工業經營學會誌 第17卷 第32輯 1994年 11月 221

불완전보전을 고려한 시스템의 최적 정기 예방보전 시기
- Optimum Periodic Preventive Maintenance Time for a System with Imperfect Maintenance -

정 영 배*

Abstract

Almost preventive maintenance policies assumed that the system after pm is as good as new.

Actually this assumption might not be true. The system after pm has failure rate as before pm with probability p and as good as new with probability 1-p.

This paper considers the s-expected cost of the model with imperfect periodic preventive maintenance that increasing minimal repair costs at failure and obtains the optimum periodic preventive maintenance time.

Numerical example are shown in which the failure time of the system has gamma distribution.

1. 서론

시스템이 자동화되고 복잡해짐에 따라 시스템의 고장기회가 많아질 뿐만 아니라, 시스템의 고장으로 인원 및 장비의 유휴비용,생산장비의 기회손실비용도 증가되고 있다.

따라서 시스템의 고장이 발생하기 전에 임의 시점에서 시스템을 보전 주는 것이 시스템자체의 보전비용은 들지만 고장으로 인한 시스템의 유휴비용과 기회손실비용을 막을 수 있어 예방보전의 필요성이 증대되어 왔다.

예방보전에는 교환방침과 수리방침이 있으나 시스템의 가격이 고가인 장비에서는 시스템을 교환하기 보다는 일정한 시간간격을 두고 시스템을 구성하고 있는 부품전체를 정기적으로 수리보전해 주는 것이 타당하다. 또한 컴퓨터나 복잡한 전자장비와 같이 시스템이 복잡해짐에 따라 시스템을 구성하고 있는 각각의 부품의 고장이력을 기록하여 수명예방보전방침을 적용하는 것은 유지비의 증대로 비경제적인 경우가 많아지므로, 정기적으로 일정시점마다 시스템을 구성하고 있는 부품전체를 예방보전해주고, 시스템의 정기보전시기 이내에서 고장이 나면 시스템을 고장직전의 고장률을 갖는 최소수리를 하여 유지해주는 최소수리-정기예방보전방침(minimal repair-periodic maintenance policy) 의 적용이 현실적이라 할 수 있다. 그러나 예방보전후 시스템이 항상 신품과 같이 보전된다는 가정과 보전시기 내에서의 최소수리비용도 수리할 때마다 수리비용이 일정하다는 가정은 현실적이지 못하다.

예방보전후 시스템의 잘못된 조정, 부적합 부품의 교환 또는 예방보전 중의 손상으로 인하여 예방보전후의 시스템의 고장률이 신품과 같이되지 않고 예방보전전과 동일하게 되는 불완전보전의 경우와 최소수리비용도 수리가 행해질 때마다 수리비용이 점점 증가하는 경우를 고려해주는 것이 현실적이라 할 수 있다.

* 인천대학교 산업공학과

기존의 연구로는 Barlow와 Proschan[1]이 시스템은 시간이 지남에 따라 노후화 되기 때문에 미리 시스템을 예방교환하는 수명교환방침과 정기교환방침을 제시하였고, Barlow와 Hunter[2]는 시스템이 사용중 고장이 발생했을 때 시스템의 성능이 신품의 성능보다 떨어지는 불완전수리가 이루어지는 경우가 많으며 이 불완전수리로 수리후의 시스템의 고장률이 고장발생직전의 고장률과 동일하다고 간주하는 최소수리의 개념을 제시하였다.

Nakagawa[4],[5]는 예방보전후 시스템이 항상 신품과 같이 재생되지 않는 불완전보전에 대한 모델을 설정하여, 최소수리비용이 항상 일정하다는 가정 하에서 단위시간당비용을 최소로 하는 보전방침과 시스템의 유용성을 최대로 하는 보전방침을 제시하였다.

Boland와 Proschan[3]은 정기교환 방침 내에서 발생하는 고장은 최소수리를 하고 최소수리비용은 수리회수에 따라 증가한다고 가정하고,시스템의 사용기간을 유한과 무한으로 분류하여 총기대비용을 최소로 하는 최적정기교환시기를 구하였다.

본 연구는 시스템이 정기적으로 $kT(k=1,2,3,\cdots)$시점에서 정기예방보전되고,정기보전시기내의 고장은 최소수리되는 최소수리-정기예방보전 방침 하에서, 예방보전후 시스템의 고장률이 신품과 같이되는 완전예방보전과, 신품과 같이 되지 않고 보전전과 고장률이 동일하게 되는 불완전예방보전의 확률을 고려한 경우에 대해, 정기보전 시기 내에서 최소수리를 할 때마다 최소수리비용이 증가하는 시스템의 단위시간당 기대비용을 최소로 하는 정기보전시기를 결정하고자 한다.

