
 論 文

大韓造船學會論文集
 第31卷第3號 1994年 8月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 3, August 1994

선체형상 정의를 위한 버텍스 산출 알고리즘 개발에 관한 연구

신현경*, 신상성**, 박규원***

A Study on Development of an Algorithm for Vertex Creation to Define Ship Hull Forms

by

Hyunkyong Shin*, Sang-sung Shin** and Kyuwon Park***

요 약

선체 형상을 표현하기 위하여 Bi-Cubic B-spline이 가장 널리 사용되고 있다. B-spline곡선·곡면 정의에 있어서 입력 데이터가 불규칙 하거나, 주어진 데이터의 갯수가 많은 경우, 또는 형상이 복잡한 경우에 주어진 형상의 부드러운 곡선·곡면(Smooth curves or surfaces)을 재현할 수 있는 역행렬을 구하기 어렵다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 새로운 버텍스 산출법(ISE 방법 : Image Surface Expansion Method)을 제시한다. 곡선정의를 이용하여 ISE방법을 검증하였고, 수렴성을 확인하였다. 또한 선체형상을 정의하였으며, Open Uniform B-spline으로 형성된 곡면과 비교하였고, ISE방법의 신뢰도를 검증하였다.

Abstract

When a lot of input data are not distributed uniformly in a chord-span direction or when the given shape is complicated, it is very difficult to obtain an inverse matrix which represents the smooth Bi-cubic B-spline surface of the initial shape. To overcome this problem, we suggest Image Surface Expansion Method (ISE Method) which is suggested for vertex creation of B-spline curves and surfaces. Its basic concept, convergency and verification are shown. Also B-spline curves and Surfaces represented by ISE Method were compared with those represented by the existing method which is based on the inverse matrix method, the pseudoinverse matrix method and the chord length approximation method for vertex yielding. Ship Hull Forms which have Knuckle, Bulbous Bow, Transom and Stern frame were represented by the ISE Method.

발표일자 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회('93.11.13)

접수일자 : 1993년 12월 23일, 재접수일자: 1994년 5월 2일

- * 정회원, 울산대학교 조선해양공학과
- ** 학생회원, 울산대학교 대학원 조선해양공학과
- *** 정회원, 부산수산대학교 해양산업개발연구소

1. 서 언

기존의 곡선·곡면정의 방법은 버텍스(Vertex)를 산출하기 위하여 주로 행렬연산법을 이용하였으므로 생성된 버텍스(Vertex)를 수정하지 않고는 너클 곡선과 곡면의 표현이 어려웠다. 따라서 선형을 정의하는데 많은 어려움이 있었으며, 이러한 단점을 보완하기 위하여 곡면과 곡면의 접합을 이용하는 방법이 시도되었다[6].

본 논문에서는 너클곡선과 곡면의 표현이 가능한 버텍스를 산출하는 ISE 방법(Image Surface Expansion Method)을 제시하였으며, 곡선 및 곡면표현을 통해 ISE방법의 유효성을 검증하였다. 또한 이 방법을 사용하여 선체형상을 정의하였다.

2. B-spline 곡면정의(Surface Definition)

B-spline 곡면은 u, w 매개곡면을 형성하며 식(1)로 표현된다[1][2][3].

$$Q(u, w) = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{ij} \cdot N_{i,k}(u) M(w) \quad (1)$$

여기서 Q 는 곡면 위의 점이고, B_{ij} 는 곡면을 결정하기 위한 버텍스(Vertex)이다. N 과 M 은 각각 u, w 방향의 기초(Basis)함수이며, k, l 은 u, w 방향의 Order이며, 버텍스들 중 하나를 움직이면 Knot 구간 $\pm k/2, \pm l/2$ 에만 영향을 미치므로 국부수정이 가능하다. 공간상의 u, w 방향에서 C^{k-2}, C^{l-2} 연속성을 가지며, 곡선은 항상 버텍스(Vertex)의 Convex Hull 내에서 생성된다.

3. ISE Method

3.1 ISE Method의 전개

곡선·곡면을 정의하기 위하여는 입력데이터가 필요하다. 입력데이터와 차수 및 버텍스(Vertex)의 개수를 정하여 기초함수를 구한다.

버텍스는 대부분 행렬 연산을 통하여 얻어왔다. 그러나 기존의 행렬 연산방법은 매개변수화(Parametrization)에 따라서 생성되는 해가 많은 차이를 보인다.

