

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第 31 卷 第 2 號 1994年 5月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 31, No. 2, May 1994

## 비백색 잡음을 입력으로 하는 비선형 시스템의 시뮬레이션

김대웅\*, 권순홍\*\*, 하동대\*\*

### Monte-Carlo Simulations of Nonlinear Systems to Non-White Excitation

by

D.W.Kim\*, S.H.Kwon\*\* and D.D.Ha\*\*

#### 요 약

본 논문은 비선형 확률 미분 방정식의 시뮬레이션 기법을 다루었다. Monte-Carlo 해를 이 시뮬레이션 기법에 적용하였다. 이 방법은 불규칙 해상의 선박에 대한 비선형 횡요 운동을 해석하는데 적용하였다. 본 연구에서 제시한 방법의 유용성을 검증하기 위해서 시뮬레이션의 결과를 등가 선형화법과 등가 비선형화법의 결과와 비교하였다.

#### Abstract

The subject of this paper is the simulation of a nonlinear stochastic differential equation. The Monte-Carlo solution of stochastic problems is applied to solve it. The method has been applied to problems involving nonlinear rolling motion of ships in irregular waves. These results are compared with those obtained by the stochastic linearization method and the equivalent nonlinear equation method to demonstrate its usefulness.

---

발표일자 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회('94.11.13)

접수일자 : 1993년 12월 9일, 재접수일자: 1994년 3월 14일

\* 학생회원, 부산대학교 조선해양공학과 대학원

\*\* 정회원, 부산대학교 조선해양공학과 기계기술연구소

## 1. 서론

조선 공학에서 선박의 횡동요 운동은 여러 가지 관점에서 관심을 끄는 문제들을 제시한다. 그 중 대부분의 횡요 운동은 비선형성을 보이는 것이 가장 큰 특징이다. 더구나 불규칙 해상을 고려하면 그 횡요 운동은 더욱 복잡한 문제가 된다.

불규칙과 중에 있는 선박의 비선형 횡요 운동은 많은 학자들에 의해 연구되어져 왔다. 그 중에서도 대표적인 것은 등가 선형화법[1], 섭동법[2], 그리고 최근에는 등가 비선형화법[3],[4]도 연구되고 있다. 이러한 방법들은 각 방법들이 잘 적용되는 경우가 있는 반면 그렇지 않는 경우도 있다. 예를 들면, 기진 모멘트가 작을 경우 작은 횡요각에서는 등가 선형화법이 등가 비선형화법에 비해 오히려 나은 결과를 보이는 경우가 있다. 따라서, 어떤 방법을 도입해서 구한 결과에 대한 엄밀한 검증이 절대적으로 필요하게 된다. 이러한 검증 방법중 수치 시뮬레이션 방법이 가장 보편화 되어 있다.

본 연구에서는 Monte-Carlo 수치 시뮬레이션 기법[5]을 제시하고 이를 불규칙 해상중에 있는 선박의 비선형 횡요 운동에 적용하여 보았다. 또한, 주어진 비선형 횡요 운동 방정식에 등가 선형화법과 등가 비선형화법을 적용하고 이들을 시뮬레이션 결과와 비교함으로써 수치 시뮬레이션의 유용성을 보이고자 한다.

## 2. 운동 방정식

본 연구에서는 비선형 시스템으로서 선박의 횡요 운동을 다루었다. 만약, 다른 모든 자유도를 무시하고 정상 횡풍(steady beam wind), 침수 면적(flooded area)등과 같은 정적 편중(static bias)를 고려하지 않는다면, 불규칙 횡파(random beam sea)중에서 선박의 횡요 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} + D(\dot{\theta}) + R(\theta) = M(t) \quad (1)$$

여기서,  $\theta$ 는 횡요각이며,  $M(t)$ 는 평균이 0인 Gaussian 랜덤 기진 모멘트(random exciting moment)로서 비백색 잡음 과정(non-white noise process)을 나타내며 스펙트럼은  $S_M(\omega)$ 로 표시하였다. 그리고,  $D(\dot{\theta})$ 과  $R(\theta)$ 는 각각 비선형 감쇄 함수와 비선형 복원 함수를 나타낸다.

