

노치에서 發生된 龜裂의 應力擴大係數 解析

Stress Intensity Factor Determination on the Crack Initiated from Notch Tip

조 용 근* · 박 종 주* · 임 창 현** · 석 창 성*** · 최 용 식***

Y. G. Cho · J. J. Park · C. H. Lim · C. S. Seok · Y. S. Choy

ABSTRACT

This paper has described the analysis of the Stress Intensity Factor behaviour of a short crack initiated from notch tip. The model for finite element analysis is a double edge notched specimen. The parameters used in this study are crack length and notch root curvature radius.

1. 서 론

피로하중을 받는 각종기계 및 구조물의 파손사례를 검토해 보면 대부분의 경우 부재에 존재하는 노치등의 응력집중원에서 개시된 균열이 진전을 계속하여 최종파괴에 이르는 것으로 분석되고 있다. 따라서 이러한 부재의 안전성을 평가하기 위하여는 균열의 성장거동에 대한 연구가 필요하다 하겠다.

부재에 내재하는 균열의 성장거동을 보면 응력집중원에서 발생된 짧은 균열이 점차 진전하여 기존의 파괴역학적 설계기준에 부합되는 긴균열로 성장하게 되고, 이를 토대로 하여 안전설계를 하고 있

다. 이러한 긴균열의 거동을 근거로한 응력확대계수 K(SIF; Stress Intensity Factor) 해석은 거의 정립되어 있으나 긴균열의 성장거동과는 판이하게 다른 경향을 보이는 노치등에서 발생한 짧은균열의 연구는 미진한 상태이며, 균열길이에 대한 크기의 구분도 단순히 1mm 이하로만 발표된 실정이다¹⁾.

Dowling²⁾, Smith³⁾ 등의 연구보고에 의하면 노치와 같은 응력집중원의 영향을 받는 부위에서의 균열거동을 긴균열에 기초한 K식을 평가하는 경우에는 실제 조건보다 지나치게 보수적인 경향을 나타낸다고 되어 있다. 그러므로, 균열거동을 정확히 예측하여 실제 설계에 적용하기 위해서는 노치의 영향을 받는 짧은균열의 K거동을 파악할 필요성이

* 성균관대학교 대학원

** 대림전문대학 공업재료과

*** 성균관대학교 기계공학과

있으며, 노치에서 파생된 균열의 거동이 노치의 영향을 받지 않게 되는 경계지점의 파악도 매우 중요한 연구과제라 할 수 있다.

이에 본 연구에서는 노치곡률반경의 크기가 균열 성장거동에 미치는 영향을 파악하여 노치곡률반경의 변화에 따른 K값의 변화를 알아보고, 이를 통해 노치의 영향을 받지 않게 되는 균열길이와 노치곡률반경과의 관계를 고찰하고자 한다.

2. 유한요소 해석모델

유한요소 해석 모델은 Fig. 1과 같은 양단노치시편(double edge notched specimen)으로 시험편의 형상이 상하, 좌우 대칭이므로, 시편의 1/4에 대하여만 mesh를 구성하였다. 이 모델에서 폭 W를 70mm, 노치깊이 d를 10.5mm로 고정하고, 노치곡률반경 R이 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5mm인 5가지 경우에 대하여 균열길이를 변화시키며 해석을 수행하였다. 본 연구에서의 주요 관점은 노치선단으로부터 발생한 짧은균열의 K거동이 주해석 대상이므로 노치선단으로부터의 균열길이 l을 0.5mm이하까지는 0.1mm씩 진전시키고, 그 이후에는 단계적으로 증가시켜 총길이가 5mm일 때까지의 해석을 수행하였다.

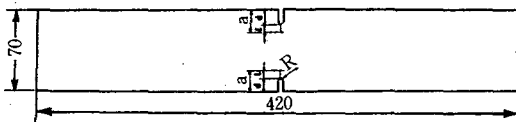


Fig. 1 Shape of the model for finite element analysis

3. 2차원 유한요소 해석

유한요소해석에는 범용 유한요소해석 program인 ANSYS를 이용하였다. 이때 사용한 요소망은 8절점 등매개 요소(8-node isoparametric element)이며, 균열선단(crack-tip) 근방은 특이성을 고려하여 triangular quarter-point isoparametric element를 사용하였다^{4),5)}. 또한, 해석된 총 elements수는 528~569개이고, 총 nodes수는 1645~1736개이다.