역행렬 연산에서 행렬의 상태는 양호상태(Well Condition)와 불량상태(ill Condition)로 구분되고 있다. 행렬이 양호 상태이면 생성되는 해는 신뢰할 수 있지만, 불량인 경우 산출되는 해는 신뢰하기 어렵다. 이

와 같은 근본적인 문제를 해결하기 위하여 Pivoting, 해의 수정(Improved Solution)등 특수한 행렬 연산 방법들이 많이 개발되어있다[1][2].

B-spline의 경우 행렬 연산방법으로도 해를 구하기 어려운 경우가 많다. 특히 선체와 같이 많은 곡을 가진 형상 또는 너클라인과 같은 형상을 표현하는 경우에는 더욱 큰 어려움이 있다. 이와 같은 단점을 극복하기 위하여 B-spline의 특성과 반복계산에 기초를 둔 ISE 방법(Image Surface Expansion Method)을 제시한다.

B-spline의 가장 큰 특징중의 두 가지는 국부 수정이 가능하며, 항상 Convex Hull Property가 만족된다는 것이다[1][2][3].

주어진 버텍스를 이용하여 생성된 곡선을 수정한다고 생각하자. 곡선의 수정은 버텍스를 수정하므로써 가능하며, 주어진 오더(order)의 범위내에서만 영향을 받는다. 사용자가 원하는 곡선을 얻을 때 까지 버텍스를 움직여서 곡선을 부분적으로 변화시킬 수 있다. 이와 같이 사용자가 직접 버텍스를 조정하여 새로운 곡선을 형성할 수 있다는 특성으로부터 버텍스 산출방법을 역으로 응용하였다.

초기에 준비된 입력 데이터를 가상 버텍스(Virtual Vertex)라 둔다. 가상 버텍스를 이용하여 최초의 상상 곡선·곡면(Image Curve or Surface)을 형성하며, B-spline의 특성에 따라 가상 버텍스를 움직여서 원하는 곡선·곡면으로 수정한다. 수정하는 범위와 크기, 수정방향을 제어하여 주어진 데이터를 지나는 곡선을 형성하는 버텍스를 얻는다.

주어진 형상을 보존하는 버텍스를 구하기 위하여는 가상 버텍스의 이동방향을 제한하여야 하며, 제한조건으로는 가상 곡선 또는 곡면이 버텍스와 이루는 법선 방향(Normal)이나, B-spline의 기본특성을 이용하여 구한 변수(특정 버텍스에 의해 가장 영향을 많이 받는 기초함수의 변수)의 방향으로 제한할 수 있다. Fig. 1에서는 버텍스를 움직일 때 생성되는 곡선의 변화를 표현하였으며, 국부 수정에 대한 특성을 잘 보여주고 있다.

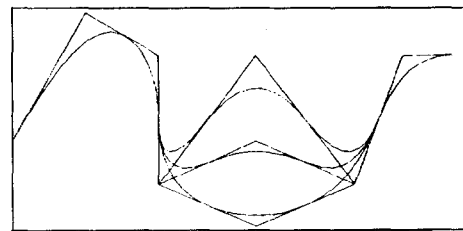


Fig. 1 Local control of B-spline curves(Order=3)

3.2 ISE Method의 Algorithm

Open Uniform B-spline Curve에서 벡스를 산출하기 위한 ISE 방법의 행렬식은 식(2)~(8)로 주어진다.

$$[D] = [C][B] \quad (2)$$

$$[dI]^0 = [D] \quad (3)$$

$$[D]^1 = [C][dI]^0 \quad (4)$$

$$[dI]^1 = [dI]^0 + w([D] - [D]^1) \quad (5)$$

$$[D]^2 = [C][dI]^1 \quad (6)$$

$$[dI]^2 = [dI]^1 + w([D] - [D]^2) \quad (7)$$

$$[B] = [dI]^n \text{ (if } n \rightarrow \infty) \quad (8)$$

여기서 [C]는 기초함수 행렬, [B]는 공간상의 벡스 배열 및 [D]는 공간상의 주어진 데이터 배열을 의미한다. 벡스 움직임의 크기는 가중치 w 에 의해 결정되며, 가중치 w 는 주어진 데이터와 가상 벡스로부터 생성된 곡선상의 특정점 사이의 거리에 대한 배율로써 사용된다. 허용오차(Tolerance) ϵ 은 입력데이터와 가상벡스로 부터 산출된 곡선상의 특정점(Point)과의 거리에 대하여 반복횟수를 줄이기 위하여 도입된 수치이며, 주어진 형상을 변형시키지 않는 범위에서 사용자가 임의의 선택할 수 있다.