운동 방정식(1)을 적분하기 위해 우선 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통하여 시스템의 입력으로 작용

하는 기진 모멘트에 대한 시간 기록(time history)을 생성하였다. 그리고 Runge-Kutta방법으로 식(1)을 적분함으로써 횡요각과 횡요 각속도에 대한 응답 시간 기록(response time history)를 구하였고, 이것을 통계적으로 처리함으로써 횡요 응답(roll response)에 대한 통계적 성질을 구하였다. 본 연구에서는 등가 선형화법(equivalent linearization method, ELM), 등가 비선형화법(equivalent nonlinear equation method, ENLEM)과 같은 확률적 해석법(stochastic analysis)을 이용하여 시뮬레이션의 결과를 검증하였다.

식(1)과 같은 운동 방정식을 확률적 방법으로 해석한다는 것은 주어진 기진 모멘트의 통계적 자료로부터 횡요 응답에 대한 통계적 성질을 결정한다는 의미를 가진다. 확률적 해석 분야에서 다루는 시스템의 응답에 대한 통계적 성질로는 여러 가지가 있으나, 본 연구에서는 횡요 운동의 특성상 threshold crossing 확률[6]을 사용하였다.

주어진 확률적 과정(stochastic process)이 어떤 기준을 넘는 즉, 그 기준을 가로지르는 평균 횡수나 평균 시간등을 다루는 분야를 threshold crossing 문제라 하고, 이때 사용된 기준을 threshold라 한다.

만약, 횡요각  $\theta$ 와 횡요 각속도  $\dot{\theta}$ 의 확률 밀도 함수  $p(\theta, \dot{\theta})$ 이 구해졌다고 가정한다면, 횡요 응답이 단위 시간당 threshold  $\theta=a$ 를 가로지르는 평균 횡수는 다음과 같다.

$$\lambda'(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{\theta}| p(a, \dot{\theta}) d\dot{\theta} \quad (2)$$

그리고, 횡요 응답이 단위 시간당 양의 기울기로 threshold  $\theta=a$ 를 가로지르는 즉, 단위 시간당 threshold  $\theta=a$ 를 upcrossing하는 평균 횡수는 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\theta} p(a, \dot{\theta}) d\dot{\theta} \quad (3)$$

따라서, 식(3)으로부터 횡요 응답의 threshold  $\theta=a$ 에 대한 평균 upcrossing 시간은 쉽게 구해질 수 있다.

$$\mu(a) = [\lambda(a)]^{-1} \quad (4)$$

식(2), 식(3) 그리고 식(4)에서 알수 있듯이 시스템의 확률 밀도 함수만 구할 수 있다면 응답에 대한 임의 차수의 모멘트나 평균 upcrossing 시간등 여러가지의

통계적 성질들을 쉽게 계산할 수 있다. 이러한 확률 밀도 함수는 특별한 경우, 시스템의 운동 방정식으로부터 구성되는 Fokker-Planck-Kolmogorov (FPK) 방정식[7]의 해로써 구해질 수 있다. 그러나, 기진 모멘트가 비백색 잡음이거나 일반적인 비선형 운동 방정식인 경우 FPK 방정식 자체를 구성할 수 없거나 혹은 FPK 방정식을 구성하더라도 그 해가 존재하지 않는다.

만약, 계의 기진 모멘트가 백색 잡음 과정이고 감쇄 함수가 식(5)와 같이 에너지의 형태로 표현된다면 응답의 확률 밀도 함수는 FPK 방정식으로부터 해석적으로 구해진다.

$$\ddot{\theta} + \dot{\theta}H(E) + R(\theta) = W(t) \quad (5)$$

여기서, E는 계의 총 에너지(total energy)로서 운동 에너지와 포텐셜 에너지의 합으로 표현된다.

$$E = \frac{1}{2}\dot{\theta}^2 + \int_0^{\theta} R(\xi)d\xi \quad (6)$$

그리고, 기진 모멘트 W(t)는 평균이 0인 Gaussian 과정이며, 이상적인 백색 잡음 과정으로서  $\delta$  상관 함수( $\delta$  correlation function)를 가진다.

$$E[W(t)] = 0 \quad (7)$$

$$E[W(t)W(t+\tau)] = 2\pi s_0 \delta(\tau) \quad (8)$$

여기서  $s_0$ 는 백색 잡음 강도(intensity)이고,  $E[\ ]$ 는 기대치(expectation)를 나타낸다. Caughey[8]는 식(5)에 대한 FPK 방정식의 해석해로써 확률 밀도 함수를 다음과 같이 구하였다.

$$p(\theta, \dot{\theta}) = C \exp\left(-\frac{1}{\pi s_0} \int_0^E H(\xi)d\xi\right) \quad (9)$$

여기서, C는 확률 밀도 함수의 적분 결과를 1로 만드는 정규화 상수를 나타낸다.