Fig. 2는 해석모델에 대한 유한요소 mesh의 한 예를 도시한 것이다. 해석에 사용된 mesh의 효율성은 노치선단으로부터 균열이 충분히 성장하여 긴

균열로 가정할 수 있는 5mm의 균열길이에 대해 해석된 K값과 양단균열시편(double edge cracked specimen)에 대해 Nisitani가 제안한 K값을 비교하여 설정된 mesh의 타당성을 입증하였다.

응력확대계수 K를 결정하는 해석방법으로는 변위외삽법(displacement extrapolation method)을 이용하였다⁶⁾⁻⁸⁾. 이 방법은 균열선단 부근의 절점 변위(nodal displacement)의 값을 이용하여 균열선단으로부터의 거리 r에 대해 fitting하여 균열선단에서의 K값을 구하는 방법이다. 선형탄성체에서 Y방향의 변위장 v는 Mode I에 해당하는 응력확대계수 K_I을 이용하여 다음과 같이 표시된다.

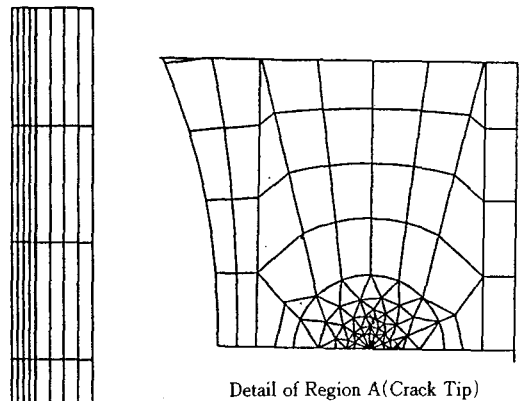


Fig. 2 Two-dimensional mesh design for finite element analysis

$$v = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ \sin \frac{\theta}{2} (\kappa + 1 - 2\cos^2 \frac{\theta}{2}) \right\} \dots \dots \dots (1)$$

여기에서,

- v : displacement in a local cartesian coordinate system
- r, θ : coordinate in a local cylindrical coordinate system
- μ : shear modulus

$$\kappa = \begin{cases} 3-4\nu & \text{for plane strain} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{for plane stress} \end{cases}$$

식 (1)에서 $\theta = 180^\circ$ 일때의 변위장은

$$v = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (\kappa + 1) \dots\dots\dots (2)$$

이 되고 식 (2)를 K_I 에 대하여 정리하면

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2\mu}{\kappa + 1} \frac{v}{\sqrt{r}} \dots\dots\dots (3)$$

이 된다. 식 (3)에서 v 항은 유한요소 해석에 적용될 때 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\frac{|v|}{\sqrt{r}} = A + Br \dots\dots\dots (4)$$

여기서 절점변위는 선형곡선적합(linear curve fit)으로부터 결정되는 상수이고, 절점의 변위값으로부터 $r \rightarrow 0$ 에 접근시키면, 모드 I의 응력확대계수 K_I 은 다음과 같이 된다.

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2\mu A}{1 + \kappa} \dots\dots\dots (5)$$

4. 해석결과 및 고찰

Fig. 1의 모델에 대하여 노치깊이 d 를 10.5mm로 고정하고, 노치곡률반경 R 이 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5mm인 5가지 경우에 대하여 균열길이를 변화시키면서 유한요소해석을 수행하였다. 또한, 노치곡률반경의 영향을 도시적으로 알아보기 위하여 double edge notched specimen에 대한 SIF식으로 무차원 수정계수 F 를 식 (6)과 같이 구하였다.

$$F = \frac{K_{IN}}{K_{IP}} \dots\dots\dots (6)$$

$$K_{IP} = \sigma \sqrt{\pi a} \{1.222 - 0.154(a/W) + 1.807(a/W)^2 - 1.894(a/W)^3 + 2.494(a/W)^4\}$$

- 여기에서,
 F : SIF correction factor
 K_{IN} : SIF for specimen by F. E. M
 K_{IP} : SIF for specimen by H. Nisitani
 a : crack length
 W : width

Fig. 3~8은 각각의 노치곡률반경에 대하여 F-I

관계를 정리한 것이다.