[D]¹을 초기값(First Image Value)이라 하고 [D]ⁱ ($i \geq 2$)를 중간값(Intermediate Image Value)이라 한다. (3)식은 주어진 데이터를 임의로 [dI]⁰에 저장하였다. [dI]⁰을 최초 벡스라 가정하고 (4)식에서는 [D]¹ 즉 가상곡면(Image Surface)를 형성한다. 가상곡면 [D]¹과 입력데이터 [D]사이에는 Convex Hull Condition으로 인해 항상 주어진 [D]의 Convex Hull 내에서 [D]¹이 존재한다. (5)식의 [dI]¹은 최초 확장곡면으로서 [D]¹으로부터 [D]로 곡선·곡면자체를 확장시킨다. (6)~(8)식은 연산의 반복을 의미하며 수렴조건이 만족되면 계산수행을 마친다. 이때 사용된 가중치(w)는 Fig. 3과 같은 분포를 보인다. 수렴목표는 최초 주어진 데이터 [D]이며, 수렴속도는 가중치에 의존한다. 수렴범위는 $|[D] - [D]^{i-1}|$ 이며, 수렴 정확도는 반복횟수 n 에 의존한다. 반복횟수 n 은 허용오차를 적절히 조절하여 $n \rightarrow \infty$ 가 아니더라도 허용오차의 범위내에서 수렴된 벡스를 얻을 수 있다.

3.3 ISE Method의 수렴성

수렴성 시험에 사용된 데이터는 불균일 데이터를 생성하기 위하여 $t=0.0 \sim 10.0$ 로 1.0간격의 11개 변

수에 대해 $y=0.4t$, $x=\exp(0.4t)$ 를 사용하였으며, Order=3을 사용하였고, Fig. 2와 같다.

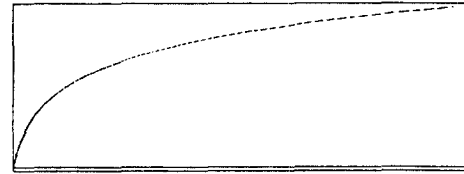


Fig. 2 Exponent curves

주어진 허용오차 ϵ 이 0.1, 0.05, 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000001인 경우에 대하여 사용한 데이터의 개수가 11개 일때 반복횟수가 가중치의 관계는 Fig. 3과 같이 나타난다. Fig. 3의 세로축은 반복횟수, n , 가로축은 가중치 w 를 표시한다. ϵ 과 w 를 고정시키고 허용오차를 만족할 때 까지의 반복횟수를 구하였으며, 사용된 가중치는 발산을 고려하여 $0.1 \leq w \leq 2.4$ 를 택하였다.

$$f(w, n) = \frac{|V_1|}{|V_0|} < \epsilon \quad (9)$$

|V₀| : 최초 가상 벡스들(입력점들)과 이로부터 생성된 곡선위의 점들사이 거리의 합

|V₁| : 수렴 후 생성된 벡스로 부터 계산된 곡선상의 점들과 입력점들 사이 거리의 합

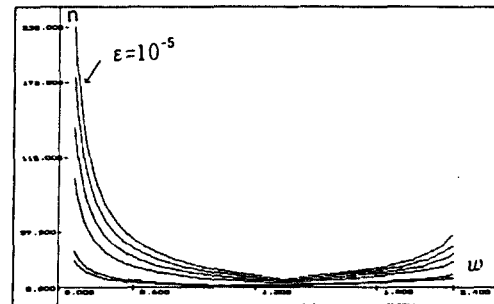


Fig. 3 Convergence of curves for given tolerance

Fig. 2에 주어진 곡선의 경우 $w=1.3$ 근처에서 반복횟수가 가장 적다.

3.4 ISE Method의 수렴과정

가상 곡선·곡면이 입력 데이터를 만족할 때 까지 확장하며, 만약 과도한 확장으로 입력 데이터를 초과한 경우에는 다시 축소하여 입력 데이터에 계속 가까워진다. 이 과정은 Figs. 4~8을 통하여 나타내었으며, 허용오차 $\epsilon=0.001$, 가중치 $w=1.3$ 을 사용하였다.

