論 文

大韓造船學會論文集
第 31 卷 第 3 號 1994年 8月
Transactions of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 31, No. 3, August 1994

선체주위 자유수면파의 수치해석

홍춘범*, 이승희**

A Numerical Analysis of Free Surface Wave around a ship

by

Choon-Bum Hong* and Seung-Hee Lee**

요 약

자유수면을 항주하는 선박에 의하여 발생되는 비선형 조파현상을 해석하기 위한 수치해석법을 개발하였다. 유동은 비점성, 비압축성으로 가정하고 선체 및 자유수면 형상과 일치하는 좌표계의 생성을 위하여 타원형 편미분방정식을 수치해석하여 물체적합 좌표계를 생성하였으며 변환된 정규격자 물체적합 좌표계에 대한 Euler방정식을 유한차분법(Finite Difference Method)을 이용하여 계산하였다. 수치해석을 위하여 시간에 대한 미분항은 전진차분, 공간에 대한 미분항은 중심차분법으로 이산화하였고 대류항에는 수치계산의 안정을 위해 인위적인 소산(dissipation)항을 첨가하였다. 자유수면의 형상은 매 시간 단계마다 자유수면 경계조건들을 만족하도록 다시 계산되었고 격자점들은 자유수면형상의 변화에 적합하게 다시 생성되도록 하였으며 압력에 대한 Poisson방정식은 반복연산법에 의하여 풀고 그 결과를 이용하여 속도를 외삽하였다. 개발된 수치해석법의 검증을 위해 수식선형인 Wigley 모형에 대한 계산을 Fn=0.250-0.408에 대하여 수행하고, 그 결과를 실험결과와 비교하여 잘 일치함을 보였다.

Abstract

A numerical method for simulations of inviscid incompressible flow fields around a ship advancing on the free surface is developed. A body fitted coordinate system, generated by numerically solving elliptic type partial differential equations is used to conform the ship and free surface configurations. Three dimensional Euler equations transformed to the non-staggered body fitted coordinate system are discretised by finite difference method. Time and spatial derivatives are discretised by forward and centered differencings, respectively, and artificial dissipations are added to discretised convection terms for improvements of numerical stability. At each time steps, free surface elevations are recomputed to satisfy nonlinear free surface conditions. Poisson equations for

발표일자 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회('93.11.13)
접수일자 : 1993년 12월 23일 재접수일자: 1994년 5월 9일
* 정회원, 한라중공업 선박해양연구소
** 정회원, 인하대학교 선박해양공학과

pressure field are solved iteratively and the velocity field for next time step is extrapolated. To verify the developed numerical method, flow fields around a Wigley model are simulated (Fn=0.250-0.408) and compared with experimental data to show good agreements .

1. 서 론

자유수면상을 항주하는 선박주위의 유동장은 조파현상과 점성의 영향이 복잡하게 혼재되어 있으며 이러한 유동장의 특성을 파악하여야만 추진효율이 높은 선형을 설계할 수 있다. 이러한 유동특성에 의하여 자유수면상을 항주하는 선박은 저항을 받게 되는데 점성저항과 조파저항으로 대별할 수 있다. 이 중 조파저항성분은 수선면 선체형상의 변화에 매우 민감하며 선박의 속도가 증가할 수록 전체저항의 더 많은 부분을 차지하게 된다. 이에 따라 과거로부터 조파저항에 관한 많은 이론과 논문들이 발표되어 왔으며 본 논문에서는 이러한 조파현상에 대한 수치적인 연구를 수행함을 목적으로 하였다.

조파저항에 대한 연구는 주로 포텐시얼 이론을 이용한 선형 조파저항이론에 바탕을 두고 있으나 이와 같은 접근방법으로는 비선형 조파현상의 해석이 불가능하므로 근래에 와서는 Rankine 쏘오스분포법[1]과 같은 판이론을 이용하여 비선형효과를 고려하고자 하는 방법이 많이 사용되고 있다. 그러나 판이론을 이용한 해석방법에서는 점성과의 상호작용을 고려할 수 없어 조파현상을 정량적으로 예측하기에는 미흡할 것으로 보인다.