2. 가정 및 기호설명

2.1 가정

(1) 시스템의 계획기간은 무한으로 한다.
(2) 시스템은 $kT(k=1,2,3,\cdots)$에서 예방보전된다.
(3) 예방보전사이의 고장은 최소수리된다. 즉,시스템의 고장률은 최소수리에 의해 변하지 않는다.
(4) 예방보전후 시스템은 확률 $p(0\le p<1)$로 예방보전전과 동일한 고장률을 갖는 불완전보전이 되고, 확률 $(1-p)$로 신품과 같이 완전보전된다.
(5) 수리와 예방보전시간은 무시할 수 있을 정도로 작다.
(6) $[0,s]$시간구간에 완전예방보전이 이루어지지 않으면 이 구간중 고장수는 포아송분포를 따른다.

2.2 기호설명

T : 정기보전시기
T^* : 최적정기보전시기
p : 예방보전이 불완전할 확률
$\bar{p}$: 예방보전이 완전할 확률$(\bar{p}=1-p)$
j : 시스템의 완전정기보전시기까지의 고장회수
k : 시스템의 정기예방보전회수
c_p : 1회당 예방보전비용
c_{mo} : 시스템의 최소수리비용중 고정비용
c : 시스템의 최소수리시 단위회수당증분비용
c_{mj} : 시스템의 j번째고장시 최소수리비용, $c_{mj}=c_{mo}+jc$
c_{mj}^* : 시스템의 j번째고장까지의 총최소수리비용, $c_{mj}^*=c_{m1}+c_{m2}+\cdots+c_{mj}$
$C_p(T)$: 시스템의 예방보전비용
$C_m(T)$: 시스템의 최소수리비용
$C(T)$: 시스템의 총기대비용
$\bar{C}(T)$: 시스템의 단위시간당 기대비용
$f(t),F(t),h(t),H(t)$: 시스템의 고장시간의 pdf, Cdf, 고장률, 누적고장률함수

3. 최적정기예방보전시기의 결정

정기예방보전이 완전할 경우와 불완전할 경우로 나누어 비용모델을 설정한다.

3.1 정기예방보전이 완전할 경우

정기적으로 예방보전을 할 때마다 보전이 완전하여 시스템이 신품과 같이 재생된다고 할 때 발생하는 비용은 예방보전비용과 보전기간내의 최소수리비용으로 식(1),(2)와 같다.

$$C_p(T) = kc_p \tag{1}$$

$$\begin{aligned} C_m(T) &= k\sum_{j=1}^{\infty}\frac{H^j(T)}{j!}\exp(-H^j(T))c^*_{mj} \\ &= k\sum_{j=1}^{\infty}\frac{H^j(T)}{j!}\exp(-H^j(T))\left\{jc_{mo}+\frac{j(j+1)c}{2}\right\} \\ &= k(c_{mo}+c)H(T)+\frac{kc}{2}H^2(T), \\ &\qquad k=1,2,3,\cdots \end{aligned} \tag{2}$$

따라서 시스템의 총기대비용은

$$\begin{aligned} C(T) &= C_p(T)+C_m(T) \\ &= kc_p+k(c_{mo}+c)H(T)+\frac{kc}{2}H^2(T), \\ &\qquad k=1,2,3,\cdots \end{aligned} \tag{3}$$

이고,

최소수리-정기예방 보전 하에서의 단위시간당 기대비용은 식(4)와 같이된다.

$$\begin{aligned} \overline{C}(T) &= \lim_{t\to\infty}\frac{C(t)}{t} \\ &= \frac{c_p+(c_{mo}+c)H(T)+\frac{c}{2}H^2(T)}{T} \end{aligned} \tag{4}$$

단위시간당 기대비용 $\overline{C}(T)$를 최소로 하는 최적정기예방보전시기 T^*를 구하기 위해 $\overline{C}(T)$를 T로 미분하여 0으로 놓으면

$$\begin{aligned} \frac{d\overline{C}(T)}{dT} &= \frac{(c_{mo}+c)\{Th(T)-H(T)\}+c\left\{Th(T)H(T)-\frac{H^2(T)}{2}\right\}-c_p}{T^2} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

가되므로, 단위시간당 기대비용을 최소로 하는 최적정기예방보전시기는 다음 식(6)을 만족하는 T^*가 되고 이때의 최적단위시간당 기대비용은 식(7)과 같다.