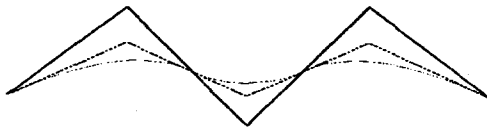


Fig. 4 Vertex, first virtual vertex & image curves



Fig.5 Vertex, virtual vertex & image curves after one iteration



Fig. 6 Vertex, virtual vertex & image curves after two iteration



Fig. 7 Vertex, virtual vertex & image curves after six iteration (converged)



Fig. 8 Vertex, curves & input data after convergence

3.5 너클라인(Knuckle Line)

너클의 형태는 노트벡터(knot vector)를 중첩하거나 다중버텍스(Multiple Vertex)를 사용하여 표현한다[1]. ISE방법에서 입력데이터가 (Order - 1)개 중첩될때 ω 를 0으로 조정하면 중첩된 데이터가 보존된다. 곡선·곡면 산출시에는 (Order - 1)개의 다중버텍스가 중첩된 형태이므로 너클라인이 얻어진다. 라운딩은 라운딩의 형상을 보존할 수 있도록 입력 데이터를 만들면 무리 없이 표현할 수 있으며, 너클과 라운딩을 동시에 형성한 예를 Fig. 9에 표현하였다. Fig. 9에서 사용된 데이터는 Order = 3, 입력 데이터=24개, 생성된 곡선 데이터=100개 이다.

곡률반경 $r=10$ 인 원의 방정식을 이용하여 $-\pi/2$ 에서 $+\pi/2$ 까지 반원을 생성시킨 후 $0 \sim \pi/2$ 의 데이터를 x 방향으로 +20 이동하고, 0에서 $+\pi/2$ 사이에 동일한 x 좌표에 대하여 균일간격으로 y 좌표를 연결하여 입력데이터를 생성하였다(\times :입력데이터).

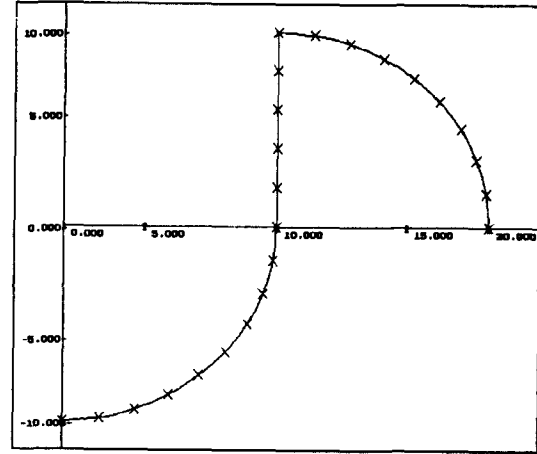


Fig. 9 Knuckle and rounding(\times :Input data)

4. 곡선비교

Uniform B-spline, Nonuniform B-spline 및 ISE를 이용하여 생성된 곡선들은 각각 Figs. 10~12와 같다. 입력 데이터는 (\times)로 표시하였으며 생성된 곡선상의 데이터는 50개로 일치시켰다.

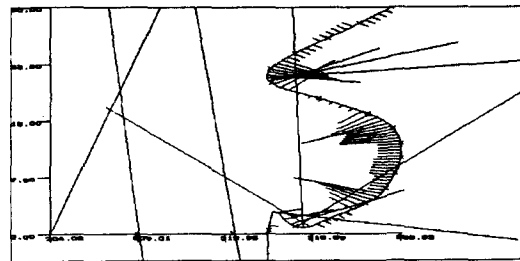


Fig. 10 Pseudoinverse matrix(\times :Input data)

어떤 방법이 주어진 데이터를 가장 잘 표현하는지는 위의 그림들의 비교를 통하여 판단할 수 있으며, Fig. 10의 Pseudoinverse Matrix Method을 이용한 곡선 생성에서는 곡선의 시작부분에서 변화된 형상을 나타냈으며, Fig. 11의 Chord Length Approximation Method와 Fig. 12의 ISE 방법이 주어진 데이터를 잘

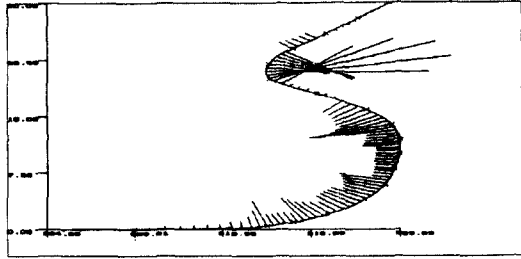


Fig. 11 Chord length approximation(×:Input data)