최근 전산기의 발달과 함께 선박주위의 3차원 유동장에 대한 수치해석법이 급속히 발전하고 있다. 한 예로 자유수면파 문제를 일본에서는 유한차분법과 MAC 방법[2]에 기초를 둔 일련의TUMMAC[3][4] 방법을 개발하여왔다. 그러나 이 수치계산조직들은 직교좌표계를 사용하였으므로 적용성은 좋은 반면 계산정도가 떨어진다. Hino[5]는 Euler방정식을 이용하여 2차원 날개단면 주위의 유동장과 자유수면파를 수치적으로 해석하였다. 이 연구에서는 물체적합좌표계와 비선형 자유수면경계조건이 사용되었으며 실험치와 비교적 잘 일치하는 결과를 보이고 있다.

본 논문에서는 3차원 Euler방정식을 수치적으로 해석함으로써 자유수면상을 항주하는 선박주위의 자유수면파를 예측하기 위한 수치해석법을 연구하였다. 계산 정도를 높히고 효율적으로 계산을 수행하기 위하여 타원형 편미분 방정식을 이용하여 수치적으로 생성된 물체적합 좌표계를 사용하였으며 지배방정식들은 유한차분법에 의해 이산화하고 자유수면경계조건을 엄밀하게 적용하였다.

2. 좌 표 계

수치적인 격자생성법은 크게 대수적 격자생성법, 공형 격자생성법 그리고 해석적 격자생성법등으로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 격자구성에 필요한 조건인 격자간격의 완만한 변화와 경계에 대한 직교성과 물체표면에 대한 격자의 집중화를 만족시키기 위해 해석적 방법의 하나인 타원형 편미분 방정식을 이용하여 계산격자를 구성하였다.

Fig.1에서 볼 수 있듯이 실제영역 (x, y, z)이 계산영역(ξ, η, ζ)으로 변환되며 이때 $\xi(x, y, z)$, $\eta(x, y, z)$, $\zeta(x, y, z)$가 실제영역 (x, y, z)에서 Poisson방정식을 만족하도록 하면 다음과 같다[6].

$$\nabla^2\xi = P_1(x,y,z),\ \nabla^2\eta = P_2(x,y,z),\ \nabla^2\zeta = P_3(x,y,z) \tag{1}$$

위식에서 효율적인 수치계산에 적합한 격자생성을 위하여 경계조건과 좌표계조절을 위한 좌표계조절함수 P_1, P_2, P_3를 사용하면 선체주위의 유동장계산에 적합한 격자계를 수치적으로 생성할 수 있다.

효율적인 수치계산에 적합한 격자생성을 위한 격자조절함수 P_1, P_2, P_3는 미리 결정할 수 없으므로 다음과 같이 반복적으로 결정되어야 한다[7].

$$P_i^{m+1} = P_i^m + \Delta P_i \tag{2}$$

경계면에서 좌표계의 직교성을 부여한 좌표계조절함수 결정은 식(3)과 같으며 격자간격 조절방법은 식(4)와 같다.

$$\Delta P_i = -\tan^{-1}\left(\frac{\theta_{req} - \theta}{\theta_{req}}\right) \tag{3}$$

$$\Delta P_i = +\tan^{-1}\left(\frac{dis_{req} - dis}{dis_{req}}\right) \tag{4}$$

여기서,

θ: 격자간의 각도

θ_{req} : 원하는 각도
dis : 격자간의 거리
dis_{req}: 원하는 거리

위와 같은 과정에 의하여 좌표계조절함수가 경계면에서 결정되면 경계면 안쪽의 조절함수는 다음 보간관계식에 의해 결정되며 원하는 격자가 생성될 때까지 격자조절 함수는 반복적으로 수정된다.