FPK 방정식의 해석해가 존재하는 경우중 간단한 예로서 감쇄 함수가 선형일 때의 확률 밀도 함수를 식(10)에 보였다.

$$p(\theta, \dot{\theta}) = C \exp\left(-\frac{dE}{\pi s_0}\right) \quad (10)$$

여기서 d는 선형 감쇄 계수를 나타낸다.

### 3. Monte-Carlo 시뮬레이션

평균이 0이고 스펙트럼이  $S_M(\omega)$ 인 랜덤 기진 모멘트 M(t)의 시뮬레이션을  $M_S(t)$ 라 두면,  $M_S(t)$ 는 Monte-Carlo 시뮬레이션 공식으로부터 정현 함수에 대한 선형 중첩의 형태로 구성될 수 있다. 따라서, 임의 위치에서의 기진 모멘트는 다음과 같은 무한 급수로 표현된다.

$$M_S(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (11)$$

여기서,  $A_k$ ,  $\omega_k$  그리고  $\phi_k$ 는 각 모멘트 성분의 진폭(amplitude), 주파수(frequency) 그리고 위상각을 각각 나타낸다.

식(1)의 랜덤 기진 모멘트 M(t)를 실제로 표현하기 위해 M(t)가 N개의 서로 다른 주파수를 가진 확률적 과정이라고 가정하고 식(11)을 정리하면 다음과 같은 표현을 얻을 수 있다.

$$M_S(t) = \sum_{k=0}^{N-1} [2S_M(\omega_k)(\omega_{k+1} - \omega_k)]^{\frac{1}{2}} \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (12)$$

여기서, 위상각  $\phi_k(k=0,1,\dots,N-1)$ 는 0에서  $2\pi$  사이에 균일하게 분포하는 난수를 취하였다.

### 4. 횡요 운동 방정식의 확률적 해석

선박의 횡요 운동을 해석함에 있어서 시스템의 기진 모멘트 스펙트럼에 해당하는 실제 해상 파 스펙트럼(wave spectrum)은 전형적인 비백색 잡음 과정이고, 감쇄 함수도 횡요 각속도에 대한 선형과 2차 혹은 선형과 3차 함수의 결합으로 표현되는 비선형 함수이므로 식(5)와 같이 에너지의 형태로 표현되지 않는다. 따라서, 일반적으로 실제 해상중에 있는 선박의 횡요 응답에 대한 확률 밀도 함수는 구할 수가 없다. 따라서, 횡요 응답의 확률 밀도 함수를 수치 시뮬레이션 이외의 다른 방법으로 구하기 위해서는 확률적 해석 기법을 사용해야 한다. 확률적 해석 기법에는 여러 가지가 있으나 본 연구에서는 기진 모멘트의 백색 잡음 근사화와 운동 방정식의 등가 비선형화 기법을 사용하였다.

#### 4.1 등가 선형화와 백색 잡음 근사화

FPK 방정식을 이용하여 횡요 응답의 확률 밀도 함수를 구하기 위해서는 우선적으로 비백색 기진 모멘트

를 백색 잡음 과정으로 근사화해야 필요 운동 방정식으로부터 FPK 방정식을 구성할 수 있다.