$$(c_{mo}+c)\{Th(T)-H(T)\}+c\left\{Th(T)H(T)-\frac{H^2(T)}{2}\right\}=c_p \tag{6}$$

$$\overline{C}(T^*)=(c_{mo}+c)h(T^*)+ch(T^*)H(T^*) \tag{7}$$

3.2 정기예방보전이 불완전할 경우

정기예방보전이 불완전하다가 k번째의 정기예방보전에 가서 완전보전되어 시스템이 신품과 같이된다고 가정하면 시스템의 예방보전비용과 최소수리비용은 식(8),(9)과 같다.

$$C_p(T)=p^{k-1}\,\overline{p}kc_p \tag{8}$$

$$\begin{aligned} C_m(T) &= p^{k-1}\,\overline{p}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{H^j(kT)}{j!}\exp(-H^j(kT))c^*_{mj} \\ &= p^{k-1}\,\overline{p}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{H^j(kT)}{j!}\exp(-H^j(kT))\left\{jc_{mo}+\frac{j(j+1)c}{2}\right\} \\ &= p^{k-1}\,\overline{p}(c_{mo}+c)H(kT)+\frac{kc}{2}H^2(kT), \\ &\qquad k=1,2,3,\cdots \end{aligned} \tag{9}$$

따라서 시스템의 총기대비용은

$$\begin{aligned} C(T) &= \overline{p}\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}\left[\ kc_p+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{H^j(kT)}{j!}\exp(-H^j(kT))\left\{jc_{mo}+\frac{j(j+1)c}{2}\right\}\right] \\ &= \overline{p}\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}\left[\ kc_p+(c_{mo}+c)kH(kT)+\frac{kc}{2}H^2(kT)\right] \end{aligned} \tag{10}$$

이다.

시스템이 완전보전되는 평균기간은

$$p^{k-1}\overline{p}kT \tag{11}$$

이므로,
최소수리-정기예방 보전 하에서의 단위시간당 기대비용은 식(12)와 같다.

$$\begin{aligned} \overline{C}(T) &= \frac{\overline{p}\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}\left[\ kc_p+(c_{mo}+c)kH(kT)+\frac{kc}{2}H^2(kT)\right]}{\overline{p}\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}kT} \\ &= \frac{c_p+\ \overline{p}^2\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}\left[\ (c_{mo}+c)H(kT)+\frac{c}{2}H^2(kT)\right]}{T} \end{aligned} \tag{12}$$

단위시간당 기대비용 $\overline{C}(T)$를 최소로 하는 최적정기예방보전시기 T^*를 구하기 위해 $\overline{C}(T)$를 T로 미분하여 0으로 놓으면 식(13)을 만족하는 T^*가 최적정기예방보전시기가 된다.

$$\overline{p}^2\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}\left[\ (c_{mo}+c)\{Th(kT)-H(kT)\}+c\left\{Th(kT)H(kT)-\frac{H^2(kT)}{2}\right\}\right]=c_p \tag{13}$$

이때의 최적단위시간당 기대비용은

$$\overline{C}(T^*) = \bar{p}^2 \sum_{k=1}^{\infty} p^{k-1}\{(c_{mo}+c)h(kT^*) + ch(kT^*)H(kT^*)\} \tag{14}$$

가 된다.

4. 수치예

본 연구에서 제시한 증가하는 최소수리비용을 고려한 불완전한 정기예방보전에서의 시스템의 최적정기예방보전시기를 구하는 수치예를 보이기 위해 시스템의 고장시간의 분포함수로서 $\alpha=2, \lambda=1$의 감마분포함수를 가정한다.

$$\begin{aligned} f(t) &= t\exp(-t) \\ F(t) &= 1-(1+t)\exp(-t) \\ h(t) &= \frac{t}{(1+t)} \end{aligned} \tag{15}$$

$c_p=1$, $c_{mo}=3$, $c=0.2$ 에 대해 정기예방보전이 완전할 경우는 식(6)을 만족하는 T가 최적정기예방보전시기와, 이때의 최적단위시간당 기대비용은 식(7)을 이용하여 구하면 식 구하는 식(16), (17)과 같이된다.

$$(3+0.2)\left\{\frac{T^2}{1+T} - \int_0^T \frac{t}{1+t}\,dt\right\} + 0.2\left\{\frac{T^2}{1+T}\int_0^T \frac{t}{1+t}\,dt - \frac{\left(\int_0^T \frac{t}{1+t}\,dt\right)^2}{2}\right\} = 1 \tag{16}$$

을 만족하는 T^*를 구하면 $T^*=0.4078$이고, 이 때의 최적단위시간당 기대비용 $\overline{C}(T^*)$는

$$\overline{C}(T^*) = (3+0.2)\frac{T^*}{1+T^*} + 0.2\frac{T^*}{1+T^*}\int_0^{T^*}\frac{t}{1+t}\,dt \tag{17}$$

에 의하여 $\overline{C}(T^*)=1.9328$ 이다.