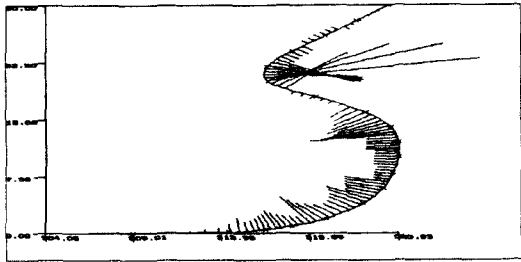


Fig. 12 ISE method(×:Input data)

지나는 곡선을 형성함을 보여주고 있다. 계산수행 시간 비교는 Table 1에 나타냈으며, ISE 방법에 비하여 약 3배 정도 빠르게 벡터를 산출하였다. 컴퓨터 사용 기종은 386DX 33MHz(With Co-processor)이다.

Table 1 Computing time

방법 \ 횟수	10회	20회	30회	평균
ISE	7초	13초	20초	0.66초/회
Uniform	20초	40초	60초	2.0초/회
Nonuniform	20초	40초	60초	2.0초/회

5. ISE Method를 이용한 곡면 생성

5.1 수렴성

주어진 행렬 연산방법과 수렴식은 곡선의 수렴식(9)과 동일하나, 곡면의 경우 수렴범위의 크기에 따라 가중치와 반복횟수가 곡선과는 다르게 나타난다. Rogers [1]는 사용예로 선수형상에 대한 벡터를 제공하고 있으며, 이로부터 특정 매개변수에 대한 곡면상의 점을 도출하여 이를 수렴성시험의 입력데이터로 삼았으며, Fig. 13에 표현하였다.

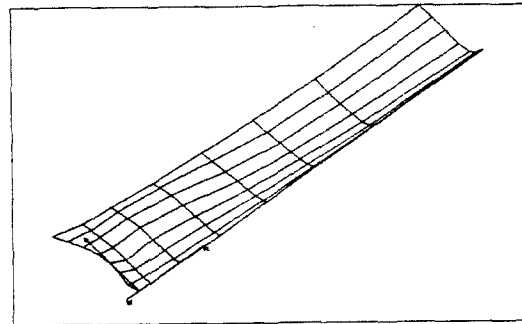


Fig. 13 Initial data for convergence test(8×8)

입력데이터로 부터 벡터를 산출하는데 이때 사용되는 가중치는 시험한 결과 Fig. 14와 같은 분포를 보인다. 수렴목표는 최초 주어진 데이터[D]이며, 수렴속도는 가중치에 의존한다. 수렴범위는 $[D] - [D]^n$ 이며, 수렴 정확도는 반복횟수 n에 의존한다. Fig.13에서 세로축은 반복횟수 n, 가로축은 가중치 ω 를 나타낸다. 허용오차 $\epsilon=0.1, 0.05$ 일때는 $\omega=1.3$, $\epsilon=0.001, 0.0001$ 일때는 $\omega=2.3$ 근처에서 가장 수렴 속도가 빠르게 나타난다. 곡면의 경우 곡선에 비해 데이터 개수가 많아지므로 가중치는 $1.3 \leq \omega \leq 2.3$ 범위내에서 적절히 선택하여 사용할 수 있다.

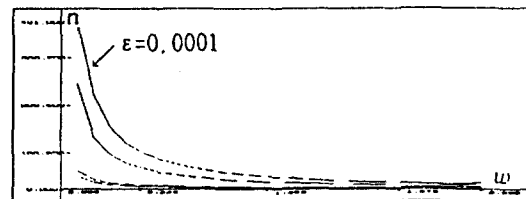


Fig. 14 Convergence of surface(input data : 8×8)

5.2 곡면생성

5.2.1 곡면비교

곡면 비교에 사용된 데이터는 임의의 3차원 곡면을 형성하기 위하여 u, w방향에 6×5개의 데이터를 Fig. 15와 같이 생성하였다. 곡면의 매개변수곡선(Iso-Parametric Curve)을 사용하여 곡면의 형태를 비교하였으며, 곡률 분포로 그 차이를 뚜렷이 구분할 수 있었다. 곡면 생성에서 벡터를 생성하는데 소요되는 시간은 Uniform은 1초, ISE Method는 약 10초 정도 소요된다.