비백색 기진 모멘트의 백색 잡음 근사화[10]를 위해 먼저 비선형 운동 방정식을 전통적인 방법인 등가 선형화 기법을 사용하여 선형화한다.

$$\ddot{\theta} + d_{eq}\dot{\theta} + r_{eq}\theta = M(t) \quad (13)$$

여기서, 등가 선형 감쇄 계수와 등가 선형 복원 계수는 식(14)와 식(15)로부터 구할 수 있다.

$$d_{eq} = \frac{E[\dot{\theta}D(\dot{\theta})]}{E[\dot{\theta}^2]} \quad (14)$$

$$r_{eq} = \frac{E[\theta R(\theta)]}{E[\theta^2]} \quad (15)$$

식(14)와 식(15)로부터 필요 운동 방정식은 식(13)과 같이 선형화 되었으므로 필요 응답에 대한 확률 밀도 함수는 선형계와 Gaussian 과정의 특성으로부터 쉽게 구할 수 있다. 따라서, 식(13)에 대한 평균 upcrossing 시간은 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_{S_M(\omega)}(a) = 2\pi \frac{\sigma_{M1}}{\sigma_{M2}} \exp\left(\frac{a^2}{2\sigma_{M1}^2}\right) \quad (16)$$

여기서  $\sigma_{M1}^2$ 과  $\sigma_{M2}^2$ 는 각각 횡요각과 횡요 각속도에 대한 분산(variance)를 나타내며, 선형계의 주파수 응답 함수  $H(\omega)$ (frequency response function)와 기진 모멘트 스펙트럼  $S_M(\omega)$ 으로부터 구해진다.

$$\sigma_{M1}^2 = \int_{-x}^x |H(\omega)|^2 |S_M(\omega)| d\omega \quad (17)$$

$$\sigma_{M2}^2 = \int_{-x}^x \omega^2 |H(\omega)|^2 |S_M(\omega)| d\omega \quad (18)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{[(r_{eq} - \omega^2) + id_{eq}\omega]} \quad (19)$$

이제 백색 잡음 근사화 기법을 사용하면 주어진 비백색 기진 모멘트  $M(t)$ 는 강도  $s_0$ 를 갖는 등가의 백색 잡음 과정  $W(t)$ 로 근사화된다. 백색 잡음 근사화 기법은 다음과 같은 오차 적분(error integral)을 최소화하는 백색 잡음 강도  $s_0$ 를 구함으로써 원래의 비백색 기진 모멘트와 같은 통계적 성질을 주는 백색 잡음 과정을 도출하는 기법이다.

$$I(s_0) = \int_0^{\alpha_{max}} [\mu_{S_M(\omega)}(a) - \mu_{S_0}(a)]^2 da \quad (20)$$

여기서,  $\alpha_{max}$ 는 적당히 큰 threshold를 나타내고,  $\mu_{S_0}(a)$ 는 식(13)에 강도  $s_0$ 를 갖는 백색 기진 모멘트  $W(t)$ 가 입력될 경우, 필요 응답의 평균 upcrossing 시간을 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_{S_0}(a) = 2\pi \frac{\sigma_{W1}}{\sigma_{W2}} \exp\left(\frac{a^2}{2\sigma_{W1}^2}\right) \quad (21)$$

여기서  $\sigma_{W1}^2$ 과  $\sigma_{W2}^2$ 는 각각 횡요각과 횡요 각속도에 대한 분산(variance)를 나타내며,  $H(\omega)$ 는 식(19)와 같다.

$$\sigma_{W1}^2 = s_0 \int_{-x}^x |H(\omega)|^2 d\omega \quad (22)$$

$$\sigma_{W2}^2 = s_0 \int_{-x}^x \omega^2 |H(\omega)|^2 d\omega \quad (23)$$

따라서, 백색 잡음으로 근사화된 필요 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} + d_{eq}\dot{\theta} + r_{eq}\theta = W(t) \quad (24)$$

#### 4.2 등가 비선형화법

앞 절의 결과로부터 알 수 있듯이 등가 선형화법을 사용하면 필요 응답의 확률 밀도 함수를 구할 수 있으므로 문제가 해결되었다고 볼 수 있다. 그러나, 이 방법은 시스템의 비선형성이 강하거나 기진 모멘트가 클 경우 그 오차가 매우 심각할 뿐만 아니라 심지어 등가 선형화를 할수 없는 경우도 발생한다. 이런 경우 이 절에서 설명할 등가 비선형화법을 사용하면 좋은 결과를 얻을 수 있다.