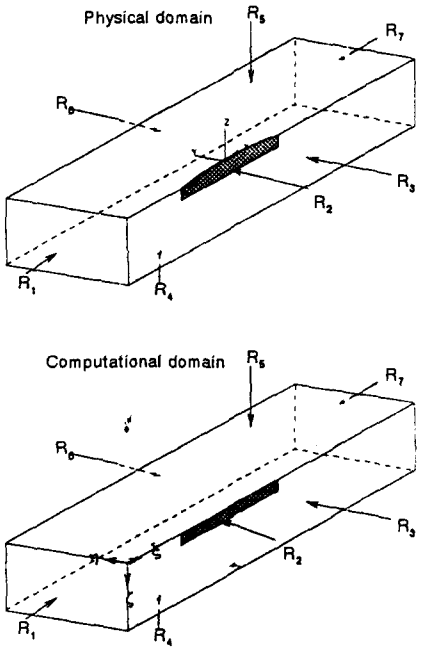

Fig.1 Schematic diagram of coordinate

3. 지배방정식

본 논문의 목적은 자유수면의 조파현상을 해석하는 것이므로 비선형 자유수면 경계조건을 만족시키고 비선형적인 대류항을 정확히 적용하기 위해 비압축성, 비점성의 3차원 유동장에 대한 연속방정식과 운동량 방정식(Euler equation)을 지배방정식으로 사용하였다.지배방정식들은 Cartesian 좌표계에서 무차원형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.

연속 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{5}$$

운동량 방정식

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial x}\\
&\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial y}\\
&\frac{\partial w}{\partial t}+w\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}-\frac{1}{Fn^2}
\end{aligned} \tag{6}$$

여기서 Fn 은 Froude수를 나타내고, (x, y, z)를 L로, 속도성분은 U_0로, 시간은 L/U_0로 그리고 압력은 ρU_0^2으로 무차원하였다.

4. 수치계산방법

4.1 수치계산방법

본 논문에서는 지배방정식을 수치적으로 계산하기 위하여 유한차분법(Finite Difference Method)를 이용하였다.

수치계산방법은 운동량방정식(6)에서 대류항을 제외하고 시간에 대한 미분항은 전진차분(for ward difference), 공간에 대한 미분항은 중심차분(centered difference)하여 이산화하였다.

$$\begin{aligned}
u_{i,j,k}^{n+1}&=u_{i,j,k}^{n}-DT[(U_c)_{i,j,k}+(p_x)_{i,j,k}]\\
v_{i,j,k}^{n+1}&=v_{i,j,k}^{n}-DT[(V_c)_{i,j,k}+(p_y)_{i,j,k}]\\
w_{i,j,k}^{n+1}&=w_{i,j,k}^{n}-DT[(W_c)_{i,j,k}+(p_z)_{i,j,k}+\frac{1}{Fn^2}]
\end{aligned} \tag{7}$$

여기서 DT는 시간간격이며 해의 안정성을 부여하기 위해 Courant Number의 값이 0.25가 되도록 결정하였고, n은 시간단계를, i, j, k는 격자점의 위치를 나타낸다. 또한 비선형적인 대류항(U_c, V_c, W_c)은 계산의 안정을 위해 4차 중심차분(4th order centered difference)에 인위적 소산항(artificial dissipation term)을 첨가한 형태를 사용하였다.

운동량방정식(6)에서 구한 $(n+1)$시간단계에서의 속도는 연속방정식(5)을 만족하여야 한다. 즉, divergence $D_{i,j,k}^{n+1}=0$이라는 가정으로부터 유도된 압력에 대한 Poisson 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 p=D_{i,j,k}^{n}-R_{i,j,k} \tag{8}$$

반복연산 식은 식(9)와 같다.

$$p_{i,j,k}^{m+1}=p_{i,j,k}^{m}+\omega((p_{i,j,k})_{cal}-p_{i,j,k}^{m}) \tag{9}$$

여기서 $R_{i,j,k}$는 식(7)의 우변을 각 방향으로 미분한 값중 압력항만을 제외한 항이고 m은 연산의 반복수이다. 압력에 대한 Poisson방정식은 $|p^{m+1}_{i,j,k} - p^{m}_{i,j,k}| \leq 10^{-3}$ 이 될 때까지 반복적으로 계산하며 여기서 w는 완화계수로서 본 논문에서는 0.8로 택하였다. 압력이 수렴하지 않을 경우 최대반복계산 횟수는 10회로 하였다. 수치해법에 대한 계산순서는 Fig.2에 나타냈으며 그 과정은 유동장이 정상상태에 도달할 때까지 반복계산하였다.