Fig. 15 입력데이터는 주어진 곡면의 형상이 곡이 심하지 않고 왼쪽 위의 외부 윤곽은 굴곡이 없는 곡면

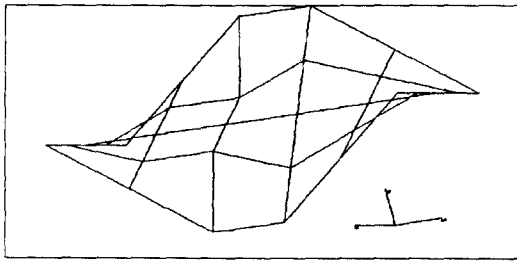


Fig. 15 Initial data for an arbitrary surface

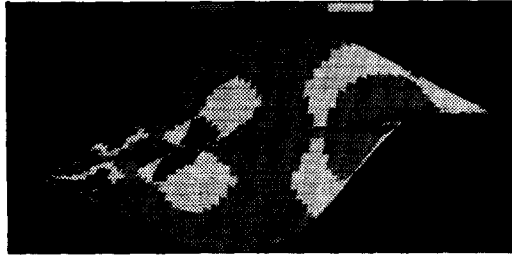


Fig. 16 Gaussian curvature of surfaces represented by the pseudoinverse matrix method

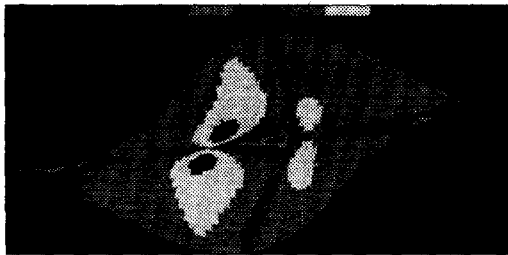


Fig. 17 Gaussian curvature of surfaces represented by the ISE method

임을 보여주고 있다. Fig. 16의 Uniform B-spline곡면은 곡면의 왼쪽 윗부분에 약간의 굴곡이 있는 형상을 표현하였지만, Fig. 17 ISE곡면은 원래 곡이 없는 형상의 곡면을 표현하였다.

5.2.2 너클곡면

ISE 방법으로 u, w 방향에 5×7 개의 데이터가 이루어는 곡면의 가운데 부분에 너클을 갖는 너클곡면을 형성하였으며, Fig. 18에 표현하였다.

5.3 선형정의

ISE 곡면을 이용하여 선형을 생성하였으며, Figs. 19~21에 표현하였다. 주어진 데이터에 대하여 허용

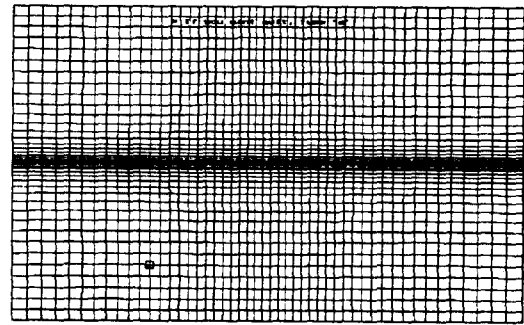


Fig. 18 Knuckle Surfaces represented by the ISE method

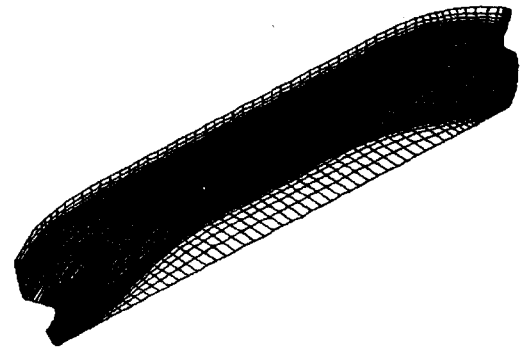


Fig. 19 Ship hull form defined by ISE meth

오차($\epsilon=0.001$)를 만족하는 선형을 생성하였으며, Fig. 19의 선형은 선수에 Bulbous bow와 선미에 knuckle 형상을 갖고 있다.

Fig. 20은 횡단면 교차곡선 위에 표시된 1력데이터를 보여주고 있다. 이때 곡면교차는 Shir and Park [10]이 개발한 곡면교차 프로그램을 이용하여, ISE 곡면으로 생성된 선체형상이 주어진 오프셋 즉 입력데이터와 일치하는 것을 알 수 있다.