시스템의 비선형성을 고려하기 위해 등가 선형화와 백색 잡음 근사화가 이루어진 등가 방정식(24)에 원래의 비선형 감쇄 함수  $D(\dot{\theta})$ 과 복원 함수  $R(\theta)$ 를 선형 감쇄항  $d_{eq}\dot{\theta}$ 과 복원항  $r_{eq}\theta$  대신 대입한다.

$$\ddot{\theta} + D(\dot{\theta}) + R(\theta) = W(t) \quad (25)$$

식(25)의 감쇄 함수  $D(\dot{\theta})$ 은 FPK 방정식의 해석해가 존재하지 않는 형태이므로 필요 응답의 확률 밀도 함수를 구하기 위해서는 이것을  $H(E)$ 의 형태로 등가 비선형화해야 한다. 만약, 주어진 감쇄 함수가 다음과 같은 일반적인 형태를 가질 때,

$$D(\theta, \dot{\theta}) = \sum_r \sum_s d_{rs} |\theta^r \dot{\theta}^s| \text{sgn}(\dot{\theta}) \quad (26)$$

에너지의 함수 H(E)를 다음과 같이 가정하였다.

$$H(E) = \sum_r \sum_s c_{rs} (2E)^{r+s-1/2} \quad (27)$$

여기서, 원래의 감쇄 함수와 가정한 감쇄 함수의 차를  $\varepsilon$ 으로 두고  $\varepsilon^2$ 의 평균을 최소화하는 등가 비선형 계수  $C_{rs}$ 를 구하는 방법을 등가 비선형화법이라 하고, 이러한 방법으로 구해진 감쇄 함수  $\theta H(E)$ 는 원래의 감쇄함수  $D(\theta)$ 과 같은 통계적 성질을 가지게 된다. 따라서, 등가 비선형화된 방정식은 식(5)와 같이 되며 횡요 응답의 확률 밀도 함수는 식(9)로부터 쉽게 구할 수 있다.

등가 비선형화법의 간단한 예로서 시스템의 감쇄 함수가 다음과 같다면,

$$D(\dot{\theta}) = d_1 \dot{\theta} + d_3 \dot{\theta}^3 \quad (28)$$

에너지의 함수 H(E)는 다음과 같이 구성된다.

$$H(E) = c_{01} + 2c_{03}E \quad (29)$$

따라서, 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$p(\theta, \dot{\theta}) = C \exp \left\{ -\frac{1}{\pi s_0} (c_{01}E + c_{03}E^2) \right\} \quad (30)$$

여기서, 등가 비선형 계수  $c_{01}$ 과  $c_{03}$ 는 식(31)과 식(32)로부터 구해진다.

$$c_{01} = \frac{a_3 a_4 - a_2 a_5}{a_1 a_3 - a_2 a_2} \quad (31)$$

$$c_{03} = \frac{a_1 a_5 - a_2 a_4}{2a_1 a_3 - 2a_2 a_2} \quad (32)$$

여기서,  $a_1 = E[\dot{\theta}^2]$ ,  $a_2 = E[\dot{\theta}^2 E]$ ,  $a_3 = E[\dot{\theta}^2 E^2]$   
 $a_4 = E[\dot{\theta} D(\dot{\theta})]$ ,  $a_5 = E[\dot{\theta} D(\dot{\theta}) E]$ ,

### 5. 수치 계산 결과의 고찰

본 연구에서는 몇몇 경우에 대한 평균 upcrossing 시간을 수치 계산하였으며, 시뮬레이션의 결과를 Fig. 2 - Fig.8에 사각형 표시로 나타내었다. 그리고, 검증 을 위해 시스템에 적용한 확률적 해석 방법인 등가 선

형화법의 해석 결과는 점선, 등가 비선형화법과 해석 해의 결과는 실선으로 각각 나타내었다. 또, 감쇄 함수와 복원 함수는 모두 다음과 같이 선형과 3차 함수가 결합된 형태를 사용하였다.