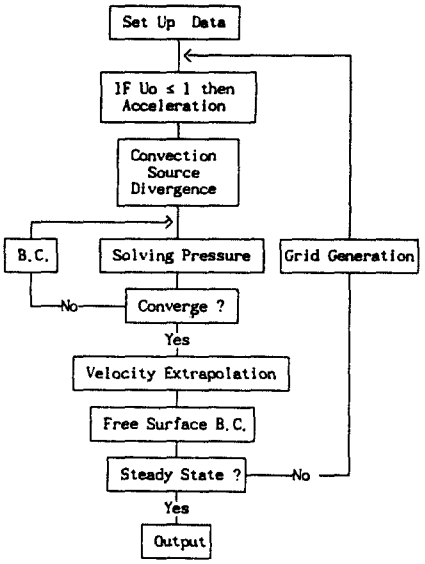

Fig.2 Computational procedure

4.2 경계조건

4.2.1 선체표면 경계조건

선체표면에서는 free slip condition을 적용하였다. 이 경우 속도성분에 대한 경계조건은 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다[8].

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \tag{10}$$

$$(V_t)_{\eta=1} = 2(V_t)_{\eta=2} - (V_t)_{\eta=3} \tag{11}$$

여기서 V_t는 선체표면의 접선방향 속도성분이며 압력에 대한 경계조건은 다음과 같은 법선방향의 운동량 방정식으로 주어진다.

$$2(\beta_{21}U_c + \beta_{22}V_c + \beta_{23}W_c) = A_4 p_\xi + 2A_2 p_\eta + A_6 p_\zeta \tag{12}$$

$\beta_{i,j}$:covarient base vector component
$A_{i,j}$:covarient metric tensor

4.2.2 자유수면 경계조건

자유수면에서 점성응력과 표면장력의 효과를 무시하고 자유수면의 위치를 $z = f(x, y, t)$라 하면 그 표면상에서는 두 조건이 만족되어야 한다. 첫번째 조건은 동역학적 조건으로 자유수면상의 압력은 대기압과 같다는 조건이다.

$$p = p_{air} \tag{13}$$

본 논문에서는 격자와 자유수면이 일치하는 방법을 사용하였으므로 동역학적 조건의 적용이 용이하다. 두번째 조건은 운동학적 조건으로 Eulerian 방법에 의해 쉽게 만족될 수 있다[9].

$$\frac{\partial f}{\partial t} = w - u\frac{\partial f}{\partial x} - v\frac{\partial f}{\partial y} \tag{14}$$

식(14)에 의해 결정된 새로운 자유수면에 대한 물체적합 좌표계는 앞에서 언급한 방법(2.좌표계)에 의해 다시 생성할 수 있다.

4.2.3 기타 경계조건

1) 유입(upstream)경계조건 (R_1)
$u=1,\ v=w=0,\ p_\xi=0$
2) 유출(downstream)경계조건 (R_7)
$p_\xi=u_\xi=v_\xi=w_\xi=0$
3) 중앙면(center plane)경계조건 (R_3)
$p_\eta=u_\eta=w_\eta=0,\ v=0$
4) 옆면 (side plane) 경계조건 (R_6)
$p_\eta=u_\eta=v_\eta=w_\eta=0$
5) 저면 (bottom plane) 경계조건(R_4)
$p=p_{static},\ u_\zeta=v_\zeta=w_\zeta=0$

