구되는 비교와 덧셈의 수는 약  $N^2$ (ECVQ에서는  $N$ )으로 매우 커지므로, 이를 실제 구현하기 위해서는 병렬 처리 기법이 요구된다.

## V. 결론

벡터 양자화시에 발생하는 인덱스의 조건부 엔트로피는 인덱스들간에 존재하는 높은 상관성으로 인해 엔트로피보다 매우 낮게 된다. 벡터 당 평균 비트율을 이러한 조건부 엔트로피에 근접하도록 낮추기 위해 우리는 조건부 엔트로피 부호화를 도입하였으며, 이를 제한한 상태에서 평균 왜곡을 최소화하는 과정을 통해 제안하는 벡터 양자기를 최적화하였다. 구체적인 부호책 설계과정은 기존의 엔트로피 제한 벡터 양자기에서의 방법과 유사하며, 그 외에도 최적의 인덱스열을 찾기 위해 비터비의 탐색 방법을 도입, 적용하였다. 영상 모의 실험을 통해 제안하는 벡터 양자화 방법, 벡터간의 상관성을 고려하지 않는 기존의 엔트로피 제한 벡터 양자기에 비해 PSNR의 관점에서 약 1.0~3.0 dB 우수한 성능을 나타냄을 확인하였다. 그러나 이를 실제 영상의 부호화에 적용하기 위해서는 허프만 부호책의 갯수나 크기를 줄여야 하며, 이를 효과적으로 수행하기 위한 최적의 '신호원 통합 방법' (source merging method)은 앞으로 연구의 초점이다.

## 參考文獻

- [1] Y.Linde, A.Buzo, and R.M.Gray, "An algorithm for vector quantizer design," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-28, pp.84-95, Jan. 1980.
- [2] A.Gersho and R.M.Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*, pp.555-585, Kluwer Academic Publisher, 1992.
- [3] D.A.Huffman, "A method for the construction of minimum-redundancy codes," *Proc. I.R.E.*, vol.40, pp.1098-1101, Sep. 1952.
- [4] P.A.Chou, T.Lookbaugh, and R.M.Gray, "Entropy-constrained vector quantization," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol.ASSP-37, pp.31-42, Jan. 1989.
- [5] H.M.Hang and J.W.Woods, "Predictive vector quantization of images," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol.33, pp.1208-1219, Nov. 1985.
- [6] N.M.Nasrabadi and Y.Feng, "Image



- compression using address-vector quantization," *IEEE Trans. Commun.*, vol.38, pp.2166-2173, Dec. 1990.
- [7] A.Paoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Process*, pp.549-558, McGraw-Hill International Editions, 1991.
- [8] C.D.Bei and R.M.Gray, "Simulation of vector trellis encoding systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-34, pp.214-218, Mar. 1986.
- [9] G.D.Forney,Jr., "The Viterbi algorithm," *Proc. IEEE*, vol.61, Mar. 1973
- [10] T.R.Fischer, M.W.Marcellin, and M.Wang, "Trellis-coded vector quantization," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp.1551-1566, Nov. 1991.
- [11] T.R.Fischer and M.Wang, "Entropy-constrained trellis-coded quantization," *IEEE Trans. IT.*, vol. 38, pp. 415-426, Mar. 1992.
- [12] CCITT SG XV Recom. H. 261, *Video Codec for Audiovisual Services at px64 kbit/s*, July 1990.

---

 著者紹介
 

---



徐庸暢(準會員)

1968年 1月 26日生. 1990年 2月  
경북대학교 전자공학과 졸업.  
1994年 2月 서울대학교 대학원 졸  
업. 1994年 3月 ~ 현재 한국통신  
전자운용연구단 연구원. 주관심  
분야는 영상 신호처리 등임.

李承駿(正會員) 第 31卷 B編 第 7號 參照

현재 서울대학교 전자공학과 박사  
과정

•

李忠雄(正會員) 第 28卷 A編 第 4號 參照

현재 서울대학교 전자공학과 교수