Fig. 3은 노치곡률반경 R 이 0.5mm인 경우의 F-I 관계를 도시한 것이다. I 이 작은 경우에는 노치의 영향으로 F값이 작게 나타나며, I 이 증가할수록 F값이 1에 접근함을 알 수 있다. 이는 I 이 증가하여 노치의 영향을 받지 않을 정도로 충분히 커지게 되면, SIF값이 긴균열에 대한 SIF값에 접근하는 경우로 추정된다.

Fig. 4는 $R = 1$ 인 F-I 선도로서, 노치곡률반경이 커짐에 따라 I 이 작은 경우 F값은 더욱 작은 값을 나타내고, F값이 1에 접근하는 경향도 R 이 작은 경우에 비해 늦게 접근되어, 노치의 영향이 커짐을 알 수 있다. 그러므로 노치 근방에서는 SIF값이 긴균열에 적용되는 SIF값보다 더욱 작은 값을 갖게 되고 노치선단에서 좀 더 멀리 떨어진 곳에서 긴균열에 근거한 SIF식에 접근함을 알 수 있다.

Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7은 $R = 1.5, 2.0, 2.5$ 인 경우의 F-I 관계를 나타낸 것으로 앞서 설명한 바와같이 R 이 커짐에 따라 노치의 영향이 심화되어 노치선단에서의 F값은 더욱 작아지고, 노치의 영향을 받는 균열길어도 점차 증가되는 것으로 나타났다.

Fig. 8은 R 이 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5mm인 경우에 대해 전체를 나타낸 그림으로 노치의 영향에 따른 F값의 경향을 잘 보여주고 있다.