5. 계산결과 및 고찰

앞에서 언급한 좌표계에서 $Fn=0.250$-0.408에 대한 계산을 기하학적으로 표현이 용이한 Wigley 선형에 대하여 수행하였다. 계산에 사용된 Wigley선형은 다음과 같은 수식으로 정의된다.

$$y = 0.05(1-(\frac{x}{0.5})^2)(1-(\frac{z}{0.0625})^2)$$

5.1 좌표계 생성결과

계산에 필요한 물체적합좌표계는 본 연구를 통해 개발된 수치격자생성법에 의하여 생성되었으며 격자계를 자유수면과 선체주위에 집중할 수 있고 격자간격을 가능한한 완만하게 변화시킬 수 있도록 고안되었다.

Fig.3는 개발된 격자생성법에 의해 생성된 결과를 보여 주고 있다. midship에서 생성된 좌표계에서는 각 경계면에서 격자의 직교성과 격자의 집중과 완만한 간격변화를 잘 보여주고 있다.

계산영역은 x방향으로 선수앞 $0.7L$, 선미 뒤 $1.7L$, y방향으로 $0.7L$ 그리고 z방향으로 $0.4L$로 하였다. 계산정도를 높이기 위하여 x, y, z방향으로 최소격자간격들을 각각 $\triangle x_{min}=0.01$, $\triangle y_{min}=0.0015$ 그리고 $\triangle z_{min}=0.005$ 로 하였으며 격자수는 $100\times30\times25$ 이다.

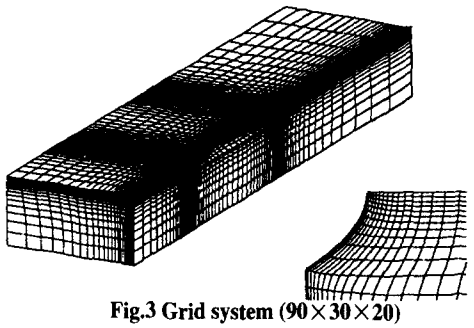

Fig.3 Grid system (90×30×20)

5.2 유동장 계산결과

Fig.4는 $Fn=0.250$에서 $Fn=0.408$까지 계산된 선측파와 실험결과[10]의 비교를 나타내었으며 정성적은 물론 정량적으로도 일치하고 있음을 보이고 있다. $Fn=0.250$에서의 결과는 저속일 경우로 점성의 영향이 상대적으로 크기 때문에 각 Rn값에 따라 계측된 선측파고가 서로 다르게 나타나고 있다. $Fn=0.289$의 선측파고 비교 그림에서 t=5.0에서의 계산결과와 t=6.0에서의 계산결과가 일치함을 보이고 있으며 이는 정상상태에 수렴하였음을 잘 나타내고 있다. Fig.5에서는 정상상태로 수렴한 과정을 나타내었다. Fig.6와 Fig.7에서는 각각 압력과 파고분포를 실험과 비교하여 잘 일치하고 있음을 보이고 있다. 본 연구의 목적인 조파저항성능 추정결과는 Fig.8에 나타내었으며