$c_p=1, c_{mo}=3, c=0.2$ $P=0.1$에 대해 정기예방보전이 불완전할 경우 식(13)을 이용하여 최적정기예방시기 T^*를 구하고, 식(14)를 이용하여 최적단위시간당 기대비용 $\overline{C}(T^*)$를 구하면 다음과 같다

$$\begin{aligned} &\bar{p}^2\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}\Big[\ (3+0.2)\left\{\frac{kT^2}{1+kT} - \int_0^{kT}\frac{t}{1+t}\,dt\right\} \\ &+0.2\left\{\frac{kT^2}{1+kT}\int_0^{kT}\frac{t}{1+t}\,dt - \left(\int_0^{kT}\frac{t}{1+t}\,dt\right)^2/2\right\}\Big] = 1 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\overline{C}(T^*) = \bar{p}^2\sum_{k=1}^{\infty}p^{k-1}\left[\ (3+0.2)\frac{kT^*}{1+kT^*} + 0.2\frac{kT^*}{1+kT^*}\int_0^{kT^*}\frac{t}{1+t}\,dt\right] \tag{19}$$

이 경우의 최적정기예방시기와 최적 단위 시간당 기대비용은 p=0.1의 경우에 대해 $T^*=2.0309$, $\overline{C}(T^*)=2.108$이 된다.

5. 결론

본 연구는 시스템이 정기적으로 kT(k=1,2,3,⋯)시점에서 정기예방보전되고,정기보전시기내의 고장은 최소수리되는 최소수리-정기예방보전 방침 하에서, 예방보전후 시스템의 고장률이 신품과 같이되는 예방보전이 완전한 경우와, 신품과 같이 되지 않고 보전전과 고장률이 동일하게 되는 예방보전이 불완전한 경우에 대해 불완전확률을 가정하고, 정기보전 시기 내에서 최소수리를 할 때마다 최소수리비용이 증가하는 시스템의 정기예방보전시간을 결정하였다.

시스템의 보전이 불완전할 경우와 최소수리비용이 바로 전의 최소수리비용보다는 증가하는 경우를 고려함으로써 복잡한 부품으로 구성되어 있고,시간이 지남에 따라 고장률이 증가하는 시스템에 대해 현실적인 보전방침이라 할 수 있다.

예방보전이 불완전할 경우의 불완전확률 p=0인 경우가 예방보전이 완전할 경우와 동일함을 볼 수 있어 예방보전이 불완전할 경우의 보전모델을 여러 가지 P의 값에 따라 일반적인 보전모델로서 사용할 수 있음을 알 수 있다.

본 연구는 시스템의 예방보전의 결과로서 시스템이 신품과 같이 재생되는 경우와 시스템이 보전전의 고장률과 같게 되는 즉, 시스템이 변하지 않게 되는 경우의 두 가지 상태에 대해 고려했으나, 보전중 발견하지 못한 숨은 결점이나 고장, 보전오류나 보전자의 과오,불량부품의 교체 등으로 인해 보전 후의 시스템의 상태가 고장상태로 놓여져 수리를 요하는 경우를 고려하는 것은 앞으로의 연구과제라 할 수 있다.

參 考 文 獻

1. Barlow, R.E., and Proschan, F., *Mathematical Theory of Reliability*, New York, Wiley, 1965.
2. ————, and Hunter, L.C., "Optimum Preventive Maintenance Policies", *Operations Research* ,Vol. 8, No.1, pp.90-100, 1960.
3. Boland, P.J., and Proschan, F., "Periodic Replacement with Increasing Minimal Repair Cost at Failure", *Operations Research* ,Vol.30, No.6, pp.1183-1189, 1982.
4. Nakagawa, T.,"Optimum Policies When Preventive Maintenance is Imperfect", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R-28, pp.331-332, 1979.
5. ————, and Yasui.K., "Optimum Policies for a System with Imperfect Maintenance", *IEEE Trans. Reliability*, Vol.R-36, pp.631-633, 1987.