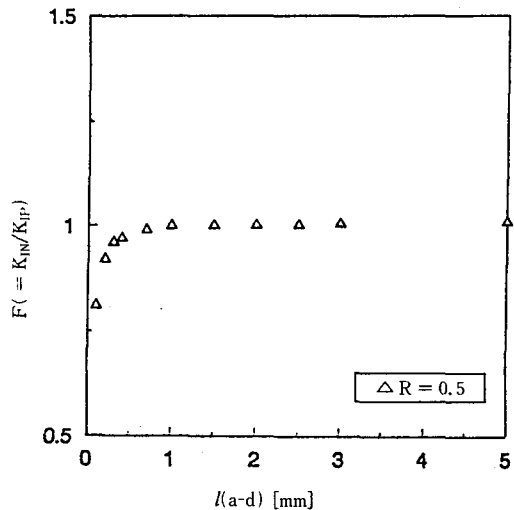


Fig. 3 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

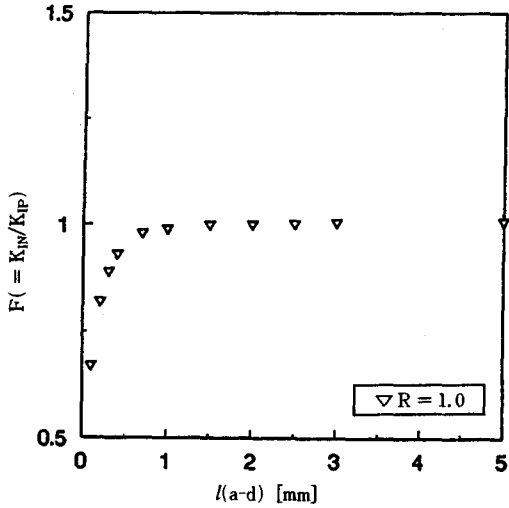


Fig. 4 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

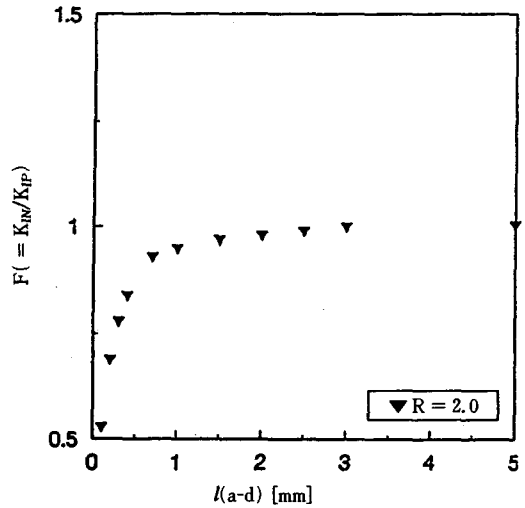


Fig. 6 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

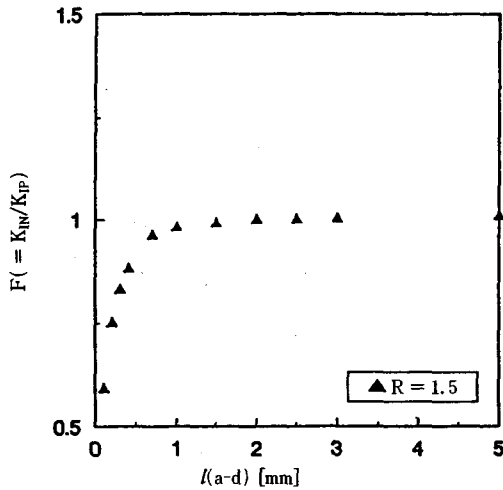


Fig. 5 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

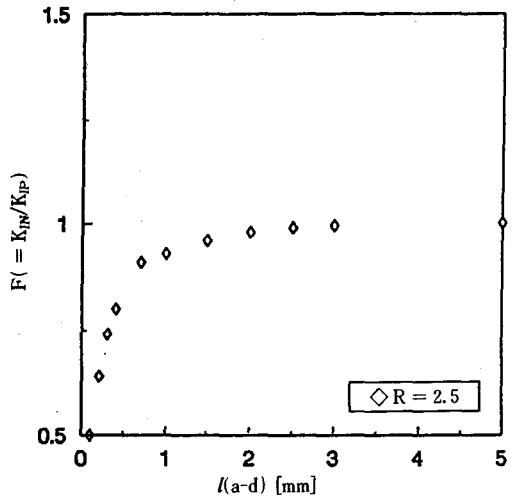


Fig. 7 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

Fig. 9는 SIF K값의 거동이 달라지는 경계균열 길이를 해석하기 위하여 $F-(l/R)$ 관계를 도시한 것으로, 최소자승법을 이용하여 F 와 (l/R) 의 관계를 다음 식으로 수식화 하였다.

$$F = l / (0.9676l + 0.0459R) \dots\dots\dots (7)$$

이 관계로부터 노치의 영향을 받지 않고 균열의 거동을 보이기 시작하는 경계균열길이 l 는 1.42R이 됨을 알 수 있다. 또한, 위의 결과로부터 노

치재의 응력확대계수는 노치에서 발생된 균열길이가 l , 노치 반경이 R 일 때, 다음과 같이 구할 수 있다.

$l \leq 1.42R$ 일 때

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \{ 1.222 - 0.154(a/W) + 0.807(a/W)^2 - 1.894(a/W)^3 + 2.494(a/W)^4 \}$$

$l > 1.42R$ 일 때 (8)

$$\kappa : \begin{cases} 3-4\nu & \text{for plane strain} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{for plane stress} \end{cases}$$

식 (1)에서 $\theta = 180^\circ$ 일때의 변위장은

$$v = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (\kappa+1) \dots\dots\dots (2)$$

이 되고 식 (2)를 K_I 에 대하여 정리하면

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2\mu}{\kappa+1} \frac{v}{\sqrt{r}} \dots\dots\dots (3)$$

이 된다. 식 (3)에서 v 항은 유한요소 해석에 적용될 때 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\frac{|v|}{\sqrt{r}} = A + Br \dots\dots\dots (4)$$

여기서 절점변위는 선형곡선적합(linear curve fit)으로부터 결정되는 상수이고, 절점의 변위값으로부터 $r \rightarrow 0$ 에 접근시키면, 모드 I의 응력확대계수 K_I 은 다음과 같이 된다.