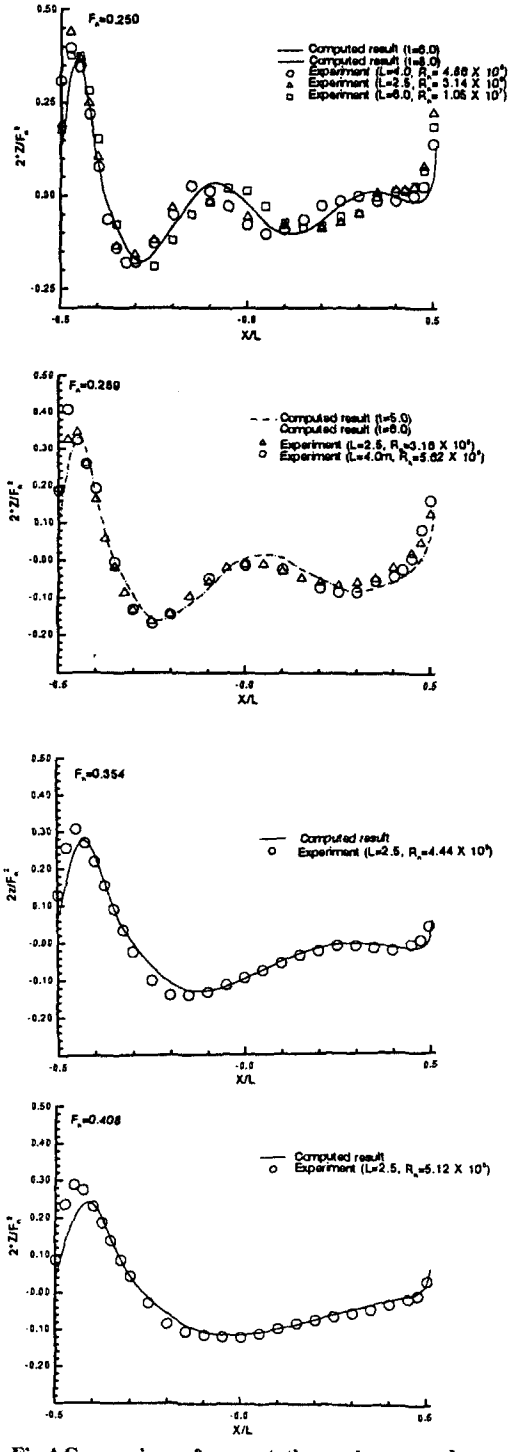

Fig.4 Comparison of computation and measured wave profile on hull surface

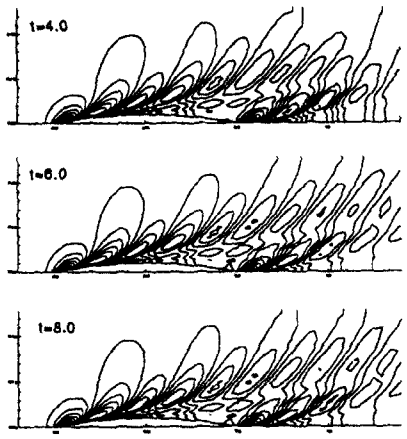

Fig.5 Wave contour Fn=0.250

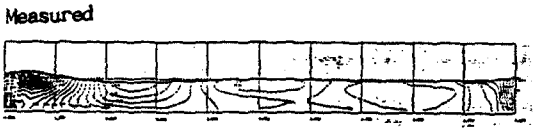

Fig.6 Comparison of computed and measured pressure distribution (Fn=0.289)

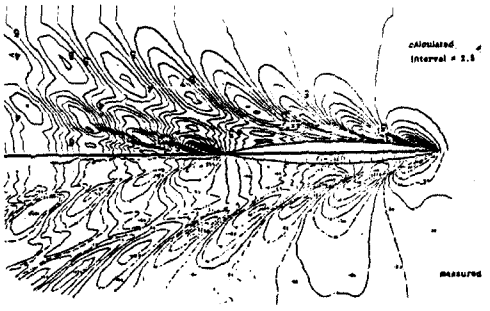

Fig.7 Comparison of computed and measured wave contour (Fn=0.289)

다른 계산결과와 실험결과를 본 계산결과와 비교하여 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있음을 보였다. 마지막으로 Fig.9는 본 연구에 개발된 수치해석법에 의하여 계산된 선박주위의 조파현상을 입체적으로 보여주고 있다. 참고로 격자생성과 유동장해석의 계산에 필