$$D(\dot{\theta}) = d_1 \dot{\theta} + d_3 \dot{\theta}^3 \quad (33)$$

$$R(\theta) = r_1 \theta + r_3 \theta^3 \quad (34)$$

선박의 횡요 운동을 확률적 해석 방법으로 다루거나 혹은 시뮬레이션을 행할 때, 가장 어려운 점의 하나는 횡요 기진 모멘트의 스펙트럼을 결정하는 일이다. 이것은 파 진폭에 대한 스펙트럼  $S_\zeta(\omega)$ 를 횡요 모멘트에 대한 스펙트럼  $S_M(\omega)$ 으로 변환하기가 매우 까다롭기 때문이다. 본 연구에서는 단순화된 예로서 Ochi 스펙트럼[11]에 기초를 둔 다음과 같은 횡요 모멘트 스펙트럼을 비백색 기진 모멘트 스펙트럼으로 사용하였다.

$$S_M(\omega) = \frac{r}{\omega^8} e^{-0.2/\omega^4} \quad (35)$$

여기서, r은 척도 계수(scale parameter)이며, Fig.1에  $r=0.01$ 의 경우를 보였다.

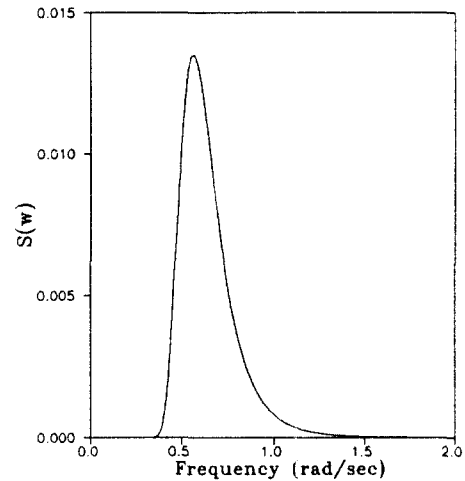


Fig.1 Ochi-based spectrum with  $r=0.01$

본 연구에서 Monte-Carlo 공식에 사용한 주파수 갯수 N은 200에서 300정도였고, 시간 간격은 0.001에서 0.01정도의 범위에서 횡요 운동 방정식을 해석하였다. 그 결과 횡요 응답의 시뮬레이션에 소요된 계산 시간(CPU time)은 IBM-486 기종을 기준으로 최소 1시간에서 최대 5시간 정도였으며, 등가 비선형화법은

2분 내지 3분, 등가 선형화법은 10초에서 15초 정도가 소요되었다. 그런데, 시뮬레이션의 경우 본 연구에서는 높은 threshold에서의 통계 자료를 얻기 위해 운동 방정식과 해상 상태를 매우 심각하게 설정했으므로 계산 시간이 비교적 짧았지만 보통의 해상 상태에 있는 선박의 횡요 응답을 시뮬레이션하여 높은 threshold에 대한 평균 upcrossing 시간을 구하기 위해서는 매우 긴 계산 시간이 필요할 것이다.

5.1 선형 시스템

Fig.2와 Fig.3에 운동 방정식이 선형일 때의 시뮬레이션 결과를 보였다. Fig.2는 기진 모멘트가 백색 잡음 과정일 경우이고, Fig.3은 비백색 기진모멘트를 입력 받았을 때의 결과이다. 시스템이 선형이므로 두 경우 모두 해석해가 존재하며 시뮬레이션의 결과와도 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

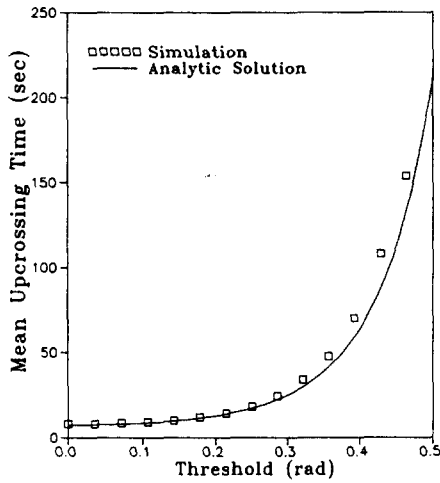


Fig.2 Threshold VS. mean uncrossing time ( $d_1=0.3, d_3=0, r_1=0.7, r_3=0, s_0=0.025$ )

5.2 선형 감쇄와 비선형 복원 모멘트

만약 기진 모멘트가 백색 잡음 과정이라면 식(10)으로부터 해석해를 계산할 수 있다. Fig.4에 해석해와 시뮬레이션의 계산 결과를 보였으며, 역시 두 결과가 잘 일치한다.