Jensen[11]은 정면도(Body Plan)을 이용하여 너클 곡면을 갖는 선체형상을 정의하였지만 선수와 선미부분에서 주어진 데이터를 만족하지 않았다. 그러나 ISE곡면은 선미에 너클을 갖는 선형의 경우 입력데이터에서 차수 만큼의 다중점을 주기만 하면, 다중점을 갖는 벡터를 산출하며 곡면생성시 주어진 너클곡면을 표현할 수 있다. 행렬계산을 이용하여 벡터를 구한 곡면의 경우 Rogers[1], Yamaguchi[2] 및 Farin[3] 등이 제시한 방법으로는 너클곡면을 표현하기가 어렵다.

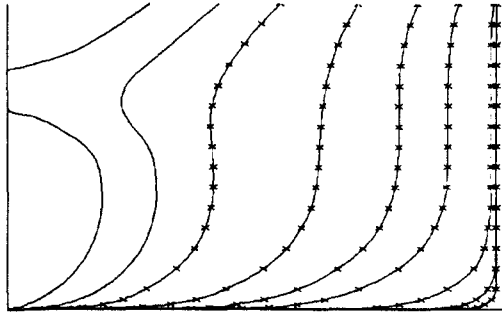


Fig. 20 Forebody stations

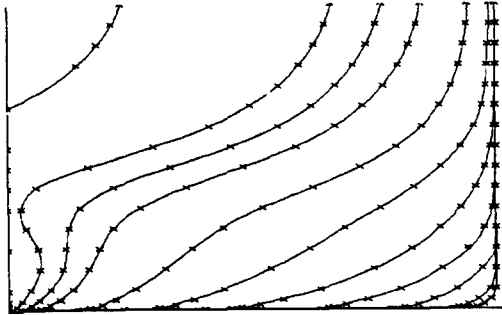


Fig. 21 Afterbody stations

6. 결 언

주어진 임의의 형상을 만족하는 곡선·곡면을 형성하기 위하여 새로운 벡터 산출방법인 ISE Method를 제시하였고, ISE 방법의 유효성을 곡선·곡면정의 및 선형생성을 통하여 검증하였다.

행렬 연산법보다 ISE 방법에 의한 곡선·곡면이 주어진 형상을 잘 만족하였다. 또한 ISE 방법에 의해 너클라인과 너클곡면을 표현하는 것이 가능하여 구상선수와 선미의 복잡한 형상의 표현이 손쉬워졌으며 조선소의 설계부분 공수절감에 많은 도움이 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] Rogers & Adams, *Mathematical Elements for Computer Graphics*, McGRAW-Hill, 1990
- [2] F.Yamaguchi, *Curve and Surface in Computer Aided Geometric Design*, Springer-Verlag, 1988
- [3] Gerald E. Farin, *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*, Academic Press, Inc., Second Edition, 1990.
- [4] 박규원, "컴퓨터 그래픽 기법을 이용한 Bi-Cubic B-Spline 선체형상 표현에 관한 연구", 공학석사학위 논문, 울산대학교, 1992. 2.
- [5] 신현경, 박규원, "Open 균일 B-Spline곡면을 이용한 선체 곡면 표현에 관한 연구", 대한조선학회논문집 제28권 제2호, 1991
- [6] 윤병호, 서승환, 김원돈, 김광욱, "B-Spline을 이용한 선체표현에 관한 연구", 대한조선학회지 제22권 제3호, 1985.
- [7] David F. Rogers, "Constrained B-spline Curves and Surface fitting", *ICCAS*. 88, 1988.
- [8] Nils Gjersoe Fog, "A B-spline Surface System For Ship Hull Design", *ICCAS*. 85, 1985.
- [9] 신현경, 박규원, "선체형상 수정처리를 위한 그래픽 사용자 인터페이스 개발" 대한조선학회 1992년도 춘계연구발표회
- [10] 신현경, 박규원, "Bi-Cubic B-Spline곡면의 교차와 그 응용에 관한 연구" 대한조선학회 1993년도 춘계연구발표회
- [11] Jensen J. J. and Baatrup J, "Transformation of Body Planes to a B-spline Surface", *ICCAS*. 88, 1988.
- [12] Erwin Kreyszig, *ADVANCED ENGINEERING MATHEMATICS*, John Wiley & Sons, Inc., Sixth Edition, 1988.