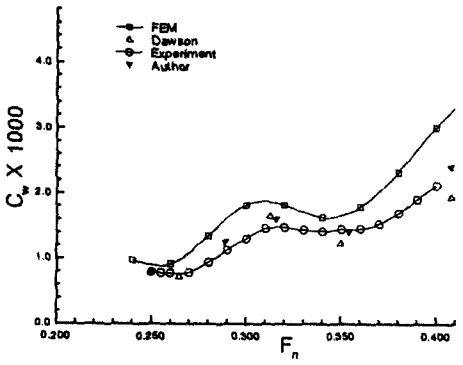

Fig.8 Comparison of computed and measured wave resistance coefficient

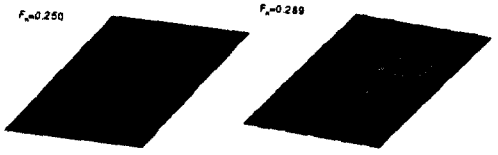

Fig.9 Perspective view of generated wave

요한 computer run time은 DEC α 3000 workstation에서 각각 15분, 5시간이다.

6. 결 론

본 연구는 선체주위의 자유수면파에 대하여 수치적인 해석을 수행함을 주목적으로 하고 있다. 이를 위해 선체주위의 비압축성, 비점성, 비정상 유동장에 대한 지배방정식들(Euler방정식, 연속방정식)을 물체적합 좌표계로 변환하고, 비선형인 자유수면 경계 조건을 Euler방법에 의하여 엄밀하게 만족시켰다. 수치계산법으로는 유한차분법을 이용하였으며 지배방정식을 양해법(explicit method)으로 연산을 수행하였다. 개발된 수치해법의 검증을 위하여 수학선형인 Wigley 선형주위의 자유수면파를 계산하여 실험결과와 비교, 검증하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 선체주위의 자유수면파를 효율적으로 계산하기 위하여 3차원 형상의 물체주의의 물체 적합 좌표계를 타원형 편미분방정식을 이용하여 수치적으로 생성하기 위한 수치해석법을 개발하였으며,

그 결과 경계면에서 직교하는 좌표계를 얻을수 있었다.

2. 유한차분법을 이용하여 선체주위의 자유수면파 해석을 위한 수치해석법을 개발하였고, Wigley 선형에 대한 계산결과와 실험결과가 잘 일치함을 보임으로써 개발된 수치해석법을 검증하였다.
3. 앞으로 점성의 영향을 고려하고, 실용 선박주위의 자유수면파 계산을 위한 수치해법의 개발을 위하여 지속적인 노력이 필요할 것이다.

참 고 문 헌

[1] G. E. Gadd, " A Method of Computing the Flow and Surface Wave Pattern around Full Form", *Trans. R. Inst. Naval Arch.* 118, 1976.

[2] J. E. Welch, F. H. Harlow, J. P. shannon, and B. J. Daly, " The MAC Method", Los *Alamos Scientific Lab.* Report, LA-3425, Los Alamos, N. M. 1966.

[3] H. Miyata, S. Nishimura, and A. Masuko "Finite Difference Simulation of Nonlinear Waves Generated by Ships of Arbitrary Three Dimensional Configuration ", J. Comp. Phys., 60,1985.

[4] H. Miyata and S. Nishimura, " Finite Difference Simulation of Nonlinear Ship Waves", J. F. Mech., 157, 1985.

[5] T. Hino, " Computaton of a Free Surface Flow Around an Advancing Ship by the N-S Equations", *15th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, 1989.

[6] J. F. Thompson, Z. U. A. Warsi and C. W. Mastine, "Numerical Grid Generation Foundation and Applications", North-Holland, 1985.

[7] A. Hilgenstock, " A Fast Method for the Elliptic Generation of Three-Dimensional Grids with Full Boundary Control ", Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanic, 1988.

[8] C. Hung, " Extrapolation of Velocity for Inviscid Solid Boundary Condition" *AIAA J.*, Vol. 25, No. 11, 1987.

[9] H. Miyata, T. Sato and N. Baba, " Difference Solution of a Viscous Flow with Free-Surface Wave about an Advancing Ship", J. Comp. Phys., 72, 1987.

[10] F. Noblesse, J. H. McCarthy, " Ship Wave-Res. Computations ", *Proceeding of the 2nd DTNSRDC Workshop.*