5.3 비선형 시스템

Fig.5, Fig.6 그리고 Fig.7에는 비백색 잡음 과정을 기진 모멘트로 하는 비선형 시스템의 시뮬레이션

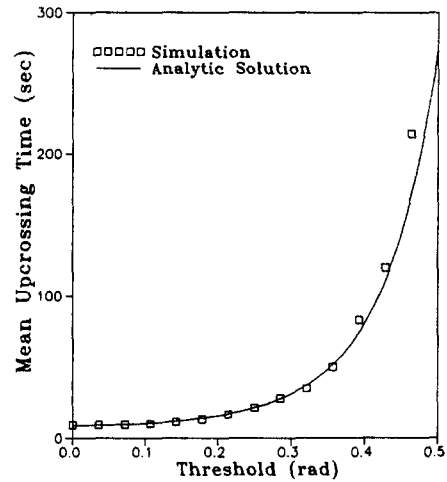


Fig.3 Threshold VS. mean uncrossing time ( $d_1=0.3, d_3=0, r_1=0.7, r_3=0, s_0=0.012$ )

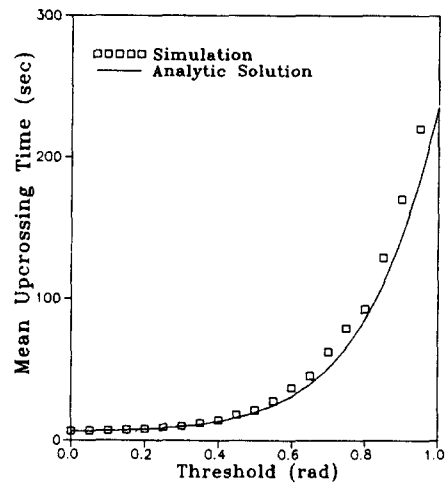


Fig.4 Threshold VS. mean uncrossing time ( $d_1=0.3, d_3=0, r_1=1, r_3=-0.5, s_0=0.01$ )

결과를 나타내었다. 이 경우는 해석해가 존재하지 않으므로 검증을 위해 등가 선형화법과 등가 비선형화법의 해석 결과도 같이 나타내었다. Fig.5는 척도 계수  $r = 0.008$ 의 경우로서 다른 두가지 경우에 비해 약한 기진 모멘트가 작용하는 경우이다. 따라서, 이 경우는 횡요 응답이 시스템의 선형 구간내에 있을 확률이 높으므로 등가 선형화법이 등가 비선형화법보다 나은 결

과를 보여 주었다. 그러나,  $r = 0.01$ 의 경우인 Fig.6에서는 기진 모멘트가 증가함으로 인해 등가 선형화법이 전 영역에 걸쳐 등가 선형화법보다 나은 결과를 주며 특히, 높은 threshold 구간에서 시뮬레이션과 더 잘 일치함을 알 수 있다. Fig.7에는  $r = 0.012$ 일 때의 계산 결과를 나타내었으며 시뮬레이션과 등가 비선형화법이 잘 일치하고 있다. 그런데, 이 경우에는 등가 선형 계수들이 수렴되지 않아서 등가 선형화법으로 확률 밀도 함수를 구할 수가 없었다. 그것은 기진 모멘트의 진폭이 커짐에 따라 중요 응답의 비선형성도 매우 강해졌기 때문에 시스템이 선형화되지 않았을 것이라고 생각된다.

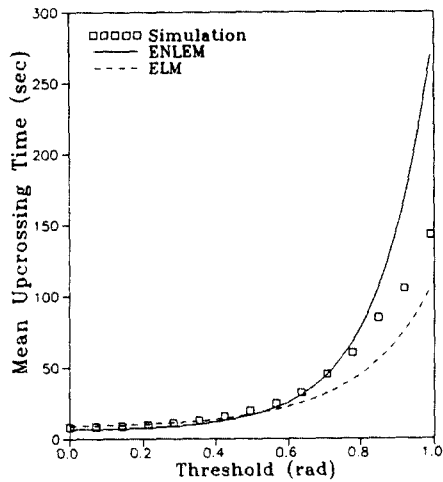


Fig.5 Threshold VS. mean uncrossing time ( $d_1=0.2, d_3=0.6, r_1=1, r_3=-0.5, s_0=0.008$ )

6. 결론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) Stochastic differential equation의 해는 반드시 시뮬레이션을 통하여 검증되어야 한다.
- 2) 시뮬레이션은 대단히 많은 계산 시간을 요하므로 선박의 운동에 대한 확률적 해석법이 개발되어야 한다.
- 3) 등가 선형화법은 기진 모멘트의 크기가 작을 때 유용하나 강한 기진 모멘트를 입력받는 비선형 시스템은 등가 비선형화법이 시뮬레이션과 잘 일치한다.