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2\mu A}{1+\kappa} \dots\dots\dots (5)$$

4. 해석결과 및 고찰

Fig. 1의 모델에 대하여 노치깊이 d 를 10.5mm로 고정하고, 노치곡률반경 R 이 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5mm인 5가지 경우에 대하여 균열길이를 변화시키면서 유한요소해석을 수행하였다. 또한, 노치곡률반경의 영향을 도시적으로 알아보기 위하여 double edge notched specimen에 대한 SIF식으로 무차원 수정계수 F 를 식 (6)과 같이 구하였다.

$$F = K_{IN}/K_{IP} \dots\dots\dots (6)$$

$$K_{IP} = \sigma \sqrt{\pi a} [1.222 - 0.154(a/W) + 1.807(a/W)^2 - 1.894(a/W)^3 + 2.494(a/W)^4]$$

- 여기에서,
- F : SIF correction factor
- K_{IN} : SIF for specimen by F. E. M
- K_{IP} : SIF for specimen by H. Nisitani
- a : crack length
- W : width

Fig. 3~8은 각각의 노치곡률반경에 대하여 $F-l$

관계를 정리한 것이다.

Fig. 3은 노치곡률반경 R 이 0.5mm인 경우의 $F-l$ 관계를 도시한 것이다. l 이 작은 경우에는 노치의 영향으로 F 값이 작게 나타나며, l 이 증가할수록 F 값이 1에 접근함을 알 수 있다. 이는 l 이 증가하여 노치의 영향을 받지 않을 정도로 충분히 커지게 되면, SIF값이 긴균열에 대한 SIF값에 접근하는 경우로 추정된다.

Fig. 4는 $R = 1$ 인 $F-l$ 선도로서, 노치곡률반경이 커짐에 따라 l 이 작은 경우 F 값은 더욱 작은 값을 나타내고, F 값이 1에 접근하는 경향도 R 이 작은 경우에 비해 늦게 접근되어, 노치의 영향이 커짐을 알 수 있다. 그러므로 노치 근방에서는 SIF값이 긴균열에 적용되는 SIF값보다 더욱 작은 값을 갖게 되고 노치선단에서 좀 더 멀리 떨어진 곳에서 긴균열에 근거한 SIF식에 접근함을 알 수 있다.

Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7은 $R = 1.5, 2.0, 2.5$ 인 경우의 $F-l$ 관계를 나타낸 것으로 앞서 설명한 바와같이 R 이 커짐에 따라 노치의 영향이 심화되어 노치선단에서의 F 값은 더욱 작아지고, 노치의 영향을 받는 균열길이도 점차 증가되는 것으로 나타났다.

Fig. 8은 R 이 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5mm인 경우에 대해 전체를 나타낸 그림으로 노치의 영향에 따른 F 값의 경향을 잘 보여주고 있다.