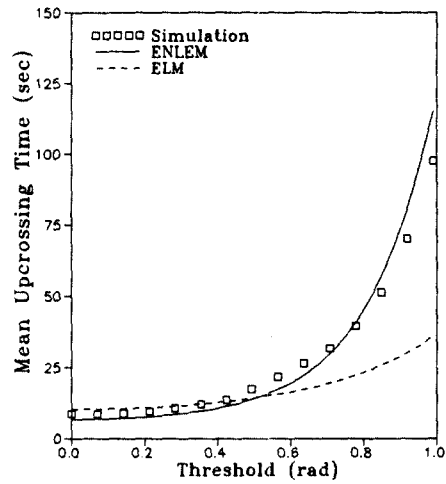


Fig.6 Threshold VS. mean uncrossing time ( $d_1=0.2, d_3=0.6, r_1=1, r_3=-0.5, s_0=0.010$ )

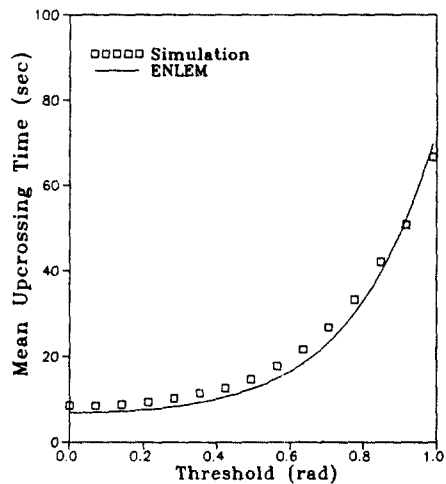


Fig.7 Threshold VS. mean uncrossing time ( $d_1=0.2, d_3=0.6, r_1=1, r_3=-0.5, s_0=0.012$ )

참고 문헌

[1] Caughey, T.R., "Equivalent Linearization Techniques", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.35, No.11, pp.

- 1706-1711, 1963.
- [2] Crandall, S.H., "Perturbation Techniques for Random Vibrations of Nonlinear Systems", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.35, No.11, pp.1700-1705, 1963.
- [3] 권순홍, 정정환, 김대웅, "등가 비선형화법에 의한 선박 횡요의 확률론적 예측", *대한조선 학회지*, 제29권, 제2호, pp.60-65, 1992.
- [4] Kwon, S.H., Kim, D.W. and Chung, J.H., "Nonlinear Rolling Response of Ships to Random Excitation", *Proceedings of Hull Form Design and Flow Phenomena*, pp. 465-469, 1992.
- [5] Shinozuke, M. and Deodatis, G., "Simulation of Stochastic Processes by Spectral Representation", *Appl Mech Rev.*, Vol.44, No.4, pp.191-203, 1991.
- [6] Soong, T.T., Random Differential Equa-  
tion in Science and Engineering, Academic Press, 1973.
- [7] Risken, H., *The Fokker-Planck Equation*, Springer-Verlag Publication, 1989.
- [8] Caughey, T.K., "On the Response of a Class of Nonlinear Oscillators to Stochastic Excitation", *Proceedings, Colloq. Int. du Centre Nat. de la Recherche Scient.*, Vol.148, Marseilles, France, 1964.
- [9] Yang, C.Y., *Random Vibration of Structures*, John Wiley & Sons, 1986.
- [10] Dunne, J.F., "Ship Roll Response and Capsizing Prediction in Random Beam Seas", Ph.d. thesis, Univ. of Bristol, UK, 1982.
- [11] Ochi, M.K., "Wave Statistics for the Design of Ships and Ocean Structures", *Trans. SNAME*, Vol.86, pp.47-76, 1978.