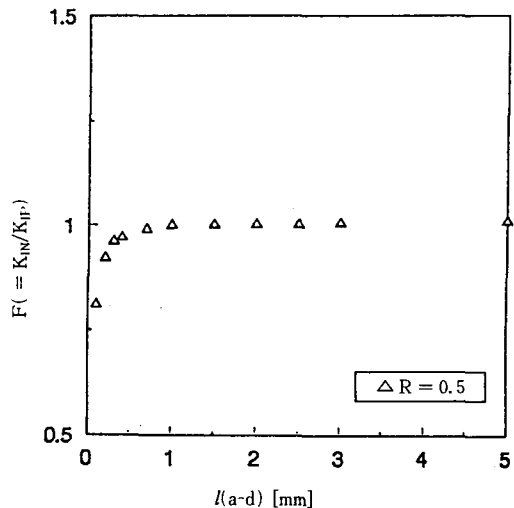


Fig. 3 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

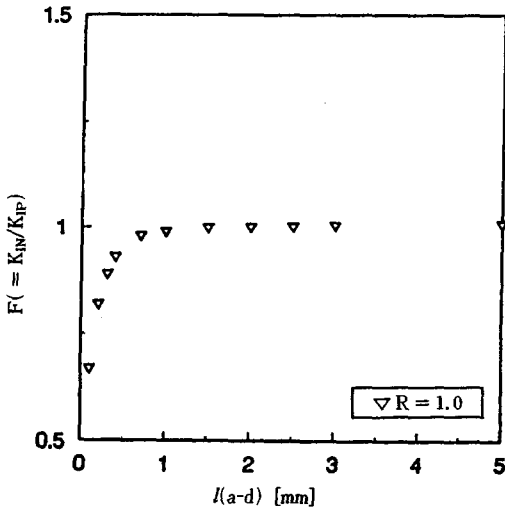


Fig. 4 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

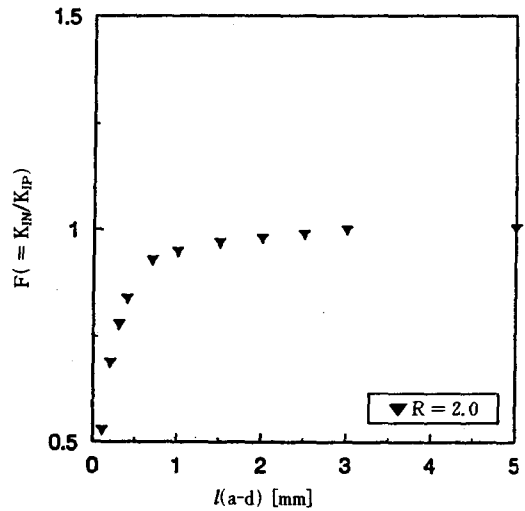


Fig. 6 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

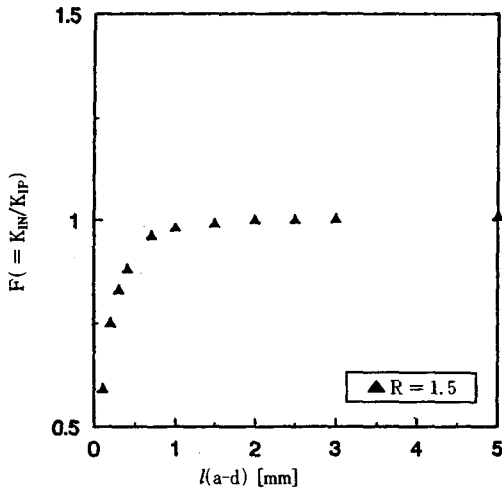


Fig. 5 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

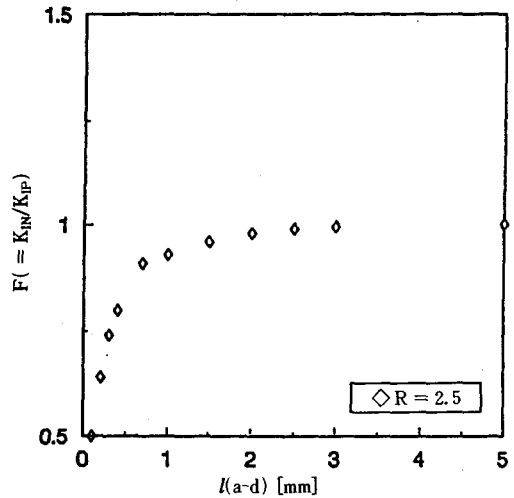


Fig. 7 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

Fig. 9는 SIF K값의 거동이 달라지는 경계균열 길이를 해석하기 위하여 $F-(l/R)$ 관계를 도식한 것으로, 최소자승법을 이용하여 F 와 (l/R) 의 관계를 다음 식으로 수식화 하였다.

$$F = l / (0.9676l + 0.0459R) \dots\dots\dots (7)$$

이 관계로부터 노치의 영향을 받지 않고 긴균열의 거동을 보이기 시작하는 경계균열길이 l 는 $1.42R$ 이 됨을 알 수 있다. 또한, 위의 결과로부터 노

치재의 응력확대계수는 노치에서 발생된 균열길이가 l , 노치 반경이 R 일 때, 다음과 같이 구할 수 있다.

$l \leq 1.42R$ 일 때

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \{ 1.222 - 0.154(a/W) + 0.807(a/W)^2 - 1.894(a/W)^3 + 2.494(a/W)^4 \}$$

$l > 1.42R$ 일 때 (8)

$$K = K_{IP} = \sigma \sqrt{\pi a} \{ 1.222 - 0.154(a/W) + 0.807(a/W)^2 - 1.894(a/W)^3 + 2.494(a/W)^4 \} \dots\dots\dots (9)$$

여기에서,

K_{IP} : SIF for specimen by H. Nisitani

a : crack length

d : notch depth

W : width

5. 결 론

2차원 유한요소법을 이용하여 양단노치에서 발생하는 균열의 응력확대계수를 해석하였으며, 그 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 노치선단에서의 균열길이가 작고, 노치곡률반경이 클수록 수정계수값은 감소하여 작은 응력확대계수값을 가진다.
- 2) 노치곡률반경이 커질수록 노치의 영향을 받는 경계균열길이는 증가하며, 그 길이는 노치곡률반경의 1.42배가 됨을 알 수 있다.
- 3) 노치에서 파생된 균열길이가 노치곡률반경의 1.42배 이상에서는 균열길이를 노치깊이와 노치에서 파생된 균열길이의 합으로 하여 기존의 응력확대계수식에서 응력확대계수를 해석할 수 있다. 또한 노치곡률반경의 1.42배 이하의 균열에 대해서는 기존의 응력확대계수식에 본 연구에서 구한 수정계수 F 를 추가하여 응력확대계수를 해석할 수 있다.

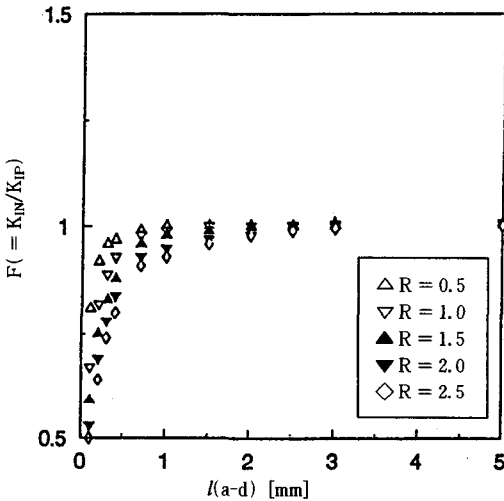


Fig. 8 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

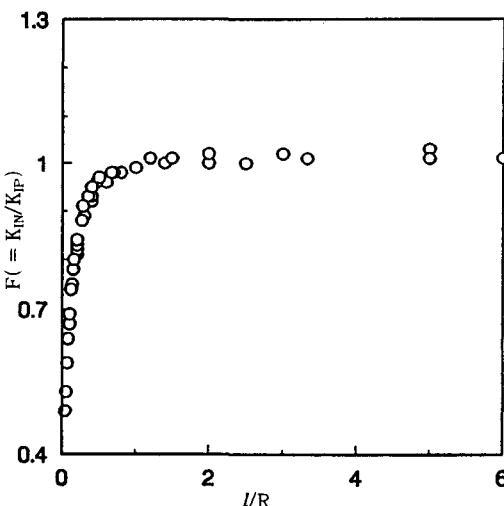


Fig. 9 Non-dimension S. I. F. values analyzed by 2-D F. E. M.

참 고 문 헌

- 1) Suresh, S., and Ritchie, R. O., Propagation of Short Fatigue Cracks, International Metals Reviews, Vol. 29, No. 6, pp. 445~476, 1984.
- 2) Dowling, N. E., Fatigue at Notches and Local Strain and Fracture Mechanics Approaches, Fracture Mechanics, ASTM STP 67, pp. 247~273, 1979.
- 3) Smith, R. A. and Miller, K. J., Fatigue Cracks at Notches, Int. J. Mech. Sci., Vol. 19, pp. 11~22, 1977.
- 4) Fawkes, A. J. and Luxmoore, A. R., An Assessment of Crack Tip Singularity Models for Use with Isoparametric Elements, Engng F. M., Vol. 2, pp. 143~159, 1979.
- 5) Solecki, J. S., Fracture Mechanics, Swanson Analysis Systems, Inc., pp. 1.1~4.9, 1987.
- 6) Zienkiewicz O. C., and Taylor, R. L., The Finite Element Method, McGraw-Hill Book Co., ALindon, pp. 89~102, 1989.
- 7) Liebowitz, H., and Moyer, E. T., Finite El-

ement Methods in Fracture Mechanincs, Computers and Structures, Vol.31, pp.1~9, 1989.

8) Desai, C.S. and Abel, J.F., Introduction to the Finite Element Method, Van Nostran Reinhold Company, pp.77~87, 1972.
